【土木計画学研究・論文集 No.14 1997年9月】

AHPとロジットモデルの関係
Relationship between AHP and Logit Model

尾崎都司正** 木下 栄蔵***原 敬****
Toshimasa OZAKI Eizo KINOSHITA and Kei HARA

1. はじめに

大阪湾では、関西国際空港の建設に伴って多数の地域開発プロジェクトが計画・推進されたが、バブル崩壊後は、景気が後退し、計画の凍結・見直しに迫られている。開発プロジェクトにおける推進の可否や、施設の過大・過少設計を回避するには、各施設の需要量を把握することが必要である。総需要量は社会経済の指標等でマクロ的に押さえられるが、個々の施設の需要量は、人の意思決定に関わるため把握が難しく、需要量分配の簡便な質的選択手法[1]が必要とされている。

利用者の質的選択を扱うツールのなかで、取扱いが簡単なロジットモデルが交通行動分析等に利用されているが、極限分布の仮定は恣意的という印象が免れない[2),3)]。また、データの入手に多大な費用を要するだけでなく、事前に因子情報を得る困難さを抱えている。

一方、独自に発展してきた簡便な意思決定方法であるAHP[4)]は、効用比の表現の域にとどまっている。本稿は、意思決定におけるAHPとロジットモデルの関係を情報エントロピーを介して検討した。

2. 従来のロジットモデルの誘導法

*キーワード AHP、Logit、情報エントロピー
** ㈱関西新技術研究所
(京都市下京区、京都リサーチパーク)
TEL 075-322-6826 FAX 075-322-5733
***正員、工博、名城大学 都市情報学部
(岐阜県可児市虹ケ丘)
TEL 0574-69-0100 FAX 0574-69-0155
****工博、同志社大学 工学部
(京都府京田辺市)
TEL 0774-65-6491 FAX 0774-65-6802

意思決定状況をロジットモデルで説明しようとする試みは、1960年代から行われていた[5)]が、意思決定を確率効用理論と明確に関連づけたのがMcFadden[6)]である。土木計画学の分野でも、ロジットモデルは交通量配分における人の交通行動分析の理論[7)]として重要な位置を占め、McFaddenの導出方法以外にもいくつかの方法や解釈が提案されている。

(1) McFaddenのモデル[6)]

意思決定論では、その選好関係をあらわす尺度として効用値がよく用いられる。McFaddenは、m個の選択肢に対して、選択肢 i からの効用値 U_i を観測可能な効用値 V_i (確定項)と観測できない効用値 e_i (確率項) に分け、後者はその確率密度 $\lambda(e_i)$ が式(2)に従い、互いに独立であると仮定している。

$$U_i = V_i + e_i \quad \cdots\cdots (1)$$

$$\lambda(e_i) = \exp(-e_i)\exp\{-\exp(-e_i)\} \quad \cdots (2)$$

選択肢 i が選ばれる確率 P_i は、式 (2) を用いて効用値 U_i を最大化することにより、式(3)で表すことができる。

$$P_i = \mathrm{Prob}(V_i + e_i > V_j + e_j; j \neq i) = \frac{\exp V_i}{\sum_{j=1}^{j=m} \exp V_j} \quad \cdots\cdots (3)$$

しかし、この誘導方法では式(2)の仮定が明示的でない。Beilerら[8)]もロジットモデルを誘導しているが、経路所要時間を式(1)のように確定項と確率項に分け、後者にWeibull分布を用いて導出しているところから、本質的にMcFaddenの方法と同じといえる

(2)宇野による選択モデル[3)]

宇野は、一対比較に基づき関数方程式を用いて経路選択モデルの一般化を行い、特殊な場合がロジッ

トモデルであることを誘導している。

任意の2つの選択肢（経路）i, jに対して次式を仮定する。

$$\frac{P_i}{P_j}=f(V_i,V_j) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (4)$$

適当な効用関数$G(V_i),G(V_j)$を導入することにより、式(4)の関数が$f(V_i,V_j)=exp(G(V_i)-G(V_j))$で表され、ロジットモデルと同形を得ている。しかし、この誘導法は関数の展開が厳密であるが、意思決定者の選択行動に関する説明は弱いようである。

(3)Holmanらの研究[9)]

HolmanとMarleyはLuceの理論あるいは選択公理[16)]のもとでロジットモデルが導出できることを示している。形式的には宇野の方法と同じく、指数対数変換により誘導するものである。従って選択肢iよりも選択肢jが選択されるという関係が明示的でない。

(4)Dialのモデル[10)]

いくつかの経路を選択肢とした経路選択は走行時間の短い経路ほど選択率が高くなるという原則に基づき行われる。このとき、経路の取り上げ方が重要であり、Dialは選択経路上で後戻りが起こらない経路を効率的経路と定義して、交通量配分の方法がロジットモデルになることを示している。

いま、OD交通のある区間で経路iを選択する経路選択率は、リンク尤度をもとにγを係数、経路の時間をtとすると次式が誘導される。

$$P_i=\frac{exp(-\gamma t_i)}{\sum_{j=1} exp(-\gamma t_j)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (5)$$

この方法は人の行動として、短い経路ほど選択率が高くなるという仮定がなされているが、直接意思決定における効用を用いていない誘導法である。

(5)情報理論的なアプローチ

ある制限条件における情報エントロピーの最大化はエントロピー・モデルとよばれ、ロジットモデルはこのモデルから形式的に誘導できることはよく知られている。国沢[11)]は、期待効用が最大を所与として、このモデルを用いて効用値V_iと一因子情報路モデルにおける容量Wをもとに$\log P_i=-V_i \log W$から、$\frac{V_1}{V_2}=\frac{\log P_1}{\log P_2}$を導出している。しかし、右辺のデータから効用比を求める問題に限定しているため、ロジットモデルにまでに発展していない。

経路の選択に情報エントロピーを適用したのは平原[12)]や香川ら[13)]である。ロジットモデルの誘導には言及していないようであるが、経路選択において平均期待効用の最大化を間接的に示している。Miyagi[14)]は、不確実性下に置かれている危機回避的な個人の期待効用を最大化することにより、ロジットモデルを誘導している。

宇野の関数論による誘導法など交通量配分理論関するわが国の先駆的な研究もあり、ロジットモデルは、いまや交通行動分析の理論と実務に広く定着している。しかし、Miyagiのような行動理論的解釈は比較的少ない。個人は選択可能なもののなかから最大の効用を与える選択肢を選ぶとした行動原理からエントロピー・モデルを捉え、従来の研究との対比を示した研究は少ないようである。

3．情報エントロピーによる選択モデルと既往研究との対比

(1)個人の選択行動の記述

McFaddenの方法は、従来のロジットモデルの誘導法の中では数理的記述に優れている。しかし、人が意思決定を行う場合には、気まぐれもあり効用値の大小関係だけで選択確率を表すことはできないとして仮定した二重指数分布に対して種々の研究者から根拠の曖昧性が指摘されている。[2),3)]

意思決定者が選択肢を選択する状況に情報科学により開発されてきた情報エントロピーによる方法論を適用することは、不確実性を伴った意思決定におけるメカニズムを明らかにする上で有用であると考える。

今、m個の選択肢のなかで、意思決定者がいずれか1つの選択肢を選定する状況を考える。意思決定者が選択肢iを選ぶ確率をP_iとすると、次式が成立

する。

$$P_1 + P_2 + \cdot\cdot + P_i + \cdot\cdot + P_m = 1 \quad \cdots (6)$$

意思決定者が選択肢を選択するという行為の不確実性は、情報エントロピー理論を用いて次式であらわされる。

$$H = -\sum_{i=1}^{m} P_i \log P_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

このとき、意思決定者が選択肢 i から得る情報量は$-\log P_i$であり、式(7)はm個の選択肢から得られる情報量の期待値となっている。すなわち、情報量Hが意思決定者に伝えられると、不確実性が解消することになる。

平原[12]は事象の起こる確率の高いほど情報の価値が低く、確率の低いほど情報の価値は高いとして経路選択に情報エントロピーを導入した。確率の低いほど情報の価値が高いことは、不確実性の解消のために多くの情報量を必要とするところから、経路選択に対して情報エントロピーによるアプローチが可能である。しかし、平原は式(7)の期待情報量を経路の平均所要時間で割った単位平均所要時間あたりのエントロピー最大化の問題にとどまっている。これに対して、香川ら[13]はこの単位エントロピーの最大化は、経路選択の効率的な配分を与えるとして、平均所要時間や経路の平均コストが最小、すなわち効用が最大の考え方を導入した。一般に効用は費用や時間の他、種々の要素が含まれ、意思決定における重要な行動原理である。エントロピー・モデルからロジットモデルが形式的に誘導できるが、明示的に行動原理を解釈したものは見当たらないようである。

Von Neumann ら[15]は、いくつかの公理から出発し、不確実性のもとでの意思決定にとって、最も合理的な原理は平均期待効用値の最大化であることを導いている。この Von Neumann による平均期待効用値の最大化を意思決定に適用することは、香川らの研究の意義を明らかにする上でも妥当と考えられる。

従って、平均期待効用値をEとし、その変分をとると次式を得る。

$$\delta E = \sum_{i=1}^{m} V_i \ \delta P_i = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

エントロピーが最大となるとき、選択行動が行われると考えてもよい。

$$\delta H = \delta \left(-\sum_{i=1}^{m} P_i \log P_i\right)$$
$$= -\sum_{i=1}^{m} (\log P_i + 1)\, \delta P_i = 0 \quad \cdots (9)$$

P_iの変化は独立でなく式(6)に従うと考えられるから、

$$\sum_{i=1}^{m} \delta P_i = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

となる。式(8)、式(10)に未定の定数α、βを乗じ、式(9)に加えると

$$\sum_{i=1}^{m} (-\log P_i + \alpha^* + \beta V_i)\delta P_i = 0 \quad \cdots\cdots\cdots (11)$$

が得られる（但し$\alpha^* = 1 + \alpha$）。任意のδP_iに対して上式が成り立つためには括弧内が0でなければならない。

$$\log P_i = \alpha^* + \beta V_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

式(12)は効用値 V_i と選択確率 P_i との関係を規定する式であり、選択確率の対数は Von Neumann が拡張した基数的効用値に相当する。意思決定者は、種々のファクターにもとづき、効用が大きい選択肢を選択するのが現実的であり、$\beta > 0$ でなければならない。式(8)をβで除しても結果は変わらないから、$\beta = 1$とし、式(12)より次式を得る。

$$P_i = \exp\alpha^* . \exp V_i \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

この式(12)を式(6)に代入して式(3)を得ることができる。式(12)あるいは式(13)は選好を規定する効用関数の存在を示すと同時に、効用値により選択確率が一義的に規定されることを示している。

ところで、McFadden の誘導法における式(2)は、ロジットモデルの誘導だけに必要であると考えられてきた[2),3)]。しかし、$q = \exp\{-\exp(-e_i)\}$ とすると、q は累積分布関数で、$\lambda(e_i)$は確率密度関数になる。また、エントロピー関数 H(q) は、

$$H(q) = -q \log q = \exp(-e_i)\exp(-\exp(-e_i))$$
$$= \lambda(e_i) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

より$\lambda(e_i)$となり、McFadden の方法とエントロピー・モデルとの関係が推定できる。McFadden が導入した効用値の変動項は、$V_i - V_j > e_j - e_i$ に制約されるが、確率密度関数はエントロピー曲線を互いに独立で動く。その結果、ロジットモデルは$e_j - e_i$が$V_i - V_j$を下回る割合として誘導される。これに対してエントロピー・モデルでは確率Pの分布状況が与

えられていないが、確率Pによるエントロピー曲線の中で、極値となる鞍点のうち、平均期待効用値が最大となる鞍点を探索する。その動きを微分法で表現する必要が生じたためと考えられる。

本誘導法は、効用すなわち満足度が最大で、自由意思に従った選択行動がロジットモデルとなり、多少とも恣意的に関数が選ばれているという印象が免れない「二重指数分布」で表示された密度関数 $\lambda(e_i)$ もエントロピーと同じであることが明らかにされた。

本誘導法による行動論的解釈は、平原[12)]や香川ら[13)]の研究を補完するだけでなく、誘導の過程の式(13)から宇野の式(4)も容易に得られるなど、既往の研究も確認できる。

(2)集計ロジットモデル

前節では、個人の意思決定プロセスは情報エントロピーが最大でかつ平均期待効用値も最大化の過程として記述でき、その結果がロジットモデルとなることを扱った。本節では、さらに個人の意思決定に関するロジットモデルを集団の意思決定モデルへと拡張する。

結論的には、集団を代表する個人の意思決定モデルに帰結するはずであるが、前節で扱ったエントロピー・モデルの妥当性の検証になるところから、その確認も含めて、集団の意思決定について検討する。

k番目の人の選択肢 i に対する効用を V_{iK}、それを選択する確率を P_{iK} でそれぞれ表示すると、式(6)～式(10)の関係は集団の各意思決定者すべてに適用できる。集団全体としてみた選択肢 i の選択確率を X_i とすると、各個人の選択肢 i に関する情報量の総和が集団全体の選択確率 X_i に関する情報量で代表される。

$$-(1/N)\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}P_{ik}\log P_{ik}=-\sum_{i=1}^{m}X_i\log X_i \quad\cdots\cdots(15)$$

それぞれの変分をとると、

$$-\sum_{k=1}^{N}\delta H_k=-N\sum_{K=1}^{N}(\log X_i+1)\delta X_i=0 \quad\cdots\cdots(16)$$

となる。一方、各個人の平均期待効用値については、

$$\sum_{k=1}^{N}E_k=\sum_{k=1}^{N}\sum_{i=1}^{m}V_{ik}P_{ik}=N\sum_{i=1}^{m}U_iX_i \quad\cdots\cdots(17)$$

となる期待効用値 U_i（集団全体から見た効用値にあたる）を導入すると、式(15)は $X_i=(1/N)\sum_{k=1}^{N}P_{ik}$ と近似できるので、系全体の平均期待効用値の和の微小変化 δE_k は次式で表せる。

$$\sum_{k=1}^{N}\delta E_k=N\sum_{i=1}^{m}U_i\delta X_i=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

また、

$$\sum_{i=1}^{m}\delta X_i=0 \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

であり、再度ラグランジュの未定乗数法を用いると、式(12)と同様に $\log X_i=\alpha+\beta U_i$（$\alpha$、$\beta$ は未定常数）が得られる。従って、前節と同様に $\beta=1$ とすると、式(3)が誘導され、集団でもロジットモデルが成立する。

なお、集団での選択確率は、ロジットモデルによる個人の選択確率を加算した集計値であり、集団の場合を集計ロジットモデルと呼ぶことにする。

4．集計ロジットモデルとＡＨＰモデル

(1)ＡＨＰモデル[4)]

順序づけを必要とするm個の選択肢に対して、ＡＨＰによるプライオリティ付けができる。「評価項目 j と比べて評価項目 i がどのくらい重要であるか」という一対比較法により評価 a_{ij} を決める。最終的なウエイトを $V^t=(V_1\ V_2\ V_3\ \cdots\cdots V_n)$ とし、ペアマトリックスを $A=(a_{ij})$ とする。ただし、a_{ii}=1、a_{ij}=1/ a_{ji} である。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1j} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ij} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & \cdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nj} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_j \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_j \\ \vdots \\ v_n \end{pmatrix} \quad (20)$$

このとき、上式は $(A-\lambda\cdot I)\cdot V=0$ として表すことができ、$V\neq 0$ が成り立つためには λ が固有値にならなければならない。RankA＝1であるから固有値 λ_i (i=1, 2, ‥ , n)は1つだけが非零で他は零となる。$tr(A)=\lambda$ であるから、ただ１つ零でない λ を λ_{max}

とする。行列Aの最大固有値に対する固有ベクトルの成分の総和を1になるように正規化することによって最終的な値が算出される。

この最終的なウェイトVは、選択者個人の効用を数値化し、相対的な大きさを表したものと考えられる。P.ネイカンプ[1]もAHPは効用値の比較であり、その効用関数形はλをウエイト、ω_{ij}を評価対象の各特性として、次のように示している。

$$W_i = \lambda_1 \omega_{i1} + \lambda_2 \omega_{i2} + \cdots = \sum_{j=1} \lambda_j \omega_{ij} \quad \cdots(21)$$

従って、以下では効用値を正規化したものを「AHP（評価）値」と呼ぶこととする。なお、実際に状況が複雑になるほど意思決定者の答えが整合しなくなる。このときλ_{max}がn以上になることがSaatyの定理より明らかにされている。その首尾一貫性の尺度として

$$C.I = \frac{\lambda_{max} - n}{n-1} \qquad (22)$$

を整合度[4]とする。行列Aが完全な整合性をもつ場合はこの値は0であり、それが大きくなるほど不整合性は高いとみる。Saatyは経験則からC.Iの値が0.15以下であればほぼ整合性があるものとみなしてよいと提案している。個人の評価a_{ij}を幾何平均することにより、集団によるAHP値を得ることができる。

(2)集計ロジットモデルとAHPモデルとの関係

集計ロジットモデルにおける効用関数の最も簡単な形は、個人に関するロジットモデルと同じく選択肢iのj番目の特性値Z_{ij}を用いて次のように表わせられる。

$$U_i = \sum_j \beta_i Z_{ij} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (23)$$

一方、上の集計ロジットモデルと効用関数形が同形となるAHPでは、評価対象と、評価対象の各特性をそれぞれ一対比較をすることにより得られ、AHPによる正規化した効用比は次のように表される。

$$v_i = \frac{W_i}{\sum_{i=1}^{n} W_i} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (24)$$

ところで、Luceの定理[16]によれば、評価対象の集合から評価対象iを選択する確率は効用値U_i^*を用いて次のように表される。

$$P_i = \frac{U_i^*}{\sum_{i=1}^{n} U_i^*} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (25)$$

Luceが示した効用値U_i^*は、いかなる量であるかが定められていない。$U_i = \log U_i^*$なる指数対数変換を式(25)に代入し、Luceモデルと集計ロジットモデルの関係を形式的に表すことができる。もし、AHP値がLuceモデルと同じく確率を表すならば、AHPと集計ロジットモデルの効用関数が同じパラメータをもつ線形効用関数であり、この両者の比例関係から集計ロジットモデルの効用値を推定することができる。

AHPでは用意されたカテゴリー(例えば「同じくらい重要」、「やや重要」、「かなり重要」など)に従って、複数人に判断させる。この作業を通し、本来は明確化することが困難である個人の価値判断の定量化が一対比較を繰り返すことで可能になる。この値は個人の効用値を相対比率で表現した効用比であり、値の大きいほど選択する可能性が高く、選択確率を表現するものとみなすことができる。そこでAHP値を用いて集計ロジットモデルの効用値の推定を考える。

AHP値v_iと集計ロジットモデルの効用関数U_iが同じパラメータをもつ線形効用関数であり、$U_i = kv_i$とすることができる。従って、AHP値と集計ロジットモデルの関係を次式で表すことができる。

$$\frac{\exp kv_i}{\sum_{j=1}^{m} \exp kv_i} - v_i = 0 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (26)$$

$$(i = 1, 2, \cdots, m)$$

上式は、AHP値がロジットモデルの代用となるだけでなく、ロジットモデルにおける線形効用関数のパラメータ推定を簡便に行う方法を提供するものでもある。通常、線形効用関数をもつロジットモデルの効用関数を推定する場合、効用関数のパラメータをアプリオリに与えて、その適否を検定する。しかし、効用関数が線形であっても、ロジットモデルは非線形であり、効用関数のパラメータ推定は簡単ではない。しかし、事前に得たAHP値の効用関数形から、そのパラメータを推定することが可能と

なる。

(3)シミュレーションによる近似解kの算出

ファクターkを解析的に誘導することにより、その存在を確認することが必要であるが、式(26)を解析的に誘導することは難しい。しかし、AHP値によって集計ロジットモデルの効用値を推定する場合には、少なくとも事前にAHP値を得ていることが前提である。式(26)は非線形であるが、事前に得たAHP値をもとに、十分な精度で近似解kを得ることができるならば、AHPと集計ロジットモデルとの結合を実証したと考えても支障がない。そこで、m個の評価対象に対するAHP値v_iは次式を満たすことから、その集団を乱数を発生して事前に得る。

$$\sum_{i=1}^{m} v_i = 1 \quad 0 < v_i < 1 \quad \cdots\cdots\cdots \quad (27)$$

なお、この式を満たすランダムな効用比を作るにあたり、線形合同法を用いた。選択肢 m(3≦m≦20)に対するm個のAHP値をもとに式(26)のkを求める。事前に得られたm個のAHP値から、最大値および最小値を v_{max} 、v_{min} と標準偏差σをもとに4つの説明変数を用いてkを対数線形による回帰式で近似することとした。

v_{min} についてはt値が 1.7 程度であり他の変数と比較して小さいが、自由度が大きく両側 10%の検定で棄却できないことにより、十分に説明に足ると考えられる。

この回帰式は表1に示したように決定係数 0.989630 であり、近似式として用いても支障がないと考えられる。

$$k = 2.72536\ m^{0.500832} \cdot \sigma^{0.672027} \cdot v_{max}^{-1.191172} \cdot v_{min}^{0.004791} \quad \cdots\cdots\cdots (28)$$

5．実データによる両モデルの結合の検証

(1)ロジットモデルによる選択確率

開発プロジェクトとしてアミューズメントプロジェクトを対象にし、需要量推定のもととなる集客確率を既設のアミューズメント施設に適用してロジットモデルにおける効用関数のパラメータを検証する。

表1. 回帰分析結果

回帰統計			
重相関 R	0.994802		
重決定 R2	0.989630		
標準誤差	0.040278		
観測数	180		
	係数	標準誤差	t値
m	0.500832	0.016793	29.823930
σ	0.672027	0.031914	21.057295
Vmax	-1.191172	0.027435	-43.418280
Vmin	0.004791	0.002799	1.711546

平成2年2月によく知られた代表的アミューズメント施設の選好データ(近畿圏の成人 1024 人に対するアンケート調査)をもとにして、各機能を組み合わせ既存の施設に対する選択確率を個人のロジットモデルにより推定した。

(a)パラメータの推定

ロジットモデルにおける人の満足度については、因子間の交互作用がなく、主因子間を線型式であらわすことが一般的であり、アミューズメント施設 i に対する k 番目のプロジェクト特性 Z_{ik} として次式を用いた。

$$V_i = \sum_k \beta_k Z_{ik} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (29)$$

プロジェクト特性のうち、交通時間は近畿圏1024人からWarshall－Floyd法による鉄道の最短経路探索を行い、駅までの所要時間(分)を用いた。入場料は、各施設の料金(円)で、他は施設があれば「1」、無ければ「0」とした。

対数尤度により、表2に示したように、水族館の有無β_1 =1.17023、レストランの有無β_2 =0.18731、入場料金(円) β_3 =0.00009、所要時間(分) β_4 = -0.01086 を得た。

表2. ロジットモデルのパラメータ

パラメータ		係数	t値
水族館の有無	β1	1.17023	49.1530
レストランの有	β2	0.18731	25.6820
入場料	β3	0.00090	1.9843
所要時間	β4	-0.01086	-2.8382

(b)実入場者数

16 のアミューズメント施設への年間の入場者数は、各施設への問い合わせにより実数を把握した。

図１は横軸に実測値、縦軸に表２の係数を用いて集計ロジットモデルによる選択確率を求め、それに年間の総実入場者数にかけて各施設の入場者を推定したものとの対比を示したものである。集計ロジットモデルと総実入場者数とが良好に一致していることから、ロジットモデルの効用関数を線形としたときの係数がこの４つでほぼ表示できると考えられる。

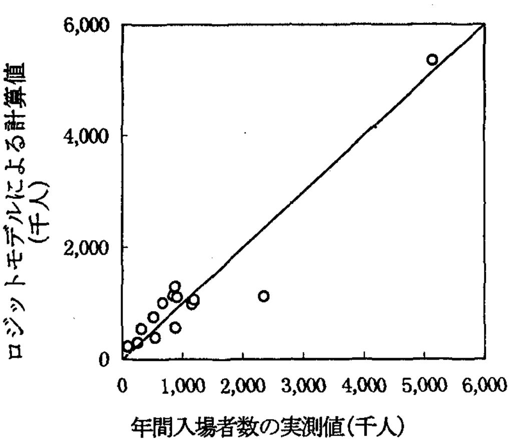

図１．ロジットモデルの適用性

(2)ＡＨＰによるプロジェクトでの集客評価分析

16 のアミューズメント施設の集客評価にＡＨＰを適用する。この評価基準については、アンケートの分析結果をもとに「水族館の有無」、「レストランの有無」、「入場料」、「交通時間」の４つとする。なお、ＡＨＰの線形効用関数におけるパラメータの独立性をみるために、Inner Dependence 法 [17] を用いて従来法との比較を行う。また、対象数が 16 と多く、一対比較は容易ではないので、AM法 [17] (Absolute Measurement Method) を用いた。

(a)従来のＡＨＰモデル [4]

アミューズメントプロジェクトの評価過程を階層構造に分解する。

ただし階層の最上層は１個の要素からなる総合目的である。それ以下のレベルでは意思決定者の判断により、１つ上の要素との関係から決定される。最後に最下層に評価対象となるアミューズメント施設をおく。プロジェクト評価のための階層構造を図２に示す。

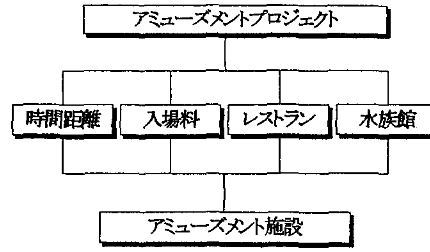

図2. 評価のための階層構造化

また、各レベルのペア比較を行うにあたり、多くの意見を収集するため、開発プランナーによるブレーンストーミング法を採用した。その評価結果が表３である。

表3. 要因間の一対比較

	時　間	入場料	レストラン	水族館	固有ベクトル
時　間	1	4	4	1/4	0.23383
入場料	1/4	1	3	1/6	0.09774
レストラン	1/4	1/3	1	1/9	0.05018
水族館	4	6	9	1	0.61846

$\lambda=4.18977$　CI=0.06326

(b) Inner Dependence 法 [17]

「水族館がもたらす効用」は、アトラクションなど「水族館の機能」とともに、「その場所でしか味わえない雰囲気」や他のパラメータと相互に影響しあうと考えられる。すなわち、要因間には従属性があるとみられ、同一レベルの各要因間の相互影響度を、Inner Dependence 法により求めた。

影響度を表すベクトル　従属性なしの固有ベクトル　従属性を考慮した固有ベクトル

$$\begin{array}{l}\text{交通時間}\\ \text{入場料}\\ \text{レストラン}\\ \text{水族館}\end{array}\begin{bmatrix}0.8333 & 0.1321 & 0.1677 & 0\\ 0 & 0.6181 & 0 & 0\\ 0.1667 & 0.0574 & 0.4836 & 0\\ 0 & 0.1924 & 0.3487 & 1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}0.2338\\ 0.0977\\ 0.0501\\ 0.6184\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0.2162\\ 0.0604\\ 0.0688\\ 0.6545\end{bmatrix}$$

本研究における具体的な一対比較の結果から補正した値は次のとおりである。なお、第１項ベクトルは、相互影響度を4行4列の成分で表し、第2項ベクトト

ルは各因子が独立で従属性がないとした場合の固有ベクトルを表す。

影響マトリックスと各評価項目が独立である場合のプロジェクトの評価値に評価項目間の従属関係を表す値を掛け合わせたものは、集客評価について各項目がどの程度影響を与えるかを表す指標となり、それぞれ時間が20%強、入場料6%、レストラン7%、水族館60%強である。

(c) AM法による評価

次に評価項目ごとに各プロジェクトを評価する。

①交通時間

データが定量的であるので、評価項目 i におけるjプロジェクトの評価値 e_{ij} を与える際にペア比較を行うのではなくて、近畿圏に住む 1024 人に対してアンケートを取り、それぞれの住所の最寄り駅からプロジェクトの最寄り駅までの経路を Warshall-Floyd 法による最短経路探索を行い、駅までの所要時間も加算した。「短いほどよい」という評価を与えるために逆数で表示した。

②入場料

各プロジェクトの料金を用いた。但し、「料金が安いほど効用が大きい」とするため、最大値から各施設の入場料を引いた。

③レストラン、水族館の有無

施設があれば「1」、無ければ「0」とした。なお、①と②についてはプロジェクトの規模による影響を回避するため e_{ij} を i における最大評価値 e_{imax} で割った値 S_{ij} を新たに i における評価値として、全プロジェクトについてのAM法による評価値を求めた。

16個のアミューズメントプロジェクト(施設)に対するAHPによる評価値を、要因間は従来法とInner Dependence法を用い、プロジェクト評価はペア比較でなくAM法を用いて行った。通常の相互影響度の無い場合を「AHP値 (AM法)」とし、影響を考慮したInner Dependence法による場合を「Inner DependenceAHP」とした。これらの評価値と集計ロジットモデルの計算値を表4に示した。

(3)集計ロジットモデルとAHPとの結合結果

AHPと集計ロジットモデルの間の関係を、式(28)による変換をもとに検証する。表4から16個のアミューズメントプロジェクト(施設)に対するAHP値の最大値および最小値は $v_{max} = 0.1997$ 、$v_{min} = 0.0244$ であり、16個のAHP値の標準偏差. $\sigma = 0.0378$ を得る。$m = 16$ であるから、式(28)に代入することにより $k = 8.0879$ を得る。このkから、$U_i = kv_i$ として集計ロジットモデルの効用値を推定して選択確率を求めた。横軸にAHP値を、Inner DependenceAHP値および推定効用値による集計ロジットモデルの計算値を縦軸にそれぞれ●、▲で図3に表示した。また、Inner DependenceAHP値から推定効用値による集計ロジットモデルの計算値を+、比較のために個人のロジットモデルから求めた集計ロジットモデルの計算結果も○で示した。

表4. 計算結果

	施設名	AHP値 (AM法)	Inner Dependence AHP	時間	入場料	レストラン	水族館
1	A Land	0.0651	0.0643	0.784	0.667	1	0
2	B Park	0.0661	0.0648	0.776	0.733	1	0
3	C Land	0.0673	0.0606	1	0.767	0	0
4	D Park	0.0610	0.0608	0.733	0.6	1	0
5	E Land	0.0625	0.0617	0.733	0.667	1	0
6	F Park	0.0439	0.0424	0.299	0.833	1	0
7	G Park	0.0575	0.0545	0.496	1	1	0
8	H Park	0.0517	0.0489	0.383	1	1	0
9	I Land	0.0526	0.0518	0.525	0.7	1	0
10	J Park	0.0244	0.0290	0.264	0	1	0
11	K Land	0.0360	0.0395	0.437	0.133	1	0
12	L Park	0.0488	0.0497	0.548	0.467	1	0
13	M Park	0.0720	0.0713	0.935	0.633	1	0
14	N Park	0.0594	0.0576	0.604	0.833	1	0
15	O Park	0.0322	0.0258	0.284	0.833	0	0
16	P Aquarium	0.1997	0.2173	0.915	0.35	1	1

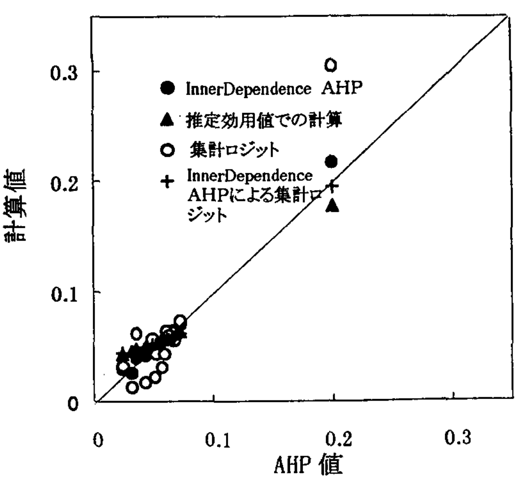

図 3. ロジットモデルとの結合

ＡＨＰ値と、効用値を推定して求めた集計ロジットモデルでの計算値とは１つの施設（P施設）を除いてほぼ45度の直線上に示されている。この45度の直線は式（28）をもとに効用値を推定した集計ロジットモデルでの計算値とＡＨＰ値を対応づけるものとなる。しかし、P施設だけが45度の直線上からかなり乖離していることから、ロジットモデルとの結合が一見難しいとみられる。ところが、ロジットモデルのパラメータを探索する際、「水族館の有無」がかなり寄与し、他のパラメータの影響を打ち消す傾向がみられた。また、平成2年には、花の博覧会が大阪で開催されるなかでP施設がオープンされた状況であり、異常な集客の要因は「水族館の有無」のパラメータのなかに、他のパラメータが隠されていたと考えられる。従って、ＡＨＰ値との乖離は線形効用関数のパラメータの数が見かけ同数でも、実質は合致していないことを示していると考えられる。

平成6年には、異常な集客要因が取り除かれ、P施設の集客は平成2年に比べて3/5近くに落ち着いている。従って、ロジットモデルとＡＨＰモデルのパラメータも同じで、その選択率がほぼ一致していると考えることができる。本稿は、ロジットモデルとＡＨＰモデルの選択率の一致性を実証するため、同じパラメータによる同型の線形効用関数式を与えた。しかしながら、通常、ロジットモデルの効用関数のパラメータ探索は試行錯誤を伴いｔ検定で妥当性を選択する。一方、ＡＨＰでは階層のレベルを多くすることにより、AM法を用いて考えられるパラメータを限りなく採り上げることができ、プライオリティの高いパラメータを選定することができる。従って、ＡＨＰはロジットモデルの線形効用関数におけるパラメータ探索に有用といえる。

なお、Inner Dependence法による影響度を考慮した場合には、若干ばらつきが少なくなっているが、、Inner Dependence法と通常のＡＨＰの評価値との間に大きな差がなく、４つのパラメータはほぼ独立と考えてよい。

以上、結合結果の検証からＡＨＰモデルでも意思決定における一対比較の時点でエントロピーが最大となると考えられる。すなわち、一対比較による重みづけの際に不確実性が最大であり、コンシステンシーが零になれば不確実性が完全に解消されることから、情報エントロピーの側面からみるとロジットモデルもＡＨＰとも同じモデルといえる。ただ、ＡＨＰはロジットモデルと同型の線形効用関数式におけるパラメータの導出方法のみが違うといえる。

６．おわりに

エントロピー・モデルからロジットモデルが形式的に誘導できることはよく知られている。しかし、意思決定の問題から解釈し、従来の研究と対比した研究は少ないようである。本稿では、不確定性下の意思決定に関するNeumannによる平均期待効用の最大化原理を用いて、個人の意思決定に関するロジットモデルが二重指数分布を用いなくても情報エントロピーにより誘導することができ、さらに集団に拡張してＡＨＰモデルとの結合を検討した。

ＡＨＰによるプライオリティづけは選択確率を表すと考えられ、ロジットモデルの効用関数が線形である場合には、ＡＨＰの効用関数と同型になるところから、ロジットモデルにおける線形効用関数のパラメータの選定ができ、ロジットモデルにおけるパラメータ探索に利用できるなど、その用途は広いと考えられる。

参考文献

1) P.Nijkamp and A.Van Delft「*Multi-Criteria analysis and Regional Decision-Making*」, Martinus Nijhoff Social Siences Division, Leiden (1977)(金沢,藤岡訳:多基準分析と地域的意思決定,勁草出版(1989))
2) 森棟 :「社会科学の計量分析,多変量解析の理論と応用」,東京大学出版会, pp.27-44(1987)
3) 宇野 :「関数方程式を用いた経路選択モデルの統一に関する研究」;京都大学学位論文(1985
4) T.Saaty:「The Analytic Hierarchy Process」, McGrou Hill(1980)
5) Cox,D.R.:The Analysis of Binary Data, Chapman and Hall(1970)(後藤・畠中・田崎:二値データの解析-医学・生物学への応用,朝倉書店(1980))
6) McFadden,D.:*Conditional Logit Analysis of*

Qualitative Choice Behavior,Frontiers in Econ ometriics, pp. 15～27, Academic Presspp(1988)
7) 加藤：交通量配分理論の系譜と展望，土木学会論文集, No. 389, pp. 15～27 (1988)
8) Beilner, H.. and Jacobs, F :Probablistic aspect of traffic assignment, Proc. 5th Int. Symp. on the Theory of Traffic Flow and Transportation, Berkeley, pp. 183～194 (1972)
9) Yellott : The Relationship between Luce's Choice Axiom; *Journal of Mathematical Psychology*, Vol. 15, pp. 109～144(1977)
10) Dial, R. B:A probablistic multipath traffic assignment which obviates path enumerration Transpn. Res., Vol. 5, No. 2(1971)
11) 国沢:「エントロピー・モデル」, 日科技連, pp. 36～64 (1991)
12) 平原:道路の利用率の推定について, 第 6 回日本道路会議論文集, pp. 633～635 (1961)
13) 香川・飯田:交通配分に関する情報理論的接近, 第 8 回日本道路会議論文集, pp. 1082～1085 (1965)
14) Miyagi, T:On the stochastic user equilibrium model consistent with the randam utility theory: A conjuugate deal approach, Proc. of the WCTR, pp. 1619～1635 (1986)
15) J. von Neumann and O. Morgenstern: Theory of Games and Economic Behavior, John Wiley & Sons(1964)
16) Luce : 「Individual Choice Behavior」, John Wiley and Sons(1959)
17) 木下 :「AHP手法と応用技術」, 総合技術センター, (1993)

AHP とロジットモデルの関係

尾崎都司正・木下 栄蔵・原　敬

多数の地域開発プロジェクトの計画・推進において、不透明な施設需要量は意思決定の問題として取り扱うことが可能である。しかし、取扱いが簡単なロジットモデルは、データの入手に多大な費用を要するだけでなく、事前に因子情報を得る困難さを抱えている。

一方、独自に発展してきた簡便な意思決定方法であるＡＨＰは、効用比の表現の域にとどまり、ロジットモデル等の他のモデルとの関係が明らかになっていない。

本稿は、ＡＨＰとロジットモデルの関係を検討し、ＡＨＰの効用値がそのまま集計ロジットモデルの選択確率となり、ロジットモデルにおける線形効用関数のパラメータ探索に利用できることを得た。

Relationship between AHP and Logit Model

By Toshimasa OZAKI, Eizo KINOSHITA and Kei HARA

In the regional development projects, estimates of demand can be dealt with asa problem of qualitative response. The inference of demands by the Logit model requires huge expenses to acquire the necessary microdata, and it is difficult to acquire the factor information in advance.

Inferring demands can not be dealt with the AHP model which is a decision-making tool for use under indefinite conditions. This report attempts a combination with the Logit model. The results show that the AHP can be a tool for inferring parameters concerning linear utility function for the Logit model in advance.