

交通ネットワーク・居住立地の同時均衡条件下での許容オフィス立地量*

Feasible Office-Location Patterns which Ensure the Existence of
the Combined Transportation Network and Residential Location Equilibrium

赤松 隆**・半田正樹***

by Takashi AKAMATSU and Masaki HANDA

1. はじめに

都心の高密度な土地利用は、経済的には、集積効果をもたらす反面、交通混雑による負の外部効果をもたらす。そのため、土地利用計画は、交通需要管理と密接にリンクしたものとして考えなければならない。このような問題を反映して、従来、交通ネットワーク容量を考慮した(最適)土地利用に関する研究がいくつかなされている(例えば[3,4,6])。しかし、利用者行動等の記述、モデル間の理論的整合性、解析方法の信頼性、実規模の問題でも利用可能な計算法等々、未だ多くの問題点が残されている。

本研究は、容量に制約のある一般的なネットワークを前提として、通勤交通発生の原因となるオフィスの最大立地可能量を求める問題を考察する。この問題を議論するためには、オフィス立地量と交通ネットワーク上の交通需要量との関係を知った上で、各リンクでの交通容量と需要量を比較する必要がある。本研究では、このメカニズムを交通・住居立地均衡モデルによって内生化した上で、問題を数理的に定式化し、その特性の解析と計算法の開発を行う。

本論文の構成は以下の通りである。2節では、まず、消費者行動(および立地・交通市場での均衡状態)を記述する状態記述モデルおよび立地最大容量問題の定義を示す。3節では、状態記述モデルを固定需要型の交通均衡問題に変換することによって、立地容量問題を解く方法を示す。そして、4節では、最適解を一意に決定するための方法を議論する。

2. 交通・住居立地均衡モデルと問題の定義

2.1 交通・住居立地均衡モデル

本研究では、オフィス立地量とネットワーク上の

交通需要量の関係を、オフィス立地→通勤交通発生→[通勤者の住居選択]→OD交通量→[通勤者の経路選択]→リンク交通量という通勤者の行動から決まる需要条件と交通ネットワークおよび住居市場供給条件の均衡状態として記述する。これは、[2]で示された交通・住居立地均衡モデルとほぼ同じで、以下のようにまとめられる(ただし、簡単のため、経路選択については決定論的モデルにおきかえている)：

a) 交通ネットワーク(交通供給条件)

交通ネットワークは、リンクとノードの集合からなる。リンク変数と経路変数の間には以下の関係が成立する：

$$x_{ij} = \sum_r f_r^{od} \delta_{ij,r}^{od} \quad (2.1)$$

$$C_r^{od} = \sum_{ij} t_{ij} \delta_{ij,r}^{od} \quad (2.2)$$

ここで、 x_{ij} はリンク ij の交通量、 $\delta_{ij,r}^{od}$ はリンク経路接続行列、 f_r^{od} と C_r^{od} は、各々、ODペア od の経路 r の交通量と交通費用である。また、リンクコスト t_{ij} は交通量の単調増加関数：

$$t_{ij} = t_{ij}(x_{ij}) \quad (2.3)$$

で決定され、リンクの交通容量 $\bar{c}_{ij}$ において無限大の値をとるものとする。

b) 消費者の選択行動

消費者は、勤務地を所与として、居住地と通勤経路の選択を行う。その経路選択は最短経路原則：

$$f_r^{od} \cdot (C_r^{od} - S_{od}) = 0 \\ C_r^{od} - S_{od} \geq 0, f_r^{od} \geq 0 \quad \forall r, od \quad (2.4)$$

により決定されると仮定する。ここで S_{od} はODペア od の均衡交通費用である。居住地選択については、消費者は、勤務地 o を所与として、交通費用 S_{od} 、地代 p_d および、(地代と交通費用を除く)各居住地固有の魅力度 $\bar{U}_d$ から構成される効用が最大となる居住地 d を選択すると仮定する。ただし、簡単のため、各地点の住宅は均一とし、線形な(間接)効用関数を仮定する。また、消費者の異質性を考慮するた

* Keywords: 土地利用, 住宅立地, 交通容量, 配分交通

** 正会員 工博 豊橋技術科学大学 知識情報工学系
(〒441豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1
E-mail: akamatsu@tutkie.tut.ac.jp)

*** 学生会員 豊橋技術科学大学 知識情報工学専攻

め、居住地 d の効用は、平均が $\bar{U}_d - \alpha\rho_d - S_{od}$ の I.I.D. Gumbel 分布に従うと仮定する（ここで、 α は消費者の地代限界不効用パラメータ）。ランダム効用理論により、勤務地 o からの発生交通量 O_o （朝の通勤交通の場合には、通常の交通用語での“集中交通量”に相当する）を所与とした際の OD 交通量 q_{od} は、

$$q_{od} = O_o \frac{\exp[\xi(\bar{U}_d - \alpha\rho_d - S_{od})]}{\sum_d \exp[\xi(\bar{U}_d - \alpha\rho_d - S_{od})]} \quad \forall d \quad (2.5)$$

で与えられる。ここで、 ξ は選択の分散パラメータ。

c) 住宅家主の選択行動

住宅の供給は、家主が空き家にする場合と貸し出す場合の利益を比較した選択行動をとることにより決定される。居住地 d に存在する総住宅数（外生変数）を D_d とすれば、 d における住宅貸し出し数は

$$y_{d1} = D_d \frac{\exp[\eta(\rho_d - c_{d1})]}{\exp[-\eta c_{d0}] + \exp[\eta(\rho_d - c_{d1})]} \quad \forall d \quad (2.6)$$

で与えられ、空き住宅数 y_{d0} は $D_d - y_{d1}$ で与えられる。ここで、 c_{d0} と c_{d1} は、各々、空家にする場合の維持費用、貸し出す場合の維持費用（外生変数）であり、 η は選択の分散パラメータである。

d) 住宅需要と住宅供給の一致条件

各家計の勤務者（通勤者）は 1 人であると仮定すれば、住宅需要（＝通勤発生交通）と住宅供給の一致条件は以下のように表される：

$$\sum_o q_{od} = y_{d1} \quad \forall d \quad (2.7)$$

地代 ρ_d は、この需給均衡条件から内生的に決まる。

e) オフィス床面積と発生交通量

地点 o の発生交通量 O_o は、その地点のオフィス床面積 A_o と以下の関係で表されると仮定する：

$$O_o = \gamma A_o + B_o \quad (2.8)$$

ここで、 γ は（地点によらない）床面積当りの発生交通量原単位、 B_o は地点属性に依存した（床面積では説明できない）発生交通量である。

交通量および住居立地は、以上の条件式(2.1)-(2.8)が同時に成立した均衡状態 [LTE] として求められる。

2.2 最大立地容量問題の定義

ネットワーク上の各リンクには交通容量の制約がある。従って、各地点でのオフィス面積 $\{A_o\}$ を過大に与えると、2.1 で示されたモデル [LTE] には解が存在し得なくなる。本研究で考察する問題は、[LTE] の

解が存在するために許容される限界のオフィス面積パターン $\{A_o\}$ を求めることである。以下では、これを、最大(オフィス)立地容量パターンと呼ぶ。

3. 最大立地容量問題の解法

3.1 利用者均衡条件下での最大 OD 交通量問題

著者等は ([1])、交通ネットワーク均衡条件下で最大限流れうる OD 交通量パターンを求める問題を考察し、次のような解法を示している（詳細は [1] 参照）。

まず、図 1 のように、分析対象のオリジナル・ネットワークの各 OD ペアに非常に大きな値の一定コスト $\bar{u}_{od}$ を持つダミー・リンク（“超過需要リンク”）を付加した変換ネットワークを考える。そして、その変換ネットワークに固定 OD 交通量 $\bar{q}_{od}$ を利用者均衡配分することを考える。ここで、 $\bar{q}_{od}$ は想定される最大 OD 交通量よりも大きな値の適当な定数。すると、その均衡配分の結果オリジナル・ネットワーク上に流れる OD 交通量が求めたい最大 OD 交通量であり、オリジナル・ネットワークに流れきらない OD 交通量は、ダミー・リンクに“超過需要” e として流れることになる。すなわち、均衡条件下での最大 OD 交通量問題は、変換ネットワーク上での固定需要型の均衡配分問題となる。

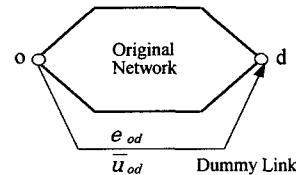


図 1 超過需要リンクを付加したネットワーク

この方法は、前提とする交通量モデルが（片側制約の）変動需要型均衡配分の場合にも容易に拡張できる。例えば、分布交通量モデルを生じた発生交通量制約つき利用者均衡配分の場合で考えよう（ここで求めるべき変量は“最大発生交通量”である）。このモデルは、図 2 のような変換ネットワークを考えると、起点 o からダミー・ノード o' へ“OD 交通量”（もとのネットワークでの発生交通量） G_o が流れる固定需要型の均衡配分とみなすことができる（ただし、ダミー・リンク $d \rightarrow o'$ には、もとのモデルの需要関数に相当する“リンク性能関数”を設定する）。従って、図 2 の変換ネットワークに起点 o から o' へ流れる超過需要リンクを付加し、そのリンクのコストを一定の非常に大きな値 $\bar{u}_o$ とし

たネットワーク（図3）を考え、 $\{oo'\}$ をODペアとする固定需要型の均衡配分を行えば、最大発生交通量が求められる。

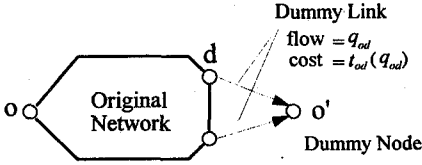


図2 固定需要型配分への変換ネットワーク

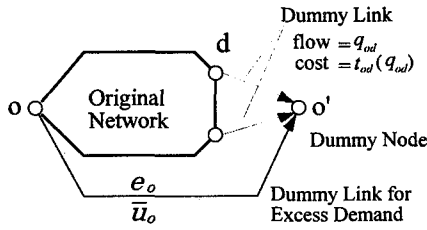


図3 最大発生交通量問題用の変換ネットワーク

3.2 交通・立地均衡モデルの等価最適化問題

2.1のa)-e)で示したモデル[LTE]は、以下の最適化問題と等価である（証明は、[2]のモデルの証明とほぼ同様ゆえ省略）：

$$\text{Min. } F(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \mathbf{y}) = \left\{ \sum_{ij} \int_0^{q_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \frac{1}{\xi} \sum_{od} q_{od} (\ln q_{od} - 1) \right\} / \alpha \\ + \sum_{d} \sum_{m=0}^1 c_{dm} y_{dm} + \frac{1}{\gamma} \sum_d \sum_{m=0}^1 y_{dm} \ln y_{dm} \quad (3.1)$$

subject to (2.1),

$$\gamma A_o + B_o = \sum_d q_{od} \quad \forall o \quad (3.2)$$

$$D_d = y_{d0} + y_{d1} \quad \forall d \quad (3.3)$$

$$y_{d1} = \sum_o q_{od} \quad \forall d \quad (3.4)$$

$$q_{od} = \sum_r f_r^{od} \quad \forall od \quad (3.5)$$

$$f_r^{od} \geq 0 \quad \forall r, od \quad (3.6)$$

3.3 最大立地容量問題のためのネットワーク変換

立地・交通均衡モデル[LTE]は、以下に述べるようなネットワーク変換を考えれば、変動需要型均衡配分と同様に扱うことができる。そのために、まず、目的関数式(3.1)の第二行（住宅供給モデルに関する項）を住宅供給関数(2.6)の（ y_{d1} に関する）逆関数の積分として表そう。すなわち、式(3.1)は、住宅供給逆関数：

$$Y_d^{-1}(y_{d1}) \equiv -\frac{1}{\gamma} \ln \left\{ \frac{y_{d1}}{D_d - y_{d1}} \right\} - (c_{d1} + c_{d0})$$

を用いると、

$$\text{Min. } F(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \mathbf{y}) = \left\{ \sum_{ij} \int_0^{q_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \frac{1}{\xi} \sum_{od} q_{od} (\ln q_{od} - 1) \right\} / \alpha \\ - \frac{1}{\beta} \sum_d \int_0^{y_{d1}} Y_d^{-1}(\omega) d\omega \quad (3.7)$$

と書き直される。さらに、

$$W_d(y_{d1}) = Y_d^{-1}(D_d - y_{d1}) \quad \forall d \quad (3.8)$$

とおけば、住宅供給モデルに関する項は、 y_{d1} に関して単調増加な“リンク性能関数”の積分とみなすことができる。そこで、式(3.8)のような“リンク性能関数” W_d とリンク容量 D_d を持つダミーリンクが各居住地 d ごとに付加された変換ネットワーク（図4）を考えよう。すると、供給住宅数 y_{d1} を通常のリンク交通量と同様の変数として扱うことができ、交通・立地均衡モデル[LTE]は、発生交通量制約付きの変動需要型利用者均衡配分の形式に帰着することがわかる。

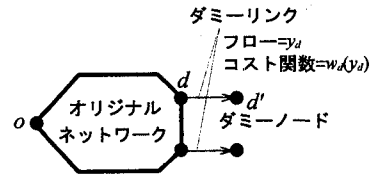


図4 変動需要型配分問題への変換ネットワーク

結局、上のようなネットワーク変換と3.1で述べた最大発生交通量問題の解法を組み合わせれば、最大立地容量が求められることがわかる。

4. 一意的な解の決定法

4.1 最大立地容量問題の解の一意性

3節での考察結果から、最大立地容量問題は、以下の最適化問題として表現することができる：

[MCP-LTE]

$$\text{Min. } \bar{F}(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \mathbf{y}, \mathbf{e}) = F(\mathbf{x}, \mathbf{q}, \mathbf{y}) + \sum_o \bar{u}_o e_o / \alpha \quad (4.1)$$

subject to (2.1), (3.3)-(3.6),

$$\bar{G}_o + e_o = \sum_d q_{od} \quad \forall o \quad (3.2')$$

$$e_o \geq 0 \quad \forall o \quad (4.2)$$

ここで $\bar{G}_o$ は勤務地 o での最大発生交通量よりも大きな適当な定数（最大発生交通量問題を解く際に、変換ネットワークの勤務地 o から o' へ流す固定的需

要), e_o は勤務地 o からの超過発生交通量. 目的関数の第二項は, 3.1 で述べた最大発生交通量問題用の変換ネットワークにおける超過需要リンクに対応するものである. なお, 問題[MCP-LTE]では, 明示的に最大オフィス立地容量 $\{\bar{A}_o\}$ が未知変数とはなっていないが, この問題を解いて最大発生交通量あるいは最大OD交通量が与えられれば,

$$\bar{A}_o = \frac{1}{\gamma} \left(\sum_d q_{od} - B_o \right) \quad (4.3)$$

により, $\{\bar{A}_o\}$ を求めることができる.

さて, 問題[MCP-LTE]の目的関数は, リンク交通量 x , OD交通量 q , 供給住宅数 y については狭義凸であるが, 超過発生交通量 e に関しては線形である (凸ではあるが狭義凸ではない). 従って, (ある超過発生交通量パターン e をかりに所与とした条件下では) (x, q, y) は一意的に求められるが, 最大発生交通量 (最大オフィス立地容量) については一意的に求めることができない.

4.2 一意的な最大立地容量の決定法

[1]では, 最大OD交通量問題の研究において, 本稿の問題と同様, 計画目標パターン情報を外生的に与えることによって妥当な解を一意的に決定する方法が提案されている. 本稿の最大立地容量問題においても, それと全く同様の方法を考えることができる. すなわち, 上位問題を, 「外生的に与えられる (計画目標) オフィス立地パターン $\{\hat{A}_o\}$ に分布形状が最も似た最大オフィス立地容量パターン $\{\bar{A}_o\}$ を求める」, 下位問題を[MCP-LTE]とする二段階最適化問題[MCP-LTE-Uni-B]:

$$\text{Min. } Z(\bar{A}) = \sum_o \bar{A}_o \ln(\bar{A}/\hat{A}_o) \quad (4.4)$$

subject to [MCP-LTE]

を解けばよい. 問題[MCP-LTE]では, 最大オフィス立地パターン $\{\bar{A}_o\}$ は一意的に決まらないが, 目的関数 F の最適値 $\bar{\eta}$ は一意に決まる. このことを用いると, 問題[MCP-LTE]の目的関数を不等式制約で置き換えることができ, 二段階最適化問題[MCP-LTE-Uni-B]は, 次のような一段階の最適化問題[MCP-LTE-Uni-S]:

$$\text{Min. } Z(\bar{A}) = \sum_o \bar{A}_o \ln(\bar{A}/\hat{A}_o) \quad (4.5)$$

$$\text{subject to } \bar{F}(x, q, y, e) \leq \bar{\eta} \quad (4-6)$$

and 式(3-2'), (3-3)-(3.6), (4-2)

の形に書ける. ここで, $\bar{\eta}$ の値は問題[MCP-LTE]を

一度解いておけば一意的に求められるから, 上の問題[MCP-Uni-LTE-S]では所与の定数である. この問題は, 凸許容領域で狭義凸な目的関数をもつ問題であるので, その解および制約式(4-6)のLagrange乗数最適値 λ^* は一意的に決定される. また, この問題は, 部分双対化法 ([5]) を用いれば, 各繰返して解く問題は, 変動需要型の利用者均衡配分と同様の構造の問題となるため, 比較的容易に解くことができる.

なお, 上位問題の目的関数は, モデル利用の文脈に応じて適当な関数を設定すればよい (式(4.4)はあくまでも典型例である). ただし, $\{\bar{A}_o\}$ に関する狭義凸関数でなければ, 解の一意性を保証できないことは言うまでもない.

5. おわりに

交通・住居立地均衡モデルと容量制約のある交通ネットワークの条件下でオフィスの最大立地可能量を求める問題を数理的に定式化し, その解析法, 効率的な解法を示した. 本稿では, 通勤交通のみを前提とした問題設定を行ったが, 業務交通等を考慮した同様の解析も重要であろう. また, 本稿では, 住宅供給条件等がオフィス最大立地容量に与える影響がモデル上は考慮されているものの, その関係を明示的に解析するまでには至らなかった. これらの点については, 今後の課題としたい.

参考文献

- [1] 赤松隆・宮脇治, “利用者均衡条件下での交通ネットワーク最大容量問題”, 土木計画学研究・論文集, No.12, pp.719-729, 1995.
- [2] 赤松隆・半田正樹, “Nested LOGIT型交通・住居立地統合均衡モデルとその効率的解法”, 土木計画学研究・論文集, No.13, pp.279-288, 1996.
- [3] 飯田恭敬・平本健二, “道路網計画と土地利用パターンの整合に関する考察”, 土木学会論文報告集, No.291, 119-128, 1979.
- [4] 柏谷増男・朝倉康夫, “道路ネットワークの最大容量から見た都市開発基準の指標化に関する研究”, 平成2・3年度文部省科学研究費研究成果報告書, 1992.
- [5] L.J.LeBlanc and K.Farhargian, “Selection of a trip table which reproduces observed link flows”, *Transpn.Res.* 16B, 83-88, 1982.
- [6] 栢谷有三・斉藤和夫, “道路網容量から見た土地利用活動の立地配分”, 交通工学, Vol.22, 9-20, 1987.

本研究は、容量に制約のある一般的な交通ネットワークを前提として、通勤交通発生の原因となる都心オフィスの最大立地可能量を求める問題を考察したものである。この問題を議論するためには、オフィス立地量と交通ネットワーク上の通勤交通需要量との関係を知った上で、各リンクにおける交通容量と需要量を比較する必要がある。本研究では、このメカニズムを交通ネットワーク・住居立地均衡モデルによって内生化した上で、問題を数理的に定式化し、その問題特性の解析および現実的交通網でも実行可能な計算法の開発を行った。

**Feasible Office-Location Patterns which Ensure the Existence of
the Combined Transportation Network and Residential Location Equilibrium**

by Takashi Akamatsu and Masaki Handa

This paper considers the problem of finding the feasible office-location patterns subject to the capacity constraints of transport networks. We first construct the combined transportation-location equilibrium model to represent the transportation demands on networks induced by office-locations in CBDs. We then define the mathematical problem of finding the feasible office-location patterns which ensure the existence of the combined equilibrium. By utilizing the network transformation technique, we show that the problem reduces to finding the maximum OD demands under the Wardrop equilibrium constraints. Finally, we develop an efficient algorithm for obtaining a unique solution, which can be applied to large-scale networks.
