【土木計画学研究・論文集　No. 14　1997 年 9 月】

ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察*

A Game Theoretic Approach to Cost Allocation Methods for Water Resources Development *

榊原 弘之**, 高野 浩一 **, 岡田 憲夫***

By Hiroyuki SAKAKIBARA **, Koichi TAKANO ** and Norio OKADA ***

1. はじめに

水資源の安定供給は，水利用が高度化した都市・地域において,「質」・「量」の両面において高まっている社会的要請である．今後も，より多様化する水利用に応じていくため,「量」の面においては，より広域的な水資源供給を視野に入れた開発事業が必要となると考えられる.「質」の面においても，ミネラルウォーターなどの「おいしい水」や発癌性の低い水道水質，あるいは多自然型の河川環境の創造などへの社会的要請が高まっていくと推測される．このような社会的状況の下で，広域導水事業や，河川環境の保全・下流域の水道水質の向上を目的とした流域下水道事業等は，従来以上に自律・分散性を重視したネットワーク型事業の性格を強くしてきている．このような事業は，単一の都市・地域によるのではなく，複数の主体の参加により地域全体で相互連繋しながら水資源の開発を行う共同事業の代表例である．本論文ではこのようにネットワークとして機能する水資源システムをネットワーク型水資源開発事業と呼ぶことにする．

しかしながら，大規模な水資源開発事業においては，共同化による規模の効果が強調される反面，節約された費用の配分における公平性や，共同化に最適な範囲（最適な参加規模）に関する検討は，多目的ダム事業を対象とした研究等を除けば多くはなかった．元来計画段階において公平性が確保されていなかったり，より適当な事業形態が存在する場合，関係事業者（以後主体と呼ぶ）は事業参加しないという選択も可能であるはずである．従ってこの種の事業の実現に際しては，参加主体間での合意形成が重要となる．とくに，水資源の供給を行う主体と供給を受ける主体のように主体間で事業における役割や地理的条件が異なる場合には，ある主体の参加が共同事業の成否または共同事業の内容を決定することさえある．このとき，主体が事業参加の決定の規準となるのが，各主体への費用配分額である．すなわち,「費用配分問題」の解決が，事業成立の 1 つの鍵となるといえる．

一般に，複数の主体が参加する水資源開発事業においては，各主体間でその事業費用をどのように配分するかという「費用配分問題」が生じる．我が国ではこの問題への現実的対処の方法として，分離費用身替妥当支出法 [1] などの慣用的な費用配分法が用いられてきた．他方，協力ゲーム理論に基づいた配分法の研究も行われてきている [2) 3) 4)]．これらのアプローチによって，慣用法の理論的な裏付けやその限界に関する基礎的な知見が積み上げられつつある．

一方，ネットワーク型水資源開発事業の費用配分法としては実物量準拠割振り法 [1] が慣用的に広く用いられてきた．例えば流域下水道事業では，各主体からの流域負荷量 Q に応じて配分する方法（Q 法）または関係区間の管長 L に Q を乗じた値 QL に応じた配分法（QL 法）が採られている．しかし，これらの配分法では実物量が機能・便益・効用を適正に表しきれないことが多いという指摘がなされている [1]．この問題に対する理論的解法としてゲーム理論を用いたアプローチが有効である．ただしネットワーク型事業の費用配分法としては後述するシャプレイ値 [5] 系の配分法を適用した研究 [6) 7)] 等を除い

*キーワーズ：水資源計画，河川計画，費用配分
**学生員 京都大学大学院工学研究科 修士課程
（〒606-01 京都市左京区吉田本町，Tel 075-753-5070）
***正員 工博 京都大学防災研究所
（〒611 宇治市五ケ庄，Tel 0774-38-4035,
Fax 0774-38-4044）

て検討例は多くない．

そこで本論文ではこのようなネットワーク型水資源開発事業の特性を考慮した費用配分法について，ゲーム理論を用いて検討を行う．

2. ネットワーク型水資源開発共同事業

ネットワーク型の水資源開発共同事業は，物理的ネットワークという側面と，動的な提携形成（ネットワーキング）という側面の二重のネットワーク特性を有している．まず，水資源開発事業においては，水を確保，輸送，処理するために，数多くのネットワーク施設を必要とする．高野[8]は，これらの施設を，水資源の貯留，処理等を目的とした施設（点的施設）と，水輸送を目的とした施設（線的施設）に分類している．前者の例としては，ダム，貯水池，取水施設，浄水施設等があり，後者にはパイプライン，導水路，河川等が含まれる．ネットワーク型の水資源施設は，点的施設をノード，線的施設をリンクとして含んだ物理的なシステム全体として定義することができる．

一方，ネットワーク型の水資源開発共同事業においては，各主体が順次提携を形成しながら，提携のネットワークが成長・進化してゆくという動的な過程をたどることが多い．これは，多目的ダム事業等が想定しているより静的・固定的な状況とは異なる．すなわち，事業に参加する主体の数や事業の規模は，与件として与えられるのではなく，動的な過程の落ち着き先（均衡な状態）の1つとして結果的に定まると考えた方が妥当な場合が多い．このような動的な過程を,「提携形成ネットワーキング」と呼ぶことにしよう．

提携ネットワーキングにおいては，任意の主体同士が常に提携可能であるとは限らない．提携を組むよりも，単独でそれぞれ事業を行った方が費用が小さいとき，当該主体にとってあえて相手と提携を組む必要はない．主体の提携形成を阻む要因としては，費用以外にも，主体の事業に対するインセンティブの違い，地理的条件，水資源を供給する主体と消費する主体の違い，といったものがある．このように提携の形成に制限がある状態を明示的に考慮した費用配分法については，後述するシャプレイ値や加重シャプレイ値を適用した研究[6) 7)]等を除いて検討例は多くない．本論文では，このような観点から2つのケースを取り上げ，考察を行う．1つは主として費用の点から一部の提携が形成不可能となるケースであり，もう1つは提携により事業の内容が異なるケースである．

3. ネットワーク型水資源開発共同事業における費用配分法

(1) 費用の点から見たネットワーク型水資源開発事業の特徴

ここで，ネットワーク型水資源開発事業の費用構造の特徴を，物理的なネットワーク性に起因するものと，事業への参加者の構成に起因するものについてケースを挙げて説明する．

2. において述べたように，ネットワーク型水資源開発事業は，点的施設と線的施設から成ると考えられる．点的施設においては，ダムに代表されるように，一般に施設の規模が大きくなるほど付加的費用が減少する効果がある．従って，複数の関係者が共同で施設を建設した方が，単独で事業を実施するよりも経済的である．このことをゲーム理論に基づき以下のように表すことができる．費用関数 C が全提携 N の任意の部分提携 S, T について

$$C(S) + C(T) \geq C(S \cup T) \qquad (1)$$

の関係を満たすとき，この費用関数は劣加法的であるという．費用関数が劣加法性を満たすとき，提携を形成することによって節減された額を，各主体の貢献度に応じてどのように分配するかが，費用配分の主な課題となる．

これに対し，パイプラインなどの線的施設の建設では，このような付加的費用逓減の効果は小さいか，生じないことが多い[9)]．さらに，費用関数が劣加法性を満たさない，すなわち一部の部分提携について(1)式が成立しないケースも考えられる．(1)式が成立しないとき，部分提携 S, T がそれぞれ独自に施設を建設するよりも費用が高くなる $S \cup T$ をあえて形成する可能性は低いと考えられる．本論文ではこのような部分提携を「実行不可能」な提携と呼ぶこ

表 1：ケース I における費用関数（単位 10 億円）

ダム		導水路		合計	
$C^d(1)$	20	$C^p(1)$	5	$C(1)$	25
$C^d(2)$	20	$C^p(2)$	15	$C(2)$	35
$C^d(3)$	20	$C^p(3)$	25	$C(3)$	45
$C^d(1,2)$	33	$C^p(1,2)$	25	$C(1,2)$	58
$C^d(1,3)$	33	$C^p(1,3)$	45	$C(1,3)$	78
$C^d(2,3)$	33	$C^p(2,3)$	35	$C(2,3)$	68
$C^d(1,2,3)$	45	$C^p(1,2,3)$	45	$C(1,2,3)$	90

ととする．線的施設のみ，または点的施設と線的施設を合わせて費用配分を行うとき，実行不可能な部分提携の存在の可能性をどのように考慮するかが問題となると考えられる．

一方，線的施設以外にも，提携を実行不可能にする要素は存在する．水源に余裕のある地域（供給者）から不足している地域（需要者）へ水資源を供給する場合，琵琶湖総合開発計画に見られるように，水資源を供給する側の地域が事業者の一員として加わることがある．このような大規模なプロジェクトでは，多くの主体が関与することにより初めて事業が成立可能となることがある．そのとき一部の需要者と供給者が小規模な共同事業を実施しようとしても，それぞれが単独で事業を行った場合に比べ費用が節減されないこともあり得る．

2. で述べたように，主体が提携を形成することを不可能にする要因はこの他にも考えられるが，本論文ではこの2つのタイプのケースを想定し，それぞれの費用配分のありかたについて検討する．

(2) ケースの想定

線的施設が原因となり実行不可能な提携を含む例として，図 1 左上図のような，ダムと導水路から成る事業を考える（ケース I）．この事業は，3 都市共同で行うものとし，各都市が必要とする水量は等しいものとする．また，導水路の建設費は，距離に比例するものとする．1 都市のみ，または 2 都市のみ（部分提携）によって事業が行われたときの導水路の配置は図 1 右上，下図のように想定した．各部分提携の，ダムと導水路の建設費と，その合計を表 1 に示す．

ダムと導水路全体を 1 つの水供給システムとみなすと，$C(1)+C(3) \leq C(1,3)$ であることから，この費用関数は劣加法性を満たさない．そのため，都市

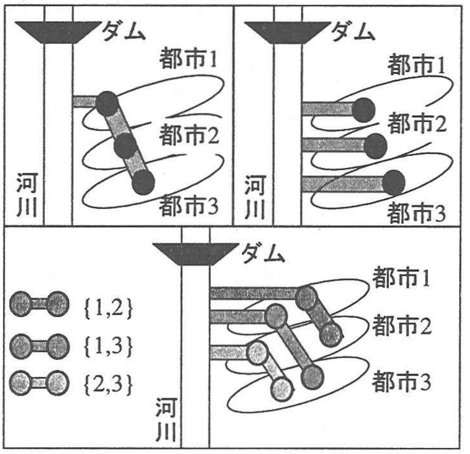

図 1：ダムと導水路から成る水資源開発事業（左上）と部分提携による導水路（右上・下）（ケース I）

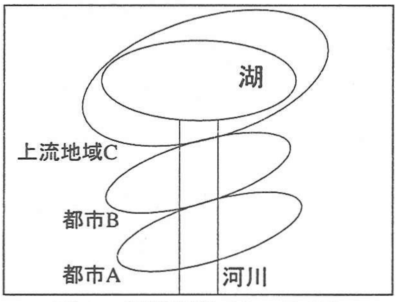

図 2：湖沼開発（ケース II）

1 と都市 3 の 2 都市による共同事業は成立し得ない．従って，部分提携 $\{1,3\}$ は実行不可能な提携であるといえる．以下では，実行可能な提携の集合を F で表す．このケースでは，

$$F = \{\{1\},\{2\},\{3\},\{1,2\},\{2,3\},\{1,2,3\}\}$$

となる．

次に，線的施設以外の要因で部分提携が実行不可能となる例として，湖沼開発で地域の同意が必要となる場合 (ケース II) を考える．都市 A，都市 B は，上水道のために，それぞれなんらかの形で水資源開発を行う必要があるものとする．各都市は，地下水の利用により，水資源を確保できるが，近くを流れる河川の上流地域 C に存在する湖を開発した方が開発に要する費用が少なくなるものとする．すなわち，

$$C(A)+C(B) \geq C(A,B,C) \tag{2}$$

一方，2 人提携 $\{A,B\}$，$\{A,C\}$，$\{B,C\}$ につい

表 2：ケース II における費用関数（単位 10 億円）

$C(A)$	50
$C(B)$	40
$C(C)$	0
$C(A,B)$	85
$C(A,C)$	60
$C(B,C)$	45
$C(A,B,C)$	68

ては，次のような関係が成り立つものとする．

- 都市 A と都市 B が提携 $\{A,B\}$ を形成した場合，地下水開発に要する費用を若干節減できる．$(C(A)+C(B)>C(A,B))$
- 各都市が単独で上流地域 C と協力して湖を開発した場合，その費用は地下水開発よりも高い $(C(A)<C(A,C)$, $C(B)<C(B,C))$. これは，湖沼開発を実現するには，都市 A，都市 B がともに事業に参加することが必要不可欠であることを意味する．

また，上流地域 C は単独では事業を行わないため，$C(C)=0$ とする．その結果，地域 C が湖の開発に参加するインセンティブを持つためには，費用負担が負，すなわち都市 A，B から利得配分を受けることが条件となる．以上の仮定に基づき，ケース II の費用関数を表 2 のように設定する．

また，実行可能な F は，

$$F=\{\{A\},\{B\},\{C\},\{A,B\},\{A,B,C\}\}$$

となる．ケース I と比較すると，実行可能な 2 人提携が 1 種類 ($\{A,B\}$) のみとなっていることが分かる．

一部の部分提携の実行不可能性を明示的に組み込んだ費用配分法をゲーム理論を用いて考慮するには，配分過程に規範的情報を組み込むアプローチと，主体にある行動基準を与え，結果的に均衡する状態における配分解を用いるアプローチが考えられる．ここでは，前者による配分法として加重シャプレイ値，後者によるものとして提携ネットワーキング配分法を取り上げる．

(3) 加重シャプレイ値

シャプレイ値[5]は全提携 N を形成する過程において，各主体が順に参加することを想定した配分法である．各主体には，全提携あるいは部分提携 S に参加した際に生じる限界費用 MC を配分する．ここで限界費用は，主体 i が $|S|$ 番目に提携に参加したときに，主体 i が提携に参加することで生じる費用増加額のことで，以下の式によって与えられる．

$$MC(S,S-\{i\})=C(S)-C(S-\{i\}) \tag{3}$$

シャプレイ値では各主体が全提携を形成するすべての順序の組合せ（3 人ゲームでは 6 通り）を列挙し，それぞれの参加順序における各主体の配分額の期待値を，各自の負担配分額とする．また，各参加順序は等確率で生起するものとしている．費用関数 C におけるシャプレイ値での主体 i の配分額 $\phi_i(C)$ は，次式で示される．

$$\phi_i(C)=\sum_{i\in S,S\subseteq N}\frac{(|N|-|S|)!(|S|-1)!}{|N|!}MC(S,S-\{i\}) \tag{4}$$

このようにシャプレイ値では，各参加順序の発生確率は等しいとみなしているため，全提携形成における各提携参加順序構造間の差異がすべての主体について平滑化される．そこで，各参加順序の発生確率を任意に与えることができる加重シャプレイ値[6]が提案されている．加重シャプレイ値は，部分提携 $S-\{i\}$ に主体 i が参加して新たな部分提携 S が形成される確率を $p(S,S-\{i\})$ として，次のように与えられる．

$$\phi_i(C)=\sum_{i\in S,S\subseteq N}p(S,S-\{i\})MC(S,S-\{i\}) \tag{5}$$

Loehman *et al.*[6]は，地域下水システムの費用配分に加重シャプレイ値を適用した．(2) で示したような実行不可能な部分提携の生起確率を 0 とし，実際に発生する可能性のある参加順序のみを想定している．しかしこの方法では特定の主体への配分額が過分に大きくなる可能性がある．この点については 4. で述べることにする．また，加重シャプレイ値は，提

携参加順序の生起確率について信頼性の高い情報が得られていない場合，意志決定者が何らかの形で確率を与える必要がある．この場合，すべての主体の合意を得られるような確率の設定（というルールの採択）には困難が伴う．

(4) 修正した費用関数によるシャプレイ値

Young *et al.* [7] は，地域水供給システムの費用配分にシャプレイ値を適用した．その際，(2) で示したような実行不可能な部分提携の費用関数値を，付加的費用を 0 として再設定している．これにより費用関数に劣加法性が保証される．例えば，ケース I において，都市 1，3 が提携したときの総費用 $C(1,3) = 78$ を，$C(1) + C(3) = 70$ として設定し直すことで，費用関数が劣加法性を満たすようになる．このように修正した費用関数を以下では C_s と呼ぶ．

C_s は，提携を組むことが逆に費用増となる場合には，実際においては個別に事業を行っているものを，提携が形成されていると解釈するものである．この費用関数の修正は，共同事業が不可能な主体が形式的に提携を組んでいるという解釈に基づいたものであり，結果的にシャプレイ値のとる配分概念に必ずしも当てはまらないとも考えられる．しかし，実際に成立し得ない事業の費用を費用関数の設定時点で考慮しないことにより，実情をより明示的に反映した配分法となっている．この点についても **4.** で触れることにする．

(5) 提携ネットワーキング配分法

加重シャプレイ値の導入や，修正した費用関数を用いることによって費用関数から見た部分提携の実行不可能性を考慮した費用配分が可能となる．しかし，シャプレイ値は，元来主体間で提携のネットワークが成長したり離合する動的過程を想定していない．ネットワーク型水資源開発事業は，このような動的な側面を無視して費用配分を考えることは現実的でない．そこでこの点をより明示的に考慮した費用配分のためのモデル化を行うことを考える．

まず，2 主体が提携して事業を行う関係（「提携リンク」と呼ぶ）を単位として，その集合からなる「グラフ（ネットワーク）」構造を提携構造と定義する．グラフにより表された結合関係にある主体は，共同で事業を行う．この提携構造を本論文では「提携グラフ」と呼ぶことにし，主体 m，n 間の提携リンクを $\{m : n\}$ で表す．また提携グラフ g については，提携リンク $\{l : m\}$，$\{m : n\}$ から構成されるグラフを $g = \{l : m, m : n\}$ のように与えるものとする．ここで，先の図 1 の例において都市 1 と都市 2，都市 2 と都市 3 が提携している状態（提携グラフ $\{1:2, 2:3\}$）と，3 都市すべての間に提携リンクが存在する状態（提携グラフ g^N）を例示として取り上げる．これらは，グラフ的表現として図 3 (1)，図 3 (2) のように示される．

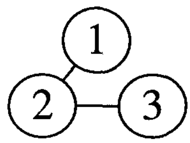

図 3 (1)：提携グラフ
$g = \{1:2, 2:3\}$

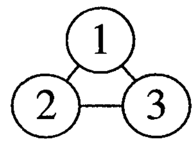

図 3 (2)：提携グラフ
$g^N = \{1:2, 1:3, 2:3\}$
$N = \{1,2,3\}$

また，部分提携 S 内で提携リンクにより結ばれている主体群の集合を (6) 式，提携グラフ g から $\{n : m\}$ を取り除いたグラフを (7) 式のようにそれぞれ定義する．

$$S/g \;=\; \{T | i \in T \text{ and } j \in T \text{ are connected in } S \text{ by } g\} \qquad (6)$$

$$g \setminus n:m = \{i,j \mid i:j \in g, i:j \neq n:m\} \qquad (7)$$

費用については，「提携リンクを結合した当該 2 主体に対して同額の費用の増加または減少をもたらすように配分する」というルールをすべての当事者が受容するとする．すなわち，(8) 式が必ず成立する．

$$\begin{aligned} &\forall g \in \{g \mid g \subseteq g^N\}, \forall n:m \in g, \\ &W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) \\ &\qquad = W_m(g) - W_m(g \setminus n:m) \qquad (8) \end{aligned}$$

ここで，$W_m(g)$ は，グラフ g での主体 m への配分額を指す．このモデルは，Myerson [10] の「The Fair Allocation Rules」に一致する．高野 [8] は，このモデルと Myerson の方法の一致性に着目してネットワーク型水資源共同事業の費用配分方法に「提携

ネットワーキング配分法」を適用している．すなわち，(9) 式のように新たな関数 C/g を定義し，関数 C/g の下でのシャプレイ値 $\phi(C/g)$ をその提携グラフの配分解 $W(g)=\phi(C/g)$ とした．とくに，$g=g^N$ のときの配分解は費用関数 C のシャプレイ値に一致する．

$$\forall S \subseteq N, (C/g)(S) = \sum_{T \in S/g} C(T),$$
$$W(g) = \phi(C/g) \qquad (9)$$

Myerson は，費用関数が劣加法性を満たす場合には必ず $W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) \leq 0$ となり，どの 2 主体 n，m も提携リンクを形成し $W(g \setminus n:m) \to W(g)$ へと変化させようとすることを示している[10]．提携リンクの形成において当該の 2 主体の同意のみを必要とし，逆に解消する場合には一方の主体の意志で行うことができるという行動規範を仮定すると，この場合には提携グラフは g^N に収束し，費用配分問題は $W(g^N) = \phi(C)$ を配分解として均衡する．

しかし，費用関数が劣加法性を満たさない場合には，必ずしもシャプレイ値が均衡な配分解とはならない．なぜなら，一部において $W_n(g) - W_n(g \setminus n:m) > 0$ となるためである．このような場合には $W(g) \to W(g \setminus n:m)$ の方向に提携構造は変化すると考えられる．高野は，費用関数が劣加法性を満たさない場合における 1 つの均衡解への収束過程に関する分析を行っている．その際，どの提携リンクの形成・解消も当該の 2 主体にとって費用増加につながる提携グラフが収束するグラフであり，そのときの $W(g)$ が費用配分問題の配分解となると想定している．

提携ネットワーキング配分法と，シャプレイ値の配分解の数学的特徴の比較については，付録Aに譲る．

4. 配分結果の比較検討

(1) ケース I への適用結果

本章では **3.** の (2) 図 1，2 で示した 2 種類のケースへの各配分法の適用結果を示し，その配分特性と適用可能性の比較を行う．まずケース I への適用結果を示す．加重シャプレイ値については参加順序の生起確率を設定する必要がある．ここでは，図 4 に示すように，実行不可能な提携 $\{1,3\}$ が形成される参加順序の生起確率を 0 とし，その他の生起確率はすべて等確率 ($\frac{1}{4}$) とする．表 3 に，シャプレイ値，加重シャプレイ値，提携ネットワーキング配分法による配分解を示す．

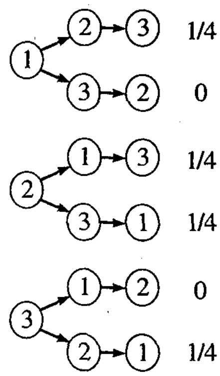

図 4：部分提携 $\{1,3\}$ が実行不可能なときの参加順序と生起確率（ケース I）

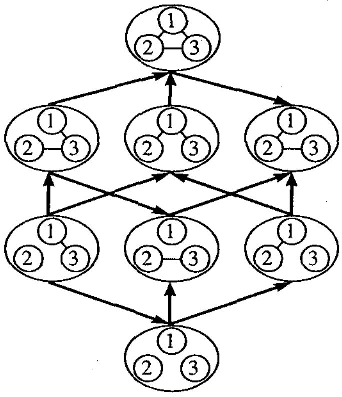

図 5：部分提携 $\{1,3\}$ が実行不可能なときの提携ネットワーキング（ケース I）

表 3：配分解の比較（ケース I）

配分法	都市 1	都市 2	都市 3
シャプレイ値 $\phi(C)$	25.00	25.00	40.00
修正シャプレイ値 $\phi(C_s)$	23.67	27.67	38.67
加重シャプレイ値	23.00	31.50	35.50
提携ネットワーキング配分法	$g=\{1:2,2:3\}$ 23.67	27.67	38.67

シャプレイ値は実行不可能な部分提携の存在を考慮していないため，河川から最も離れた都市 3 の配分額が最も大きい．一方，後の 2 つの配分法においては，実行不可能な部分提携 $\{1,3\}$ の費用 $C(1,3)=$

78 を用いずに配分解が与えられるため，都市 1，3 への配分額が小さくなっている．

加重シャプレイ値の都市 2 への配分額は，提携ネットワーキング配分法の場合よりも大きい．これは，図 4 のように，想定している 4 つの参加順序のうち，都市 2 が最初になるものが半分を占め，ここで都市 2 は単独で事業を行ったときの費用 $C(2) = 35$ が配分されているためである．つまり，都市 2 が事業のための提携形成の主導的な役割を果たしたかのような形となっている．都市 2 は，都市 1，3 の中間にあり，両者を結びつけて 3 都市による事業を可能にしている．しかし，このことは，必ずしも都市 2 がイニシアティブをとることを意味しない．加重シャプレイ値は，実行可能な部分提携のみを考慮するという目的と無関係なウェイトを加えてしまう可能性がある．

提携ネットワーキング配分法においては，提携グラフは $g = \emptyset$ の状態からリンクを形成しつつ変化し得る．**3.** で示したように，リンクが形成されると，両端の 2 主体への配分額は，同額だけ減少または増加する．さらに，当該 2 主体への配分額が減少するとき，提携リンクが形成され，配分額が増加するときは，提携リンクは解消される．図 5 の矢印は，リンクの両端の主体にとって配分費用が減少する方向（提携グラフの発展方向）を示している．その結果 $g = \{1:2, 2:3\}$ までグラフが達すると，提携リンク $\{1:3\}$ の形成，$\{1:2\}$，$\{2:3\}$ の解消のいずれも当該 2 都市にとって負担費用の増加を招く状態が生じる．従って，グラフは $g = \{1:2, 2:3\}$ で均衡し，表 3 のように配分解を得る．このとき配分解の算定には $C(1,3)$ は用いられていない．図 5 からわかるように，最初の状態がどのようであっても，最終的には 1 つの提携グラフに収束する．一般に，3 人ゲーム（プレイヤーを i, j, k とする）において，2 人の部分提携のうち 1 種類（$\{i,k\}$ とする）のみが実行不可能な場合，均衡する提携グラフは常に提携リンク $i:k$ を欠いた $\{i:j, j:k\}$ ただ一つとなる．付録B に，解析解を用いた証明を示す．また，付録C に，3 人ゲームで単一の提携グラフに収束するケースにおける，実行可能提携の組の特徴に関する定理を示す．

均衡する提携グラフ $g = \{1:2, 2:3\}$ は，都市 2 が都市 1，3 を結果的に仲介する形となることを示している．しかし，ここでは，必ずしも都市 2 が提携形成の主導権を取る必要はない．このために，都市 2 の配分額は加重シャプレイ値での配分額より小さいといえる．またケース I では，修正シャプレイ値 $\phi(C_s)$ と提携ネットワーキング配分法の均衡解が一致する．

(2) ケース II への適用結果

次にケース II における配分結果を検討する（表 4）．加重シャプレイ値で想定する参加順序とその生起確率を図 6 に，提携ネットワーキング配分法を適用したときに収束する提携グラフを図 7 に示す．前述のように，上流地域 C は単独では事業を行わないため，負担費用は負となる．

表 4：配分解の比較（ケース II）

配分法	都市 A	都市 B	上流地域 C
シャプレイ値 $\phi(C)$	41.83	29.33	−3.17
修正シャプレイ値 $\phi(C_s)$	41.83	31.83	−5.67
加重シャプレイ値	47.50	37.50	−17.00
提携ネットワーキング配分法 $g = \{A:B, A:C\}$	43.50	28.50	−4.00
提携ネットワーキング配分法 $g = \{A:B, B:C\}$	40.17	32.67	−4.83

シャプレイ値においては実行不可能な部分提携 $\{A, C\}$，$\{B, C\}$ の費用がともに配分式に含まれており，これら 2 つの部分提携のいずれにも参加している地域 C への利得配分は小さくなっている．一方加重シャプレイ値では，都市 A，B が先に参加し，地域 C が最後に参加する順序のみを想定している．その結果地域 C は非常に大きな利得配分を受けることができる．逆に都市 A，B はこの 2 者で事業を行った場合と同額の費用を負担しなければならなくなる．

修正された費用関数 C_s のもとでのシャプレイ値は，これら 2 種類の配分解の中間の値をとる．加重シャプレイ値と同様実行不可能な $\{A, C\}$，$\{B, C\}$ による事業（1 つの都市による湖の開発）の可能性を排除している一方，すべての参加順序（6 通り）を想定している．加重シャプレイ値のように主体の参加順序に重み付けを行なうことは，岡田ら [2),3),4)] が検討したような主体間で事業に対する優先度の差異が顕著な場合には適当であるが，このケース II のように主体間の優先度の差異が小さい場合には一部主

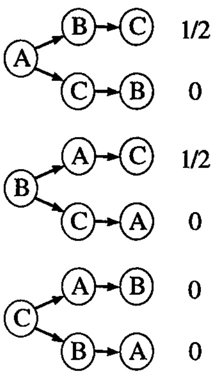

図 6：部分提携 $\{A,C\}$，$\{B,C\}$ が実行不可能なときの参加順序と生起確率（ケース II）

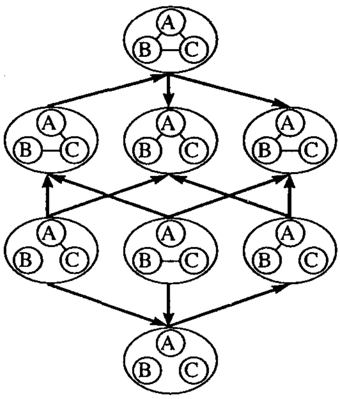

図 7：部分提携 $\{A,C\}$，$\{B,C\}$ が実行不可能なときの提携ネットワーキング（ケース II）

体（ここでは都市 A，B）に過大な負担を負わせてしまう可能性がある．その点で，C_s によるシャプレイ値の方が好ましいといえよう．

提携ネットワーキング配分法もまた，事業に対する優先度の差異が少ない主体同士の 1 対 1 の提携関係（提携リンク）を集積して徐々に協力関係が発達してゆくという前提に立っているといえる．しかし，図 7 に示すように，ケース II では均衡する提携グラフは $\{A:B, A:C\}$ と $\{A:B, B:C\}$ の 2 通り存在する．表 4 の配分解のうち，上段は提携グラフ $\{A:B, A:C\}$，下段は $\{A:B, B:C\}$ に対する配分解である．提携リンクが全く存在しない状態 ($g=\emptyset$) から始まった場合，どちらのグラフに均衡する可能性も存在する．ただし，実行不可能な部分提携が2種類存在する場合，均衡するグラフの数は費用関数の大きさの比に依存する．その結果，ケース I の場合とは異なって，2 通りの提携グラフに常に均衡するとは限らない．

都市 A，B の負担費用はこの 2 つのグラフで異なるため，どちらに収束させるか，つまり都市 A，B のどちらが上流地域 C と提携リンクを形成するかというコンフリクトが起こると考えられる．このことを実際の計画段階で起こる現象として解釈すると，各都市と上流地域の間の提携（リンク）は，水資源開発の承諾を得るための「契約」または「協定」（関係を結んだ状態）と考えることができる．この「協定」は各利用者と上流地域が 1 対 1 で締結するものとする．3 者による湖沼開発のためには 2 都市のうち 1 都市が協定を結べばよいが，その都市は上流地域に対して利得を再分配する義務を持つとする．両都市が相手に負担を負わせようとして上流地域との交渉を行わなければ，結局事業が成立しない恐れもある．

このようなディレンマに対する現実的な解決策としては，2 都市がまず提携関係を結び，共同で上流地域と交渉することが考えられる．この場合，都市 A，B（利用者グループ）と上流地域（供給者）の間で利得配分が決定された後にその下位問題として両都市間の費用配分が決定されると考えられるが，そのとき両者が納得し得る解としては，提携ネットワーキング配分法の 2 つの解の平均値が考えられる．

(3) まとめ

以上のことをまとめると次のようである．

1. ケース I, II はどちらも実行不可能な部分提携を含んでいる．しかし，ケース I の 3 都市はいずれも水資源を必要とする主体であったのに対し，ケース II においては，2 都市は水資源の需要側，上流地域は供給側であり，性格が異なる．提携ネットワーキング配分法は，いずれのケースにも適用可能であり，シャプレイ値と加重シャプレイ値の中間的な配分解となった．

2. シャプレイ値は部分提携の実行不可能性を考慮しておらず，加重シャプレイ値は主体間のインセンティブの差に起因する実行不可能性を考慮するのに適していると考えられる．一方地理的・地形的関係や権利所有関係などの特殊性が費用関数に反映される形で部分提携が形成できないケースも少なくない．このような場合には，提携ネットワーキング配分法は，シャプレイ値や

加重シャプレイ値に比べてより適切な配分解を与えるものと考えられる．

3. また，ネットワーク型の提携が成長・進化していくダイナミックな形成プロセスが現実性を持ち得る実場面においても，その応用可能性は高いものと判断される．

5. おわりに

以上，本論文では，ネットワーク型の水資源開発事業における費用配分法について，一部に実行不可能な提携を含むケースを中心に考察した．提携ネットワーキング配分法は，ネットワーク型水資源開発共同事業の特徴である，提携のネットワークの成長過程とその動的均衡としての共同事業（の大きさとその構成上）の決定について，明示的に考慮した配分法とみなすことができよう．本論文では対象を費用配分問題に限定したが，ケース II に見られるように，主体間の公平を図るためには，便益を含めた再配分の方が有効なこともある．提携ネットワーキング配分法は，このような費用・便益配分問題にも適用可能である．

今後は実証例を取り上げ，より具体的，応用的検討を試みたい．

[付録 A] 提携ネットワーキング配分法とシャプレイ値の配分特性の比較

提携ネットワーキング配分法は，参加主体が自らの費用配分額を軽減させるべく提携構造（提携グラフ）を形成しつつ進化する過程を考慮した配分法である．このため，高野[8)] は個人合理性を満たさない配分解（単独費用より大きい配分額）を均衡解から除いた．シャプレイ値は一意的に配分解が得られるものの，費用関数の条件によっては個人合理性を満たさない配分を解とすることがあるのに対し，提携ネットワーキング配分法で得られる配分解は必ず個人合理性を満たすという利点をもつ．提携ネットワーキング配分法とシャプレイ値の配分特性の比較を表 A.1 に示す．

表 A.1：提携ネットワーキング配分法とシャプレイ値の配分特性

	提携ネットワーキング配分法	シャプレイ値
全体合理性	○	○
個人合理性	○	△
解の一意性	△	○

○：すべての費用関数に対して満たす
△：一部の費用関数に対しては満たさない

[付録 B] 3 人ゲームにおける提携ネットワーキング配分法の解析解

提携ネットワーキング配分法では，提携グラフに対して 1 つの配分解を与える．3 人ゲームにおける各提携グラフに対する配分解は表 B.1 のようになる．

ここで提携グラフ $\{1:2,2:3\}$ と $g^N=\{1:2,1:3,2:3\}$ の場合の配分解を比較する．$\{1:2,2:3\}$ に提携リンク $\{1:3\}$ が加わると，g^N になる．主体 1，3 への配分額を比較すると，$C(1,3)\geq C(1)+C(3)$ である場合，g^N の方が負担費用が大きくなる．従って，2 人提携 $\{1:3\}$ の費用が単独費用の和を上回る時，主体 1，3 にとって提携リンク $\{1:3\}$ を解消した方が有利なため，g^N は均衡グラフとならない．

次に，提携グラフ $\{1:2,2:3\}$ が均衡グラフとなるか否かについて検討する．$\{1:2,2:3\}$ から移行する可能性のある提携グラフは，g^N のほかに $\{1:2\}$ と $\{2:3\}$ がある．グラフ間で配分費用を比較すると，次の各式を満足すれば，各主体は $\{1:2,1:3\}$ から他のグラフに移行する動機を持たない．

$$
\begin{aligned}
C(1,2,3) &\leq C(1,2)+C(3)\\
C(1,2,3) &\leq C(2,3)+C(1)\\
C(2,3) &\leq C(2)+C(3)\\
C(1,2) &\leq C(1)+C(2)
\end{aligned}
$$

費用関数が劣加法的であれば，これらの条件式は常に成立する．

以上から，3 人ゲームにおいて，費用関数の中で劣加法性の条件式を満たさない部分提携が $\{1,3\}$ のみである場合，均衡グラフは $\{1:2,2:3\}$ である．これは，他の 2 人提携が劣加法性の条件式を満たさない場合にも成立する．つまり，3 人ゲーム $N=\{i,j,k\}$ において，

表 B.1：3 人ゲームにおける各提携グラフに対する配分解

提携グラフ	主体 1	主体 2	主体 3
$\emptyset$	$C(1)$	$C(2)$	$C(3)$
$\{1:2\}$	$\{C(1,2)+C(1)-C(2)\}/2$	$\{C(1,2)-C(1)+C(2)\}/2$	$C(3)$
$\{1:3\}$	$\{C(1,3)+C(1)-C(3)\}/2$	$C(2)$	$\{C(1,3)-C(1)+C(3)\}/2$
$\{2:3\}$	$C(1)$	$\{C(2,3)+C(2)-C(3)\}/2$	$\{C(2,3)-C(2)+C(3)\}/2$
$\{1:2,$ $1:3\}$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)+C(1,3)$ $+2C(1)-3C(2)-3C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)-2C(1,3)$ $-C(1)+3C(2)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $-2C(1,2)+C(1,3)$ $-C(1)+3C(3)\}/6$
$\{1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,3)-2C(2,3)$ $+3C(1)-C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $-2C(1,3)+C(2,3)$ $+3C(2)-C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,3)+C(2,3)$ $-3C(1)-3C(2)+2C(3)\}/6$
$\{1:2,$ $2:3\}$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)-2C(2,3)$ $+3C(1)-C(2)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)+C(2,3)$ $-3C(1)+2C(2)-3C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $-2C(1,2)+C(2,3)$ $-C(2)+3C(3)\}/6$
$\{1:2,$ $1:3,$ $2:3\}$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)+C(1,3)-2C(2,3)$ $+2C(1)-C(2)-C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $+C(1,2)-2C(1,3)+C(2,3)$ $-C(1)+2C(2)-C(3)\}/6$	$\{2C(1,2,3)$ $-2C(1,2)+C(1,3)+C(2,3)$ $-C(1)-C(2)+2C(3)\}/6$

$$
\begin{aligned}
C(i)+C(j) &\geq C(i,j)\\
C(j)+C(k) &\geq C(j,k)\\
C(i)+C(k) &\leq C(i,k)\\
C(i,j)+C(k) &\geq C(i,j,k)\\
C(i,k)+C(j) &\geq C(i,j,k)\\
C(j,k)+C(i) &\geq C(i,j,k)
\end{aligned}
$$

であれば，提携グラフは必ず $g^N\setminus i:k$ ただ 1 つに収束し，このときの配分解は実行不可能な提携 $\{i,j\}$ の費用を単独提携 $\{i\}$，$\{j\}$ の費用の和として修正した費用関数のもとでのシャプレイ値 $\phi(C_s)$ である．

[付録 C] 3 人ゲームにおけるグラフと実行可能提携の関連性

4. において，提携グラフが g^N からリンクが 1 つ結ばれていないグラフに収束する 3 人ゲームの例 (ケース I) を示した．付録 **B** に示したように，このことは常に成り立つ．一方，このときの実行可能な部分提携は

$$F=\{\{i\},\{j\},\{k\},\{i,j\},\{j,k\},\{i,j,k\}\}$$

の 6 つであり，F は $S/(g^N\setminus i:j)=S$ となる提携，すなわちグラフ $g^N\setminus i:j$ によってすべての主体が結合されている部分提携の集合に一致する．

グラフ g によってその提携内のすべての主体が直接結合されている部分提携の集合を $U(g)$ により表すとすると，上述のケースでは，

$$U(g^N\backslash i:j)=\{\{i\},\{j\},\{k\},\{j,k\},\{i,k\},\{i,j,k\}\}$$

となる．3 人ゲームにおいては一般に次の定理が成立する．

定理

3人ゲームにおいて，F と $U(g)$ の要素が一致する提携グラフ g が存在する場合，提携グラフは g に収束する．またその時の配分解は，$\phi(C/g)$ である．

一方，ケース II では，均衡解は 2 つ存在する．従って，それらの値は，$\phi(C_s)$ とは一致しない．

4 人ゲームにおいても，一部のケースにおいて，F と $U(g)$ の要素が一致するとき，提携グラフが g に収束する．このことから，実行可能な部分提携の集合 F と，収束する提携グラフは，密接な関連を持つものと考えられる．

[参考文献]

1) 佐々木 才朗：多目的ダムのコストアロケーションに関する研究, 東京大学博士論文, 1992.
2) 岡田 憲夫：公共プロジェクトの費用配分法に関する研究 その系譜と展望, 土木学会論文集, No.431/IV-15, 1991.
3) 岡田 憲夫, 谷本 圭志：多目的ダム事業における慣用的費用割振り法の改善のためのゲーム論的考察，土

木学会論文集, No.524/IV-29, pp.105-119, 1995.
4) 岡田 憲夫, 谷本 圭志 , 榊原 弘之 : 水資源開発事業における優先支出法のゲーム論的考察, 土木学会論文集, No.555/IV-34, pp.27-39, 1997.
5) Shapley,L.S. : Cores of Convex Games, Int. J. Game Theory, Vol.I, pp.11-26, 1971.
6) Loehman,E., Orlando,J., Tschirhart,J. and Whinston,A. : Cost Allocation for a Regional Wastewater Treatment System, Water Resources Research, Vol.15, pp.193-202, 1979.
7) Young, H. P., Okada, N. and Hashimoto, T. : Cost Allocation in Water Resources Development, Water Resources Research, Vol.18, pp.463-475, 1982.
8) 高野 浩一 : 水資源整備共同事業の費用・便益の配分方法に関する基礎的考察 — シャプレイ値系配分解を対象として, 京都大学卒業論文, 1996.
9) 大久保朋美 : 流域下水道事業の費用割り振り法に関する基礎的考察, 京都大学卒業論文, 1992.
10) Myerson,R.B. : Graphs and Cooperation in Games, Mathematics of Operations Research, Vol.2, No.3, 1977.

ネットワーク型水資源開発共同事業の費用配分法に関するゲーム理論的考察

榊原 弘之, 高野 浩一, 岡田 憲夫

水資源開発事業においては，複数の主体が施設を共同で利用することが多い．このとき，事業費用を参加主体間でどのように配分するかという「費用配分問題」が生じる．広域導水事業，流域下水道事業等のネットワークを持つ事業は，多目的ダム事業と異なった特性を持つと考えられる．本論文ではこのようなネットワーク型事業の特性を考慮した費用配分法についてゲーム理論を用いて検討を行う．ネットワーク型事業では，部分提携の形成が制限されることがある．このような一部の部分提携の実行不可能性を考慮した費用配分法として，加重シャプレイ値，修正した費用関数によるシャプレイ値，提携ネットワーキング配分法を取り上げ，検討を行う．

A Game Theoretic Approach to Cost Allocation Methods for Water Resources Development

By Hiroyuki SAKAKIBARA, Koichi TAKANO , Norio OKADA

In water resources projects, a cost allocation problem is critical. In this paper, cost allocation methods based on game theory are studied. We focus on the projects with a network, which involves reservoirs, lakes, pipelines and rivers. Water resources development projects with networks have different characteristics from multipurpose reservoir projects. In network projects, the projects by the small number of the members (partial coalitions) may not be feasible. Cost allocation methods need to take the effects from these infeasible coalitions into account. The effectiveness of the weighted Shapley value, the Shapley value using modified cost function, and the network allocation method is compared.