【土木計画学研究・論文集 No.13 1996年8月】

危険回避選好を考慮した２段階離散選択モデルに関する研究*

A TWO-STAGED DISCRETE CHOICE MODEL WITH RISK PREFERENCES*

多々納裕一** ・小林潔司*** ・喜多秀行**

by Hirokazu TATANO**, Kiyoshi KOBAYASHI** and Hideyuki KITA**

1．はじめに

ランダム効用モデル[1)]は効用理論と整合のとれた形で個人の離散的選択行動を表現できるという利点を持っている。このため、土木計画学の分野でも交通・立地行動分析をはじめとして各種の理論的・実証的研究が蓄積されてきた[2)]。個人が直面する選択問題の多様性を反映して、ランダム効用モデルの各種の拡張が試みられている[3)-9)]。例えば、確率誤差項の相関構造の多様化、選択肢集合の割当メカニズムの内生化[5)]、個人間の合意形成メカニズムのモデル化[10)]等が提案されている。

本研究では、自家用車等の耐久消費財やバス・鉄道定期券のように繰り返して利用可能な財の選択行動を表現するランダム効用モデルを提案する。この種の財は、２．で詳述するように、１）財の購入の有無が個人の短期的な選択行動問題の内容を不可逆的に変化させる、２）その財がもたらす効用は個人が短期的な繰り返し選択行動の結果の集計値によって決定される、３）個人の危険回避の程度が選択行動に影響を及ぼすという特徴を持っている。

従来より自家用車等の耐久消費財の購入行動に対してネスティッドロジットモデルやGEVモデルによるモデル化が試みられてきた[2)4)5)]。この種のモデルは形式的には多段階選択行動をモデル化しているが、選択行動のネスティングはあくまでも確率誤差項の相関構造の結果を反映しているものであり、本論文で対象とするような長期的・短期的な選択行動の相互関係を表現しているのではない。また、本論文で示すように危険回避選好を有する個人の多段階選択行動を期待効用理論と整合のとれる形で十分に表現できないという限界がある。

本研究では、不確実性下における長期的・短期的な２段階選択問題に直面する個人の選択行動を期待効用理論と整合のとれる形で表現しうるようなランダム効用モデルを提案する。従来から提案されてきたネスティッド型のロジットモデルは、危険中立型の個人の選択行動を表現しているものであり、本研究で提案するモデルの１つの特殊な場合に該当することを示す。以下、２．では、本研究が対象とする２段階選択問題の構造と特性を記述する。３．では、期待効用理論に基づく２段階選択行動モデルの一般的な定式化を試みる。４．では、ネスティッドロジットモデルをその特殊形として含むような実用性の高いモデルを提案し、５．でモデルの特性について考察する。６．では数値計算による思考実験の結果を示す。

2．本研究の考え方

(1) 問題設定

本研究で対象とする２段階選択問題の構造を定期券の購入問題を例にとって説明してみよう。定期券の購入問題は、１）定期券の購入の有無という長期的な選択と、２）日々の交通手段選択という短期的選択の２種類の選択問題により構成されている。個人は日々繰り返される交通手段選択の結果を想定しながら、定期券の購入の有無を決定する。

短期的選択問題として、２種類の交通手段が利用可能であり、一方の手段（バス）のみに定期券が有効であると仮定しよう。ある交通主体が定期券を購入したとする。この場合、短期的には定期券購入のコストはすでにサンクされており、直接的な交通対価

*キーワーズ：交通行動分析、交通手段選択、公共交通需要
**正員、工博、鳥取大学工学部社会開発システム工学科
(鳥取市湖山町南４丁目 101、TEL 0857-31-5309、FAX 0857-31-0882)
***正員、工博、京都大学大学院工学研究科土木工学専攻
(京都市左京区吉田本町、TEL・FAX 075-753-5071)

はゼロである。一方、定期券を購入しない場合、バスを利用するためには対価を支払わなければならない。交通主体はその時々において効用を最大にする経路を選択する。どちらの手段を利用するかはその時々の個人的・偶発的な状況に依存して決定される。長期的な選択行動では、事後に生ずる短期的行動の変動をどのように評価するかが重要な問題となる。長期的な選択の結果は、個人の短期的な意思決定環境を不可逆的に変化させる。たとえば、定期券を購入した場合、短期的な選択において定期券を利用しないことは機会費用の発生をもたらす。定期券購入にあたっては、その購入がもたらす機会費用の発生を考慮に入れながら意思決定を行なうだろう。

長期的意思決定は、短期的な選択行動が開始される以前の時点でなされる。長期的意思決定がなされる時点を本研究では初期時点と呼ぶ。初期時点では以後繰り返しなされる短期的選択の結果を確定的に把握できない。各主体は短期的選択の結果に対して期待を形成し、期待効用を最大にするような長期的選択肢を選択する。この場合、意思決定主体は日々の短期的選択において定期券が有効な交通手段とは異なる手段を利用する可能性があるというリスクに直面することになる。意思決定主体が有する危険回避選好や主体が直面するリスクの程度は、主体の長期的選択行動に大きな影響を及ぼすことが予想される。本稿で示すように従来から用いられたネスティッド型離散選択モデルは危険中立型の意思決定者を想定しており、本研究でとりあげるような2段階選択問題に関わる危険回避行動を表現できないという限界がある。本論文では、意思決定者のリスク回避行動を明示的に考慮にいれたような2段階離散選択モデルを提案することとする。

(2) リスクの種類と期待効用

2段階選択問題で、短期的な選択回数をどのように取り扱うかによって問題の構造は多様に異なってくる。このことを、定期券購入問題を例にとり説明してみよう。定期券を購入する場合、何回定期券を利用するかが関心事となる。ここで、交通手段選択が n 回繰り返されると考えよう。選択回数 n の解釈として、1）その値が個人の意思とは無関係に外生的に決定される場合、2）個人の選択行動の結果として内生的に決定される場合がある。前者の場合、トリップ生成の回数は個人の意思とは無関係に制度や慣習の結果として外生的に決定される。この場合、n を確定値と考えるか、確率変数と考えるかによって異なったアプローチが可能である。一方、後者の場合には行動モデルの構造は一層複雑になる。トリップ生成の回数を定期券購入の時点に決定するのか、定期券を購入した事後の時点において決定するのかによって異なったモデル化が可能である。特に、後者の場合には、動的な意思決定過程のモデル化が必要となろう。いずれの場合でも、定期券を購入する時点において、これから将来にわたって行われる選択行動の結果を事前に想定しながら定期券を購入するか否かの意思決定を行うわけである。当然のことながら、選択頻度の決定メカニズムに関する仮定が異なれば、そこから導出される行動モデルも異なってくる。本論文では、この種の2段階選択モデルに関する研究の第1歩として、選択回数が外生的に定数として与えられる場合に焦点を絞ることとする。選択回数を確率変数として取り扱ったようなモデルは本論文で提案するモデルを拡張することにより容易に定式化できるが、紙面の制約により別の機会に発表したいと考える。また、選択回数の内生化の問題に関しても今後の課題としておきたい。

(3) 短期的選択確率の独立性

2段階選択問題をモデル化するにあたって、個々の短期的選択問題における選択確率の間の確率構造に関する明示的な規定が必要となる。従来より、選択頻度と選択確率の双方に人口異質性があるような異質ベルヌーイ過程にしたがう購買行動のモデル化に関する研究が蓄積されている[11)12)]。短期的選択行動がベルヌーイ過程に従う場合には、同一の選択確率に基づいて短期的選択行動が繰り返されることになる。短期的選択行動は互いに独立であり、選択確率は互いに独立である。現実には選択確率の間の独立性は必ずしも成立しないが、独立性の仮定によりモデルの構造が大幅に簡略化されることは事実である。本研究では、短期的選択行動がベルヌーイ過程に従うと考え以下モデル化を進めることとする。もちろん、選択確率の非独立性を仮定したような行動モデルの定式化も可能である。しかし、交通行動分析

の場合、ある時点での短期的交通行動の結果のみが観測可能である場合が多く、選択確率間の独立性を仮定して定式化したほうが便利であると考える。たとえば、既存の交通行動調査を利用して定期券購入行動をモデル化する場合には、本研究で用いる問題設定の方法をとらざるを得ない。

3. モデルの一般的定式化

(1) 問題の定型化

長期的選択は短期的な意思決定環境を決定し、その環境のもとで短期的な選択が繰り返される。個人が直面する長期的選択問題の選択肢を k $(k=1,\cdots,K)$ で表わそう。さらに、長期的選択肢 kが選択された意思決定環境における短期的選択肢を $i(k)$ $(i(k)=1,\cdots,m)$ で表わす。短期的選択肢の数は長期的選択肢kに関わらず一定値mをとる考える。これはあくまでも表記の簡略化のためであり、長期的選択肢によって短期の選択肢の数が変化しても以下の議論は影響を受けない。初期時点で長期的選択が行なわれ、期間中に合計 n 回の短期的選択が行なわれると仮定する。長期的選択肢kの属性は特性ベクトル$\boldsymbol{x}_k$と観測誤差ξ_kで表現される。ξ_kは個人にとっては既知であるが、観測者に観測できない属性を表現する確率変数であり、観測者はその確率分布を知っていると考える。つぎに、長期的選択肢 kの下における t 期の短期的選択肢 $i_t(k)$ $(i_t(k)=1,\cdots,m; t=1,\cdots,n)$ が、属性ベクトル$\boldsymbol{y}_{i_t}^k$と状況依存的な確率誤差項$\varepsilon_{i_t}^k$によって記述できると考える。属性ベクトル$\boldsymbol{y}_{i_t}^k$は期間中を通じて一定であるが、確率誤差項$\varepsilon_{i_t}^k$は各期において変動する状況依存的な確率変数であると仮定する。短期的選択がなされる直前において$\varepsilon_{i_t}^k$の値は確定しているが、長期的選択がなされる初期時点では確定していない。長期的選択の時点では、個人と観測者の双方にとって$\varepsilon_{i_t}^k$の値は確定的には把握できず、その確率分布のみが把握可能であると仮定する。すなわち、個人は現在までの経験の結果、対象期間中に生じる状況に関して定常的な主観的期待を形成しているものと考える。また、観測者は、実際のデータを用いて解析することにより、この誤差項の確率分布を知ることができると考える。

(2) 短期的選択問題

２段階選択問題に直面する個人の効用関数を定式化する。いま、長期的選択肢 k下で短期的選択肢を選択した結果が$\boldsymbol{i}(k)=\{i_1(k),\cdots,i_n(k)\}$ である場合の効用水準 $U(k,\boldsymbol{i}(k))$ を次式のように定義する。

$$U(k,\boldsymbol{i}(k))=U(\boldsymbol{x}_k,\xi_k,\sum_{t=1}^{n}v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)) \tag{1}$$

ここに、$v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)$ は長期的選択肢 kの下で t 期において短期的選択肢 $i_t(k)$ を選んだ場合の部分効用関数である。ここで、効用関数 Uは各期の部分効用関数vに関して単調増加$\partial U/\partial v\geq 0$ であると仮定する。

短期的選択問題においては長期的選択はすでに終了している。長期的選択肢 kが選ばれ、長期的確率変数ξ_kは短期的選択の全体を通じて$\bar{\xi}_k$に確定しているとしよう。さらに、t 期の短期的選択の直前において短期的確率変数が$\bar{\varepsilon}_{i_t}^k$に確定しているとしよう。個人が部分効用関数 $v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\bar{\varepsilon}_{i_t}^k)$ に基づいて短期的選択を行なう時、当該個人が選択する条件付き短期的選択肢 $i_t^*(k)$ は次式のようになる。

$$i_t^*(k)=arg\max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\bar{\varepsilon}_{i_t}^k)\} \tag{2}$$

記号 argは右辺に表わされる効用関数を最大にするような選択肢を指示する記号である。各期の短期的選択問題において、個人は部分効用を最大にする選択肢を選択すると考えれば、効用関数 (1) を次式のように書き換えることができる。

$$U(k,\boldsymbol{i}^*(k))=U(\boldsymbol{x}_k,\bar{\xi}_k,\sum_{t=1}^{n}v_t(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\bar{\varepsilon}_{i_t}^k)) \tag{3}$$

ただし、$\boldsymbol{i}^*(k)=(i_1^*(k),\cdots,i_n^*(k))$ である。$\varepsilon_{i_t}^k$を確率変数と考えれば、各期の部分効用の最大値

$$\chi_t^k=\max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)\} \tag{4}$$

も確率変数となる。χ_t^kの分布関数を定義する。

$$\begin{aligned}G_k(\chi_t^k)&=\mathrm{Prob}\{\max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)\}\leq\chi_t^k\}\\&=\prod_{i_t=1}^{m}\mathrm{Prob}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)\leq\chi_t^k\}\end{aligned} \tag{5}$$

長期的選択肢 kの下で t 期に短期的選択肢 $i_t(k)$ を選択する確率を次式で表す。

$$p(i_t|k)=\mathrm{Prob}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k,\varepsilon_{i_t}^k)=\max_{j_t}v(\boldsymbol{y}_{j_t}^k,\varepsilon_{j_t}^k)\} \tag{6}$$

(3) 長期的選択問題

長期的選択問題では将来繰り返される短期的選択行動の結果を勘案しながら長期的選択肢が選択される。長期的選択が実行される初期時点では、各期に実現する状況依存的確率変数$\varepsilon_{i_t}^k$ $(i_t=1,\cdots,m;k=$

$1,\cdots,K; t = 1,\cdots,n)$ の値を確定的に把握できない。$\varepsilon_{i_t}^k$ がそれぞれ独立な確率分布関数 $F_k(\varepsilon_{i_t}^k)$ に従って分布すると考える。この時、各短期的選択問題において獲得できる最大効用値 χ_t^k は確率分布関数 (5) に従う確率変数となる。この時、長期的選択肢 k に対する個人の期待効用は次式で表わせる。

$$EU(k) = E_\varepsilon[U(\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k, \sum_{t=1}^{n} \max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k)\})]$$
$$= \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} U(\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k, \sum_{t=1}^{n} \chi_t^k) \prod_{t=1}^{n} dG_k(\chi_t^k)$$
$$= E_\chi[U(\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k, \sum_{t=1}^{n} \chi_t^k)] \tag{7}$$

ここに、誤差項 $\bar{\xi}_k$ は観測者に観測できない固有の変数であり、仮定より時間を通じて一定値をとる。$E_\varepsilon[\cdot]$、$E_\chi[\cdot]$ は、それぞれ $\prod_t \prod_i dF_k(\varepsilon_{i_t}^k)$, $\prod_t dG_k(\chi_t^k)$ に関する期待値操作を表わす。個人は次式に示すように期待効用を最大にする選択肢 k^* を選択する。

$$k^* = arg \max_k \{E_\chi[U(\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k, \sum_{t=1}^{n} \chi_t^k)]\} \tag{8}$$

ξ_k を確率変数であると考えれば、観測者が予測する選択肢 A_k の選択確率は次式のようになる。

$$P(k) = \mathrm{Prob}\{EU(k) = \max_j EU(j)\} \tag{9}$$

4. 離散選択モデルの導出

(1) 効用関数の特定化

短期的選択に関わる部分効用関数を確率変数 $\varepsilon_{i_t}^k$ に関して準線形関数に特定化しよう。

$$v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k) = \bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k \tag{10}$$

長期的選択行動においては、短期的選択に関わる不確実性に対する個人のリスク選好が重要な影響を及ぼす。したがって、効用関数 U として個人の危険回避行動を表現できるような関数形を採用する。いま、長期的確率変数 ξ_k に関して準線形の効用関数を考える。

$$U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, \sum_{t=1}^{n} \max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k)\})$$
$$= u[w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n} \max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k)\}] + \xi_k \tag{11}$$

以上で特定化した効用関数において留意すべき点は、効用関数 $u(\cdot)$ に短期的確率変数 $\varepsilon_{i_t}^k$ が変数として含まれていることである。本研究では、状況依存的に変化する短期的選択の変動が長期的選択における不確実性をつくりだしているような長期的選択問題をとりあげている。すなわち、状況 ε に依存して短期的効用 $v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k)\})$ は確率的に変動する。このような短期効用の変動に対する危険回避選好を明示的に表現するような長期効用関数 $U(\cdot)$ を採用することにより、危険回避行動などの不確実性下の選択行動を表現することが可能となる。ここで、各期の短期的確率変数 $\varepsilon_{i_t}^k$ が i_t に関してそれぞれ独立な確率分布関数 $F_k(\varepsilon_{i_t}^k)$ に従うと考える。いま、長期的選択肢 k が選択された時の条件付き期待効用関数を導出しよう。選択肢 k が選択された時点で、長期的変数は確定値 $\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k$ をとっている。選択肢 k の下における期待効用 $EU(k)$ は

$$EU(k) = E_\chi[u[w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n} \chi_t^k]] + \bar{\xi}_k \tag{12}$$

と表せる。ただし、$\chi_t^k = \max_{i_t}\{\bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\}$ である。

(2) 選択確率の導出

効用関数 (11) の右辺の第 1 項の効用関数を $u(x)$ と表そう。さらに、その具体的な形式として以下のような絶対危険回避度一定の効用関数を用いよう。

$$u(x) = \begin{cases} -\frac{1}{\eta}\exp(-\eta \cdot x) + \frac{1}{\eta} & (\eta \neq 0 \text{ の時}) \\ x & (\eta = 0 \text{ の時}) \end{cases} \tag{13}$$

危険回避度 $\eta = (-d^2U(x)/dx^2)/(dU(x)/dx)$ は x の値いかんに関わらず一定値をとるパラメータである。上式の危険回避型効用関数 $(\eta > 0)$ において $\eta \to +0$ の極限をとれば危険中立型効用関数に一致する。危険愛好的効用関数の場合 $\eta < 0$ となるが、$\eta \to -0$ の極限をとれば危険中立型効用関数と一致する（付録A参照）。効用関数 $u(x)$ として上式を用いれば、効用関数 (12) の右辺第 1 項を次式のように表現できる。

$$u[w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n} \chi_t^k]$$
$$= \begin{cases} -\frac{\Phi_k}{\eta} \prod_t \exp(-\eta \cdot \chi_t^k) + \frac{1}{\eta} & (\eta \neq 0 \text{ の時}) \\ w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_t \chi_t^k & (\eta = 0 \text{ の時}) \end{cases} \tag{14}$$

ただし、$\Phi_k = \exp(-\eta \cdot w(\boldsymbol{x}_k))$ である。短期的確率変数 $\varepsilon_{i_t}^k$ が平均値 0、分散 $\pi^2/(6\lambda_k^2)$ の互いに独立かつ同一のガンベル分布

$$\mathrm{Prob}\{\varepsilon_{i_t}^k \leq \varepsilon\} = \exp(-\exp(-\lambda_k \varepsilon - \iota_0)) \tag{15}$$

に従うと考え期待効用関数を具体的に導出する。ただし、ι_0 はオイラー定数である。ガンベル分布の分散 $\pi^2/(6\lambda_k^2)$ は長期選択肢 k ごとに異なる値をとりうる。このように本モデルでは長期選択肢間での異質分散性を取り扱うことができる。

a）危険回避（愛好）的な場合　長期的選択肢 k が選択された時の条件付き期待効用関数を具体的に導

出しよう。選択肢kが選択された時点で、長期的変数は確定値$\boldsymbol{x}_k, \bar{\xi}_k$をとっている。期待効用関数 (12) の右辺第１項を$E[u(k)]$（以下、期待効用関数の確定項と呼ぶ）と表し、具体的に展開する。

$$E[u(k)] = -E_\chi[\frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\exp(-\eta\cdot\chi_t^k)] + \frac{1}{\eta}$$
$$= -\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\exp(-\eta\cdot\chi_t^k)dG_k(\chi_t^k) + \frac{1}{\eta} \tag{16}$$

$\chi_t^k = \max_{i_t}\{\bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\}$ である。$\varepsilon_{i_t}^k$がそれぞれ独立なガンベル分布 (15) に従う時、確率分布関数は

$$G_k(\chi_t^k) = \mathrm{Prob}\{\max_i\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\} \leq \chi_t^k\}$$
$$= \prod_{i_t=1}^{m}\mathrm{Prob}\{\varepsilon_{i_t}^k \leq \chi_t^k - \bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k)\}$$
$$= \exp(-\beta_k\exp(-\lambda_k\chi_t^k - \iota_0)) \tag{17}$$

と表わされる。ただし、$\beta_k = \sum_{i_t}\exp(\lambda_k\bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k))$ である。確率分布関数が式 (17) に従えば、若干の計算により次式を得る（付録Ｂ参照）。

$$E[u(k)] = -\frac{1}{\eta}\exp\{-\eta[A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k]\} + \frac{1}{\eta} \tag{18}$$

ただし、$n\gamma_k$ はのちに説明するようなリスクプレミアム項であり、次式で定義される。

$$\gamma_k = \frac{\iota_0}{\lambda_k} + \frac{1}{\eta}\ln\Gamma\left(\frac{\eta+\lambda_k}{\lambda_k}\right) \tag{19}$$

$\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。ここで、ガンマ関数は$\eta + \lambda_k > 0$ の領域においてのみ定義される。したがって、本研究で提案したモデルは$\eta > \max_k\{-\lambda_k\}$ の範囲においてのみ意味を持ち得ることになる。また、

$$A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) = w(\boldsymbol{x}_k) + \frac{n}{\lambda_k}\ln\sum_{i=1}^{m}\exp[\lambda_k\bar{v}(\boldsymbol{y}_i^k)] \tag{20}$$

である。右辺第１項は長期的選択肢に関する効用項、第２項は短期選択肢に関わる合成効用項を選択回数 n を用いて重み付けしており、通常のネスティィッドロジットモデルの自然な拡張になっている。条件付き期待効用関数 $EU(k)$ は次式で表現される。

$$EU(k) = E[u[w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n}\chi_t^k]] + \xi_k$$
$$= u(A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k) + \xi_k \tag{21}$$

ここに、$u(\cdot)$ は式 (13) に示される絶対危険回避度一定の効用関数である。長期問題における確率誤差項 ξ_kも分散$\pi^2/(6\iota^2)$ のガンベル分布に従うと考えれば長期問題における選択肢 kを選択する確率 $P(k)$ は

$$P(k) = \mathrm{Prob}\{EU(k) = \max_j EU(j)\}$$
$$= \frac{\exp\{\iota u(A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k)\}}{\sum_j\exp\{\iota u(A_j(\boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{y}^j) - n\gamma_j)\}}$$
$$= \frac{\exp\{-\frac{\iota}{\eta}\exp[-\eta(A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k)]\}}{\sum_j\exp\{-\frac{\iota}{\eta}\exp[-\eta(A_j(\boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{y}^j) - n\gamma_j)]\}} \tag{22}$$

となる。さらに、各個人が選択した長期的選択肢に対する期待効用 EVは次式のように表せる。

$$EV = \frac{1}{\iota}\ln\{\sum_{k=1}^{K}\exp[\iota u(A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k)]\} \tag{23}$$

b）危険中立的な場合　危険中立的な場合、効用関数 (11) は線形効用関数

$$u(w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n}\max_{i_t}\{v(\boldsymbol{y}_{i_t}^k, \varepsilon_{i_t}^k)\}) + \xi_k$$
$$= w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n}\max_{i_t}\{\bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\} + \xi_k \tag{24}$$

で表現できる。したがって、長期的選択肢 kを与件とした時の条件付き期待効用関数の確定項は

$$E[u(k)] = w(\boldsymbol{x}_k) + \sum_{t=1}^{n}\int_{-\infty}^{\infty}\chi_t^k dG_k(\chi_t^k) \tag{25}$$

と表すことができる。さらに、χ_t^kが t に関してそれぞれ独立な確率分布関数 (17) に従う場合、

$$EU(k) = A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) + \xi_k \tag{26}$$

と表せる。確率誤差項ξ_kも分散$\pi^2/(6\iota^2)$ のガンベル分布に従うと考えれば長期的選択肢 kの選択確率 $P(k)$ は次式のようになる。

$$P(k) = \mathrm{Prob}\{EU(k) = \max_j EU(j)\}$$
$$= \frac{\exp\{\iota A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k)\}}{\sum_j\exp\{\iota A_j(\boldsymbol{x}_j, \boldsymbol{y}^j)\}} \tag{27}$$

さらに、各個人が選択した長期的選択肢に対する期待効用 EVは次式のように表せる。

$$EV = \frac{1}{\iota}\ln\{\sum_{k=1}^{K}\exp[\iota A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k)]\} \tag{28}$$

式 (20) において $n = 1$ と考えれば、上式はネスティッドロジットモデルと形式的に同一となる。すなわち、ネスティッドロジットモデルは危険中立型の効用関数を想定した２段階選択モデルの特殊例に該当する。換言すれば、危険回避 (愛好) 行動をとる個人の２段階選択行動を分析しようとすれば、本研究で提案するようなモデルを用いる必要がある。

5. モデルの特性

(1) 危険回避度とリスクプレミアム

交通主体が危険回避的な選好を有する場合、リスク（例えば交通費用の変動）が大きい選択肢はそうでない選択肢と比べて主体にとっての魅力が相対的に低

下するだろう。換言すれば、リスクの大きい選択肢がそうでない選択肢と同程度の魅力を獲得するためには、リスクの大きい選択肢の費用がそうでない選択肢に対してある一定水準だけ小さくなる必要がある。このようにリスクに対して交通主体が判断する心理的な費用をリスクプレミアムを用いて評価することができる。たとえば、危険回避的な交通主体の定期券の購入行動を考えた場合、定期券の利用頻度や日々の経路選択の変動といったリスクが大きくなるほど定期券の魅力は低下するだろう。

部分効用の最大値の総和を$\chi^k = \sum_t \chi_t^k$と定義する。前述したように各期の部分効用の最大値χ_t^kは分布関数 (17) に従う確率変数であり、部分効用の最大値の総和も確率変数となる。各期の部分効用の最大値がそれぞれ独立な確率分布関数 (17) に従う場合、部分効用の最大値の期待値は次式で表される。

$$
\begin{aligned}
E[\chi_k] &= E[\sum_{t=1}^{n} \max_{i_t}\{\bar{v}(\boldsymbol{y}_{i_t}^k) + \varepsilon_{i_t}^k\}] \\
&= \frac{n}{\lambda_k}\ln[\sum_{i=1}^{m} \exp(\lambda_k \bar{v}(\boldsymbol{y}_i^k))]
\end{aligned}
\tag{29}
$$

期待値$E[\chi_k]$の近傍で絶対危険回避度ηを有する個人の選択肢kに対するリスクプレミアムを評価しよう。部分効用の最大値の総和を次式で定義する。

$$
\chi^k = E[\chi_k] + \zeta_k \tag{30}
$$

ζ_kは期待値からの乖離を表す確率変数である。この時、選択肢kに対するリスクプレミアムは

$$
\begin{aligned}
&E[U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, \chi^k)] = E[U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, E[\chi^k] + \zeta_k)] \\
&= U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, E[\chi^k] - \rho_k)
\end{aligned}
\tag{31}
$$

を満足するρ_kとして定義できる。ここで、効用関数$U(\cdot)$を式 (14) のように特定化しよう。いま、

$$
\begin{aligned}
&E[U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, \chi^k)] \\
&\quad = -\frac{1}{\eta}\exp\{-\eta[A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k) - n\gamma_k]\} + \frac{1}{\eta} \\
&U(\boldsymbol{x}_k, \xi_k, E[\chi^k] - \rho_k) \\
&\quad = -\frac{1}{\eta}\exp(\eta\rho_k)\exp\{-\eta A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k)\} + \frac{1}{\eta}
\end{aligned}
\tag{32}
$$

となることに着目すれば、リスクプレミアムは

$$
\rho_k = n\gamma_k = n\left\{\frac{\iota_0}{\lambda_k} + \frac{1}{\eta}\ln\Gamma\left(\frac{\eta + \lambda_k}{\lambda_k}\right)\right\} \tag{33}
$$

と表現することができる。

(2) リスクプレミアムの特性

式 (33) より明かなようにリスクプレミアムρ_kは、危険回避度η、選択回数n、短期的なリスクの大きさと関連するλ_k^{-1} の関数として表わされる。これら3つのパラメータが変化すればリスクプレミアムρ_kを変化させ、結果的に長期的選択肢の選択確率$P(k)$が変化することになる。3つのパラメータとリスクプレミアムの関係を命題1に示す（付録C参照)。

[命題1]:リスクプレミアムρ_kは$\rho_k > -\lambda_k$, ($\rho_k \neq 0$) の時に定義され以下の性質を持つ。

1) $\frac{\partial \rho_k}{\partial \eta} > 0$
2) $\frac{\partial \rho_k}{\partial n} > 0$ ($\eta > 0$), $\frac{\partial \rho_k}{\partial n} < 0$ ($-\lambda_k < \eta < 0$ の時)
3) $\frac{\partial \rho_k}{\partial \lambda_k} < 0$ ($\eta > 0$), $\frac{\partial \rho_k}{\partial \lambda_k} > 0$ ($-\lambda_k < \eta < 0$ の時)
4) $\rho_k > 0$ ($\eta > 0$), $\rho_k < 0$ ($-\lambda_k < \eta < 0$ の時)

ただし、$\lim_{\eta \to 0} \rho_k = 0$ である。

上記命題の1）は、リスクプレミアムが危険回避度ηに対して短調増加であることを意味している。行動主体は危険回避度が大きくなるほど、より大きなリスクプレミアムを有することになる。2）は選択回数nが多くなると、危険回避的な主体のリスクプレミアムは増加し、危険愛好的な主体のリスクプレミアムは減少することを主張している。3）は、短期的変動によるリスクを表わすλ_k^{-1}が大きくなると、危険回避的な主体のリスクプレミアムは増加し、危険愛好的な主体のリスクプレミアムは減少することを意味している。特に、危険回避的な主体の場合 ($\eta > 0$ の場合) 短期的変動によるリスクが大きい長期的選択肢ほど、リスクプレミアムが大きくなる。式 (21) において、リスクの大きい選択肢ほどγ_kの値が大きくなり、当該選択肢に対する期待効用はより小さな値になることが理解できる。最後に、リスクプレミアムρ_k は、危険回避的主体では正、危険愛好的主体では負の値をとる。以上の特性は、不確実性下における期待効用理論に関するこれまでの研究成果と符号しており極めて常識的な結果となっている。これにより、本論文で提案したモデルは、期待効用理論と整合のとれる形で危険回避選好を有する行動主体の２段階選択行動を表現していることが理解できよう。

(3) 選択確率と絶対的危険回避度の関係

意志決定環境を規定するパラメータη, n, λ_kと選択確率の関係は、各選択肢における$A_k(\boldsymbol{x}_k, \boldsymbol{y}^k)$（以下、$A_k$と略す）の相対的な大小関係に依存して複雑な傾向を示すが、ある特定の選択肢に着目すればパラメータの変化と選択確率の関係を定性的に分析できる。ここで、A_kが各選択肢の費用属性を表していると考

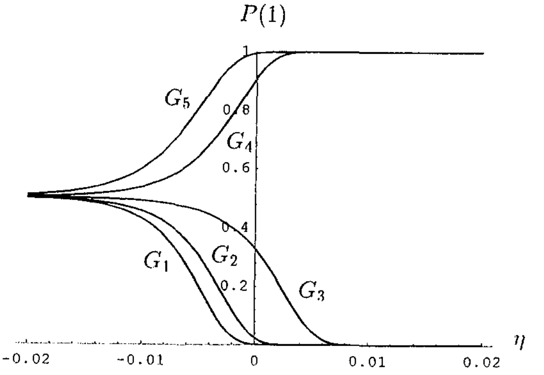
え $A_k < 0$ を仮定する。以下、$-A_k$を期待費用と呼ぶ。さらに、議論の複雑化を避けるために$\lambda_k = \lambda$ $(k = 1, \cdots, K)$ を仮定しよう。ここで、長期的選択肢の集合の中で、長期的選択における期待費用$-A_k$が最も小さい（選択確率 $P(k^*)$ が最も大きい）選択肢 k^*に着目する。任意の長期的選択肢 j に対して $0 > A_{k^*} > A_j$が成立するような選択肢 k^*に対して次の命題が成立する（付録 D 参照）。

[命題 2]: ある臨界的な$-\lambda < \eta_\eta^*, \eta_n^*, \eta_\lambda^* < 0$ が存在し、次式が成立する。

1) $\frac{\partial P(k^*)}{\partial \eta} \geq 0$ ($\eta \geq \eta_\eta^*$の時),
$\frac{\partial P(k^*)}{\partial \eta} < 0$ ($-\lambda < \eta < \eta_\eta^*$の時)
2) $\frac{\partial P(k^*)}{\partial n} \geq 0$ ($\eta \geq \eta_n^*$の時),
$\frac{\partial P(k^*)}{\partial n} < 0$ ($-\lambda < \eta < \eta_n^*$の時)
3) $\frac{\partial P(k^*)}{\partial \lambda} \leq 0$ ($\eta \geq \eta_\lambda^*$の時),
$\frac{\partial P(k^*)}{\partial \lambda} > 0$ ($-\lambda < \eta < \eta_\lambda^*$の時)

ただし、$\eta_\eta^*, \eta_n^*, \eta_\lambda^*$は同一の値をとるとは限らない。

この命題は、極端な危険愛好的な主体 ($\eta < \eta^*$の場合) を除いて、危険回避度、選択回数、短期的リスクの変動が増加するとともに最も魅力的な選択肢 k^*を選択する確率は単調に増大することを示している。同様にして、期待費用$-A_k$が最も大きい（もっとも魅力的でない）選択肢 k^{**}の選択確率 $P(k^{**})$ は、危険愛好的な主体 ($\eta < \eta^*$の場合) を除いて、危険回避度、短期的リスクの変動の増加に伴って単調に減少することを示すことができる（命題 2 と同様に証明できる）。すなわち、通常の危険回避選好を有する主体であれば、危険回避度が高くなるほどより慎重な判断を行ない期待費用$-A_k$が小さい選択肢をより確実に選択する傾向が強くなる。なお、命題 2 は、ある臨界的な$\eta_\eta^* < 0$ を境界として $P(k^*)$ がηに関して 2 価関数となることを意味している。同一の選択確率に対して異なるηが対応することを意味し、モデル推計上困難な問題を生じる可能性がある。臨界的な $\eta_\eta^* < 0$ の値は A_kの値に依存しているが、既往の研究成果[2)]に基づいて判定する限り、η_η^*の値は$-\lambda$に極めて近い値をとる。極端に危険愛好的な主体でない限り$\eta > \eta_\eta^*$が成立し、実用上この種の問題が現れるケースはほとんどないと考える。危険中立的、あるいは危険回避的な主体の選択行動を対象としている限り常に$\eta > \eta_\eta^*$が成立しており、ここで言及したようなことが問題になることはない。



図－1　危険回避度と選択確率

6. 数値計算事例

2 段階離散選択モデルの挙動を数値計算を通じて分析してみよう。ここでは、議論を分かりやすくするために、バス定期券の購入行動を例にとって数値計算を行なう。長期的選択肢として 1 ）定期券を購入しない ($k = 0$)、 2 ）定期券を購入する ($k = 1$) を考える。また、短期的選択肢としては 1 ）バスを利用しない ($i = 0$)、 2 ）バスを利用する ($i = 1$) の 2 通りを考える。そこで、短期的効用関数を

$$v_i^k = \alpha_T T_i^k + \alpha_C C_i^k + \varepsilon_i^k \tag{34}$$

と定式化しよう。ここに、T_i^k, C_i^kはそれぞれ長期的選択肢 A_kの下で短期的選択肢 B_i^kを選択した場合の所要時間、所要費用を表わしている。所要費用は定期券が購入された場合、所要費用は短期的にサンクされており $C_1^1 = 0$ になると考える。長期選択問題における期待効用関数を次式のように定式化する。

$$E[u(k)] = \begin{cases} -\frac{1}{\eta}\exp\{-\eta[A(n,k) - n\gamma_k]\} + \frac{1}{\eta} & (\eta \neq 0) \\ A(n,k) & (\eta = 0) \end{cases} \tag{35}$$

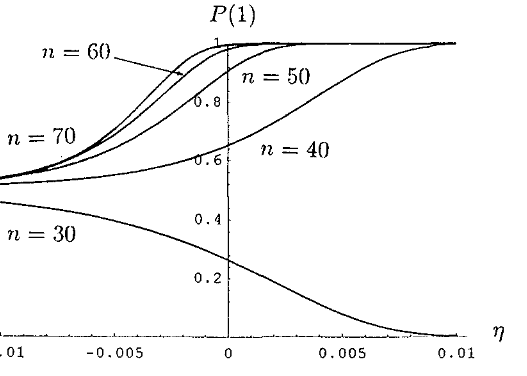
ただし、$A(n,k) = -G_k + \frac{n}{\lambda_k}\ln\sum_i \exp\{\lambda_k[\alpha_T T_i^k + \alpha_C C_i^k]\}$、$G_k$は定期券の費用（ただし、$G_0 = 0$ である）。ここで、参考文献[2)] に基づいてパラメータ値を以下のように想定する。$\lambda_k = 1$, $\nu = 1.5$, $\alpha_T = -0.17$, $\alpha = -0.011$, $\alpha_C = -0.023$。さらに、選択肢に対応した属性の標準ケースを以下のように設定した。$n = 50$, $G_1 = 12,000$, $T_0^k = 20$, $T_1^k = 20$, $C_0^k = 100$, $C_1^0 = 300$, $C_1^1 = 0$ $(k = 0, 1)$。

a）危険回避度の影響　図－1 は、危険回避度と定期券の選択確率の関係を示している。定期券の価格が変化すれば定期券の便益も変化する。ここで

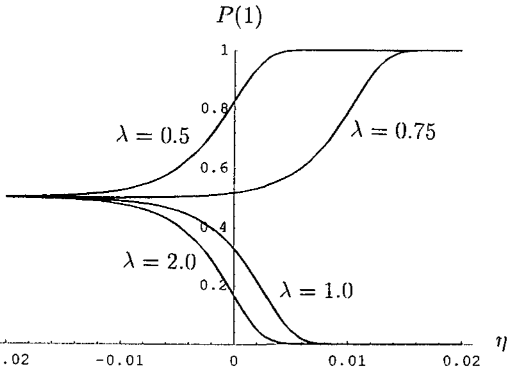
は、標準ケース $G_1 = 15,000$ から定期券の価格を $G_2 = 12,000$, $G_3 = 9,000$, $G_4 = 6,000$, $G_5 = 3,000$ と逐次減少させ定期券の選択確率と危険回避度の関係を分析している。ここでは$\partial P(k^*)/\partial \eta < 0$ となるようなηの領域を除外した結果を示している。定期券の購入によって生じる期待費用の減少量を$\delta(n) = A(n,0) - A(n,1)$ で評価しよう。定期券の価格が G_1, G_2, G_3の場合、$\delta(n) < 0$、G_4, G_5の場合には$\delta(n) > 0$ となる。図－1の結果から、i) 定期券の購入によって期待費用が減少するとき、すなわち、$\delta(n) > 0$ の時、より危険回避的な主体は、より高い確率で定期券を購入する傾向があること、ii) 逆に、定期券の購入によって期待費用が増加する場合、すなわち、 $\delta(n) < 0$ の場合には、危険回避度が高い主体ほど、定期券の購入確率が低くなる。この結果は、命題２の１）に対応している。

b）選択回数の影響　標準ケースに対して $n = 30, 40, 50, 60, 70$ と変化させ、定期券の選択確率がどのように変化するかを分析した。図－２は選択回数を変化させた時に定期券の選択確率と危険回避度の関係がどのように変化するかを示している。ここでとりあげたηの領域の中では選択回数が大きいほど(λが小さいほど) 定期券の購入確率は増加する。このことは命題２の２）に示した性質と対応している。ただし、$A(n,k)$ の定義より選択回数 n が増加すれば $A(n,k)$ の値も変化し、$\delta(n)$ の符号が変化する。本ケースでは、$n = 30$ の場合$\delta(n) < 0$、$n = 40, 50, 60, 70$ の場合には$\delta(n) > 0$ となる。命題２の１）に示したように$\delta(n) > 0$ の場合にはηが大きくなるにつれて定期券の選択確率は増加する。逆に、$\delta(n) < 0$ の場合には減少する。

c）リスク変化の影響　図－３は定期券の価格を G_3に設定し、λと選択確率の関係を分析した結果を示す。ここでとりあげたηの領域の中では短期的誤差項の分散が大きい (λが小さい) ほど定期券の購入確率は増加する。このことは命題２の３）と対応している。これらの性質は、短期的効用項の独立性を仮定したことの論理的帰結である。この場合、定期券は短期的選択におけるリスクを軽減させるオプションとしての機能を果たしている。このことは通常の不確実性下での意思決定行動としては自然な結論である。一方、定期券の購入行動という文脈の下では、



図－２　選択回数の変化と選択確率



図－３　リスク変化と選択確率

短期リスクの増加は定期券の購入を差し控えさせると考えたほうが自然であろう。この場合、定期券はオプションとしての機能を果たしていない。定期券の購入は短期的選択行動に心理的な制約を加える。リスクが大きくなるほどその制約を回避しようとする傾向が現れる。この種の危険回避行動を表現するためには、長期的選択がもたらす非可逆的な心理効果を明示的に表現するモデルが必要となるが、これに関しては将来の課題としたい。

7．おわりに

本研究では、不確実性下における長期的･短期的な多段階選択問題に直面する個人の２段階選択行動を表現するためのランダム効用モデルを提案した。本研究で提案したランダム効用モデルは、広い範囲の耐久消費財の選択問題や交通行動、土地利用行動のモデル化に適用が可能である。特に、個人のリスク回避行動を明示的に表現できることより、個人のリスクプレミアムや不確実性下における経済便益の測定

問題に利用可能である利点がある。従来のネスティッド型のロジットモデルは、本研究で提案したモデルの1つの特殊ケースに該当している。すなわち、従来のモデルは危険中立型の個人の選択行動を表現しており、リスク回避的な個人の多段階選択問題には適用できないことを明らかにした。

個人のリスク選好を考慮した階層的な離散選択モデルに関する研究は、著者らの知る限り他に見あたらない。今後は、本研究で提案したモデルを用いた実証研究を発展させる必要がある。著者らは、定期券購入行動を対象とした実証分析を実施しているが、その成果については別の機会に発表したいと考える。なお、本研究で提案した階層的離散選択モデルは、いくつかの点について拡張が可能である。第1に、短期的選択の頻度決定問題を内生化したような多段階離散選択問題の開発が可能である。たとえば、定期券の利用回数といった短期的選択の頻度は定期券の価格等の長期的変数の影響を受けるだろう。この種の短期的・長期的選択の相互作用に関する研究は今後に残された大きな研究課題である。第2に、本研究で提案したモデルにおける絶対危険回避度はモデル作成にあたって推計すべきパラメータであるが、パラメータ値は個人間で多様に分布していると考えることができる。このパラメータ値は定数ではなく、むしろ確率変数と考えたほうが望ましい場合もあろう。この種のモデルの推計方法の開発も重要な研究課題である。以上は、本研究で提案したモデルの実用化にあたって解決すべき重要な研究課題であり、別の機会に発表したいと考える。

付録

A. 効用関数の極限操作

危険型効用関数をテイラー展開する。

$$u(x) = -\frac{1}{\eta}(1-\eta x+\frac{\eta^2}{2}x^2+\cdots)+\frac{1}{\eta}$$
$$= x-\frac{\eta}{2}x^2+\cdots$$

上式において$\eta\to+0$の極限をとれば危険中立型効用関数に一致する。

B. 期待効用の導出過程

式 (17) を用いて式 (16) を展開する。記述の簡略化のため定数項$1/\eta$を省略する。

$$E[u(k)] = -\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\exp(-\eta\chi_t^k)dG_k(\chi_t^k)$$
$$= \frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\left\{\int_{-\infty}^{\infty}\lambda_k\beta_k\exp(-(\eta+\lambda_k)\chi_t^k)\right.$$
$$\left.\cdot\exp\{-\iota_0-\beta_k\exp(-\lambda_k\chi_t^k-\iota_0)\}d\chi_t^k\right\}$$

変数変換 $\exp\{-(\eta+\lambda_k)\chi_t^k\}=s_t$より $E[u(k)]=\frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\{\int_0^{\infty}\alpha_k\beta_k\exp(-\beta_k s_t^{\alpha_k}\exp(-\iota_0))ds_t\}$を得る。ただし、$\alpha_k=\lambda_k/(\eta+\lambda_k), \beta_k=\sum_i\exp(\lambda_k\bar{v}_i^k)$である。変数変換$\beta_k s_t^{\alpha_k}\exp(-\iota_0)=z_t$を施せば、

$$E[u(k)] = -\frac{\Phi_k}{\eta}\prod_{t=1}^{n}\left\{\int_0^{\infty}\kappa_k z_t^{\frac{1-\alpha_k}{\alpha_k}}\beta_k^{\frac{\alpha_k-1}{\alpha_k}}\exp(-z_t)dz_t\right\}$$
$$= -\frac{\Phi_k}{\eta}\left\{\kappa_k\beta_k^{\frac{\alpha_k-1}{\alpha_k}}\Gamma\left(\frac{1-\alpha_k}{\alpha_k}+1\right)\right\}^n$$
$$= -\frac{\Phi_k}{\eta}\{\sum_{i=1}^{m}\exp(\lambda_k\bar{v}_i^k)\}^{-\frac{n\eta}{\lambda_k}}\kappa_k^n\Gamma\left(\frac{\eta+\lambda_k}{\lambda_k}\right)^n$$
$$= -\frac{1}{\eta}\exp\{-\eta[A_k(\boldsymbol{x}_k,\boldsymbol{y}^k)-n\gamma_k]\}$$

ただし、$\kappa_k=\exp(\iota_0/\lambda_k)$、$\gamma_k=\{(\iota_0\eta)/\lambda_k+1/\eta\cdot\ln\Gamma((\eta+\lambda_k)/\lambda_k)$、$\Gamma(\cdot)$はガンマ関数である。

C. 命題1の証明

1): 式 (33) より$\partial\rho_k/\partial\eta=-n\{\ln\Gamma(x_k)-z_k\psi(x_k)\}/\eta^2$を得る。$z_k=\eta/\lambda_k$。$\psi(\cdot)$ は di-Γ関数$\psi(x_k)=\partial\ln\Gamma(x_k)/\partial x_k=\Gamma'(x_k)/\Gamma(x_k)$、$x_k=1+\eta/\lambda_k$である。ここで、$\ln\Gamma(x_k)$ が$\eta>-\lambda_k$で凸かつ可微分であり$\ln\Gamma(1)=0$である。凸集合の分離定理を用いれば、任意の$\eta>-\lambda_k$に対して$\ln\Gamma(x_k)-z_k\psi(x_k)\le 0$を得る (等号は$\eta=0$の時)。したがって、$\partial\rho_k/\partial\eta\ge 0$ $(\eta>-\lambda_k)$ が成立。**2)**:$\partial\rho_k/\partial n=\rho_k/n>0$より明か。**3)**: $\partial\rho_k/\partial\lambda_k=-n\{\iota_0+\psi(x_k)\}/\lambda_k^2$の符号を評価する。$\psi'(x_k)>0$ $(x_k>0)$, $\psi(1)=-\iota_0$ という di-Γ関数の性質から、$\partial\rho_k/\partial\lambda_k<0$ ($\eta>0$ の時) が成立。同様に、$\partial\rho_k/\partial\lambda_k>0$ ($-\lambda_k<\eta<0$ の時) が成立。**4)**:ρ_kはηに関して単調増加。ロピタルの定理と$\psi(1)=-\iota_0$より $\lim_{\eta\to 0}\rho_k=n\iota_0/\lambda_k+n\psi(1)/\lambda_k=0$。よって 4) が成立。

D. 命題2の証明

1): $\partial P(k)/\partial\eta=\frac{\iota}{\eta^2}e^{\eta\rho}P(k)\sum_j P(j)\Delta_{kj}(\eta)$ を評価する。$\Delta_{kj}(\eta)=f(A_k,\eta)-f(A_j,\eta)$, $f(A_k,\eta)=\{b(\eta)+\eta A_k\}\exp(-\eta A_k)$, $b(\eta)=1-nz(\iota_0+\psi(x))$, $z=\eta/\lambda$である。$\partial P(k)/\partial\eta$の符号は$\sum_j P(j)\Delta_{kj}(\eta)$に依存する。命題2を証明するために、まず任意の$A_j, A_k$ $(A_j<A_k)$ に対してある臨界的な危険回避度η^*が存在し、

$$\begin{cases}\Delta_{kj}(\eta)>0\ (\eta>\eta_{kj}^*\text{の時})\\ \Delta_{kj}(\eta)=0\ (\eta=\eta_{kj}^*\text{の時})\\ \Delta_{kj}(\eta)<0\ (-\lambda<\eta<\eta_{kj}^*\text{の時})\end{cases}\quad(36)$$

が成立することを示す。$b' = \partial b(\eta)/\partial\eta = -z(\iota_0 + \psi(x)) + y\psi'(x)$ を得る。ただし、$y = \eta/\lambda$。di-Γ関数の性質$\psi'(x) > 0, \psi(1) = -\iota_0$より、a) $b' < 0$ ($\eta > 0$ の時), b) $b' = 0$ ($\eta = 0$ の時), c) $b' > 0$ ($-\lambda < \eta < 0$ の時) が成立。$b(0) = 1$、$\lim_{\eta\to-\lambda} b' = -\infty$、$\lim_{\eta\to\infty} b' = -\infty$。$\partial f(A_k, \eta)/\partial A_k = -\eta^2\{A_k - z(\iota_0 + \psi(x))\}\exp(-\eta A_k)$ を評価する。$\iota_0 + \psi(x)$ は $\eta = 0$ の時に 0 をとりη に関して単調増加する凹関数、かつ$\eta \to -\lambda$で$-\infty$ に発散する。方程式 $A_k - z(\iota_0 + \psi(x)) = 0$ は任意の $A_k < 0$ に対して単根$\eta(A_k) < 0$ を持つ。任意の A_0, A_1 ($A_0 < A_1 < 0$) に対して$\eta(A_0) < \eta(A_1) < 0$ が成立。以上より、a) $\partial f(A_k, \eta)/\partial A_k \geq 0$ ($\eta(A_k) \leq \eta$の時), b) $\partial f(A_k, \eta)/\partial A_k \leq 0$ ($-\lambda < \eta < \eta(A_k)$ の時)。等号は $\eta = \eta(A_k)$ の時に成立。以上の準備に基づいて$\Delta_{kj}(\eta)$ を評価する。以上より、$A_j < A_k < 0$ を満たす任意の A_j, A_kに対して$\Delta_{kj}(\eta) \geq 0$ ($\eta(A_k) \geq \eta$の時)、$\Delta_{kj}(\eta) \leq 0$ ($-\lambda < \eta < \eta(A_j)$ の時) は明白。$\Delta_{kj}(\eta)$ は$\eta > -\lambda$に関して連続であり、$\Delta_{kj}(\eta^*) = 0$ を満たすη^* が区間 $(\eta(A_j), \eta(A_k))$ に存在する。ここで、$\partial\Delta_{kj}(\eta)/\partial\eta = -\Xi_k + \Xi_j + b'\{\exp(-\eta A_k) - \exp(-\eta A_j)\}$ の符号を評価する。なお、$\Xi_k = A_k\{\eta[A_k - z(\iota_0 + \psi(x))]\}\exp(-\eta A_k)$ である。任意の $\eta \in (\eta(A_j), \eta^*)$ に対して、$A_k - z(\iota_0 + \psi(x)) < 0$、$A_j - z(\iota_0 + \psi(x)) > 0$ が成立。$\eta < 0$ の時、$b' > 0$ であることを留意すれば$\partial\Delta_{kj}(\eta)/\partial\eta$ の第1項〜第3項はそれぞれ負となる。任意の$\eta \in (\eta(A_j), \eta^*)$ に対して$\Delta_{kj}(\eta) < 0$ となる。同様に、任意の$\eta \in (\eta^*, \eta(A_k))$ に対して$\Delta_{kj}(\eta) > 0$ となる。式(36) が成立。任意の$j \neq k^*$に対して$\Delta_{k^*j}(\eta) > 0$は単調増加。$\partial P(k^*)/\partial\eta(A_{k^*}) > 0$, $\partial P(k^*)/\partial\eta(A_{k'}) < 0$ が成立し、区間$[\eta(A_{k'}), \eta(A_{k^*})]$ で$\partial P(k^*)/\partial\eta$は単調増加。ゆえに 1) が成立。**2)3):1)** と同様の方法で証明できるので紙面の都合上省略する。

参考文献

1) McFadden, D.: Conditional Logit Analysis of Qualitative Choice Behavior, In P. Zarembka (ed.), *Frontiers in Econometrics*, Academic Press, 1973.
2) 土木学会: 非集計行動モデルの理論と実際、土木学会, 1995.
3) Manski, C.F.: The structure of random utility models, *Theory and Decision*, 8, pp. 229-254, 1977.
4) Hensher, D.A. and Johnson, L. W.: *Applied Discrete-Choice Modelling*, A Halsted Press Books, 1981.
5) Pudney, S.E.: *Modelling Individual Choice, The Econometrics of Corners, Kinks and Holes,* Basil Blackwell, 1989.
6) Daganzo, C.: *Multinomial Probit, The Theory and Its Applicatioin to Demand Forecasting,* Academic Press, 1979.
7) Maddala, G.S.: *Limited-Dependent and Qualitative Variables in Econometrics*, Cambridge University Press, 1983.
8) Amemiya, T.: *Advanced Econometrics*, Basil Blackwell, 1985.
9) Kobayashi, K.: Information, rational expectations and network equilibria, An analytical perspcetive for route navigation systems, *The Annals of Regional Science*, 28: pp. 369-393, 1994.
10) 小林潔司、喜多秀行、多々納裕一：送迎・相乗り行動のためのランダム・マッティングモデルに関する研究、土木学会論文集（投稿中）.
11) Jeuland, A. P., Bass, F.M. and Wright, G. P.: A multi-brand stochastic model compounding heterogenous Erlang timing and multinomial choice process, *Operations Research*, 28, pp. 255-277, 1980.
12) 中西政雄編著：消費者行動分析のニュー・フロンティア、誠文堂新光社, 1984.
13) 例えば、森口繁一・宇田川銈久・一松信：岩波数学公式 III、特殊関数、岩波書店、1960.

危険回避選好を考慮した２段階離散選択モデルに関する研究

多々納裕一、小林潔司、喜多秀行

本研究では短期的・長期的選択という２段階の離散選択行動を同時に表現するランダム効用モデルを提案する。その際、個人は長期選択において自らの短期的選択の結果の変動により内生的に形成されるリスクに直面していると考えることとする。従来のネスティッドロジットモデルは本研究で提案するモデルにおいて危険中立型選好を有する特殊な場合に相当する。さらに、モデルが有する種々の特性について理論的に考察する。

A TWO-STAGED DISCRETE CHOICE MODEL WITH RISK PREFERENCES

Hirokazu TATANO, Kiyoshi KOBAYASHI, and Hideyuki KITA

In this paper, we present a random utility model, which can simultaneously express the consumer's short- and long-term discrete choices within a unified framework. The risks with which the consumer are faced in her long-term choices is assumed to be endogenously emerged through a sequence of her subsequent short-run choices. Within our framework, the nested logit model can be regarded as a special case of our model where the consumer has risk neutral preferecnes. The qualitatibe properties of the model are theoretically investigated.