【土木計画学研究・論文集 No.13 1996年8月】

構造化プロビットモデルの発展性*

Applicability of Multinomial Probit Models with Structured Covariance*

屋井 鉄雄** 中川 隆広***

By Tetsuo YAI and Takahiro NAKAGAWA

1．プロビットモデルを取り巻く環境変化

1970 年代の非集計モデルの開発当初から，プロビットモデルの持つ構造の柔軟性が高く評価され，プロビットモデルは非集計モデルを代表するモデルの 1 つと考えられた．特に，選択肢集合が大きくても選択肢相互の類似性をパラメータを用いて表現できるため，IIA 特性を有するロジットモデルよりも大きな利点を持つと考えられた．しかし，その期待に反して，その後のパラメータ推定法の改善努力はあまり効果を挙げることが出来ず，1980 年代はロジットモデルの適用と改良とによって交通需要分析が進展してきたことは良く知られている．

選択肢数が少なければプロビットモデルでも推定可能であったが，一方で選択肢間の構造が簡単に仮定できればネスティットロジット(NL)モデルが利用できるため，プロビットモデルの活用が想定される範囲は比較的複雑な問題に限られていった．しかし，多数の選択肢を扱う様な複雑な交通現象は，目的地選択などの他にはあまりなく，目的地選択モデル自体が都市内交通では十分に実用化出来なかったこともあって，プロビットモデルの推定に関する技術開発のモチベーションはあまり大きくならなかったと考えられる．

たとえば，マーケティング科学(MS)の分野で多数の商品間での選択問題を扱う場合，商品の中には類似品が多くあり，ロジットモデルによる分析が妥当ではない場合も多い，この様なことから MS 分野等では多数の選択肢を扱うモデル化のニーズがあったことは事実であろう．この様な経緯で 1980 年代後半になってプロビットモデルのパラメータ推定法が McFadden(1989)の研究あたりを契機として再び計量経済の分野で進展し始めた．

従来のパラメータ推定法の精度や効率を大幅に上回る方法が開発されて今日に至っている．これらの成果によって多数の選択肢を有する条件であっても，パラメータ推定が容易になりつつあるが，もし選択肢数が少なく，しかもプロビットモデルを利用する必要性が高い状況では，既にほとんど障害もなくパラメータ推定が行えると考えて良い．

2．交通ネットワーク上の選択行動モデルの要件

わが国の大都市圏のように，鉄道ネットワークが高密度に張り巡らされている状況を考える．ここに新しい鉄道の整備がなされるとして，旅客の選択経路の変化をどの様に予測し，また新線整備の効果をどの様に計測すべきであろうか．従来からわが国の鉄道需要予測のなかで経路選択を予測するためにロジットモデルを用いることが多い．これは地方都市の地下鉄整備などのように，経路選択が異なる2つの路線間の選択であり，トリップ途上の乗り換え経路が大半の旅客には存在しない状況であれば適当なモデルと考えられた．

しかし，大都市圏における新線整備は既存の鉄道と複数のターミナルで接続し，また少数の路線と相互乗り入れ運転を行うなど，トリップ途上で選択可能な代替経路が多く存在する．この様に複雑な条件を IIA 特性を有するロジットモデルに反映させることは出来ないが，鉄道整備効果を需要と便益の観点から評価するためには何等か適切な対応が必要であることは言うまでもない．

従来から IIA 問題に対応するために，ネスティッ

*:Key Words:経路選択，交通機関分担，目的地選択
**正会員　工博　東京工業大学　工学部土木工学科
***正会員　工修　JR 東海　（〒152　目黒区大岡山 2-12-1，tel　03(5734)2693，fax　03(3726)2201

トロジット(NL)モデルが提案され，IIA の仮定が問題となる多くの場面で活用されてきた．しかし，ネットワーク上の複数の経路を選択肢に持つ経路選択モデルを NL モデルで表現することは困難である．なぜなら，NL モデルは母集団の全員に共通な「選択肢間の類似性」を仮定するモデルである．これはツリー構造の各レベルの効用の分散を規定するパラメータをただ1組推定するモデルであることから理解できよう．ある OD 間のネットワーク形態は一部が重複し合った複数の経路と，他の経路とは重複しない独立な複数の経路とからなっている．これはあたかもツリー構造の様に見えるかもしれない．しかし，重要なことはこの形態が OD ごとに様々に変化することであり，また個人ごとに異なるばかりではなく，形態がツリー構造に置き換えられるほどに単純とは限らないことである．

そこで IIA 特性の問題を持たず柔軟に選択構造を表現できるプロビットモデルの利用可能性が検討されるべきであろう．しかし，従来のプロビットモデルでは，必ずしもツリー構造の様な単純な関係で表現されない選択肢間の任意の関係を分散共分散として表現可能であるものの，それが個々の旅客や OD ごとに異なる複雑な条件を表現できるものではなかった．

この点を解決するためには個々のネットワーク構造を反映するモデル化が必要になる．筆者らはこの点に着目して，個々の構造の違いを表現可能なプロビットモデルの考え方を提案し，それを定式化して，構造化プロビットモデル(Multinomial Probit Model with Structured Covariance)と呼んだ．このモデルと共通性のある考え方は，すでに Hausman & Wise(1978) や Bolduc(1992)などが提案しているが，彼らの興味は誤差項の構造化そのものにあり，特定の問題意識から特定の交通現象に対応するモデル化を目指したものではない．

本研究はプロビットモデルの分散共分散項を構造化する工夫を示したものであり，モデル化の基本的な考え方を示すと共に，構造化のアイデアを他の交通選択に活用するため，幾つかの試案を提示することによって，交通需要予測の方法にプロビットモデルを活用する可能性を示したものである．これらのモデルのパラメータ推定については本論文では言及していないが，これに関わる課題は既に安定したパラメータを得るためのシミュレーション方法をサンプル数や選択肢数との関係で明らかにしてゆく実証的な点にあることを付記しておく．

3．プロビットモデルの基本型

プロビットモデルは選択肢ごとの誤差項に正規分布を仮定することにより導出される．この誤差項の間の相関関係を表現可能であるため柔軟性が高いと考えられてきた．一方，ロジットモデルではこれらの誤差項に関して強い先験的仮定を設けていることが知られている．さて， 選択肢R個の中から選択肢 r を選択する確率 P_r はプロビットモデルでは以下のように表される．

$$Pr=\int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_r+V_r-V_1}\cdots\int_{\varepsilon_r=-\infty}^{\infty}\cdots\int_{\varepsilon_R=-\infty}^{\varepsilon_r+V_r-V_R}\Phi(\varepsilon)d\varepsilon_R\cdots d\varepsilon_1 \quad (1)$$

ここで密度関数は,

$$\Phi(\varepsilon)=(2\pi)^{-\frac{R}{2}}|\Sigma|^{-\frac{1}{2}}exp\left[-\frac{1}{2}\varepsilon\Sigma^{-1}\varepsilon^T\right] \quad (2)$$

であり，分散共分散行列は次の様に与えられる．

$$\Sigma=\begin{pmatrix}\sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1R}\\ \sigma_{12} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2R}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_{1R} & \sigma_{2R} & \cdots & \sigma_R^2\end{pmatrix} \quad (3)$$

(3)式の各要素を効用関数のパラメータと同時に推定するのが従来のプロビットモデルの基本的な考え方である．しかし,これを経路選択モデルに応用しようとしても,実際には個人ごとに出発地・目的地が異なるために,ネットワーク上の経路集合の組み合わせも異なり，個人ごとに経路間の類似性，すなわち分散共分散は異なると考えざるを得ない．そのため，分散共分散項をパラメータとして母集団で共通に推定する従来のプロビットモデルではこの交通現象に適用できなかった．

4．構造化された共分散をもつプロビットモデル

（1）構造化のねらい

大都市域では1組の OD に対して複数の経路が存

在し，これらの幾つかは相互に重複する区間を持っている．たとえば，東京駅から渋谷駅へ行く経路には，山手線回りの他に幾つかの地下鉄利用経路があるが，これらは部分的に重複する区間を有している．この様な経路間の重複区間の大小は，経路間の類似性の相違に直接関係していると考えることが合理的である．何故なら 2 つの経路で両者が全区間重複しているなら，これらは同一の経路と考えるべきであり，両者は識別出来ないはずである．一方，両者が全く重複する区間を持たないなら，これら 2 つの経路は独立であると考えられる．多くの経路間の関係はこれらの中間に位置し，その関係は重複する区間の長さに関係していると言える．

（2）モデル式の導出

さて，確率効用のランダム項を次のように相互独立な 2 つの項に分割して考える．すなわち，経路 r の効用の誤差が，経路の長さに依存して変動する誤差 ε^1 と，経路固有の誤差 ε^0 との 2 つである．前者は旅客が経路に対して有するランダム性がトリップの途上で連続的に発生することを仮定しており，後者は各経路の全体的なイメージなどにランダム性が存在するため生じる誤差である．後者は従来のロジットモデルやプロビットモデルで考える誤差項と同様な仮定といえる．

このとき，プロビットモデルの誤差及び共分散行列は以下で表現できる．

$$\varepsilon_r = \varepsilon_r{}^1 + \varepsilon_r{}^0, \quad r = 1, \ldots R \tag{4}$$

$$\Sigma = \Sigma^1 + \Sigma^0 \tag{5}$$

ここで誤差 ε^1 は経路の長さに応じて発生する誤差項であるが，その誤差の発生が単位長さごとに相互独立に起こると仮定する． この仮定を用いれば，誤差が経路上のどの地点からも独立に発生するため，分散共分散項の算定が容易に行える利点がある．ただし，この仮定が意味するのは，経路の途上でランダム効用に影響する誤差に相互関係が無いことである．誤差が累積的に増加する様な場合や，経路全体の誤差が一定値に決まっている場合など，様々な特殊条件を想定することも出来るが，ここでは最も簡単な条件を仮定したと言える．

以上に述べた独立性の仮定によれば経路 r の誤差項 ε^1 の分散は，

$$var(\varepsilon_r{}^1) = \sigma^2(x) + \cdots + \sigma^2(x) = n_r(x)\sigma^2(x) \tag{6}$$

$\sigma^2(x)$：単位長さ毎の分散

$n_r(x)$　：単位の数

ただし，x は空間距離や時間距離などの長さの単位を表す記号であり，これを空間距離で考え，単位数がそのまま距離に比例して算出されると考えれば，経路 r の路線長 L_r を用いることによって(6)式は

$$var(\varepsilon_r{}^1) = L_r\sigma^2 \tag{7}$$

と表すことができる．

次に重複区間を含む 2 経路 r， q 間の共分散について考えてみる．経路上の誤差が相互に独立に単位区間ごとに発生するという仮定があるため，

$$\begin{aligned}\mathrm{cov}(\varepsilon_r{}^1, \varepsilon_q{}^1) &= \mathrm{E}(\varepsilon_r{}^1 \varepsilon_q{}^1) \\ &= \mathrm{E}(\varepsilon_r{}^{ov} + \varepsilon_r{}^{nov})(\varepsilon_q{}^{ov} + \varepsilon_q{}^{nov}) \\ &= \mathrm{E}(\varepsilon_r{}^{ov}\varepsilon_q{}^{ov}) + \mathrm{E}(\varepsilon_r{}^{ov}\varepsilon_q{}^{nov}) \\ &\qquad + \mathrm{E}\varepsilon_r{}^{nov}(\varepsilon_q{}^{ov} + \varepsilon_q{}^{nov}) \\ &= \mathrm{E}(\varepsilon_r{}^{ov})^2\end{aligned} \tag{8}$$

ov ：重複区間

nov：非重複区間

を得る．すなわち，互いに重複しない区間相互の共変動は独立の仮定によってゼロになり，結局，2 つの経路の共分散は重複区間の分散によって表されることがわかる．

区間すべてで重複していれば共分散は経路の分散と一致し，そのとき 2 つの経路の誤差項の相関係数は 1 になる．経路 r， q 間の重複区間における単位の数 $n_{rq}(x)$ を用いれば，

$$cov(\varepsilon_r{}^1, \varepsilon_q{}^1) = n_{rq}(x)\sigma^2(x) \tag{9}$$

である．経路 r， q 間の重複区間長 L_{rq} を用いれば (9)式は，

$$cov(\varepsilon_r{}^1, \varepsilon_q{}^1) = L_{rq}\sigma^2 \tag{10}$$

と表すことができる．

一方,経路固有の誤差は各経路ごとに発生するが，それらの共分散は無いと仮定することによって，

$$\begin{aligned}cov(\varepsilon_r{}^0, \varepsilon_q{}^0) &= \sigma_0{}^2, \quad q = r \\ &= 0, \qquad q \neq r\end{aligned} \tag{11}$$

を得る．以上より分散共分散行列は次の様に表す

ことができる．

$$\Sigma=\sigma^2\begin{pmatrix} L_1 & L_{12} & \cdots & L_{1R} \\ L_{12} & L_2 & \cdots & L_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{1R} & L_{2R} & \cdots & L_R \end{pmatrix}+{\sigma_0}^2 I \qquad (12)$$

L_r　：経路 r の路線長

L_{rq}　：経路 r , q 間の重複区間長

従来の筆者らの研究[4]では,分散共分散行列を推定する際に，その対角成分を同一の値に仮定する必要があった．これはロジットモデルの各選択肢に対する誤差分散の仮定と等しく，選択肢間の共分散を重複率という概念を用いて表現したところにのみ従来のロジットモデルやプロビットモデルでは表現し得ない工夫があった．本研究では２つの分散$\sigma^2, {\sigma_0}^2$の比を考えることにより分散共分散行列は(15)(16)式の様になり,各経路の路線長や重複区間長を直接代入することが可能となり,誤差項の自由度の増したモデルの定式化が行えた．

ここで構造化プロビットモデルにおける経路 r の選択確率をまとめて表せば以下の様になる．式(13)，(14)は従来のプロビットモデルと何等違いがないが，その分散共分散行列(15)が個々のサンプルによって異なる要素Ｌを有することが従来のモデルとの大きな違いである．

$$Pr=\int_{\varepsilon_1=-\infty}^{\varepsilon_r+V_r-V_1}\cdots\int_{\varepsilon_r=-\infty}^{\infty}\cdots\int_{\varepsilon_R=-\infty}^{\varepsilon_r+V_r-V_R}\Phi(\varepsilon)d\varepsilon_R\cdots d\varepsilon_1 \qquad (13)$$

密度関数

$$\Phi(\varepsilon)=(2\pi)^{-\frac{R}{2}}|\Sigma|^{-\frac{1}{2}}exp\left[-\frac{1}{2}\varepsilon\Sigma^{-1}\varepsilon^T\right] \qquad (14)$$

分散共分散行列

$$\Sigma={\sigma_0}^2\begin{pmatrix} \theta L_1+1 & \theta L_{12} & \cdots & \theta L_{1R} \\ \theta L_{12} & \theta L_2+1 & \cdots & \theta L_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta L_{1R} & \theta L_{2R} & \cdots & \theta L_R+1 \end{pmatrix} \qquad (15)$$

$$\theta=\frac{\sigma^2}{{\sigma_0}^2} \qquad (16)$$

些細な違いに見えるかもしれないが，Ｌを導入したことによって，プロビットモデルの構造を，個々の OD や個人ごとに異なるネットワーク構造に対応する形に変えられる点は従来にない発展と言える．

さて，このモデルの推定可能なパラメータは，共分散行列内のパラメータθと効用関数に含まれる説明変数ごとのパラメータであり，これらは同時推定が可能である．一方，分散共分散行列を定数倍する${\sigma_0}^2$は効用関数のパラメータベクトルと推定上分離することは出来ない．すなわち，推定によって得られるパラメータは，${\sigma_0}^2$で除せられた効用関数のパラメータと分散比θとである．ただし，モデルの使用上は NL モデルの場合などと同様に問題ない．

以上に展開したように密度の高いネットワークを持つ都市圏の鉄道経路選択モデルにプロビットモデルを適用可能であることを明らかにした．実際のデータによる計算については，既に実施しており[4]，統計的にも有意な結果を得ている．また，近年提案されてきた幾つかのシミュレーションを用いたパラメータ推定法の有効性についても明らかになりつつある[7]．

（３）構造化プロビットモデルの経路選択への適用性

前節で展開した構造化プロビットモデルのパラメータ推定に関しては既に検討が進み，特に鉄道経路選択は選択肢数が比較的少ないことから，特に問題となることがない．構造化によって OD ごとにネットワーク形態が異なる点を１つのモデルで同時に考慮可能な利点が大きかった．

しかし，本モデルでは表現できない様々な検討課題も残されている．第１に挙げられることは，誤差項の仮定に関わる課題である．本論文ではターミナル部から発生する誤差を特に分離せずに(4)式第２項に含めているが，経路途上の不確実性の発生という点では，リンクとノードの両者から誤差が生じると考える方が望ましい．この点は推定すべきパラメータの増加を許せば容易に拡張できる[5]．また，重複しない経路間の誤差の共分散はないと仮定しているが，隣接する並行路線の間にも独立性が保たれていると考えられるのか明らかではないし，また単位長さ当たりの誤差の発生という場合の単位長さがトリップの発地から着地の間で不変であると仮定したが，長距離トリップ等では目的地側の知識が発地側の知識に比べて曖昧であるとも考えられ，誤差の発生もこの曖昧さと

何らか関係すると考えるべきかも知れない．また，誤差発生の単位長さを表現する尺度を空間距離以外の時間距離などで置くことにどの様な問題が有り得るかについては十分な検討がされていない．

さらに，特に鉄道経路選択の固有問題として，特急や急行という優等列車と各駅停車の列車という2つ以上の列車が同一路線上を運行していることが多い．この様な条件をうまく反映したモデル化は従来から困難であったため，最短列車で代用するなどの工夫で対処されてきた．しかし，大都市の混雑回避行動に見られるように，一部の旅客が少々時間はかかっても空いた列車を利用しているし，また一方で多くの旅客が混んでいても速い列車を利用している．この様な現象を構造化プロビットモデルでどの様にモデル化出来るかについて，まだ検討されていないが，次のような対応は可能であり，今後のより合理的な表現方法の開発が期待される．

たとえば，2つの経路rとqとが一部で重複しているとして，重複区間をrは急行列車で，qは各駅列車で移動する経路とする．前節のモデルではこれら2つの相違を表現していないが，次のように考えることは可能である．すなわち，rとqとの停車駅が仮にすべて同一であるなら，急行と各駅の違いがないことを意味しており，この場合には前節の共分散項を特に修正する必要はない．しかし，両者の停車駅数が異なれば2つの列車の違いが生じ，停車駅数が大きく異なるほど列車間の違いも大きいと考えられる．この違いを表現する直接的な方法は停車駅数を用いることである．両者の停車駅数の比は優等列車の停車率を表すが，これが低いほど，2つの列車の類似性は低いと考えることができる．この考えにたてば，停車率によって前節の共分散を割り引く方法が考えられる．停車率は以下のように記述できる．

$$\delta_{rq} = \frac{n_r}{n_q} \quad \text{重複区間有り}$$

$$= 0 \quad \text{重複区間無し} \qquad (17)$$

n_r：重複区間内の優等列車停車駅数

n_q：重複区間内の各駅列車停車駅数

これは同一列車を利用するような，前節に述べた重複経路間でも定義でき，停車駅数が同じであることから値は1になる．これを(15)式の共分散項に乗じれば,列車選択を考慮した分散共分散行列(18)式が，

$$\Sigma = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \theta L_1 + 1 & \theta\delta_{12} L_{12} & \cdots & \theta\delta_{1R} L_{1R} \\ \theta\delta_{12} L_{12} & \theta L_2 + 1 & \cdots & \theta\delta_{2R} L_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta\delta_{1R} L_{1R} & \theta\delta_{2R} L_{2R} & \cdots & \theta L_R + 1 \end{pmatrix} \qquad (18)$$

によって与えられる．ここで，重複区間の停車率を乗じる理由は，重複区間で本来生じる共分散が，両者の停車駅がすべて共通であればそのまま発生するが，一部が共通である場合には，共通駅の比率に応じてのみ発生すると考えることにある．たとえば，共通の停車駅が重複区間全駅の 20%であったとしよう．共分散が生じるのはトリップ途上で同じ空間を共有する場合と考えているので，20%の駅で両者が共通の誤差を生じさせる機会があると考えられる．そこで，すべての駅が共通と考えたときの共分散の 0.2 倍の共分散が生じると考えることができる．

なお，(18)式のモデルでは同一路線上の優等列車と各停列車とを異なる経路と見なして経路の全体集合が決定されるため，重複経路と列車種別との両者の組み合わせで多数の選択肢が生じやすい．この点にどの様に対応して適切な経路集合を作成するかはモデルの複雑化と共に実用上の課題となる．

4．他の選択モデルへの応用方法に関する試案

（1）交通機関の組み合わせ選択モデル

従来から交通機関選択モデルは,代表交通機関を選択肢として作成されることが多い．アクセス交通を考慮するため NL モデルなどが活用されるが，都市間のトリップは都市内交通とは異なって複数の代表交通機関を 1 つの目的トリップのなかで利用する可能性が少なくない．たとえば，航空と新幹線の乗り継ぎを挙げられる．東北から九州へのルートには，直接航空機の直行便や乗り継ぎ便を利用する方法，東京まで新幹線で行き航空機に乗

り換える方法，逆に福岡までは飛行機で行き最終の目的地までは列車に乗り換える方法など，2つの交通機関だけでも多くの選択があり得る．

このとき，従来のモデル化の方法では，新幹線または航空機のいずれかに交通機関を代表させることが必要であったが，需要予測上は必ずしも適当な方法とはいえない．そこで交通機関の組み合わせそのものを選択肢とすれば代表交通手段を用いる必要がなくなるが，ロジットモデルでは経路選択モデルと同様に，同一の交通機関を異なる選択肢で共通に利用する問題に対応できない． そこで構造化プロビットモデルの利用を考えてみる．近年，幹線旅客純流動データの整備も始まり，都市間交通の選択特性も総合的に分析可能である．

さて，交通機関の組み合わせ選択の要素である各交通機関の区間長には，空間距離が考えられる．また，空港，鉄道駅，高速道路などの各都市におけるターミナル位置が異なるため，どのターミナルを起点，終点として重複区間を定義するかが課題となるが，全体の路線長に比べればこれらの距離の差は無視できるほどに小さい．言うまでもないが，乗り継ぎの利便性は効用関数に変数として含まれるのでモデル上は十分に考慮できる．以上より， 交通機関の組み合わせ選択モデルの分散共分散行列は(19)式で表すことができる．

$$\Sigma = \sigma_0^2 \begin{pmatrix} \theta\sum_{k=1}^{m_1} L_1^k + 1 & \theta L_{12} & \cdots & \theta L_{1R} \\ \theta L_{12} & \theta\sum_{k=1}^{m_2} L_2^k + 1 & \cdots & \theta L_{2R} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta L_{1R} & \theta L_{2R} & \cdots & \theta\sum_{k=1}^{m_R} L_R^k + 1 \end{pmatrix} \tag{19}$$

m_r ：選択肢 r の利用交通機関数

L_r^k ：選択肢 r の利用交通機関 k の区間長

L_{rq} ：選択肢 r , q の重複区間長

上式では鉄道経路選択モデルで定義した分散共分散と同様な形式で，交通機関の組み合わせ選択モデルを定式化することが出来る．(19)式が従来の交通機関選択モデルと異なる点は，たとえば同じ新幹線利用であっても，高速道路との組み合わせ選択肢と航空機との組み合わせ選択肢とが，それぞれ別の選択肢として表現されていることである．共通な交通機関である新幹線の利用区間が長くなれば， 2つの選択肢の共分散は大きくなり，同じ効用に対してもこれら 2 つの選択肢を選ぶ確率の和は小さくなる．この性質はNLモデルと同じであるが，鉄道経路と同様に個人ごとの組み合わせ形態の相違を1つのモデルで表せるところに利点がある．

（2）目的地選択モデル

従来から目的地の選択は，非集計ロジットモデルの利用を前提として，目的地各々が独立の選択肢であると考えてモデル化されてきた．目的地間の親近性あるいは類似性と言った非独立性に関する仮定は，選択肢数が膨大になりがちなこの選択問題に対して検討されることは少なかったといえる．プロビットモデルを活用するアイデアは古くからあると思われるが，分散共分散行列をどの様に構造化して膨大な行列要素を直接推定するわずらわしさを避けられるかが課題であった．その点で Hausman & Wise (1978), Bolduc (1992) などはその目的に合致した研究と言える．

さて，本研究ではこれまで 2 つの経路選択肢の重複する区間長を用いて類似性を表現する方法を示してきた．しかし，目的地選択モデルにこの考え方をそのまま応用するのは難しい．何故なら 2 つの目的地は物理的に重複するわけではなく，相対的に近接しているからである．そこで，目的地選択モデルに対して構造化プロビットモデルを活用するためには，目的地間の距離に着目した定式化が必要になると考えられる．2つの目的地が離れていれば，これらの親近性を特に考慮する必要性はないが,目的地が隣接するときにロジットモデルの様なIIA特性を有するモデルを用いると，親近性が考慮されないため，過大な選択確率を割り当てる可能性が高いことは従来から指摘されている．そのためもあって目的地選択肢の空間的な範囲の決定方法は十分に確立していない．

この様な問題を扱って目的地間の親近性の表現をするために， Bolduc(1992) は次の様な自己回帰誤差項[6]を仮定するプロビットモデルを提案している．

$$\varepsilon_i = \rho\sum_{j=i} v_{ij}\varepsilon_j + \zeta_i \quad \zeta_i \sim \text{i.i.d. N}(0,1) \tag{20}$$

ρ　：パラメータ

v_{ij}　：選択肢 i，j 間の重み

v_{ij} は目的地 i，j 間の距離 d_{ij} と正のパラメータ α を用いて $d_{ij}^{-\alpha}$ と簡単に定義することができる．この式は v が大きければ目的地間の距離が短く親近性が高いことを表している．もともと類似品の多い商品選択問題を扱うために考案されたモデルであるため，ここでは出発地から目的地までの距離が考慮されていない．

しかし，２つの目的地間の親近性は，それらの目的地が出発地からどのくらい離れているかにも影響されると考えた方が合理的であろう．たとえば，東京から伊豆・箱根に行くときの伊豆と箱根の違いと，雲仙・島原に行くときの両者の違いでは，前者の方が 2 つの目的地をより明確に区別していると考えられる．そこで本研究では,目的地までの距離が長い程,目的地に対する空間的認識が曖昧になると考え，ζ の分散が目的地までの距離 l に依存するモデルを提案する．

$$\varepsilon_i = \rho\sum_{j=i} v_{ij}\varepsilon_j + \zeta_i \qquad \zeta_i \sim \text{i.i.d. N}(0, \eta_i^2) \tag{21}$$

$$\eta_i^2 \propto f(l_i) \tag{22}$$

また(21)式を整理してベクトル表示すれば,

$$\varepsilon = (I - \rho v)^{-1}\zeta \tag{23}$$

$$v = \begin{pmatrix} 0 & d_{12}^{-\alpha} & \cdots & d_{1R}^{-\alpha} \\ d_{12}^{-\alpha} & 0 & \cdots & d_{2R}^{-\alpha} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{1R}^{-\alpha} & d_{2R}^{-\alpha} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \tag{24}$$

となり，(21)式を考慮した誤差項を導入することにより,出発地から目的地までの距離と目的地間の距離との相対的な大きさの違いを考慮した構造化プロビットモデルを定義できる．

(23)式の誤差項が2つの距離の相対的な大きさを反映している様子を簡単に示すために，ここでは例題として2肢選択を考えて(23)式を展開してみる．(23)式の誤差項は正規分布に従うので，η_i^2 が距離の 2 乗 l_i^2 に比例すると考えれば，(23)式は容易に展開できる．その結果を用いて，$E(\varepsilon_i\varepsilon_j)$ を計算すれば共分散は以下の(25)式の様に算出できる．

$$\sigma_{ij} = \frac{\rho d_{ij}^{-\alpha} l_i^2 + \rho d_{ij}^{-\alpha} l_j^2}{(1-\rho^2 d_{ij}^{-2\alpha})^2} \tag{25}$$

この式より，共分散は出発地から 2 つの目的地までの距離が長い程大きく,また 2 つの目的地間の距離が短い程大きくなることがわかる．これは 2 つの目的地間の関係を簡単に示した例であるが，(21)式の定義によって，数多くの目的地選択肢中の任意の 2 目的地間の共分散が，2 種類の距離の関数で表現されることは理解できた．重複という考え方ではないが，物理的に近接するという考え方を用いて，プロビットモデルによる目的地選択モデルの分散共分散項に関わるパラメータ数を極端に少なく出来ることがこれより明らかになった．

（３）出発時刻選択モデル

最後に出発時刻の選択モデルに構造化プロビットモデルを活用する可能性について若干コメントしておく．鉄道の経路選択に端を発した構造化モデルの考え方は，機関分担，目的地選択と遡って応用できることが明らかになった．これが，発生段階に対応する出発時刻選択までたどり着けば，いわゆる 4 段階推定のすべての段階に構造化プロビットモデルの適用範囲があることを示せる．

出発時刻選択に対して構造化の考え方を導入するには，相対的に近い時間帯相互では選択肢としての親近性が大きいと考えることが妥当であろう．なお，通常のロジットモデルを出発時刻選択に利用すると，IIA 特性が大きな問題となることも明らかである．そこで，本研究のアイデアに立てば，時間距離の考え方を用いて「時刻帯」選択肢間の親近性を表現することが可能であり，出発時刻選択の構造化プロビットモデルを定式化することは困難ではない．

ただし，前項までの他のモデルと異なり，選択肢間の親近性の個人差が存在しないモデル化であるため NL モデルの適用も可能である．もし，構造化プロビットモデルの利点を反映させたいのであれば，出発時刻の変更モデルのように現状の出発時刻に個人差があり，その時刻と新しい時刻との間の時間距離等をモデルの構造化に利用する必要があろう．これらの具体的な定式化については今

後の課題としたい．

5．おわりに

本研究はいわゆる選択肢間の類似性，親近性といった概念を物理的な尺度で明確に定義して，それを直接かつ簡便にプロビットモデルに導入し，構造化する方法を提案したものであり，プロビットモデルの交通需要予測分野における適用範囲を拡大する可能性を検討したものである．鉄道経路選択を対象に開発を始めた構造化のアイデアは，交通機関選択，目的地選択，出発時刻選択のそれぞれの選択問題に対しても検討され，それぞれに適用可能な交通現象があることが示された．

なお，構造化の考え方については，本研究の定式化以外にも多くの可能性がある．その様な検討が進み，古典的なプロビットモデルが様々な姿で交通需要分析，マーケティング分析などの分野で大いに展開されることを期待したい．なお，従来から問題視されていたパラメータの推定問題は，かなりのスピードで解消に向かっているといえる．それは構造化による推定パラメータの削減とも強く関連し，構造化に意味がありながら，多くの選択肢を扱う必要のない現象などでは，特に問題は生じないと考えることが出来る．

<参考文献>

1）Daniel McFadden：A Method of Simulated Moments for Estimation of Discrete Response Models without Numerical Integration, Econometrica,Vol.57,No.5,995-1026, 1989.

2）John Geweke, Michael Keane, David Runkle：Alternative Computational Approaches to Inference in the Multinomial Probit Model, The Review of Economics and Statistics, 609-632, 1994.

3）Ariel Pakes, David Pollard：Simulation and The Asymptotics of Optimization Estimators, Econometrica, Vol.57,No.5,1027-1057, 1989.

4）屋井鉄雄,岩倉成志,伊東誠：鉄道ネットワークの需要と余剰の推計法について，土木計画学研究論文集 11,81-88, 1993.

5）Tetsuo Yai, Seiji Iwakura, Shigeru Morichi：Multinomial Probit Model with Structured Covariance Matrix for Route Choice Behavior, Transportation Research B, forthcoming.

6）Denis Bolduc：Generalized Autoregressive Errors in the Multinomial Probit Model, Transportation Research 26B No.2,155-170, 1992.

7）中川隆広：鉄道経路選択における構造化プロビットモデルの実用性，東京工業大学総合理工学研究科修士（工学）論文，1996.

構造化プロビットモデルの発展性

屋井 鉄雄　中川 隆広

本研究では,選択肢間の類似性を直接かつ簡便に構造化することにより,プロビットモデルを鉄道や自動車等の経路選択,鉄道の列車選択,交通機関の組み合わせ選択,目的地選択のすべてに活用できる方法論を提案している．経路選択以外の実証的研究は今後に委ねられているが,本研究の成果は近年大いに進展しつつあるプロビットモデルの実用範囲を拡大するものと考えている．

Applicability of Multinomial Probit Models with Structured Covariance

By Tetsuo YAI, Takahiro NAKAGAWA

Currently, we developed MNP models with Structural covariance matrix to represent the route choice behavior upon the complicated network of a metropolitan region. In this paper, a few new approaches to employ the MNP models were developed theoretically in order to model the choice behavior of route, train, mode-combination and destination.