【土木計画学研究・論文集 No.13 1996年8月 招待論文】

交通流の予測・誘導・制御と動的なネットワーク配分理論*

Theory for Forecasting / Control of Dynamic Transportation Network Flows

赤松 隆**

By Takashi AKAMATSU

1. はじめに

自動車を中心とする交通の諸問題の解決は，今後，避けて通ることのできない重要課題である．近年，この問題への対応策として，わが国をはじめ多くの先進諸国で，交通のインテリジェント化／高度情報化プロジェクトが進められている．

それらのプロジェクトで対象となっている開発システムは様々であるが，基本的には，交通の“円滑化”，”安全化”，“環境問題緩和”等を，機能目的とする幅広いシステム群である．例えば，日本のVERTISでは，重要システムとして以下の23システムを選定している[84]：

1)高度信号制御，2)道路交通情報・提供，3)統合交通情報，4)ナビゲーション／動的経路誘導，5)交通流誘導・配分; 6)動的駐車場案内，7)駐車場予約; 8)車両運行管理，9)高度ロジスティクス，10)新物流; 11)自動車料金収受，12)高速道路通行予約，13)ロード・プライシング; 14)車両安全監視・警報，15)インシデント／事故管理，16)安全情報提供・制御，17)前方障害物警報，18)周辺車両警報，19)視覚支援，20)車両距離制御，21)アダプティブ・クルーズ・コントロール，22)車線追従走行，23)専用道路での自動運転．

本稿で注目するのは，需要調整による交通流の円滑化を主な狙いとした1)-5)および13)である．これらは，情報処理・通信機器のめざましい進展により，ハードウエア技術面からは十分実現可能なものである．しかし，それらは，適切なソフトウエア面の基盤がなければ，情報通信機器の単なる集合体であり，交通流の円滑化に役立つことを期待するのは難しい．では，そのソフトウエア面，特に，これらのシステムによって交通流円滑化を実現するための理論的背景はどのようなものなのだろうか？ また，それらは，現在どのような状況にあるのだろうか？

このような疑問に完全な解答を与えることは現時点では難しいが，部分的な解答となることが期待されるものとして“動的な交通ネットワーク配分理論”をあげることができる．

本稿は，この動的な交通ネットワーク配分理論の現状を検討し，新たな枠組みの提案および，今後の研究展望を行うものである．ただし，動的な交通ネットワーク配分理論は，現状では，交通のインテリジェント化を明確に意識して作られたものではない．むしろ，既存の静的な交通ネットワーク配分理論の自然な延長として発展してきたものといえる．そこで，本稿では，まず，動的な交通ネットワーク配分理論を上記の交通のインテリジェント化との関係やその他諸側面から眺めることから始める．そのような作業から，理論の位置付けを確認することが，本稿の第一の目的である（第２章）．

本稿の第二の目的は，動的な交通ネットワーク配分研究の理論面での *state of the art* を体系的に確認することである（第３・４章）．この分野の理論は，

* Keywords: 動的配分，ネットワーク交通流，経路選択，ITS
** 正会員 工博 豊橋技術科学大学助教授 知識情報工学系
(〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘 1-1, http://www.rome.tutkie.tut.ac.jp,
E-mail:akamatsu@tutkie.tut.ac.jp, Fax. 0532-47-5301)

本格的に研究が進展し始めてからまだ日が浅く，モデリングの基本的な面においても混乱が散見される．従って，現時点で理論的に明らかとなっていることとそうでないことを再確認しておくことは有意義であると考える．ただし，本稿は，この分野の研究の網羅／列挙を行うものではない（その目的には，例えば[61]を参照）．むしろ，今後の各種拡張・応用の基礎となると考えられるモデルのみに的を絞り，著者等の最近の研究[2,3,52,53]をベースにした理論的検討と整理を行うものである．

第三の目的は，従来の動的な交通ネットワーク配分の枠組みをより一般化した新たな統合モデルを提案することである（第５章）．第４章までで議論されるネットワーク配分は経路選択／制御のみを考慮したモデルである．一方，これとは独立に，通勤者の出発時刻選択による動的なフロー・パターン生成を均衡論的に分析した一連の研究が従来から存在する．本稿では，これらの２つの研究の流れを整合的に統合／一般化することにより，“弾性需要型の動的利用者均衡配分”を構築し，その基本特性を理論的に解明する．

最後の目的は，動的な交通ネットワーク理論の今後の研究展望を示すことである（第６章）．すなわち，第５章までで述べられる理論の現状を念頭においた上で，現行の枠組み／モデルでは不十分な点を克服してゆくための今後の重要研究課題を列挙し，その解決の可能性を検討する．

2．交通流の予測・制御と ネットワーク・フロー・モデル

2.1 情報提供システムと交通流の円滑化

近い将来，道路網の混雑状況等の交通情報を各車両に提供するシステム基盤が整備され，その情報を受信・表示する車載機器が相当数普及するであろう．しかし，仮に時々刻々の混雑状況等の情報がそのまま提供されるとした場合，そのシステムは本当にネットワーク全体での混雑緩和に役立つであろうか？

簡単な例として，ある経路（or 道路区間）がある時点で混雑しており，その経路を迂回する別の経路を“推奨”するような情報が，ある利用者群に提供された場合を考えよう．もしその対象利用者全員がその推奨情報に従った場合，どうなるだろうか？

この結果は，一般的にはネットワーク構造／道路容量等の供給条件と関連利用者数／ＯＤパターン等の需用条件のバランスによるため一概には決められない．しかし，ひとつの起こり得るケースとして，推奨経路に利用者が集中し，情報提供どおりに行動した利用者は，かえって時間的損失を被るような事態が考えられる．あるいは，推奨経路利用者群Ａとは別の利用者群ＢがＡの推奨経路に含まれる区間を通過したい時に，迂回してきたＡのために予想外のひどい混雑を被るという事態が生じる可能性はさらに高い．この場合，推奨経路を利用したＡの所要時間は仮に低くなっていたとしても，Ｂの被る不便益の増加によってネットワーク利用者全体の総便益は悪化する可能性がある．つまり，情報提供方法が単なる情報の“垂れ流し”では，ネットワーク・システム全体でみると，情報提供システムなど無い方が結果的にはよかったということが十分に起こり得る．

2.2 動的なネットワーク・フロー・システムの予測と制御の必要性

上で述べたような状況は，交通ネットワークでは混雑による“外部不経済効果”が存在するために生じる．情報は，その受け手のもつ不確実性を減少させるときには，経済的非効率性を減少させる可能性を持つ．しかし，その不確実性改善効果よりも，情報による誘導がもたらす混雑の増加による外部不経済効果の方が大きければ，ネットワーク・システム全体での効率性／経済厚生がかえって下がる．これは，当然のことであるが，交通情報システムの整備・運用に際して留意しなければならない点である．

従って，交通情報システムへの投資を有効に活用するためには，交通ネットワーク・フロー・システムで生じる外部不経済効果を考慮した上で，的確な誘導（制御）を行う方法を考えなければならない．特に，混雑状況等のリアルタイムの情報提供を行う際には，システムによって収集される情報をもとに，将来時点の*時々刻々の*ネットワーク・フロー・パタ

ーンの予測を行うことが必要である．さらには，それをもとに望ましい（あるいは，最悪でもシステムがないときよりも良好な）フロー・パターンを実現するための誘導･制御方法を考えなければならない．

2.3 動的なネットワーク・フロー・システムの基本構成要素とそのモデリング

(1) システムの構成要素とサブ・システム

ネットワーク・フロー・パターンの時々刻々の予測あるいは制御を行うためには，“動的なネットワーク・フロー・システム”のモデル表現を行わなければならない．そのためには，まず，そのシステムに含まれる要素の定義，構成要素の機能・動作・状態の表現，そして各要素間の関係の表現が必要である．

情報提供システムを含む動的なネットワーク・フロー・システムを構成する基本要素は，車両（＋利用者），道路区間，交差点，信号制御装置，車両発生／吸収地点，情報センター等々である．これらの各要素は，フロー・パターンの予測・制御の目的のためには，以下の３つのサブ・システム：

a) ネットワーク状態システム
b) 利用者行動システム
　i) 経路選択モデル，ii) 出発時刻選択モデル
c) 情報提供／制御センター・システム
　i) 直接的制御モデル，ii) 間接的制御モデル

に概念的に集約化して考えるとわかりやすい．これらのサブ・システム間の相互関係の概略構造は，概念的には，図１のように表現することができる．

a)のネットワーク状態システムは，ネットワーク上の各道路区間・交差点等（リンク・ノード）での車両の挙動（フロー）等の物理的な状態変化を表現するものである．

しかし，これだけではネットワーク全体での状態変化を一意的に決定できない．各車両が，所与の起終点間のどの経路を利用するかをサブシステム b)あるいは c) によって決定する必要がある．制御を想定しない予測モデルであれば，利用者の現実の意志決定（経路選択）行動をサブシステム b)で表現する．また，もし全ての車両を直接的に制御できるような状況を想定するなら，ネットワーク管理者の経路指示をサブシステム c)によって表現することとなる．以下では，これらの経路決定基準を“配分原則”と呼ぶ．なお，図１では示されていないが，サブシステム b)では，経路選択だけではなく，出発時刻選択も含まれる．これによって各時刻における総需要が決定される．

サブシステム c)は，一般的には，２種類の制御変数を出力とする．すなわち，信号・ランプ制御のような直接的な制御と情報提供・経路推奨・料金賦課のような間接的制御（誘導）である．

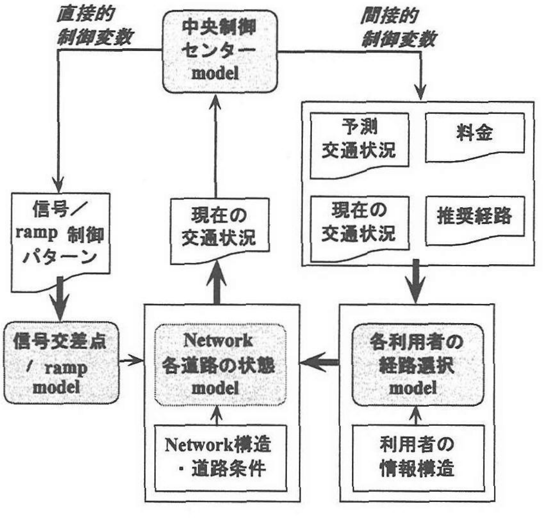

図１ 動的な交通ネットワーク・フロー・システム

(2) 構成要素／サブシステムのモデル表現

上記の構成要素／サブシステムの機能・動作・状態のモデリングには様々なバリエーションがあり得る．例えば，最もミクロな表現を行うモデルでは，ネットワーク上の各車両およびその挙動をそのまま表現することになる．一方，よりマクロな表現のモデルでは，各道路区間上のフロー密度，フロー流入率，流出率等のような“集計的”な変数をを状態変数として，その変数間の関係を記述するモデルを構築する．

また，このようなモデルは，それを具体的に記述する“言語／道具立て”の違いによって，計算機シミ

ュレーション・モデルと数理（理論）モデルに大別できる．前者のアプローチでは，細かな条件設定をモデルに柔軟に組み込むことができ，上述のミクロな表現からマクロな表現を用いたものまで様々な種類のモデルが実際に構築されている（例えば[43,57,83]）．その反面，モデルの一般的な特性を把握することやシステム最適配分（第４章参照）のような制御モデルの計算を行うことは困難である．一方．後者の数理理論モデルでは，通常は，ネットワーク状態をややマクロに表現するため，詳細／複雑な条件を組み込みにくいが，その反面，モデルの一般的な特性を解析的に把握することが可能である．本稿の第３～５章で議論するモデルはこちら（数理理論）のタイプである．

(3) 予測・制御対象時間の視野の区別

サブシステム b) の利用者の経路選択行動は，各利用者が持っているネットワーク状況に関する“情報構造”に依存している．また，情報提供がある場合，それによる利用者の情報構造の変化およびその結果としての行動を予測するモデルが必要である．さらに，提供される情報の信頼性等についての長期にわたる学習効果のような，情報システムと利用者の相互作用も考慮しなければならないだろう．

このような状況を考慮するためには，一日の時間変動特性 (time-of-day dynamics) を表す (i.e.時々刻々のフローを表現する) 動的モデルだけではなく，日々の日変動特性 (day-to-day dynamics)を表現するモデルも必要とされる．ただし，この day-to-day dynamics に関する問題は極めて複雑であり，本格的に議論するには，本稿では手に余る問題である．従って，以降の章では，time-of-day dynamics のみを議論の対象とする．

2.4 動的なネットワーク配分理論の位置付け

(0) 動的な配分理論がカバーできる範囲

“動的な配分理論”という言葉の指し示す範囲は，現状では，狭義と広義の２種類が考えられる．ここでは，“狭義の動的配分理論”とは，静的な配分理論／モデルの自然な延長上で得られる動的なネットワーク・フロー・モデルに関する理論であると定義しておく．これは，端的に言えば，**2.3**節の図１における制御変数を明示的には含んでいないモデルに関する理論である．この理論のモデルは，通常，数理モデルの形態をとっている．また，研究の進展度合との関係で言えば，この狭義の動的配分理論は，現在，ある程度の一般性・体系性を備えた結果が得られている（あるいは得られつつつつある）ものである．本稿の第３～５章で示される理論モデルは，この狭義の動的配分理論モデルである．

一方，“広義の動的配分理論”は，**2.3**節で述べたシステム全体をカバーするものであると定義しておこう．ただし，現実には，まだそのような理論は存在せず，むしろ，今後の方向性を示す意味合いが強い．例えば，**2.3**節 (3)で述べた各種誘導・制御手段と利用者行動の相互作用等に関する問題は，現実には重要であるが，現状では，一般的な理論と呼べるものは存在しない．また，広義の動的配分理論におけるモデルでは，狭義の動的配分理論の場合とは異なり，シミュレーション・モデルと数理理論のハイブリッド・タイプのような形態のものとなるかもしれない．もし，この広義の理論が完成すれば，実際の交通のインテリジェント化プロジェクト等に完全に対応した理論的基礎となるであろう．

さて，交通のインテリジェント化のソフト面での基礎となる理論あるいはアプローチは，動的配分理論の他にも色々なものが考えられる．以下では，狭義／広義の動的配分理論と特に密接な関係があると考えられるいくつかのアプローチとの関係を確認しておく．

(1) 行動論的／要素論的アプローチとの関係

狭義の動的配分理論における配分原則は，（これを記述的モデルとみなす場合）極めて単純化・理想化されたものとなっている（第４章参照）．これは“個人行動の正確な描写を行わなければモデル構築の意味が無い”とする“行動論的立場”からは，しばしば問題視される点である．

しかし，この問題は，システムとしての法則の把

握／理解に重きをおくか，要素の理解に重きをおくかの違いであり，他の分野でも類似した状況が見られる．例えば，脳の仕組みを解明するためのアプローチを考えてみよう．脳の構成要素である個々の神経細胞について，いくら生理学的に詳細な機能を調べても，それだけではシステムとしての脳の本質的な動作原理は理解できない．そこで，神経細胞網理論では，まず，個々の神経細胞については単純化した数理モデルを考え，それに基づいたネットワーク・システムの動作原理を解析している．そして，そのようなアプローチは，実際，かなりの成功をおさめているといえるだろう．また，仮にその数理モデルが現実の脳とは全く異なったものであっても，逆にそのモデルが工学的に有用な動作をすることがわかれば，別の応用が考えられる．

これは，動的な交通ネットワーク配分理論でも，全く同様にあてはまると考えられる．まず単純な要素モデルをもとに，動的なネットワーク・フロー・システムに本質的な諸性質を明らかにすることが重要である．システムとしての特性が把握できない状態にありながら，いたずらに利用者行動モデルを複雑にし細部のみを実現象にフィットさせることは，配分*理論*としては無意味であろう．また，単純化によるモデルは，仮に利用者行動面の本質とは乖離していたとしても，制御モデルとして有効である可能性が残されている．

*上記の議論は，行動論的知見の活用を否定しているのではないことは言うまでもない．あくまでも，動的な配分理論構築のステップに関する注意*である．広義の動的配分理論の最終目標から考えれば，行動論的知見が必須であることは論を待たない．従って，今後の動的配分理論の研究では，まず単純化された要素モデルによるネットワーク・フロー・システムの特性を確実に解明し，次に，要素モデルの改善とそれに対応したシステム解析を進化させてゆくというアプローチがとられるべきと考える．

(2) シミュレーション的アプローチとの関係

以降の章で示されるように，狭義の動的配分理論は，現状では，交通のインテリジェント化プロジェクト等でそのまま利用可能であるとは言い難い．当面は，実践的な課題に対しては，シミュレーション的アプローチや静的モデル等の併用で現実的な解決策を探ることになるだろう．

そのような場合に，シミュレーション・モデルとの対比から言える狭義の動的配分理論（モデル）の意義／役割は，まず，“*モデル構築の仮定が単純・明快で，その意味が説明・理解しやすいこと*”である．これは，シミュレーション・モデルの典型的な欠点の裏返しである．シミュレーション・モデルを現実に適合させようとすれば，非常に多くのパラメータ／仮定／ルール等を含んだものとなり，モデル作成者以外には，その内容が不透明になってゆくのが常である．また，いわゆる over-fitting 状態になり，モデル作成時と異なった状況での予測や政策分析に利用できないという事態にも陥りやすい．これに対して，本質的な箇所のみに絞った簡明な仮定・原則のみで現象を表現し，本質的な結果の方向を与えるのが動的配分理論である．

また，“*アドホックなシミュレーション等による様々な予測結果に対する基本的かつ汎用的な参照点となりうること*”も動的配分理論の重要な役割であろう．このことは，シミュレーション利用の際の理論モデルの相補的な利用法を意味している．シミュレーションでは，パラメータ設定による結果の違いや，異なったモデル間での比較が難しく，モデル利用者も "どの結果を信じればよいのかわからない" という状況がしばしば生じる．動的配分理論は，そのような状況に対する一種の "*ベンチマーク（基準点）*"としての役割を果たすだろう．例えば，第４章で述べられる数理理論モデルでの配分原則は，現時点では，必ずしも現実の制御あるいは予測に直接用いられるものではない．しかし，各種の実際的な制御方策や各種シミュレーション・モデルによる予測結果に対するベンチマークとなりうるという意味で基本的かつ重要である．

さらに，“*各種モデルの関連づけ／体系化を行うこと*”も動的配分理論の役割であろう．シミュレーション・モデルでは，モデル間の本質的な関係が不明なことが往々にして生じる．その整理は，動

的配分理論の役割である．また，この結果として，シミュレーション・モデルでアドホックに行われていた手続き(eg.ある種の収束を意図した繰返し計算等）の正確な意味付けや効率的な計算アルゴリズムの開発等が可能となるであろう．

以上で，動的配分理論の導入および位置付けに関する議論を終了する．以降の第３～５章では，狭義の動的配分モデル" に的を絞って，その内容の理論的検討を行ってゆく．広義の動的配分モデル（の一部の課題）については，第６章で議論する．

3．動的なネットワーク・フローの表現

交通ネットワーク・フローの（“狭義の”）動的配分モデルは，1) 動的なネットワーク・フローが満たすべき条件を表すシステム，2)経路選択／制御（配分）原則を表すシステム，および，3)出発時刻選択／ＯＤ需要決定則を表すシステムの３つのサブ・システムから構成される．本章では，1)の動的なネットワーク・フローが満たすべき条件の数理的表現を示す．これは，非常に基本的であるにもかかわらず，Merchant and Nemhauser[63]をはじめとして，従来の多くの研究において，交通流の解析のためには妥当とは言いかねるモデリング（例えば[15,32,55, 86]）が度々現れた箇所である．

3.1 ネットワークと基本的な変数の定義

(1) ネットワークとＯＤペア

本稿で示すモデルは，方向付きリンクの集合 L，ノードの集合 N，および起点・終点ペア（ＯＤペア）の集合 P から構成される交通ネットワーク $G[N,L]$ 上で定義される．起点，終点は N の部分集合であり，それらの部分集合を各々 R, S と書く．起点はフロー（交通需要）の 発生（“湧き出し”）があるノード，終点はフローの集中（“吸い込み”） があるノードであり， R, S に含まれない N の要素はフローが通過するだけのノードである．

集合 N 内の各ノードには 1～N までの整数の連番が振られているものとし，集合 L 内の各リンクは，そのリンクがノード i からノード j へ向かっている場合 (i,j)と示される．

(2) 動的なネットワーク・フロー変数

交通ネットワーク上のフローを表現するためには，モデルが静的か動的かに関らず，起点別／終点別／ＯＤペア別にフローを区別して考えなければならない．本稿では，第５章での出発時刻選択モデルの便宜から，終点別フローを用いる（もちろん起点別フローを用いても記述は可能である）．そして，各リンクにおけるフローの流入出状況を表す変数として

$A_{ij}^{d}(t)$＝時刻 t までにリンク(i,j) へ 流入した目的地 d をもつ車両の累積台数，

$D_{ij}^{d}(t)$＝時刻 t までにリンク(i,j)から流出した目的地 d をもつ車両の累積台数，

$$A_{ij}(t) \equiv \sum_{d} A_{ij}^{d}(t), \quad D_{ij}(t) \equiv \sum_{d} D_{ij}^{d}(t),$$

を定義する．また，これらを時間微分して交通流率としたものを

$$\lambda_{ij}^{d}(t) \equiv dA_{ij}^{d}(t)/dt, \quad \mu_{ij}^{d}(t) \equiv dD_{ij}^{d}(t)/dt,$$

$$\lambda_{ij}(t) \equiv dA_{ij}(t)/dt, \quad \mu_{ij}(t) \equiv dD_{ij}(t)/dt,$$

と書く．

次に，ＯＤペア間の動的な交通需要（ＯＤ交通）を表すための変数として，

$Q_{od}(t)$＝時刻 t までに起点 o を出発し，終点 d に向かう車両の累積台数，

を定義する．なお，本稿では，起点出発時刻を基準とした上の定義の交通需要変数を用いるが，終点到着時刻を基準とした表現を用いても同様の議論展開が可能である．

3.2 ネットワーク・フローの保存則

(1) 各ノードでのフロー保存則

ネットワーク上の各ノード k では，任意の時刻において常にフロー保存則：

$$\sum_i D^d_{ik}(t) - \sum_j A^d_{kj}(t) + Q_{kd}(t) = 0 ,$$

$$\forall k \in N, k \neq d \in S,\ \forall d \in S \quad (3.1a)$$

が成立しなければならない．ここで A^d_{ij}, D^d_{ij} および Q_{od} が時間微分可能であるとすれば，式(3.1a)は，

$$\sum_i \mu^d_{ik}(t) - \sum_j \lambda^d_{kj}(t) + dQ_{kd}(t)/dt = 0 ,$$

$$\forall k \in N, k \neq d \in S,\ \forall d \in S \quad (3.1b)$$

と等価である．

(2) 各リンクでの状態方程式

ネットワーク上の各リンク(i, j)の状態を表す基本的変数は，そこに存在する車両の台数である．これは，以下の式で決まる．

$$X^d_{ij}(t) = A^d_{ij}(t) - D^d_{ij}(t) \quad \forall (i,j) \in L, \forall d \in S \quad (3.2a)$$

ここで，$X^d_{ij}(t)$は時刻 t にリンク(i, j) に存在する目的地 d をもつ車両の台数である．A^d_{ij}, D^d_{ij} および Q_{od} 時間微分可能であるとすれば，式(3.2a)は，

$$\dot{X}^d_{ij}(t) = \lambda^d_{ij}(t) - \mu^d_{ij}(t) \quad \forall (i,j) \in L, \forall d \in S \quad (3.2b)$$

と等価である．

(3) 各リンクでの First-In-First-Out条件

First-In-First-Out (FIFO)待ち行列原則のもとでは，リンク(i,j) の退去順序は到着順序と同じでなければならない．従って，流入交通量と流出交通量は，図1に示される様に，以下の関係：

$$A^d_{ij}(t) = D^d_{ij}(t + c_{ij}(t)) \quad \forall (i,j) \in L, \forall d \in S \quad (3.3a)$$

を満たさなければならない．ここで，$c_{ij}(t)$ は時刻 t にリンク(i,j) へ流入したフローがそのリンクを流出するまでに要する通過所要時間（以下ではリンクコストと呼ぶ）である．
このFIFO原則を表す式(3.3a)は，A^d_{ij}, D^d_{ij} およびリンクコストが時間微分可能な場合には，

$$\lambda^d_{ij}(t) = \mu^d_{ij}(t + c_{ij}(t))(1 + dc_{ij}(t)/dt) .$$

$$\forall (i,j) \in L, \forall d \in S \quad (3.3b)$$

と等価である．なお，式(3.3b)は，FIFO原則のもとでは流入率と流出率の比が終点にはよらずに等しい，すなわち，

$$\lambda^d_{ij}(t) / \mu^d_{ij}(t + c_{ij}(t)) = \lambda_{ij}(t) / \mu_{ij}(t + c_{ij}(t))$$

$$\forall d \in S,\ \forall (i,j) \in L \quad (3.3c)$$

も意味している．

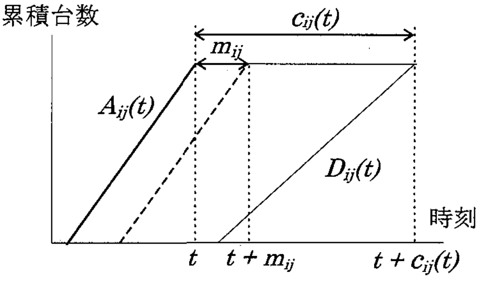

図１ 累積流入曲線と累積流出曲線

3.3 リンク通過モデルとリンク・コスト

図１に示されるように，FIFO原則下では，リンク通過所要時間 $c_{ij}(t)$ は時点 t における累積流入曲線と累積流出曲線の水平距離である．式 (3.3a)から，$c_{ij}(t)$ は $A_{ij}(t)$ と $D_{ij}(t)$ の関数として表現される:

$$\begin{aligned} c_{ij}(t) &= D^{d^{-1}}_{ij}(A^d_{ij}(t)) - t \quad \forall d \in S \\ &= D_{ij}^{-1}(A_{ij}(t)) - t . \end{aligned} \quad (3.4)$$

本稿では，簡単のため，待ち行列の物理的な長さを無視した “point queue (vertical queue)” モデルで考える．いま，μ^*_{ij} をリンク(i,j)の所与の最大流出率とし，m_{ij}を自由走行速度でのリンク所要時間とすると，このモデルでは，流出率は次の式で評価される：

$$\mu_{ij}(t + c_{ij}(t)) = \begin{cases} \mu^*_{ij} & \text{if } X_{ij}(t) > 0 \ \ or \ \ \lambda_{ij}(t) > \mu^*_{ij} \\ \lambda_{ij}(t) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$(3.5)$$

つまり，待ち行列が存在せず，かつ流入率が μ^*_{ij} を超えない状態では，流入フローは自由走行時間 m_{ij} の後に流入時と同一の流率で出てゆく．しかし，そうでない場合には，流出率は最大流出率 μ^*_{ij} となる．

式(3.4)と(3.5)から，このモデルでは，$c_{ij}(t)$ は時刻 t よりも前の時刻 t' までの流入曲線 $A_{ij}(t')$ のみの関数であり，時刻 t よりも後の流入フローには依存しないことがわかる．

なお，起点別の流出率は，式(3.3c)と(3.5)から，

$$\mu_{ij}^{d}(t+c_{ij}(t))=\begin{cases}\mu_{ij}^{*}\dfrac{\lambda_{ij}^{d}(t)}{\sum_{d'}\lambda_{ij}^{d'}(t)} & \text{if } c_{ij}(t)>m_{ij} \text{ or } \lambda_{ij}(t)>\mu_{ij}^{*} \\ \lambda_{ij}^{d}(t) & \text{otherwise}\end{cases} \tag{3.6}$$

によって評価できる[51].

以上，**3.2**〜**3.3** 節で述べた条件は，物理的フローを対象とする限り，次章で述べる各種配分原則によらず必ず満たされるべきものである．

4．動的な経路配分原則

本章では，動的な経路選択／配分原則を導入し，これと前章で述べたサブシステムを組合わせた固定需要型の動的配分モデルを考える．ただし，以下では，このタイプの基本的なモデルについてのみ，現在までに理論的に明らかになっていることを著者等の最近の研究[2,3,52,53]をふまえて体系的に述べる．

4.1 基本的な経路配分原則

静的な交通ネットワーク配分モデルでは，システム最適(**SO**: *System Optimal*)配分と利用者均衡 (**UE**: *UserEquilibrium*)配分が代表的な配分原則としてよく知られている． SO は完全に全てのフローを制御可能な中央制御センターの存在を想定した場合の規範的モデルであり，UE は全ての利用者の完全最適行動を想定した場合の記述的モデルである．

動的なネットワーク・フローについても，上の２つに対応した配分原則を考えることは自然である．実際， SO に対応した動的配分原則として動的システム最適*(**DSO**: Dynamic System Optimal)* 配分が従来から提案されている．また，UE に対応した動的配分原則としては，動的利用者最適*(**DUO**: Dynamic User Optimal)*配分 と 動的利用者均衡*(**DUE**: Dynamic User Equilibrium)*配分の２種類が考えられている．DUO は “適応的利用者最適配分”，DUE は “予測的利用者最適配分”と呼ばれることもある．以下では，これら３種の配分原則の定義を述べる．

DSO 配分とは，ある計画時間帯におけるネットワークシステム全体での総走行費用を最小化するような時々刻々のフロー・パターンを求める配分原則である．つまり，システム全体の効率性のみを追求したときの究極点である．ただし，この配分法は， システム全体での“効率性”は最適化されるものの，利用者間の“公平性”は保証されない．

DUO 配分とは，各リンク／ノードにいるフローを，“瞬間的な最短経路”へ時々刻々配分するものである．ここで，時刻 t における “瞬間的な最短経路” とは，時刻 t に実現しているリンクコスト・パターン，$\{c_{ij}(t)\ \forall(i,j)\in L\}$,をもとに計算される目的地までの所要時間が最小の経路である．もちろん，ネットワーク上のリンクコスト・パターンは定常的ではないから，瞬間的な最短経路は時間の経過とともに変化する．その変化にともない，この配分原則では，過去の決定とは異なった新たな瞬間的最短経路へ “適応的”に配分する．つまり，この配分は，各瞬間の状況についてのみ完全な情報を持つ各利用者が，時々刻々，将来の変化の先読みはせず“近視眼的”に意志決定を行うと考えた場合のフロー・パターンとみなすことができる．ただし，当然のことながら，その逐次的な “最適”決定経路が事後的に見たときの“真の最小所要時間経路”になっている保証は全くない．

DUE 配分とは，全ての瞬間における全ての利用者が選択した経路が事後的に見ても各自の真の最短経路となっているようなフロー・パターンを求める配分原則である．つまり，各瞬間において，同一起終点を持つ利用者間では，どの経路を走行する利用者も結果的には所要時間が同じになる（i.e. “他の経路を選択した方がよかった！” と後悔するような利用者が生じない）ような配分パターンである．この配分法は，DSO のようにシステム全体での“効率性”が最適化されるわけではないが，利用者にとっては最も不満のないもの（i.e. “公平性”を追求したときの究極点）となる．

さて，DSO 配分は，いわゆる最適制御問題であり，明らかに規範的モデルである．そして，DUO／DUE 配分は，静的な配分原則以来の考え方に従うなら，利用者行動の結果を予測するための記述的モデルで

ある．しかし，動的配分を考える状況によってはDUO／DUE 配分も記述的モデルというよりはむしろ (伝統的な経済学における “規範的”モデルとは呼べなくとも) ある種の制御モデルと解釈する方が自然かもしれない．例えば，路車間情報システムが普及し，“中央制御センター”がネットワーク上の全車に経路の指示を時々刻々行い，各車が指示通りの経路を走行するという状況を想定してみよう．その際に， “中央制御センター”が DSO 原則ではなく DUO／DUE 原則に従った経路指示を行うなら，DUO／DUE フロー・パターンはまさに制御モデルとなる．従って， DUO／DUE 配分を “予測モデル”とみなすか “制御モデル”とみなすかは，モデル利用／分析の文脈に依存したものと考えておくのが妥当であろう．

4.2 動的配分原則の基本的な定式化

前節で定義された各配分原則は，以下の様に定式化することができる：

a) DSO: 総走行時間最小化問題であるから，配分対象時間帯を*[0, T]*とすると，以下のような最適制御問題として定式化される．

$$\min_{\lambda} \sum_{d}\sum_{ij}\int_0^T c_{ij}(t)\lambda_{ij}^d(t)\,dt \tag{4.1}$$

subject to (3.1) - (3.4).

なお，Merchant and Nemhauser[63]の離散時間 DSO 配分モデルやそれを連続時間化した Friesz et al.[32] のモデルは，上の定式化とは異なり，“exit function” と呼ばれる関数によってリンクフローの流入・流出条件を表現している．しかし，それらのモデルでは，前章で述べたリンクでの FIFO 条件が満足されない (i.e. 極端な場合，リンクに入った瞬間にジャンプして流出してしまうようなフローの存在を許してしまう)．従って，その種のモデリング／定式化は，交通流の解析モデルとしては不適当であると考えられる (DUO 配分を扱った Lam et al.[55], Wie et al.[86] のモデルにも同様の問題点がある)．

b) DUO: 各時刻 t においてフローが “瞬間的”最短経路上に流れるための条件は，

$$\begin{cases} \lambda_{ij}^d(t)\ \{c_{ij}(t)-\pi_i^d(t)+\pi_j^d(t)\}=0 \\ c_{ij}(t)-\pi_i^d(t)+\pi_j^d(t)\ \geq 0 \\ \lambda_{ij}^d(t)\ \geq 0 \end{cases}$$
$$\forall ij\in L,\ \forall d\in S \tag{4.2}$$

and (3.1) - (3.4).

を満たす(λ,π) が各時刻 t ごとに存在することである．ここで，$\pi_i^d(t)$は時刻 t に実現しているリンク・コスト・パターンで計算されるノード i から終点 d までの最短所要時間 (あくまでも，時刻 t の“瞬間的”な最短所要時間) を意味している．つまり，式(4.2)はノード j がノード i から終点 d までの“瞬間的な最短経路”上にあればリンク(i,j)にはフローが流れ，そうでないなら流れないことを意味している．

c) DUE: 各時刻 t においてフローが “事後的”最短経路上に流れるための条件は，

$$\begin{cases} \lambda_{ij}^d(t)\ \{c_{ij}(t)-\hat{\pi}_i^d(t)+\hat{\pi}_j^d(t+c_{ij}(t))\}=0 \\ c_{ij}(t)-\hat{\pi}_i^d(t)+\hat{\pi}_j^d(t+c_{ij}(t))\ \geq 0 \\ \lambda_{ij}^d(t)\ \geq 0 \end{cases}$$
$$\forall ij\in L,\ \forall d\in S \tag{4.3}$$

and (3.1) - (3.4).

を満たす$(\lambda,\hat{\pi})$ が各時刻 t ごとに存在することである．式(4.3)は式(4.2)と類似した相補性条件となっている．しかし，DUE では，ノード j での $\hat{\pi}_j^d$ が時刻 t ではなく，時刻$t+c_{ij}(t)$ に評価されたものとなっている点で DUO とは意味が大きく異なったものとなる．この時刻 $t+c_{ij}(t)$ とは，時刻 t にノード i にいた車がリンク(i,j)を通過して実際にノード j に到着する時刻である． 従って，式(4.3) は，時刻 t にリンク(i,j)にフローが流れるのは，ノード i にいた車が実際に終点にゆくまでに経験する所要時間で評価した最短経路上にリンク(i,j)がある場合であることを意味している．これは自分が終点へ到達するまでに将来経験する所要時間を完全に予測をていることに相当する．DUE が“予測的利用者最適”と呼ばれることもあるのは，このためである．

4.3 DUE/DUO配分における時刻別分解原理

DUO/DUE 配分原則は，適当な時間系を取り直す

等の工夫をすることによって，より小さな独立した問題毎に分解して考えることができる．

(1) DUO 配分の時刻別分解

DUO 配分については，瞬間々々ごと（絶対時刻 t ごと）に分解して考えられる．すなわち，ある時刻 t における配分計算を行う際には，時刻 $t'>t$ の状態を知る／同時に考える必要はない．言い換えると，絶対時刻に関して“前向き”の逐次計算が可能である．このことは DUO の定義およびリンクコスト関数の FIFO 特性から自明であろう．

(2) DUE 配分の時刻別分解

DUE 配分については，1起点・多終点／多起点・1終点の場合には，起点出発時刻／終点到着時刻別に考えれば，問題の分解が可能であることが赤松・桑原[2,49] によって明らかにされている．すなわち，均衡状態では，多起点・1終点のネットワークで終点到着時刻別にフローを考えると，その到着時刻に関して“前向き”の逐次計算が可能である．これは，DUE の定義とリンクの FIFO 原則からノード間の通過順序が常に保持され，その結果として成立する DUE 特有の性質である．

その終点到着時刻別に分解された問題の定式化は以下のとおりである（式の導出の詳細については[2,52]を参照）．なお，終点が単一の場合について考えているので，終点を区別するための各変数の上付き添字（“d”）は省略する．

まず，終点に時刻 u に到着する利用者がノード i に最も早く到着する時刻を $\tau_i(u)$ と書くと，均衡条件（最短経路原則）(4.3)は，以下のように書き直すことができる：

$$y_{ij}(u)\cdot\{c_{ij}(\tau_i(u))+\tau_i(u)-\tau_j(u)\}=0 \qquad (4.4a)$$

$$c_{ij}(\tau_i(u))+\tau_i(u)-\tau_j(u)\ \geq 0 \qquad (4.4b)$$

$$y_{ij}(u)\geq 0 \qquad (4.4c)$$

$$\forall(i,j)\in L$$

ここで，y_{ij} は以下の様に定義される*到着時刻に関する*リンク流入率変数である：

$$y_{ij}(u)\equiv dA_{ij}(\tau_i(u))/du=\lambda_{ij}(\tau_i(u))\frac{d\tau_i(u)}{du}. \qquad (4.5)$$

次に，時刻 $\tau_k(u)$ におけるノード k でのフロー保存則 (3.1)は，均衡状態では，FIFO則(3.3) および最短経路原則 (4.4)を考慮することによって

$$\sum_i y_{ik}(u) - \sum_j y_{kj}(u) + q_{kd}(u) = 0,$$

$$\forall k\in N, k\neq d \quad ,(4.6)$$

と表すことができる．ここで，q_{od} は以下の様に定義される*到着時刻に関する*ＯＤ交通率である：

$$q_{kd}(u)\equiv\ dQ_{kd}(\tau_k(u))/du. \qquad (4.7)$$

さらに，リンクコストも終点到着時刻別に独立に考えることができる．図２から明らかなように，終点に時刻 u に到着する利用者がリンク(i,j)を通過するのに要する時間は，時刻 $u\text{-}du$ に終点に到着する利用者に比べて

$$\begin{aligned}&c_{ij}(\tau_i(u))-c_{ij}(\tau_i(u-du))\\&=\{X_{ij}(\tau_i(u))-X_{ij}(\tau_i(u-du))\}/\mu^*_{ij}\\&=\mathrm{Max}[y_{ij}(u)\frac{du}{\mu^*_{ij}}-\{\tau_i(u)-\tau_i(u-du)\},\ 0]\end{aligned} \qquad (4.8)$$

だけ変化する．従って，終点に時刻 u に到着する車のリンクコストは，$(y_{ij}(u), \tau_i(u))$ のみに依存した (i.e. 時刻 u より後に終点に到着するフローの影響を受けない）次の形式の関数である：

$$c_{ij}(\tau_i(u))=\mathrm{Max}[\alpha_{ij}y_{ij}(u)+\beta_{ij}-\tau_i(u)\ ,\ m_{ij}],$$

$$\alpha_{ij}\equiv\frac{du}{\mu^*_{ij}},\quad \beta_{ij}\equiv c_{ij}(\tau_i(u-du))+\tau_i(u-du). \qquad (4.9)$$

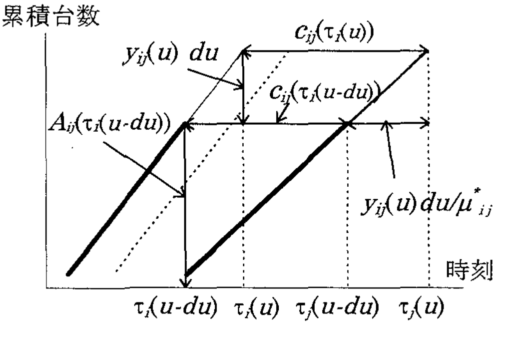

図３　終点到着時刻が u の車両のリンクコスト

ここで到着時刻に関して“前向き”の逐次分解計算を考えると，到着時刻 u のフローの配分を考える際には，到着時刻 $u\text{-}du$ に対応した変数は総て所与の定

数とみなせる．従って，式(4.9)のリンクコスト関数中の（α_{ij}, β_{ij}）は“定数”である．

4.4 DUE/DUO 配分と等価な変分不等式／相補性問題／不動点問題

4.2，**4.3** 節で定式化された DUE / DUO は，そのままでは，モデル特性の解析や効率的なアルゴリズムの開発が難しい．そこで，数理的性質の解明やアルゴリズム開発が進んでいるより一般的なクラスの数学的問題に変換することを考える．

ただし，前節で示されたように，DUE 配分は到着時刻別に前向きに分解可能である．従って，あるひとつの到着時刻に対応した DUE 配分に対応する問題についてのみ以下では考える．

DUE 配分は，以下で示されるように，変分不等式問題 (Variational Inequality Problem,**VIP**)，非線形相補性問題 (Nonlinear Complementarity Problem, **NCP**)あるいは不動点問題 (Fixed Point Problem, **FPP**)に変換することができる．

そのために，まず，終点到着時刻 u に対応する変数のみを用いて $\mathbf{x} \in K_S = R_+^{\mathrm{L}} \times R^{\mathrm{N}}$ を定義する：

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \mathbf{y} = (\ldots, y_{ij}(u), \ldots)^T, \\ \boldsymbol{\tau} = (\ldots, \tau_k(u), \ldots)^T. \end{array} \tag{4.10a}$$

さらに以下の写像, $\mathbf{F(x)}$: $K_S \rightarrow K_S$,を定義しよう：

$$\mathbf{F(x)} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \mathrm{A}^T \\ -\mathrm{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \tag{4.10b}$$

$$\mathbf{c} = (.., c_{ij}(y_{ij}(u), \tau_i(u)), ..)^T, \quad \mathbf{q} = (.., q_{kd}(u), ..)^T \tag{4.10c}$$

ここで，A はネットワークのノード・リンク接続行列である．

以上の準備のもとで，DUE 配分の VIP 表現に関する以下の定理が述べられる：

定理 4.1. $\mathbf{x}^* \in K_S$ *が終点到着時刻* u *の DUE 配分の解である* ⇔ $\mathbf{x}^*$ *が以下の変分不等式問題, VI(*K_S *,***F***),の解である：*

Find a vector $\mathbf{x}^*$ *in* K_S *such that*

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x}^* \in K_S. \tag{4.11}$$

証明：付録参照．■

なお，最近，Smith[77], Friesz et al.[30]も DUE と等価な VIP を示している．それらは，いずれも*経路変数を用いて*，静的な均衡配分における Smith[73] の VIP と同形式の問題として定式化されたものである．しかし，それらの VIP に含まれる写像は経路コスト（＝明示的にリンクフロー等の関数として表現することが困難）となっているため，数理解析やアルゴリズム開発に応用することが困難であった．それに対して，ここで示した VIP は，ノード・リンク変数を用いて表現されているため，写像 **F(x)**が単純である．その結果，各種数理特性の解析やアルゴリズム開発にも非常に都合が良く，変分不等式の理論（例えば [36,48]参照）をフルに活用できるという利点を有している．

次に，DUE 問題を標準型の NCP として表現することを考えよう．そのために，未知変数を終点到着時刻別のノード到着時刻 $\tau_k(u)$ ではなく，$\hat{\tau}_k(u) \equiv u - \tau_k(u)$ で定義される終点到着時刻別の各ノードと終点間の所要時間に取り直し，ベクトル $\mathbf{x} \in K_{S+} = R_+^{\mathrm{L}} \times R_+^{\mathrm{N}}$ を以下のように修正する．

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \hat{\boldsymbol{\tau}} \end{bmatrix}, \quad \hat{\boldsymbol{\tau}} = (\ldots, \hat{\tau}_k(u), \ldots)^T, \tag{4.12a}$$

また，リンクコストを（$y_{ij}(u)$, $\tau_i(u)$）の関数ではなく，（$y_{ij}(u), \hat{\tau}_i(u)$）の関数として表現したものを $\hat{c}_{ij}(y_{ij}, \hat{\tau}_i)$ と書き，

$$\mathbf{F(x)} \equiv \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{c}}(\mathbf{y},\hat{\boldsymbol{\tau}}) \\ -\mathbf{q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\mathrm{A}^T \\ \mathrm{A} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \hat{\boldsymbol{\tau}} \end{bmatrix}, \tag{4.12b}$$

$$\hat{\mathbf{c}} = (\ldots, \hat{c}_{ij}(y_{ij}, \hat{\tau}_i), \ldots)^T,$$

と定義する．これらの定義を用いると，DUE 配分の標準 NCP による表現が得られる：

定理 4.2. 全てのＯＤ交通量は非負, 全てのリンクコスト関数は任意のフローパターンに対して常に正であるとする．そのとき $\mathbf{x}^* \in K_{S+}$ ***が終点到着時刻*** u ***の DUE 配分の解である*** ⇔ $\mathbf{x}^*$ ***が以下の標準型の非線形相補性問題, NCP(F),の解である：***

Find a vector $\mathbf{x}^*$ *in* K_{S+} *such that*

$$\mathbf{x}^* \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = 0, \quad \mathbf{x}^* \geq \mathbf{0}, \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) \geq \mathbf{0}. \tag{4.13}$$

証明：付録参照．■

さらに，上の NCP による表現は，DUE 問題が FPP としても表現できることを意味している．すなわち，$[\mathbf{z}]_+$が任意の $\mathbf{z}\in R^n$ に対し $\max[0, z_i]$, i=1,2,..,n を要素とするベクトル，G は正要素をもつ対角行列を表すとし，以下の様な $R_+^L \times R_+^N$ からそれ自身への写像：

$$\mathbf{H}(\mathbf{x})=(\ldots,H_i,\ldots)=[\,\mathbf{x} - \mathrm{G}^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{x})]_+, \tag{4.14}$$

を定義すると，以下の系が得られる．

系 4.1.* *定理 4.2.と同一の仮定下で* $\mathbf{x}^*\in K_{S+}$ *が終点到着時刻* u *の DUE 配分の解である* ⇔ $\mathbf{x}^*$ *が以下の不動点問題, FPP*(K_{S+},**F**)*, の解である：

Find a vector $\mathbf{x}^*$ *in* K_{S+} *such that*

$$\mathbf{x}^* = \mathbf{H}(\mathbf{x}^*). \tag{4.15}$$

証明：NCP の初歩的な性質であるため省略．■

以上では，到着時刻別に分解された DUE 配分の VIP / NCP / FPP への変換のみを示した．これと同様に絶対時刻ごとに分解された DUO 配分についても同様の変換が可能である．しかし， DUO 配分の場合，その定義の簡便さゆえ，そのような変換をするまでもなく特性の把握や解法の開発が可能である．従って，ここでは，その具体的な記述については省略する．

4.5 各配分原則の基本特性

以上のように定式化されたモデルを数理的に解析することによって，各配分原則の解の存在や一意性等の基本的特性が明らかになる．

(1) 解の存在

DSO 配分および DUO 配分については，その解が存在することは自明である．

DUE 配分については，その解の存在は，赤松・桑原[2]によって角谷の不動点定理を用いた証明がなされている．

定理 4.3.* *リンクコスト関数が式(4.9)で与えられるものとする．このとき，DUE 配分には少なくとも一つの解* $(\mathbf{y}^*,\boldsymbol{\tau}^*)$ *が存在する．

証明：赤松・桑原[2]参照．■

なお，赤松・桑原[2]では，等価な VIP や NCP を用いずに証明がなされれているが，等価な VIP を用いれば，より簡潔な証明を与えることも可能である（Akamatsu and Kuwahara[3]を参照）．

(2) 解の一意性

DSO 配分の解の一意性については，標準的な非線形計画法の理論によって容易に検討できる．4.2 で定式化された DSO 配分の許容領域は，FIFO 原則 を表す制約式(3.3)があるため，未知変数 λ に関して非凸な集合である．また，目的関数に含まれるリンクコスト関数も λ に関して凸な関数ではない．従って，時間を離散化して考えれば，DSO 配分は非凸制約下での非凸関数の最小化問題であり，明らかに解の一意性は保証されない．

DUO 配分は，各時刻 t において最短経路配分あるいは静的な利用者均衡配分と同様の問題を考えることになる．従って，後者の場合は，明らかに解は一意であり，前者の場合には，各瞬間に実現しているコストに対して複数の最短経路が存在しないなら，解は一意である．

DUE 配分は，**4.2** 節 で見たように比較的簡単な写像 **F(x)**を用いた VIP として表現できる．従って，VIP に関する以下の基本的な補題（例えば [48,67] 参照）をもとに，解の一意性を検討することができる．

補題 4.1 **F(x)** *が K 上で連続，微分可能でその Jacobian が正定値であるなら，***F(x)***は狭義単調 (strictly monotone) である．*

補題 4.2 **F(x)** *が K 上で狭義単調であるなら，VI(K,* **F**) *の解は，もし存在すれば，唯一である．*

DUE 配分と等価な VIP （式(4.11))の写像 **F(x)** の Jacobian は，

$$\nabla\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{y}}\mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) & \nabla_{\tau}\mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau})^T + \mathrm{A}^T \\ -\mathrm{A} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{4.16}$$

で与えられるから，任意の $\mathbf{X}=[\mathbf{Y},\mathbf{T}]^T\in K_S$に対して

$$\mathbf{X}^T\nabla\mathbf{F}(\mathbf{X})\,\mathbf{X} = \sum_{ij}\alpha_{ij}Y_{ij}^{\,2} - \sum_{ij}Y_{ij}T_i \tag{4.17}$$

である．式(4.17)は一般的には，正・負いずれの値もとりうるため， **F(x)** の *Jacobian* が正定値であると

は保証できない．従って，DUE解の一意性も一般的には保証できない．ただし，解が一意であっても **F(x)** の *Jacobian* が正定値でないことはあり得るので，DUE では常に均衡解が複数あることを意味しているのではない．

なお，二種類の変数のペア$(\mathbf{y},\tau)$ で考えると，DUE配分の解の一意性は保証されないが，もし，DUE状態での到着時刻ベクトル τ^* が所与であるとすれば，均衡フロー $\mathbf{y}$ を一意的に決めることができる．これは，以下のようなτ^*をパラメータとする最適化問題を考えれば明らかである．

[P-UE-FD]

$$\min.\sum_{ij}\int_0^{y_{ij}} c_{ij}(\omega,\tau_i^*)\,d\omega \tag{4.18}$$

subject to

$$\sum_i y_{ik}-\sum_j y_{kj}+q_{kd}=0 \quad \forall k\in N, k\neq d$$

$$y_{ij}\geq 0 \quad \forall ij\in L$$

この問題は，静的な利用者均衡配分の等価最適化問題とほぼ同形である．従って，もし，τ^*が DUE 状態での到着時刻ベクトルであれば，[P-UE-FD]は明らかに DUE フローパターンを与える．また，[P-UE-FD]の目的関数は $\mathbf{y}$ に関して狭義凸な関数であるから，その最適解は一意的に決まることがわかる．

4.6 各配分原則の計算法

(1) DSOの計算法

DSO配分は，その基本的考え方や定式化は単純であるが，実規模のネットワークで解くとなると必ずしもやさしい問題ではない．従来の研究をみてみると，Merchant and Nemhauser[63]や Ho[39,40] が[63]で定式化された多起点・1終点ODペアの離散時間DSO 配分モデルに対するアルゴリズムを提案している．しかし，4.2節で述べたように，[63]で示されたモデルは定式化段階に問題を抱えているため，それを対象とした上記アルゴリズムは問題外である．同様のことは，Friesz et al.[32]のモデルおよびアルゴリズムについてもあてはまる．それに対して，河上・劉[47]は妥当なモデリングによるDSOを示し，アルゴリムを提案している．しかし残念ながら，そこで示されたアルゴリズムはヒューリスティックスであり，その収束性／効率性等については疑問を残している．

DSO配分を解くのを困難にしているのは，動的交通フローの FIFO 原則 を表す条件式である．これにより制約条件式が，状態変数に依存した遅れをもつ非線形動的システムとなっている．そのため，DSO問題には複数の局所解が存在し，大域的最適解を求めるのが困難(i.e. poor な局所最適解に落ち込んでしまう）という問題点が生じる．この問題は未解決である．また，問題の適切な分解も困難であるため，極めて大規模な問題を解かねばならない点も問題を厄介なものとしている．

(2) DUOの計算法

DUO配分は，各瞬間ごとに分解が可能であるという特性があるため，計算は容易である．数理的アプローチに限らずシミュレーション的なアプローチでも同様のフロー・パターンの計算が可能である．また，多起点・多終点の一般的なＯＤ構造でも，ＯＤ交通量の予測を必要とせず，かつ効率的な計算が可能である（詳細は[53]を参照）．

(3) DUEの計算法

１起点・多終点／多起点・１終点の DUE 配分は，4.3 節で見たように，比較的単純な写像を持った VIP（あるいは標準形の NCP）として定式化可能である．従って，VIP／NCP の一般的なアルゴリズムを援用することができる．

数理計画理論の分野では，'90 年代に入ってから VIP／NCP を解くための効率的アルゴリズムが多数開発されている（例えば[27,35,56,71,88]参照）．それらの多くは，VIP／NCP に対するメリット関数（付録３-(1)参照）を用いて*大域的収束性を*確保している点で，従来からよく知られていた古典的な方法(eg. 緩和法等）をより改善したものとなっている．なかでも，標準形の NCP に対する Faccinei and Soares[27] のアルゴリズム（以下 FS 法と呼ぶ）は，DUE 配分

問題を解くのにも有効であると考えられる．FS 法は，基本的には NCP から縮約化操作によって得られる非線形連立方程式を Newton 法で解く二次収束（i.e. 収束が非常に早い）アルゴリズムである．また，Fisher[28]のメリット関数（付録３-(2)参照）を用いて一次元探索および，方向ベクトルのスイッチングを行うため，かなり広いクラスの問題（NCP の写像 **F(x)**が P_0-関数であるような問題）に対して大域的収束性が保証されるという長所がある．

Akamatsu and Kuwahara[3]は，FS 法を DUE 配分を解くために効率的に implement する方法を示した．FS 法で最も計算の手間を要するのは，各繰返しにおいて Newton 方向を決めるために解く線形連立方程式である．しかし，DUE 配分問題の場合，この連立方程式は，ネットワークのリンク・ノード接続行列の特性を活用すれば極めて簡単な計算に帰着させることができ，また記憶容量もあまり必要としないことが[3]では示されている．

５．出発時刻と経路選択の同時均衡モデル

前章では，時刻別のＯＤ交通量は外生的に所与として，経路選択／配分のみのモデルを考えた．つまり，利用者の出発時刻選択行動については全く考慮していないモデルであった．一方，動的なネットワーク配分に関する研究とは別の流れとして，出発時刻選択の動的均衡分析に関する研究が従来行われている．しかし，それらの研究は，単一ボトルネックの解析のような極めて限定されたものであった．

そこで，本章では，これらの２つの流れを整合的に統合することを試みる．すなわち，前章の固定需要型 DUE 配分をより一般化し，時刻別ＯＤ交通量を内生化したモデルを構築する．ただし，以下では，ネットワークは一般的な任意の構造をとりうるが，ＯＤパターンは多起点・１終点の場合に限定する．

5.1 従来の出発時刻選択均衡モデル

まず，通勤者の出発時刻選択行動にともなう交通需要の動的パターンを均衡論的に解析した従来の研究を見ておこう．この流れの研究は，Vickley[86]以来，数多いが，利用者行動に関する仮定から確定論的なモデルと確率論的なモデルに大別できる．

確定論的な均衡モデルは，利用者が出発時刻をどのように変更しても自分の（確定的な）効用を改善できないような状態を求めものである．単一リンクの簡単な場合については，[38,42]による標準的なモデリングの後，　解の存在[75]，一意性，First-In-First-Work 原則[17]等のいくつかの基本特性が明らかにされている．また，混雑・渋滞を表すモデルの改良[69]，不均質な利用者の導入[68]，多起点・１終点の連続的空間（ただし１度だけボトルネックを通過）への拡張[54]等が行われている．また，最近，このモデルを前提とした混雑料金についての研究も現れている（例えば[37,6,7,8,66,79]）．

一方，確率論的なモデルでは，DePalma et al.[26], Ben-Akiva et al.[12,13], Alfa[4,5]が，ランダム効用理論に基づいた出発時刻選択モデルを用いて，確率的均衡状態のモデル構築を行っている．しかし，残念ながら，それらの研究では，定式化と簡単な数値実験が行われている程度で，解の存在・一意性等の基本特性あるいは収束的な計算アルゴリズム等についてはほとんど明らかにされていない．

以上の研究は，いずれのモデルも，単一のリンク，あるいは通過ボトルネックは１回だけというような極めて限定された場合のみを対象としている．従って，より実際的な問題の解析のためには，一般的なネットワークを対象としたモデルの構築，その基本特性の解明およびアルゴリズムの開発が必須である．

5.2 一般的な出発時刻選択モデル

以下で提案するモデルは，通勤交通を対象としているものと想定する．通勤交通では，利用者が毎日選択可能な事項は，通常，出発時刻と経路のみであり，目的地や出発地は所与と考えるのが自然である．従って，各ＯＤペア (o,d) の対象時間帯での総ＯＤ交通量 Q_{od} は固定された値として与えられているものとする．

通勤交通を考える場合，利用者の不効用は，所要時間および“スケジュール遅れ”の関数であると考えるのが自然である．ここで，“スケジュール遅れ”

とは，自分が希望する到着時刻と実際の到着時刻との差を意味する（以下では議論の単純化のため，利用者の希望到着時刻は勤務開始時刻であるとする）．そこで，勤務開始時刻が t_w で，起点 o を出発し終点(＝勤務地) に時刻 u に到着するような利用者の不効用は

$$U_{od}(u, t_w) = V_{od}(u, t_w) + \varepsilon \tag{5.1a}$$

$$V_{od}(u, t_w) = u - \tau_o(u) + fs(t_w - u) \tag{5.1b}$$

で与えられると仮定しよう． ここで，$\tau_o(u)$ は終点に時刻 u に到着する利用者が起点 o を出発する時刻を表し，$t_w - u$ は "スケジュール遅れ"を意味する．そして，$fs(t_w - u)$ はスケジュール遅れに対する不効用(ペナルティ)を表す関数であり，非負の凸関数であると以下では仮定する．また， ε は利用者の認知誤差（あるいは観測者の測定誤差）を意味する確率的誤差項である．なお，利用者が経路選択に関して完全に最適な行動をとる場合， $\tau_o(u)$ は第４章のDUE配分の結果として経路にはよらず到着時刻 u ごとに一意に決まる．

次に，ランダム効用理論によって利用者の出発時刻選択行動が記述できるとものとし，効用関数の誤差項 ε が i.i.d. Gumbell 分布に従うと仮定しよう．このとき，勤務開始時刻が t_w の利用者が起点 o を出発し終点 d に時刻 u に到着する確率密度は

$$p_{od}(u,t_w) = \frac{\exp[-\theta V_{od}(u, t_w)]}{\int_{\underline{u}}^{\bar{u}} \exp[-\theta V_{od}(v, t_w)]dv} \tag{5.2a}$$

で与えられる．ここで， θ は誤差項の分散を反映したパラメータであり， $\underline{u}$ と $\bar{u}$ は各々，終点到着時刻の下限（開始）と上限（終了）である．

さらに，各ＯＤペアでの勤務開始時刻の分布（確率密度関数）が $W_{od}(\cdot)$ として与えられていると仮定すれば，起点 o を出発し終点 d に時刻 u に到着するＯＤ交通需要（流率）は

$$q_{od}(u) = Q_{od} \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} W_{od}(t_w) p_{od}(u,t_w) dt_w \tag{5.2b}$$

により与えられる．ここで， $\bar{w}$ と $\underline{w}$ は各々，勤務開始時刻の上限と下限である．

式(5.2)は， $\theta \to +\infty$ とすれば，5.1 節 で述べた確定的な出発時刻均衡分析において仮定されている選択モデルとなる．また，式(5.2)は，任意の構造の一般ネットワークに対して定義されている点および，勤務開始時刻の分布を考慮している点で，従来の確率的な出発時刻均衡分析で仮定されていたモデルを一般化したものとなっている．

5.3 一般ネットワークでの出発時刻・経路選択同時均衡モデル － 弾性需要型 DUE 配分

以下では，議論を数学的に繁雑にしないために，終点到着時刻を離散時間系で考える．すなわち，到着時刻でみた配分対象時間帯を K 個の（微小な間隔の）離散区間に分割し，その有限個の到着時刻の集合を U と書く．また，以下の定式化では，各変数の上付き添字 u は終点到着時刻が u であるフローに対応した変数であることを意味するものとする．

(1) 弾性需要型 DUE 配分の定式化

ここで考えている弾性需要型 DUE 配分は，ＯＤ交通量を所与として経路選択均衡のみを考えるなら，４章のモデルと同様，終点到着時刻別に分解して考えることができる．しかし，式(5.2)の需要関数では，各到着時刻 u のＯＤ交通量が他の到着時刻 u' の均衡ノード到着時刻 $\tau(u')$ にも依存している．従って，均衡条件を配分時間帯すべてについて同時に考えなければならない．その定式化は以下のとおりである．

$$y_{ij}^u \cdot (c_{ij}^u + \tau_i^u - \tau_j^u) = 0 \tag{5.3a}$$

$$c_{ij}^u + \tau_i^u - \tau_j^u \geq 0 \tag{5.3b}$$

$$y_{ij}^u \geq 0 \tag{5.3c}$$

$$\forall (i,j) \in L,\ \forall u \in U$$

$$\sum_i y_{ik}^u - \sum_j y_{kj}^u + q_{kd}^u(\tau_k) = 0 \qquad \forall k \in N, k \neq d,\ \forall u \in U \tag{5.4}$$

$$V_{od}^u(t_w) = u - \tau_o^u + fs(t_w - u) \tag{5.5a}$$

$$p_{od}^u(t_w) = \exp[-\theta V_{od}^u(t_w)] / \sum_{v \in U} \exp[-\theta V_{od}^v(t_w)] \tag{5.5b}$$

$$\forall od \in P,\ \forall u \in U,\ \forall t_w$$

$$q_{od}^u = Q_{od} \int_{\underline{w}}^{\bar{w}} W_{od}(t_w) p_{od}^u(t_w) dt_w \qquad \forall od \in P,\ \forall u \in U \tag{5.5c}$$

この定式化と4章のDUE配分の違いは，式(5.4)のフロー保存則中の "ODフロー$\boldsymbol{q}$" が定数ではなく式(5.5a-c)で与えられる τ の関数となっている点および，その結果として問題が各到着時刻別に独立には考えられなくなった点である．

(2) 弾性需要型DUE配分と等価な変分不等式

上で定式化された弾性需要型DUE配分を，4章の固定需要型モデルの場合と同様，VIP に変換する．そのために，$\mathbf{x}^* \in K_M = R_+^{KL} \times R^{KN}$ および，写像 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$: $K_M \rightarrow K_M$ を以下のように定義する：

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \quad \begin{array}{l} \mathbf{y} = (\mathbf{y}^1,...,\mathbf{y}^u,...,\mathbf{y}^K)^T, \\ \boldsymbol{\tau} = (\tau^1,...,\tau^u,...,\tau^K)^T, \end{array} \tag{5.6a}$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \\ \mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \Delta^T \\ -\Delta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \boldsymbol{\tau} \end{bmatrix}, \tag{5.6b}$$

ここで，Δ はK個の対角ブロックが総てリンク・ノード接続行列Aであるブロック対角行列，

$$\mathbf{c} = (\mathbf{c}^1,\ldots,\mathbf{c}^u,\ldots,\mathbf{c}^K)^T, \quad \mathbf{c}^u = (\ldots, c_{ij}^u(y_{ij}^u, \tau_i^u), \ldots),$$
$$\mathbf{q} = (\mathbf{q}^1,\ldots,\mathbf{q}^u,\ldots,\mathbf{q}^K)^T, \mathbf{q}^u = (\ldots, q_k^u(\tau_k), \ldots).$$

このとき弾性需要型DUE配分の等価VIPに関する以下の定理が成立する．

定理 5.1. $\mathbf{x}^* \in K_M$ ***が弾性需要型DUE配分の解である*** $\Leftrightarrow$ $\mathbf{x}^*$ ***が以下の変分不等式問題,*** $VI(K_M, \mathbf{F})$, ***の解である：***

Find a vector $\mathbf{x}^*$ *in* K_M *such that*

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)\cdot(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \geq 0 \quad \forall \mathbf{x}^* \in K_M. \tag{5.7}$$

証明：定理4.1の証明とほぼ同様．■

さて，式(5.7)は展開して表すと，

$$\begin{array}{l} (\mathbf{c}(\mathbf{y}^*,\boldsymbol{\tau}^*) + \Delta^T \boldsymbol{\tau}^*)\cdot(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \\ +(-\Delta\mathbf{y}^* + \mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}^*))\cdot(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^*) \geq 0 \quad \forall(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \in K_M \end{array} \tag{5.8}$$

である．これは，静的なネットワーク均衡問題（静的ネットワーク上でのWardrop均衡配分モデルや空間価格均衡モデル）のある種のVIP表現とよく似た構造である．しかし，以下に述べるような大きな違いがある．

静的なネットワーク均衡問題では，コスト関数 $\mathbf{c}$ と需要関数 $\mathbf{q}$ に各々，逆関数 $\mathbf{c}^{-1}$ と $\mathbf{q}^{-1}$ が存在するなら,以下のような3種類の VIP としての定式化が可能である（例えば[21,22,23,29,67,70,73]等を参照）：

<u>a) 主問題 (Primal VIP)</u>

Find $(\mathbf{y}^*, \mathbf{q}^*) \in K_P$ such that

$$\begin{array}{l} \mathbf{c}(\mathbf{y}^*)\cdot(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \\ +\mathbf{q}^{-1}(\mathbf{q}^*)\cdot(\mathbf{q} - \mathbf{q}^*) \geq 0 \quad \forall(\mathbf{y},\mathbf{q}) \in K_P \end{array}$$

where $K_P = \{(\mathbf{y},\mathbf{q}) \mid \mathbf{q} = \mathrm{A}\mathbf{y}, \ \mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \ \mathbf{q} \geq \mathbf{0}\}$,

<u>b) 双対問題 (Dual VIP)</u>

Find $(\mathbf{c}^*, \boldsymbol{\tau}^*) \in K_D$ such that

$$\begin{array}{l} \mathbf{c}^{-1}(\mathbf{c}^*)\cdot(\mathbf{c} - \mathbf{c}^*) \\ +\mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}^*)\cdot(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^*) \geq 0 \quad \forall(\mathbf{c},\boldsymbol{\tau}) \in K_D \end{array}$$

where $K_D = \{(\mathbf{c},\boldsymbol{\tau}) \mid \mathbf{c} = \mathrm{A}^T\boldsymbol{\tau}, \ \mathbf{c} \geq \mathbf{c}_{\min}, \ \boldsymbol{\tau} \geq \mathbf{0}\}$,

<u>c) 主-双対問題 (Primal-Dual VIP)</u>

Find $(\mathbf{y}^*, \boldsymbol{\tau}^*) \in K_{PD}$ such that

$$\begin{array}{l} (\mathbf{c}(\mathbf{y}^*) + \mathrm{A}^T\boldsymbol{\tau}^*)\cdot(\mathbf{y} - \mathbf{y}^*) \\ +(\mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}^*) - \mathrm{A}\mathbf{y}^*)\cdot(\boldsymbol{\tau} - \boldsymbol{\tau}^*) \geq 0 \quad \forall(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \in K_{PD} \end{array}$$

where $K_{PD} = \{(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}) \mid \mathbf{y} \geq \mathbf{0}, \ \boldsymbol{\tau} \geq \mathbf{0}\}$.

一方，DUE 配分は，主-双対型の問題にしか変換できない（i.e. 主問題にも双対問題にも変換不可）．その理由は，DUE配分における リンクコスト関数は，フローベクトル $\mathbf{y}$ だけではなくノード到着時刻ベクトル $\boldsymbol{\tau}$ にも依存しており，これが，静的な均衡問題では成立していた"bisymmetry"構造を壊すためである．

なお，弾性需要型 DUE 配分は，固定需要型の場合（4.4節）と全く同様に，NCP や FPP にも変換可能である．その導出は極めて容易であるので，ここでは省略する．

(3) 弾性需要型DUE配分の解の存在と一意性

弾性需要型DUE配分では，需要関数が無限大に発散することはないという自然な仮定をおけば，解の存在を VIP 理論によって保証できる：

定理 5.2. リンクコスト関数および需要関数に関して以下の関係式 :

$$c_{ij}^{u}(y_{ij}^{u},\tau_{i}^{u}) \geq r_1 \quad \forall(i,j) \in L, \forall u \in U,\ \forall(y_{ij}^{u},\tau_{i}^{u}) \in K_S$$

$$q_{od}^{u}(..,\tau_{o}^{u},..) < r_2 \quad \forall od,\ \forall u \in U, \forall \tau_{o}^{u} \geq r_2 .$$

を満たす正の数 r_1 と r_2 が存在するならば，弾性需要型 DUE 配分は少なくとも一つの解を持つ.

証明：Akamatsu and Kuwahara[3]参照. ■

上の定理より，常識的な需要関数およびリンクコスト関数の設定下では，解の存在が保証されることがわかる．例えば，式(5.5) の需要関数の場合，q_{od}^{u} は，明らかに全時間帯の総ＯＤ交通量 Q_{od} を超えることはないから，定理 5.2 の条件が満たされ，均衡解が存在することがわかる.

解の一意性については， VIP に含まれる写像 **F(x)**に **4.3** 節の補題 4.1 と 4.2 を適用して調べることができる．その結果のみを示すと，一般的には，一意性を保証することはできない．しかし，以下の定理に示すように，場合によっては一意性が必ず保証されることもありうる.

定理 5.3. 終点を除く全てのノードが正の発生交通量をもつとする．さらに，需要関数とリンクコスト関数が以下の関係式 :

$$\sum_{v} \frac{\partial q_{kd}^{u}}{\partial \tau_{k}^{v}} - \sum_{j} \frac{1}{4\alpha_{kj}^{u}} > 0$$

$$\forall k \in N, k \neq d, \forall u \in U \quad (5.9)$$

を満たすなら，弾性需要型 DUE 配分の均衡解は唯一である.

証明：付録参照. ■

上の条件は，需要関数に依存しているため，固定需要型の DUE (経路選択のみの DUE) では起こり得ないケースである.

なお, DUE 状態での到着時刻ベクトル $\boldsymbol{\tau}^*$ が所与であるとすれば，均衡フロー$(\mathbf{y}^*,\mathbf{q}^*)$を一意的に決めることができる．このことは，例えば式(5.5)の需要関数で考える場合，$\boldsymbol{\tau}^*$ をパラメータとする次のような最適化問題：

[P-UE-ED]

$$\min . \sum_{u} \sum_{ij} \int_{0}^{y_{ij}^{u}} c_{ij}^{u}(\omega,\tau_{i}^{u*}) d\omega + \frac{1}{\theta} \sum_{u} \sum_{o} q_{od}^{u} \ln q_{od}^{u}$$

$$+ \sum_{u} \sum_{o} \{ fs(t_w - u) - u \} \cdot q_{od}^{u} \quad (5.10)$$

subject to

$$\sum_{u} q_{od}^{u} = Q_{od} \qquad \forall od \in P \quad (5.11)$$

$$q_{od}^{u} \geq 0 \qquad \forall od \in P, \forall u \in U \quad (5.12)$$

$$\sum_{i} y_{ik}^{u} - \sum_{j} y_{kj}^{u} + q_{kd}^{u} = 0$$

$$\forall k \in N, k \neq d, \forall u \in U \quad (5.13)$$

$$y_{ij}^{u} \geq 0 \qquad \forall ij \in L, \forall u \in U \quad (5.14)$$

を考えれば明らかである．ただし，簡単のため，上の問題は，勤務開始時刻が単一の時点 t_w に集中している場合の例で示している．この問題は，静的なネットワーク配分においてよく知られている “エントロピー型統合均衡配分モデル”と同形式である. 従って，もし $\boldsymbol{\tau}^*$ が DUE 状態での到着時刻ベクトルであれば，[P-UE-ED]は明らかに弾性需要型 DUE フローパターンを与える. 一方, [P-UE-ED]の目的関数(5.10)は $(\mathbf{y},\mathbf{q})$ に関して狭義凸関数であるから，その最適解は一意的に決まることがわかる.

(4) 弾性需要型 DUE 配分の計算法

さきの(2)で見たように弾性需要型 DUE 配分は，VIP として表現される．従って，第４章で述べた固定需要型 DUE 配分と同様のアルゴリズムが利用可能である（詳細については[3]を参照）.

６．動的配分理論の今後の発展課題

本稿で示したモデルは，あくまでも今後の拡張モデル開発の基礎としての “プロトタイプ”である．従って，実際の利用までには，様々な拡張・一般化が必要であり，それに伴う多くの理論的課題が残されている．以下では，DUE 配分に関する課題を中心に述べる.

6.1 現在の基本モデルの一般化

本稿で示した基本モデルに対して残された理論的解析あるいはモデルの一般化のうち，今後のさらなる追求が重要で，かつ実現可能性が高いと思われる課題を以下にあげる．

(1) 多起点・多終点パターンへの一般化

本稿では，多起点・1終点のＯＤパターンの場合についてのみ型 DUE 配分の解析を行った．これを多起点・多終点の一般的ＯＤ構造へ拡張することは，モデル実用化のための最重要課題の一つである．その場合でも，個々の many to one ＯＤパターンに対しては，本稿と同様の議論が可能である．大きな違いは，各リンクにおいて終点別フロー間の“相互作用”が入ってくることである．特に，各終点別フローの“重なり”の対応関係の取り扱いが少々複雑である．従って，その定式化は，基本的には，第５章で示した VIP とほぼ同形式の問題となるものの，リンクコスト関数が多起点・１終点の場合のように単純な関数とはならないということが予想される．また，モデル特性の解析やアルゴリズム開発にはさらなる工夫が必要であろう．

(2) ロバストかつ効率的なアルゴリズムの開発

従来の研究では，DUE 配分に対する解法として，数理的裏づけのほとんどなされていないヒューリスティクス（例えば [12,13,14,45,87]）がいくつか提案されている．しかし，そのようなアプローチでは，解への収束の保証が得られないことは当然であるが，モデルの拡張や適用規模の拡大にシステマティックに対応することにも困難が伴う．また，この種のアプローチの濫用は，従来の静的配分モデルにおいても見られたように，“モデル”と“アルゴリズム”が混同される（i.e. モデル利用者が本質的に何をしているのかが不明になる）弊害に陥りかねない．

それに対して，[3]で示されたアルゴリズムは，ある種の条件（等価 VIP の写像が P_0-関数であること）が満たされた DUE 配分問題に対しては，解への大域的収束性が理論的に保証される．しかし，あくまでも，その保証は，限られた条件下でのみ成立するものである．従って，今後，より緩い条件下で（i.e. より広いクラスの問題に対して）大域的収束性が保証されるよりロバストなアルゴリズムの開発が必要とされよう．

また，DUE 配分は，静的な配分に比べ極めて大規模な問題となっているため，さらに効率的なアルゴリズムを開発することも重要課題となるだろう．特に，リアルタイムに近い処理を目指すなら，超並列計算機の利用を前提とした並列アルゴリズムの開発が必須である．

(3) 感度解析理論の構築

DUE 配分に対する“感度解析”とは，リンクコスト関数パラメータ（道路・交差点容量等）や出発時刻選択関数パラメータの変化等に対して，DUE の解がどのように変化するかを*配分計算し直すことなしに*解析することである．このような解析が可能であれば， 後の 6.2 節で述べる各種制御／誘導方策の評価等を行う上でも極めて有用である．また，このような解析は，シミュレーション・モデルでは不可能であり，数理モデルの持つ利点のひとつである．

第４・５章で見たように，VIP 表現された DUE 配分は，静的なネットワークにおける空間的価格均衡(Spatial Price Equilibrium)モデルや非対称リンクコスト型均衡配分と類似した数理的構造を持っている．一方，上記の静的ネットワーク均衡モデルに対する感度分析理論は，最近その研究の進展が著しい（例えば，[24,25, 67,80,81,82]参照）．従って，DUE 配分に対する感度分析理論も，それらの応用により比較的容易に構築できることが期待される．

(4) 複数層の(不均質な)利用者の取扱い

本稿で示したモデルでは，利用者は共通の効用関数をもっている(あるいは制御モデルと考えるなら，全利用者を制御可能でかつ評価関数が全利用者を通じて共通）と仮定されている．これは，DUE を現実の記述モデルと考えるなら，明らかに現実を過度に単純化している．動的な交通配分では，混雑現象を通じて利用車間に複雑な相互作用が生じる．そのため，本稿のような単純化されたモデルとより複雑な

モデルとでは，定性的にも性質が異なるという可能性を否定できない．また，制御モデルと考える場合でも，路車間情報通信システムの普及途中の過程を想定するなら，システム利用可能グループとその他のグループを区別した扱いが必要であろう．従って，効用関数あるいは配分原則の異なる複数の利用者層を取り扱えるように理論を拡張することも重要課題となる．

(5) リンク通過状況表現モデルの改良

本稿でリンク通過状況の表現に用いたモデルは，リンク内のより詳細な状態や複数リンクにわたる渋滞の延伸状況を記述できない．これを可能とするには，本稿で採用した Vertical Queue モデルを Phisical Queue モデル／Shock Wave 理論に基づいたモデルへ置き換える必要がある．この修正は，終点到着時刻別分解原則等の本質的なモデル特性には影響を与えないと考えられるため，比較的容易に可能と考えられる．

(6) 各種配分モデル間の理論的関係づけ

静的なネットワークでは UE と SO の関連づけ (eg. UE における平均リンク費用関数を限界リンク費用関数におきかえれば SO となる 等) は容易である．しかし，一般ネットワークにおける DSO と DUE の関係は，現状では，ほとんど明らかにされていない．この両者の理論的関連を調べることは，次節で述べる最適混雑料金等による制御・誘導方策を考える上でも有用である．

また，DUE 配分と時間帯別配分（例えば，[34,46,62,65]）との理論的関連付けも興味ある課題である．時間帯別配分は，静的な配分モデルの拡張として最近発展してきたが，現行の枠組みでは，配分計算が簡単である反面，各リンク・レベルでの渋滞等の現象をモデル化するのにはかなり無理があるように思われる．両者の理論的関係がより鮮明になれば，渋滞等の現象をある程度考慮可能でかつ計算の簡便な“近似 DUE モデル”等の開発が期待できる．

6.2 各種交通需要制御手段のモデルへの導入

本稿で示したモデルにはフロー変数を除くと，明示的に交通流・交通需要の制御・誘導等を意味する変数が導入されていない．以下では，重要と考えられる制御／誘導手段とそのモデルへの導入可能性を述べる．

(1) 信号による制御

信号のモデルへの組み込みは，*信号現示パターン等を所与として*配分を行うのみなら，本質的には，現行のモデルにおける流出関数の容量の修正みである．従って，ある程度の簡略化を許すなら，そのような拡張は比較的容易にできる．また，感度分析理論との組み合わせにより，システム状態の局所的な改善を図る方法は開発可能であろう．

しかし，ネットワーク総走行時間が最小化されるように信号制御パターンを決定するするという一般的枠組みの問題を解くことは極めて難しいだろう．その場合，概念的には階層構造を持った問題となる．すなわち，上位問題は信号現示パターンを制御変数とし総走行時間を目的関数とする問題，下位問題は利用者の行動を表現する DUE 配分問題となる．単一レベルの動的システム最適配分が効率的に解けない現状を考えると，このような枠組みによる問題を解くことは，現状では，ほぼ不可能といえる．

むしろ，単一指標の最小化／最大化を図るのではなく，ある種のシステム安定性を拠りどころとした信号制御パターンを考える方が自然で，かつ解きやすいと考えられる．静的均衡配分を前提とした場合については，Smith[74,78]がその種の信号制御問題を検討しており，その動学化が重要課題となろう．

(2) 混雑料金による誘導

料金変数をモデルに導入するためには，現行では所要時間のみであると仮定したリンクコストを一般化コストに修正すればよい．これは，モデル構造の本質的な変更までは必要としないため，比較的容易である．しかし，ある種の最適性を確保するような混雑料金を求める問題となると，かなり手強い．なぜなら，静的な場合のような単純な限界費用原理は成立せず，また，DSO 配分と DUE 配分の一般的な

関係が未だ明らかにされていないからである．この点は，静的問題と動的問題で大きく異なる点である．

静的な均衡モデルにおける最適混雑料金の理論は，Pigou(1920)以来，様々な方向への拡張と一般化が図られてきている．しかし，それらの理論は，静的なコスト関数を仮定しているため，現実の渋滞に近い交通状況に適用した場合，明らかに矛盾を含んだものとなる．この批判に対して，最近，都市・交通経済学の分野において，出発時刻選択均衡モデルをベースにした動的な最適混雑料金に関する研究（例えば[6,7,8,66,79]）が現れてきた．しかし，残念ながら，これらの研究は極めて限定された非常に単純な空間構造（eg.１ＯＤペア，１リンク）の場合しかあつかっていない．すなわち，一般構造のネットワークや複数ＯＤペアがある場合に適用可能な理論は皆無である．現実的な政策評価等を考えるためには，一般ネットワークに適用可能な理論が必須であり，**6.1** 節の (3) で述べた感度解析理論等をよりどころとして新たな理論が構築されることが望まれる．

(3) 情報提供による誘導

情報提供については，本稿で示したような単純な DUE/DUO の枠組みのみでは，“全員が情報通りに誘導される”というような限られたケースにしか対応できないだろう．より実際的な状況を分析するには，**6.1** 節の(4) で述べたような層別化された利用者をあつかえるような DUE 配分（*“Multi-class DUE Assignment”*）モデル，あるいは後の **6.4** 節で述べるような確率的経路選択原則を導入する必要がある．

(4) フレックスタイム制等による誘導

フレックスタイム制については，５章で示した弾性需要型 DUE 配分で考えれば，（時刻別）需要関数（あるいはその導出のための効用関数）のパラメータあるい説明変数の操作に帰着する．従って，*モデル構造上*は，現行でも既に考慮可能となっている（もちろん，実際的な分析のためには，本稿で示した以上に複雑な需要関数形を必要とする，あるいはパラメータ推定に困難を伴う等の問題はありうる）．ただし，(2) の混雑料金と同様，社会的最適化を図るために，どのようなフレックスタイム・パターンを時間・空間的に実施すれば良いかという類の問題に対しては，今後の理論の進展が必要である．

6.3 モデル入力変数の作成法

動的配分モデルを実際に利用するためには，入力データとなる動的な（時間帯別）ＯＤ交通量が必要である．将来的には，観測装置の進展により，このようなＯＤデータを直接取得可能なケースも現れてくると考えられる．しかし，現実的には，測定の容易な時々刻々のリンク交通量データ等から動的なＯＤ交通量を推計できることが望ましい．まだ，この問題に対する研究（例えば[10,11, 20]等）もあまり多く無いが，信頼性の高い手法の開発は重要である．

この問題は，基本的には，二種類のアプローチが考えられるだろう．ひとつは，簡便な固定需要型配分モデル（例えば，フローインディペンデントな動的配分法）あるいはさらに単純な時系列モデル等をベースにリンク交通量を内生変数としてＯＤ交通量を直接的な未知変数とする方法である．もうひとつの方法は，需要変動型 DUE/DUO 配分をベースに需要関数パラメータを未知変数とする方法である．後者の方法は，理論的な整合性の面では優れているが，計算量が膨大になる等の理由から現状では無理かもしれない．今後，配分モデルとセットで考えるべき検討課題であろう．

6.4 行動原則等の検証と改善

DUE/DUO 配分は，一種の規範的／制御モデルとみなすこともできる点，あるいは，各種シミュレーション・モデルによる予測結果に対する明快な“ベンチマーク”とみなすことができる点では，そのままでも意味のある配分原則である．しかし，現実的な予測モデルとしての利用を想定するなら，経路選択原則を，より現実の利用者行動に即したものに修正する必要がある．そのような方向の修正のためには，現実のドライバーの様々な経路選択行動に関する知見の蓄積が必要である．しかし，現状では，データ・知見ともに極めて限られており，今後のデータの蓄

積および行動モデル研究の成果に期待するところが大きい.

そこで, 以下では, 現状でもある程度考えることができ, かつ将来的にはある程度の成果が得られる可能性もありそうな経路選択則にかかわる課題をいくつかあげておく.

(1) 確率的経路選択行動モデルの導入

DUE, DUO の各々に対して, 利用者の経路選択行動モデルを確定論的な選択原則からランダム効用モデルに基づいた確率的選択モデルへ置き換えることは, 容易に考えられる改善策である.

DUO に対応する "動的な瞬間的確率的配分"は, 現在でも容易に実現可能である. 一方, DUE に対応する "動的な確率的利用者均衡配分"は, モデル構築だけならやさしいが, その理論的解析や一般ネットワークに対応可能な収束的アルゴリズムの開発は現状では困難である. 特に, DUE のように 終点到着時刻ごとの分解原則が成立せず, 様々な終点到着時刻をもつフローの相互干渉を考えなければならない点が問題を複雑にする. しかし, 静的な確率的均衡配分に対しては理論的知見がかなり蓄積されている（例えば[1]参照）ことを考慮すると, DUE 配分に対する理論がより進展した後には, 解決可能な課題となることが期待できる.

(2) 利用者の学習／予想の導入

情報提供によって間接的な誘導を考える際には, システムと利用者の間での長期的な相互作用を考慮する必要が生じるだろう. すなわち, システムによって提供される情報に対する利用者の学習行動とそれに対応した提供情報の変更である. 小林[49,50]は, 静的なモデル設定下で合理的期待形成の枠組みでこの種の問題を定式化・解析している. 今後, このような枠組みをより一般化してゆくことが期待される. ただし, このような状況の表現は, 極端に言えばモデル作成・解析者の数に等しい様々なモデルを考えることができ, 統一的・普遍的な結果を得ることは困難となる懸念がある. また, このような複雑な状況を導入したモデルを一般ネットワークで理論的に解析することは, 現状では, ほとんど絶望的である. むしろ, 簡単なネットワークにおける理論的成果をヒントに, 徹底的な計算機シミュレーション実験を重ねるというようなアプローチの方がこの種の問題解明への近道となるかもしれない.

(3) システム状態の安定性と均衡プロセス

(2)とも関連するが, 各種配分原則や利用者の反応条件下でのシステム状態の安定性についての考察は, 制御モデル・予測モデルのいずれの場合でも重要な課題である. 従来, 静的な利用者均衡原則の安定性解析を行った研究がいくつかあるが（例えば[41,76]）, 必ずしも一般的な理論が構築されているレベルにはない. 動的なネットワーク・フロー・システムの安定性に関する諸性質の解明は, 今後の研究が望まれる challenging な課題である.

7. おわりに

本稿では, まず, 第１・２章で交通の高度情報化／インテリジェント化と動的な交通ネットワーク配分理論との関係を概説した. 次に, 第３～５章では, 動的ネットワーク配分理論の現状の体系的整理とそれに基づく新たなモデルの提案を行った. すなわち, 前半の第３・４章では, 動的な交通ネットワーク配分研究の理論面での *state of the art* を体系的に見直し, 後半の第５章では, 出発時刻選択分析と動的ネットワーク分析という従来の２つの研究の流れを整合的に統合した"弾性需要型 DUE 配分" の構築と解析を行った. そして, 以上の理論の現状を念頭においた上で, 第６章では, 現行の枠組み／モデルでは不十分な点を克服するための今後の重要課題と研究の展望を行った.

しかし, 第６章での議論からもわかるように, 動的な交通ネットワーク配分理論には, 極めて基本的であるにも関わらず未解決のままの課題が多く残されている. また, 交通システムの高度情報化に関する諸問題は, 本稿で述べることができなかった多くの問題も含めて極めて多岐にわたる. それらは明らかに, 交通工学／都市計画等の分野のみに限定され

た研究課題ではなく，応用数学，*Operations Research,* 計算機・情報科学等の数理／情報科学系の分野，あるいは都市経済学，公共経済学，情報経済学等の経済学系の分野，さらには，環境科学関連の分野等，幅広い分野に関連する興味深くかつ社会的重要性を持つ研究課題を提供していると考えられる．本稿が多くの分野の方に，このような研究の面白さと重要性を理解していただくきっかけとなれば望外の幸せである．

謝辞

まず，経験の浅い著者に招待論文という機会を与えて頂いた土木計画学研究編集小委員会に心から感謝いたします．

論文奨励賞の受賞論文は，東京大学・生産技術研究所の桑原雅夫助教授との共著論文であり， 研究開始時点から数えきれない議論を重ねていただきました．この場を借りて，改めて深謝の意を表します．

また，奈良先端科学技術大学院大学の福島雅夫教授には，本稿の研究を進める上で非常に有効であった変分不等式理論に関する適切なご教示を頂きました．心より感謝いたします．

最後に，愛媛大学の朝倉康夫助教授，熊本大学の溝上章志助教授を中心とする交通ネットワーク研究グループ(TNSG)の諸先生方，およびTNSG研究発表会にご参加された諸先生方には，本研究を進める上で多くの知的刺激，激励を頂きました．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

[1] 赤松隆，*確率的均衡アプローチによる交通ネットワーク統合モデル*，東京大学博士論文，1990.

[2] 赤松隆・桑原雅夫，“渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分”，土木学会論文集 488, pp.21-30,1994.

[3] T.Akamatsu and M.Kuwahara, “Dynamic Network Equilibrium Model of Simultaneous Route/Departure Time Choice for a Many-to-One OD Pattern”, submitted to Transportation Research Part B.

[4] A.S.Alfa and D.L.Minh, "A Stochastic Model for the Temporal Distribution of Travel Demand - the Peak Hour Problem", Transportation Science 13, pp.315-324, 1979.

[5] A.S.Alfa, "Departure Rate and Route Assignment of Commuter Traffic during Peak Period", Transportation Research 23B, pp.337-344, 1989.

[6] R.Arnott, A. de Palma and R.Lindsey, "Economics of a Bottleneck", Journal of Urban Economics 27, pp.111-130, 1990.

[7] R.Arnott, A. de Palma and R.Lindsey, "A Structured Model of Peak-Period Congestion", American Economic Review 83, pp.161-179, 1993.

[8] R.Arnott, A. de Palma and R.Lindsey, "Departure Time and Route Choice for the Morning Commute", Transportation Research 24B, pp.209-228, 1994.

[9] 朝倉康夫，“動的経路誘導システムにおける交通量配分モデルの役割”,行動計量学,Vol.20(1),pp.29-38, 1993.

[10] K.Ashok and M.Ben-Akiva, "Dynamic Origin-Destination Matrix Estimation and Prediction for Real-Time Traffic Management", the Proc. of the 12th International Symposium on Transportation and TrafficTheory, pp.465-484, Elsevier,Berkely, 1993.

[11] M.G.H.Bell, "The Real Time Estimation of Origin-Destination Flows in the Presence of Platoon Dispersion", Transportation Research,Vol.25B(2/3), pp.115-125, 1991.

[12] M.Ben-Akiva, M.Cyna and Andre de Palma, "Dynamic Model of Peak Period Congestion", Transportation Research 18B, pp.339-355, 1984.

[13] M.Ben-Akiva, A. de Palma and P.Kanaroglou, "Dynamic Model of Peak Period Congestion with Elastic Arrival Rates", Transportation Science 20, pp.164-181, 1986.

[14] D.Bernstein, T.Friesz, R.Tobin, and B. Wie, "A Variational Control Formulation of the Simultaneous Route and Departure Choice Equilibrium Assignment", Proc. of the 12th International Symposium on the Theory of Traffic flows and Transportation, pp.107-126, 1993.

[15] D.E.Boyce, B.Ran and L.J.LeBranc, “Solving an Instantaneous Dynamic User-Optimal Route Choice Model”, Transportation Science 29, pp.128-142, 1995.

[16] M.Carey, "Optimal Time-Varying Flows on Congested Networks", Operations Research 35, pp.58-69, 1987.

[17] C.F.Daganzo, "The Uniqueness of a Time-Dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck", Transportation Science 19, pp.29-37, 1985.

[18] E. Cascetta, "A Stochastic Process Approach to the Analysis of Temporal Dynamics in Transportation Networks", Transportation Research 23B, pp.1-17, 1989.

[19] E.Cascetta and G.E.Cantarella, "A Day-to-Day and Within-Day Dynamic Stochastic Assignment Model", Transportation Research 25A, pp.277-291, 1991.

[20] E.Cascetta, D.Inaudi and G.Marquis, "Dynamic Estimators of Origin-Destination Matrices Using Traffic Counts", Transportation Science 27, pp.363-373, 1993.

[21] S.C.Dafermos, "Traffic Equilibrium and Variational Inequalities", Transportation Science 14, pp.42-54, 1980.

[22] S.C.Dafermos, "The General Multimodal Network Equilibrium Problem with Elastic Demand", Networks 12, pp.57-72, 1982.

[23] S.C. Dafermos, "Isomorphic Multiclass Spatial Price and Multimodal Traffic Network Equilibrium Models", Regional Science and Urban Economics 16, pp.197-209, 1986.
[24] S.C. Dafermos, "Sensitivity Analysis in Variational Inequalities", Mathematics of Operations Research 13, pp.421-434, 1988.
[25] S.C. Dafermos and A.Nagurney, " Sensitivity Analysis for the Asymmetric Network Equilibrium Problem", Mathematical Programming 28, pp.174-184, 1984.
[26] A.DePalma, M.Ben-Akiva, C.Lefevre, and N.Litinas, "Stochastic Equilibrium Model of Peak Period Traffic Congestion", Transportation Science 17, pp.430-453, 1983.
[27] F.Facchinei and J.Soares, "Testing a New Class of Algorithms for Nonlinear Complementarity Problems", in *Variational Inequalities and Network Equilibrium Problems* (Eds. F.Giannessi and A.Maugeri), Plunum Press, 1995.
[28] A.Fisher, "A Special Newton-type Optimization Method", Optimization 24, pp.269-284, 1992.
[29] C.S.Fisk and D.E.Boyce, "Alternative Variational Inequality Formulation of the Network Equilibrium-Travel Choice Problem", Transportation Science 17, pp.454-463, 1983.
[30] T.L.Friesz, D.Bernstein, T.Smith, R.Tobin, and B.Wie, "A Variational Inequality Formulation of the Dynamic Network User Equilibrium Problem", Operations Research 41, pp.179-191, 1993.
[31] T.L.Friesz, D.Bernstein, N.Mehta, R.Tobin, and S.Ganjalizadeh, "Day-to-Day Dynamic Network Disequilibria and Idealized Traveler Information Systems", Operations Research 42, pp.1120-1136, 1994.
[32] T.L.Friesz, J.Luque, R.Tobin and B.Wie, "Dynamic Network Traffic Assignment Considered as a Continuous Time Optimal Control Problem", Operations Research 37, 893-901, 1989.
[33] T.L.Friesz, R.Tobin, T.Smith and P.Harker, "A Nonlinear Complementarity Formulation and Solution Procedure for the General Derived Demand Network Equilibrium Problem", Journal of Regional Science 23, pp.337-359, 1983.
[34] 藤田素弘・松井寛・溝上章志, "時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究", 土木学会論文集 389, pp.111-119, 1988.
[35] M.Fukushima, "Equivalent Differentiable Optimization Problems and Descent Methods for Asymmetric Variational Inequality Problems", Mathematical Programming 53, pp.99-110, 1992.
[36] P.T.Harker and J.-S. Pang, "Finite-dimentional Variational Inequality and Nonlinear Complementarity Problems: A Survey of Theory, Algorithms and Applications", Mathematical Programming 48, pp.161-220, 1990.
[37] J.V.Henderson, "Road Congestion: A Reconsideration of Road Pricing", Journal of Urban Economics 1, pp.346-365, 1974.
[38] C.Hendrikson and G.Kocur, "Schedule Delay and Departure Time Decisions in a Deterministic Model", Transportation Science 15, pp.62-77, 1981.
[39] J.K.Ho, "A Successive Linear Optimization Approach to the Dynamic Traffic Assignment Problem", Transportation Science 14, pp.295-305, 1980.
[40] J.K.Ho, "Solving the Dynamic Traffic Assignment Problem on a Hypercube Multicomputer", Transportation Research 24B, pp.443-451, 1990.
[41] J. L. Horowitz, "The Stability of Stochastic Equilibrium in a Two-Link Transportation Network", Transportation Research 18B, pp.13-28, 1984.
[42] V.Hurdle, "Equilibrium Flows on Urban Freeways", Transportation Science 5, pp.255-293, 1981.
[43] 井上博司, "道路網における交通流動の動的シミュレーション", 土木学会論文集 470, pp.87-95, 1993.
[44] 飯田恭敬・内田敬・宇野伸宏, "交通情報の効果を考慮した経路選択行動の動的分析", 土木学会論文集 470,pp.77-86, 1993.
[45] B.N.Janson and J.Roble, "Dynamic Traffic Assignment with Arrival Time Costs", Proc. of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory Assignment, pp.127-146, 1993.
[46] 河上省吾・溝上章志・鈴木稔幸, "交通量の時間変動を考慮した道路交通量配分手法に関する研究", 交通工学 20, pp.17-25, 1985.
[47] 河上省吾・劉正凱, "動的なシステム最適化交通量配分モデルとその解法の開発",土木計画学研究・論文集, pp.121-128, 1993.
[48] D.Kinderlehrer and G.Stampacchia, *An Introduction to Variational Inequalities and Their Applications*, Academic Press, New York, 1980.
[49] 小林潔司,藤高勝己, "合理的期待形成を考慮した経路選択モデルに関する研究",土木学会論文集 458, pp.17-26, 1993.
[50] 小林潔司,井川修, "交通情報によるドライバーの経路誘導効果に関する研究",土木学会論文集 470, pp.185-194, 1993.
[51] 桑原雅夫, "渋滞したネットワークにおける動的均衡配分に関する考察", 土木学会論文集 419, pp.123-126, 1990.
[52] M.Kuwahara and T.Akamatsu, "Dynamic Equilibrium Assignment with Queues for a One-to-Many OD Pattern", Proc. of the 12th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp.185-204, Elsevior, Berkeley , 1993.
[53] M.Kuwahara and T.Akamatsu, "Decomposition of the Reactive Dynamic Assignment with Queues for a Many-to-Many OD Pattern, Transportation Research, submitted.
[54] M.Kuwahara and G.F.Newell, "Queue Evolution on Freeways Leading to a Single Core City during the Morning Peak", Proc. of the 10th International Symposium on

Transportation and Traffic Theory, pp.21-40, 1987.

[55] W.H.K.Lam and H.-S.Huang, "Dynamic User Optimal Traffic Assignment Model for Many to One Travel Demand", Transportation Research 29B, pp.243-259, 1995.

[56] T.Larsson and M.Patricksson, "A Class of Gap Functions for Variational Inequailites", Mathematical Programming 64, pp.53-79, 1994.

[57] D.R.Leonard, P.Gower and N.B.Taylor, "CONTRAM: Structure of the Model", TRRL Research Report, RR178, 1989.

[58] S.H.Mahmasani, R.Jayakrish and R.Herman, "Network Traffic Flow Theory:Microscope Simulation Experiments on Supercomputers", Transportation Research 24A, pp.149-162, 1990.

[59] S.H.Mahmassani and R.Herman, "Dynamic User Equilibrium Departure Time and Route Choice on Idealized Traffic Arterials", Transportation Science 18, pp.362-384, 1984.

[60] 松井寛, "総走行時間最小化配分と等時間原則配分の動的化", 土木学会論文報告集 339, pp.239-242, 1983.

[61] 松井寛, "交通需要の動学的分析の諸相と今後の展望", 土木学会論文集 470, pp.47-56,1993.

[62] 松井寛・藤田素弘, "時間帯別通勤時刻分布・配分同時モデルの開発", 土木学会論文集 449, pp.117-124, 1992.

[63] D.K.Merchant and G.L.Nemhouser, "A Model and an Algorithm for the Dynamic Traffic Assignment Problems", Transportation Science 12, pp.183-199, 1978.

[64] 宮城俊彦, "ベイズ学習過程と確率的利用者均衡モデル", 土木計画学研究・論文集 8, pp.73-80, 1990.

[65] 宮城俊彦・牧村和彦, "時間帯別交通配分手法に関する研究", 交通工学 26, pp.17-28, 1991.

[66] S.Mun, "Traffic Jams and the Congestion Toll", Transportation Research 28B, pp.365-375, 1994.

[67] A.Nagurney, *Network Economics*, Kluwer Academic Press, Massachusetts, 1993.

[68] G.F.Newell, "The Morning Commute for Nonidentical Travelers", Transportation Science 21, pp.74-88,1987.

[69] G.F.Newell, "Traffic Flow for the Morning Commute", Transportation Science 22, pp.47-58, 1988.

[70] J.-S. Pang, "Solution of the General Multi-commodity Spatial Equilibrium Problem by Variational and Complementarity Methods", Journal of Regional Science 24, pp.403-414, 1984.

[71] J.-S.Pang and S.A.Gabriel, "NE/SQP: A Robust Algorithms for Solving Nonsmooth Equations", Mathematical Programming 60, pp.295-337, 1993.

[72] B.Ran, D.E.Boyce and L.J.LeBranc, "A New Class of Instantaneous Dynamic User Otimal Traffic Assignment Models", Operations Research 41, pp.192-202, 1993.

[73] M.J.Smith, "The Existence, Uniqueness and Stability of Traffic Equilibria", Transportation Research 13B, pp.295-304, 1979.

[74] M.J.Smith, "A Local Traffic Control Policy which Automatically Maximises the Overall Travel Capacity of an Urban Road Networks", Traffic Engineering and Control 21, pp.298-302, 1980.

[75] M.J.Smith, "The Existence of a Time-dependent Equilibrium Distribution of Arrivals at a Single Bottleneck", Transportation Science 18, pp.385-394, 1984.

[76] M. J. Smith, "The Stability of a Dynamic Model of Traffic Assignment - An Application of a Method of Lyapunov", Transportation Science 18, pp.245-252, 1984.

[77] M.J.Smith, "A New Dynamic Traffic Model and the Existence and Calculation of Dynamic User Equilibria on Congested Capacity-constrained Road Netwoks", Transportation Research 27B, pp.49-63, 1993.

[78] M.J.Smith and T.Van Vuren, "Traffic Equilibrium with Responsive Traffic Control", Tranasportation Science 27, pp.118-132, 1993.

[79] T.Tabuchi, "Bottleneck Congestion and Modal Split", Journal of Urban Economics 34, pp.414-431, 1993.

[80] R. L. Tobin, "Sensitity Analysis for Variational Inequalities" Journal of Optimizaiton Theory and Applications, Vol.48(1), pp.191-204, 1986.

[81] R.L.Tobin, "Sensitivity Analysis for General Spatial Price Equi-libria", Journal of Regional Science 27, pp.77-102, 1987.

[82] R. L. Tobin and T. L. Friesz, "Sensitivity Analysis for Equilibrium Network Flow", Transportation Science 22, pp.242-250, 1988.

[83] D.Van Vliet and M.D.Hall, "SATURN 8.3-A User's Manual-Universal Version", Institute for Transportation Studies,University of Leeds, 1991.

[84] VERTIS グランドデザイン・ワーキンググループ, "インテリジェント交通システムの研究開発基本計画 - VERTIS グランドデザイン", 1995.

[85] W.S.Vickrey, "Congestion Theory and Transportation Investment", American Economic Review 59, 1969.

[86] B.W.Wie, T.L.Friesz and R.L.Tobin, "Dynamic User Optimal Traffic Assignment on Congested Multidestination Networks", Transportation Research 24B, pp.431-442, 1990.

[87] B.W.Wie, R.L.Tobin, T.L.Friesz and D.Bernstein, "A Discrete Time, Nested Cost Operator Approach to the Dynamic Network User-Equilibrium Problem", Transportation Science,Vol.29(1), pp.79-92, 1995.

[88] J.H.Wu, M.Florian and P.Morcotte "A General Descent Framework for the Monotone Variational Inequaility Problems", Mathematical Programming 61, pp.281-300, 1993.

付録 1 定理の証明

定理 4.1. の証明: 変分不等式(4.11)は展開形では,

$$
\begin{aligned}
&(\mathbf{c}(\mathbf{y}^*,\boldsymbol{\tau}^*)+\mathrm{A}^T\boldsymbol{\tau}^*)\cdot(\mathbf{y}-\mathbf{y}^*) \\
&+(-\mathbf{A}\mathbf{y}^*+\mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}^*))\cdot(\boldsymbol{\tau}-\boldsymbol{\tau}^*)\geq 0 \quad \forall(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau})\in K_S
\end{aligned}
\qquad \text{(A1.1)}
$$

と書ける. ここで $(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau})$と$(\mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau}),\mathbf{q}(\boldsymbol{\tau}))$ は各々, 式(4.10a)と式(4.10c)で定義される.

まず, $\mathbf{x}^*$が DUE 条件(4.4a-c)と(4.6)を満たすと仮定しよう. そのとき, $\mathbf{x}^*$は必ず VIP (A1.1)を満たすことを示す. 式(4.4a-c)は,

$$\{c_{ij}(y_{ij}^*,\tau_i^*)+\tau_i^*-\tau_j^*\}(y_{ij}-y_{ij}^*)\geq 0 \quad \forall y_{ij}\in R_+, \qquad \text{(A1.2a)}$$

を意味し, 式(4.6)は,

$$\{\sum_i y_{ik}^*-\sum_j y_{kj}^*+q_{kd}(\tau_k^*)\}(\tau_k-\tau_k^*)=0 \ \ \forall\tau_k\in R \qquad \text{(A1.2b)}$$

を意味することが容易に判る. (A1.2a),(A1.2b)を各々全ての(i,j), kについて足しあわせれば VIP (4.11)となる.

次に, 逆を考える. $\mathbf{x}^*$が(4.11)を満たすと仮定する. そのとき, $\mathbf{x}^*$は DUE 条件 (4.4a-c) と(4.6a)を満たすことを示す. $\boldsymbol{\tau}=\boldsymbol{\tau}^*$ and $y_{kl}=y_{kl}^*$ for all $(k,l)\neq(i,j)$としよう. ここで(i,j)は任意の固定されたリンク in L. そうすると(4.11)は(A1.2a)に帰着し, それは, (4.4a-c)が必ず成立することを意味する. 同様に, set $\mathbf{y}=\mathbf{y}^*$ and $\tau_l=\tau_l^*$ for all $l\neq k$ ここで k は任意の固定されたノード in N. そのとき, (4.11)は(A1.2b)に帰着し, それは, (4.6a)が必ず成立することを意味する. 証明完了■

定理 4.2. の証明: DUE 配分の任意の解が非線形相補性条件 (4.13) を満たすのは自明である. 従って, 以下では, NCP (4.13) の任意の解が DUE 配分の解であることを示す. 逆を仮定しよう：式(4.13)を満たすが, ある$k\in N, k\neq d$に対して

$$\sum_j y_{kj}-\sum_i y_{ik}-\hat{q}_{kd}(\hat{\tau}_k) \ \ >0 \qquad \text{(A1.3)}$$

となる$(\mathbf{y},\hat{\boldsymbol{\tau}})$があると仮定しよう. そのとき,

$$\hat{\tau}_k\cdot(\sum_j y_{kj}-\sum_i y_{ik}-\hat{q}_{kd}(\hat{\tau}_k))=0$$

は $\hat{\tau}_k=0$ を意味する. また, $\hat{q}_{kd}(\hat{\tau}_k)\geq 0$, $\sum_i y_{ik}\geq 0$ and $y_{kj}\geq 0$であるので, (A1.3)は, ある(k,j)に対して$y_{kj}>0$となることを意味する. 一方, この(k,j), に対して $y_{kj}\cdot(\hat{c}_{kj}-\hat{\tau}_k+\hat{\tau}_j)=0$ は $\hat{c}_{kj}-\hat{\tau}_k+\hat{\tau}_j=0$ を意味する. しかし, $\hat{\tau}_k=0$であるので, $\hat{c}_{kj}=-\hat{\tau}_j\leq 0$ となり, これは仮定$\hat{c}_{kj}>0$に矛盾している. 証明完了■

定理 5.3. の証明: 需要変動型 DUE の等価な変分不等式 $VIP(K_M,\mathbf{F})$ における写像 $\mathbf{F}$ は,

$$\mathbf{F}(\mathbf{x})\equiv\begin{bmatrix}\mathbf{c}(\mathbf{y},\boldsymbol{\tau})\\ \mathbf{q}(\boldsymbol{\tau})\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0 & \Delta^T\\ -\Delta & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{y}\\ \boldsymbol{\tau}\end{bmatrix}, \qquad \text{(4-10b)}$$

で定義されている. 従って, K_Mに含まれる任意のベクトル $\mathbf{X}=[\mathbf{Y},\mathbf{T}]^T$に対して,

$$
\begin{aligned}
\mathbf{X}^T\nabla\mathbf{F}(\mathbf{X})\,\mathbf{X}&=\sum_u\sum_{ij}\alpha_{ij}^u\cdot(Y_{ij}^u-\frac{T_i^u}{2\alpha_{ij}^u})^2\\
&+\sum_u\sum_k\left(\sum_v\frac{\partial q_{kd}^u}{\partial\tau_k^v}-\sum_j\frac{1}{4\alpha_{kj}^u}\right)T_k^{u^2}\geq 0
\end{aligned}
\qquad \text{(A1.4)}
$$

である. 式(5.9) が成立している限り, 式(A1.4)の等号が成立するのは, $\mathbf{X}=\mathbf{0}$ の場合のみである. 従って, 式(5.9) の仮定下では $\nabla\mathbf{F}(\mathbf{X})$ は正定値行列であり, 補題 4.1 より写像 $\mathbf{F}$ の狭義単調性が保証され, 補題 4.2 より $VIP(K_M,\mathbf{F})$ の解は唯一である. 証明完了■

付録 2 ベクトル関数に関する基本的定義

定義 1

a) $\mathbf{F}$: $R^n\to R^n$ is *monotone* on a set $S\subseteq R^n$ if
$(\mathbf{x}-\mathbf{y})\cdot(\mathbf{F}(\mathbf{x})-\mathbf{F}(\mathbf{y}))\geq 0 \quad \forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S$.

b) $\mathbf{F}$: $R^n\to R^n$ is *strictly monotone* on a set $S\subseteq R^n$ if
$(\mathbf{x}-\mathbf{y})\cdot(\mathbf{F}(\mathbf{x})-\mathbf{F}(\mathbf{y}))>0 \quad \forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S,\ \mathbf{x}\neq\mathbf{y}$.

c) $\mathbf{F}$: $R^n\to R^n$ is *strongly monotone* on a set $S\subseteq R^n$ if
$(\mathbf{x}-\mathbf{y})\cdot(\mathbf{F}(\mathbf{x})-\mathbf{F}(\mathbf{y}))\geq\mu\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2$.
for some $\mu>0$ $\forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S$

定義 2

a) an $n\times n$ matrix M is a *semi-positive definite* matrix on a set $S\subseteq R^n$ if $\mathbf{x}\cdot\mathrm{M}\mathbf{x}\geq 0 \quad \forall\mathbf{x}\in S$

b) an $n\times n$ matrix M is a *positive definite matrix* on a set $S \subseteq R^n$ if $\mathbf{x}\cdot\mathbf{Mx}>0 \quad \forall\mathbf{x}\in S,\ \mathbf{x}\neq\mathbf{0}$

c) an $n\times n$ matrix M is a *strongly positive definite matrix* on a set $S \subseteq R^n$ if $\mathbf{x}\cdot\mathbf{Mx}\geq\mu\|\mathbf{x}\|^2$ for some $\mu>0 \quad \forall\mathbf{x}\in S,\ \mathbf{x}\neq\mathbf{0}$

定義 3

a) **F**: $R^n \rightarrow R^n$ is a P_0-function on a set $S\subseteq R^n$

if there exists an index i such that

$(x_i-y_i)\cdot(F_i(\mathbf{x})-F_i(\mathbf{y}))\geq 0 \quad \forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S$.

b) **F**: $R^n \rightarrow R^n$ is a P-function on a set $S\subseteq R^n$

if there exists an index i such that

$(x_i-y_i)\cdot(F_i(\mathbf{x})-F_i(\mathbf{y}))> 0 \quad \forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S,\ \mathbf{x}\neq\mathbf{y}$.

c) **F**: $R^n \rightarrow R^n$ is a uniform P-function on a set $S\subseteq R^n$

if there exists an index i such that

$(x_i-y_i)\cdot(F_i(\mathbf{x})-F_i(\mathbf{y}))\geq \mu\|\mathbf{x}-\mathbf{y}\|^2$.

for some $\mu>0 \ \forall\mathbf{x},\mathbf{y}\in S$.

定義 4

a) an $n\times n$ matrix M is a P_0-*matrix* if every principal minor of M is non-negative.

b) an $n\times n$ matrix M is a P-*matrix* if every principal minor of M is positive.

付録 3 VIP/NCP のメリット関数

(1) メリット関数

変分不等式問題 $VI(K,\mathbf{F})$に対するメリット関数(merit function) とは,

$$\mathbf{x}^* \text{ が } VI(K,\mathbf{F}) \text{ の解 } \Leftrightarrow f(\mathbf{x}^*)=0 \text{ and } \mathbf{x}^*\in K$$

となる様な非負関数 $f(\mathbf{x})$ である．つまり問題 $MP(K,f)$: min. $f(\mathbf{x})$ subject to $\mathbf{x}\in K$, の大域的最適解が $VI(K,\mathbf{F})$ の解となり最適値が０となるような関数である．非線形相補性問題に対するメリット関数も同様に定義される．

もし，良い性質（微分可能である，全ての停留点が大域的最適解である等）を持つメリット関数が見つかれば，非線形計画法のアルゴリズムにより VIP / NCP が効率的に解けることとなる．最近，Fukusima [35]が変分不等式に対する微分可能なメリット関数を見出し，それを契機として，様々なメリット関数が提案されるに至っている（例えば[28,56,88]参照）．

(2) Fisher のメリット関数

具体例として，Fisher[28]により提案された NCP に対するメリット関数を示そう．標準形の NCP(F):

Find a vector $\mathbf{x}\in R^n$ such that
$\mathbf{x}^*\cdot\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)=0$, $\mathbf{x}^*\geq\mathbf{0}$, $\mathbf{F}(\mathbf{x}^*)\geq\mathbf{0}$,

を解くために,以下の条件：

$$\phi(x,y)=0 \Leftrightarrow xy=0,\quad x\geq 0,\quad y\geq 0 \qquad \text{(A3.1)}$$

を満たした関数 $\phi: R^2\rightarrow R$ を考えよう．これを用いると，NCP(**F**)を以下の連立方程式として表現できる：

$$\Phi(\mathbf{x})\equiv(\phi(x_1,F_1),\phi(x_2,F_2),\ldots,\phi(x_n,F_n))^T=\mathbf{0}$$

従って，ある種の条件が満たされれば，NCP は

$$\text{min. } \Psi(\mathbf{x})\equiv\|\Phi(\mathbf{x})\|^2$$

を解く問題に帰着させることができるだろう．

Fisher は条件(A3.1)を満たした次の関数：

$$\phi(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}-(x+y), \qquad \text{(A3.2)}$$

を導入し，これを用いたメリット関数：

$$\Psi(\mathbf{x})\equiv\|\Phi(\mathbf{x})\|^2=\sum_{i=1}^{n}\phi(x_i,F_i(\mathbf{x}))^2 \qquad \text{(A3.3)}$$

を提案した．メリット関数Ψ には次の様な良い性質がある：1) $\Psi(\mathbf{x})$ はいたるところ連続，微分可能である，2) $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ が P_0-関数(付録２参照)なら，$MP(K,\Psi)$ の全ての停留点は$MP(K,\Psi)$ の大域的最小点である．

(3) DUE 配分問題のメリット関数

Fisher のメリット関数を用いると，DUE 配分は,

$$\text{min.}\Psi(\mathbf{y},\hat{\tau})=\sum_{ij\in L}\left\{\sqrt{{y_{ij}}^2+{g_{ij}}^2}-\left(y_{ij}+g_{ij}\right)\right\}$$
$$+\sum_{k\in N}\left\{\sqrt{{\hat{\tau}_k}^2+{h_k}^2}-\left(\hat{\tau}_k+h_k\right)\right\} \qquad \text{(A3.4)}$$

subject to $\mathbf{y}\geq\mathbf{0}$, $\hat{\tau}\geq\mathbf{0}$,

$$\text{where } g_{ij}(\mathbf{y},\hat{\tau})\equiv c_{ij}(y_{ij},\hat{\tau}_i)+\hat{\tau}_i-\hat{\tau}_j, \qquad \text{(A3.5a)}$$

$$h_k(\mathbf{y},\hat{\tau})\equiv\sum_i y_{ik}-\sum_j y_{kj}+q_{kd}, \qquad \text{(A3.5b)}$$

の大域的最小値を求めることと等価となる．