利用者均衡条件下での交通ネットワーク最大容量問題

Maximum Network Capacity Problem under the Transportation Equilibrium Assignment

赤松 隆*・宮脇 治**

By Takashi Akamatsu and Osamu Miyawaki

1. はじめに

交通ネットワーク容量の解析は，効果的な交通網改善計画を考える際に重要な情報を与えるものである．また，土地利用・都市施設整備計画を考える上でも，本来は，欠かすことができない．

従来，このネットワーク容量の解析に関して多くの研究がなされてきた．なかでも，利用者の交通行動条件を考慮した上でネットワーク上に流しうる最大OD交通量（あるいは発生・集中交通量）を求める問題は，最も基本的な交通ネットワーク容量解析問題である．それらを方法論に着目して分類すると，(1)配分シミュレーションによる方法[1)2)3)]，(2)グラフ論的なカットを用いる方法[4)]，(3)線形計画問題としての標準的な最大容量問題の拡張[5)]に大別できる．

これらの方法は，各々，興味深いアプローチであるが，その信頼性あるいは実際規模ネットワークでの計算可能性等の問題が残され，まだ実用レベルに達した手法とは言いがたい．より具体的には，(1)は利用者行動条件を均衡配分モデルの形で内生化しているが，シミュレーション手順の違いが結果に与える影響等が明確でない．そのため，適用結果の妥当性・信頼性等の判断が難しいという問題点がある．また，数理モデルとしての定式化がなされていないため，他の方法との理論的な比較・関係づけが困難である．(2)(3)は，数理モデルとしては単純・明快であるが，利用者行動条件や混雑条件が内生化されていない，大規模ネットワークでの扱いが難しい，等の難点が残されている．

本研究は，以上のような従来法の問題点を解消した方法論を開発することを企図している．すなわち，各リンクに容量制約のあるネットワークにおいて，利用者の交通選択（経路選択およびODペア選択）パターンを考慮したネットワークの最大容量を求める問題を数理的に定式化し，現実の大規模ネットワークでも適用可能な計算アルゴリズムを示す．さらに，その数理的定式化をもとに解の一意性等の議論を行う．

本研究の構成は，以下の通りである．まず，次節では，固定需要型の利用者均衡条件下で最大OD交通量パターンを求める問題を考える．そして，その解法の基本的な考え方を簡単な例で説明する．第3節では，その考え方を一般ネットワークに拡張した定式化を行い，その解法を示す．第4節では，利用者の行動条件を変動需要型の利用者均衡配分へと拡張した場合の問題の定式化および解法を示す．第3，4節のいずれのモデルを前提とした場合でも，交通ネットワーク最大容量問題は固定需要型の利用者均衡配分の変形モデルとして定式化され，大規模ネットワークでも容易に最大交通容量を求められることが示される．第5節では，第3，4節の定式化を数理的に解析することにより，最大OD交通量パターン（あるいは発生・集中交通量パターン）は，必ずしも一意的に決められないことが示される．そこで，妥当な最大交通量パターンを一意的に決定するための方法およびその効率的なアルゴリズムについても議論する．第6節では，以上の理論を数値実験により確認する．最後に，第7節では，本研究で得られた成果のまとめと今後の拡張方向を示す．

2. 均衡条件下での最大OD交通量

本研究で考える問題は，交通ネットワーク上のフロー・パターンが交通均衡配分条件で記述されると

Key Words：ネットワーク交通流，交通網計画，交通容量
* 正会員 工博 豊橋技術科学大学 知識情報工学系
（〒441 豊橋市天伯町雲雀ヶ丘1-1，Phone 0532-47-0111，
Email akamatsu@tutkie.tut.ac.jp，Fax 0532-47-5301）
**学生会員 豊橋技術科学大学 知識情報工学系

仮定した場合に，各リンクに容量制約のあるネットワーク上に流しうる最大ＯＤ交通量（あるいは最大発生・集中交通量）を求める問題である．交通均衡配分条件（モデル）にはさまざまな種類があるが，本節では，まず，固定需要型の利用者均衡（Wardrop均衡）配分原則によりリンク交通フローパターンが決定されるとの仮定のもとで最大ＯＤ交通量を求める問題を考える．その基本的な考え方は，図１の様な１ OD，２経路（リンク）の簡単なネットワーク（各リンクには，各々，容量 $\bar{x}_i$ $(i=1,2)$ がある）で考えれば極めて単純である．

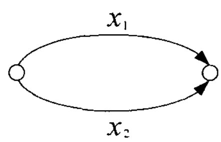

図１　例題ネットワーク

まず，このネットワーク上で通常の変動需要型均衡配分を考えてみよう．均衡状態におけるＯＤ交通量は，リンク性能関数を合成して描かれる供給曲線と需要曲線の交点として与えられる（図２参照）．

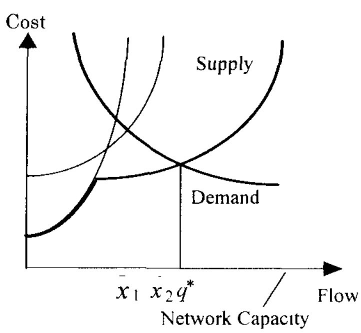

図２ 利用者均衡状態での均衡交通量

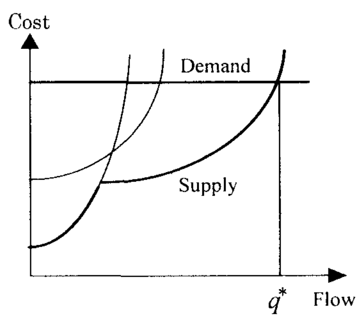

図３ 均衡条件下での最大ＯＤ交通量

次に，逆需要関数が

$$D_{od}^{-1}(q_{od}) = \bar{u}_{od} = constant \quad (1)$$

のように水平な直線で与えられたとしよう．ここで，$\bar{u}_{od}$ の値が十分に大きいとすると，この需要曲線と供給曲線の交点は（利用者の経路選択行動を考慮した上で）ネットワーク全体として流すことのできる最大ＯＤ交通量（に非常に近い値）を与えることがわかる（図３参照）．

なお，数学的に厳密には，交通容量に漸近するリンク性能関数を前提とする場合，フローの定義域が開集合であるため，最大ＯＤ交通量を求めることはできない（容量に極めて近い交通量を無限に定義できる）．しかし，数値計算上識別可能な最小限の微小量を ε と定義すれば，上の方法において十分に大きな値の $\bar{u}_{od}$ を用いることにより容量に非常に近い値（容量－ε）を求めることができる．

３．最大ネットワーク容量問題の定式化

前節で述べた考え方は，一般的なネットワークの場合に容易に拡張できる．すなわち，変動需要型の利用者均衡配分モデルに前節で示したような需要関数を代入すればよい．ここで，直感的にも判り易い定式化表現として Excess Demand Formulation[6] を用いると，固定需要型の利用者均衡条件下での最大ネットワーク容量（ＯＤ交通量）問題は，以下のような数理計画問題 として定式化される

[MCP-UE/FD]

$$Min.\, F(\mathbf{x},\mathbf{e},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\bar{u}_{od}e_{od} \quad (2)$$

subject to

$$x_{ij} = \sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\delta_{ij,r}^{od} \qquad \forall ij \qquad (3)$$

$$\sum_r f_r^{od} = q_{od} \qquad \forall od \qquad (4)$$

$$q_{od} + e_{od} = \bar{q}_{od} \qquad \forall od \qquad (5)$$

$$e_{od} \ge 0 \qquad \forall od \qquad (6)$$

$$f_r^{od} \ge 0 \qquad \forall r,\ od \qquad (7)$$

ここで，

$\overline{q}_{od}$, $\overline{u}_{od}$ ：ODペアｏｄ毎に与える定数,
f_r^{od} ：ODペアｏｄのｒ番目経路の交通量,
q_{od} ： ODペアｏｄの最大OD交通量,
e_{od} ：ODペアｏｄの超過OD交通量(需要),
x_{ij} ：リンクｉｊの交通量,
t_{ij} ：リンクｉｊのリンク性能(コスト)関数,
$\delta_{ij,r}^{od}$ リンク・経路結合行列（ODペアｏｄのｒ番経路がリンクｉｊを含めば1，そうでなければ0）

これは，図４のようにオリジナル・ネットワークの各ODペアに非常に大きな値の一定コスト$\overline{u}_{od}$ を持つダミー・リンク（超過需要リンク）を付加した変換ネットワークを考え，そこに固定OD交通量$\overline{q}_{od}$を利用者均衡配分した場合に相当する．ここで，$\overline{q}_{od}$は想定される最大OD交通量よりも大きな値の適当な定数である．均衡配分の結果オリジナル・ネットワーク上に流れるOD交通量が求めたい最大OD交通量であり，オリジナル・ネットワークに流れきらないOD交通量は，ダミー・リンクに "超過需要" ｅとして流れることになる．

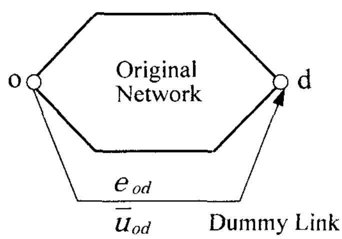

図４　超過需要リンクを付加したネットワーク

この変換ネットワークで考えれば，均衡条件下での最大OD交通量問題は，固定需要型の均衡配分問題となっている．従って，解法も従来から開発されている大規模ネットワークにも適用可能な均衡配分の各種アルゴリズムが適用できる．ただし，リンク性能関数に(implicit な)容量制約があるため，通常のFrank-Wolfe 法 [7] をわずかに修正した Daganzo [8] のアルゴリズムを用いるのが良いであろう．より具体的には，Frank-Wolfe 法の各繰返し計算における一次元探索問題：

$$\underset{\alpha}{Min.} F(\mathbf{x}^n + \alpha(\mathbf{y}^n - \mathbf{x}^n)) \quad s.t. \quad 0 \le \alpha \le 1 \qquad (8)$$

でのステップサイズαの上限値を，リンク容量制約がない通常の場合の１に代えて，

$$\alpha_{\max} = \underset{ij}{Min.}\left\{\frac{\overline{x}_{ij} - x_{ij}^n}{x_{ij}^n - y_{ij}^n}\right\} \qquad (9)$$

とすればよい．ここで，$\overline{x}_{ij}$ リンクｉｊの交通容量，x_{ij}^n ｎ回目繰返し計算におけるリンクｉｊの交通量，y_{ij}^n ：ｎ回目繰返し計算における all or nothing 配分でのリンクｉｊの交通量．

以上の考え方は，Wardrop 均衡だけではなく確率的均衡配分やシステム最適配分等を前提とする場合についても全く同様に適用可能である．例えば，ロジット型確率的均衡条件下での最大OD交通量を求める問題では，問題[MCP-UE/FD] の目的関数を以下の形式に修正すればよい：

$$Min. F(\mathbf{x},\mathbf{e},\mathbf{q}) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega + \sum_{od}\overline{u}_{od}e_{od} + \frac{1}{\theta}\sum_{od}\sum_{r} f_r^{od}\ln f_r^{od} \qquad (10)$$

ここで，θはロジット型経路選択モデルの感度パラメータである．

４．需要変動型の均衡条件への拡張

前節の方法の様に固定需要型の配分モデルを前提としてネットワーク容量を算出すると，implicit に想定されている需要関数（i.e.式(1)）の特殊性から，現実のODフロー・パターンに比べて不自然なパターンとなる可能性がある．たとえば，遠距離ODペア間の交通容量は，実際のOD交通量パターンよりも極端に過大となり，近距離ODペア間の交通量はその逆となるというような場合が起こりうる．

そこで，本節では，利用者の経路選択だけではなく，OD需要関数も内生化した場合の最大ネットワーク容量問題を考える．より具体的には，発生／集中交通量制約のある需要変動型の利用者均衡配分を前提にした場合の最大発生／集中交通量を求める方法を示す．この場合も，基本的な考え方は，第３節と同様で，問題をある形式の固定需要型の均衡配分問題に帰着させて解く．

交通ネットワーク配分理論においてよく知られて

いるように，標準的な需要変動型の利用者均衡配分は，固定需要型の均衡配分問題に変換することができる [6]. 特に，発生あるいは集中の片側制約のみの場合には，ネットワーク表現の変換によって固定需要型均衡配分と全く同様に扱うことができる．例えば，ロジット型の分布交通量モデル（需要関数）：

$$q_{od} = G_o \frac{\exp[-\varsigma(u_{od} - \lambda_d)]}{\sum_d \exp[-\varsigma(u_{od} - \lambda_d)]} \quad \forall o, d \qquad (11)$$

を内生化した発生交通量制約付き利用者均衡配分の等価最適化問題は，

[UE/ED-O]

$$Min.\, F(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega - \sum_{od} q_{od} \lambda_d + \frac{1}{\varsigma} \sum_{od} q_{od} (\ln q_{od} - 1) \qquad (12)$$

subject to

$$\sum_d q_{od} = G_o \qquad \forall o \qquad (13)$$

$$\sum_r f_r^{od} = q_{od} \qquad \forall od \qquad (4)$$

$$x_{ij} = \sum_{od} \sum_r f_r^{od} \delta_{ij,r}^{od} \qquad \forall ij \qquad (3)$$

$$f_r^{od} \geq 0 \qquad \forall r,\ od \qquad (7)$$

である．ここで，G_o は起点 o からの発生交通量，λ_d は終点 d のアクセシビリティ（魅力度）を表すパラメータ，ς は感度パラメータである．この問題の目的関数は，

$$Min.\, F(\mathbf{x}, \mathbf{q}) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \sum_{od} \int_0^{q_{od}} t_{od}(\omega) d\omega \qquad (14)$$

$$\text{where} \quad t_{od}(q_{od}) \equiv \frac{1}{\varsigma} \ln q_{od} - \lambda_d\ , \qquad (15)$$

と表現できる．つまり，式(15)のような "リンク性能関数" をもつリンクが各ODペア毎にあるとすれば，OD交通量を他のリンク交通量と同様に扱える．従って，もとのネットワークに各起点 o に対応したダミー・ノード o' および式(15)のリンク・コスト関数 $t_{od}(q_{od})$ を持つダミー・リンク d → o' を付加した図５のような変換ネットワークを考えると，この変動需要型の問題は，起点 o からダミー・ノード o' へ "OD交通量"（もとのネットワークでの発生交通量）G_o が流れる固定需要型の均衡配分となる．

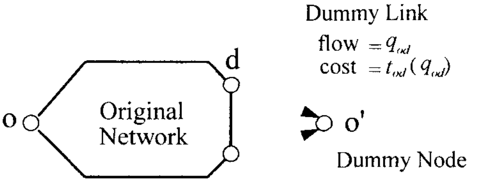

図５　固定需要型配分問題への変換ネットワーク

このようなネットワーク変換により，利用者行動条件として与える変動需要型利用者均衡配分を固定需要型配分に変換すれば，前節で示した（固定需要型均衡条件下での）方法がそのまま適用でき，最大発生交通量（および最大OD交通量）を算出することができる．すなわち，図５の変換ネットワークに起点 o から o' へ流れる超過需要リンクを付加し，そのリンクのコストを一定の非常に大きな値 $\bar{u}_o$ としたネットワーク（図６参照）を考え，{oo'}をODペアとする固定需要型の均衡配分を行えばよい．

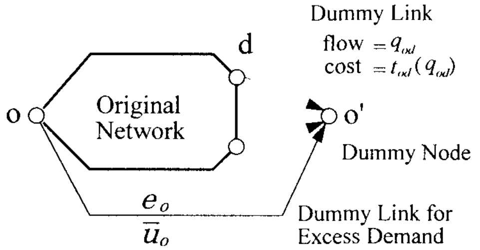

図６　最大発生交通量問題用の変換ネットワーク

これは，数式で表現すれば，利用者行動条件と等価な最適化問題[UE/ED-O]の目的関数を超過発生交通量 e を含む形式：

$$Min.\, F(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \mathbf{q}) = \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \sum_{od} \int_0^{q_{od}} t_{od}(\omega) d\omega + \sum_o \bar{u}_o e_o \qquad (16)$$

に修正し，発生交通量制約を以下の式

$$\sum_{d} q_{od} + e_o = \overline{G}_o \qquad \forall o \qquad (17)$$

に置き換えた問題を解いていることに相当する．ここで，e_oは起点oの超過発生交通量，$\overline{G}_o$は起点oからo'への固定OD交通量（適当に定めた大きな数）である．

以上では最大発生交通量を求める問題を考えたが，最大集中交通量を求める問題も全く同様に考えることができる．その場合，前提とする需要関数の条件として，各起点oの発生ポテンシャルを表すパラメータμ_oが与えられているとする．また，式(15)に対応するリンク・コスト関数を，

$$t_{od}(q_{od}) \equiv \frac{1}{\varsigma}\ln q_{od} - \mu_o \qquad (15)'$$

と設定する．このとき，図5に対応する変換ネットワークは，各終点dに対応するダミー・ノードd'および，式(15)'のリンク・コスト関数を持つダミー・リンクd'→o をもとのネットワークに付加したものとなる．そして，図6に対応する最大集中交通量を求めるネットワークは，これに超過需要（集中交通量）リンクd'→dを付加したものとなる（図7）．

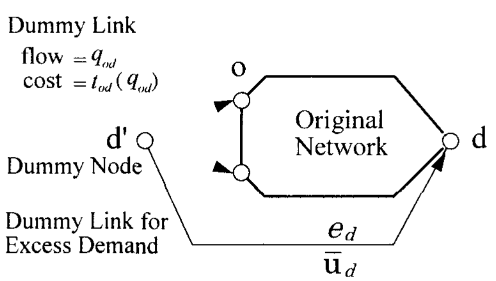

図7 最大集中交通量問題用の変換ネットワーク

これは，式で表せば，発生交通量制約式(17)に代えて，以下の集中交通量制約：

$$\sum_{o} q_{od} + e_d = \overline{A}_d \qquad \forall d \qquad (17)'$$

を考えていることとなる．ここで，e_dは終点dの超過集中交通量，$\overline{A}_d$は終点dからd'への固定OD交通量（適当に定めた大きな数）である．

結局，需要変動型の均衡条件下においても最大ネットワーク容量問題は，固定需要型均衡配分問題に帰着できるわけだから，その計算法も 前節で説明した配分アルゴリズムを用いればよいことがわかる．

5．一意的な最大ネットワーク容量の決定法

第3節で示した問題[MCP-UE/FD] は，目的関数がリンク交通量**x**に関しては狭義凸であるが，超過OD交通量(需要)cに関しては線形である（凸ではあるが狭義凸ではない）．従って，リンク交通量パターン**x**は一意的に決められるが，最大OD交通量パターン**q**は一意的に求められない．また，第4節で示した変動需要型均衡条件下の場合においても，目的関数が超過発生交通量に関して線形であるため，最大発生交通量パターンを必ずしも一意的に決めることができない．

この解の一意性の問題は，従来の研究ではあまり注意を払われてきていないが，適用結果の妥当性を議論する上できわめて重要である．なぜなら，理論的に解が一意的に決められないということは，計算手順の微妙な相違によって，全く異なった解（最大OD交通量パターン）が得られることを意味するからである．例えば，従来の研究で提案されているシミュレーション法では，交通量を流してゆくODペアの順序や，シミュレーション開始時の初期OD交通量パターン等の設定がわずかに違うだけでも，(同一条件のネットワークに対して）全く異なる結果が得られる可能性があることを意味する．つまり，解の一意性についての考慮をせずにシミュレーション等の方法により得られる結果は，無数に考えられる解の中から "恣意的に" (あるいは "偶然に") 得られたたった一つの結果にすぎない．従って，そのような方法を適用して得られた結果を解釈し計画に利用することは，（意図せずして）非常に恣意的（あるいは無意味）な作業を行っていることとなる．

そこで，以下では，外生的な情報を組み合わせることによって，妥当な最大OD交通量パターンを一意に決定する方法を示す．

最大OD交通量問題の等価最適化問題[MCP-UE/FD] は，Nguyen[14] によって提案された "観測リンク交通量からのOD表推定問題" とほぼ同形式の数理構造となっていることに注意しよう．Nguyen

のモデルもOD表を一意的に決定できないが，その複数の解から尤もらしいパターンを効率的に選び出す方法がLeBlanc[15]によって提案されている．その方法を応用すれば，本研究での最大OD交通量パターン$\mathbf{q}$も一意的に決定できる．すなわち，$\mathbf{q}$のみについての適当な関数の最適化を上位問題，[MCP-UE/FD] を下位問題とする二段階最適化問題を部分双対化法により解くことを考える．

これをより具体的に説明すると以下の通りである．まず，上位問題の目的関数は，分析目的・利用可能なデータ等を勘案して適宜決めればよい．例えば，上位問題を

"外生的に与えられる目標ODパターン$\hat{\mathbf{q}}$に分布形状が最も似た(i.e.相互情報量を最小とする)最大OD交通量パターン$\mathbf{q}$を求める"

という設定にするなら，次の二段階最適化問題：

[MCP-Uni-B]

$$Min. Z(\mathbf{q}) = \sum_{od} q_{od} \ln(q_{od}/\hat{q}_{od}) \tag{18}$$

subject to [MCP-UE/FD],

を解けばよい．なお，上記のLeBlancの研究では，"目標ODパターン" $\hat{\mathbf{q}}$と推計ODパターンとの残差自乗和の最小化を考えている．これは，$\hat{\mathbf{q}}$が"分布形状"だけではなく，"絶対レベル" についてもある程度の情報を持っているとの前提にたてば妥当な設定である．LeBlanc（Nguyen）の問題は，観測可能な実際のOD交通量の推計を対象としているから，外生的に与える $\hat{\mathbf{q}}$についてのそのような想定は自然である．それに対して，本研究で考えている問題は，LeBlancの問題とは異なり，観測からはわからない最大OD交通量を求める問題であるから，$\hat{\mathbf{q}}$は"絶対レベル" の情報は持たず，"分布形状"に関する情報のみを持っていると考えるのが自然であろう．そこで，ここでは分布形状の類似度を表す式(18)を目的関数としている．

ここで問題[MCP-UE/FD]では最適解$\mathbf{q}$は一意的に決まらないが，目的関数Fの最適値$\bar{\eta}$は一意に決まることに注意しよう． このことを用いると，[MCP-UE/FD]の目的関数を不等式制約で置き換えることができ，二段階最適化問題[MCP-Uni-B]は，次のような（一段階の）最適化問題：

[MCP-Uni-S]

$$Min. Z(\mathbf{q}) = \sum_{od} q_{od} \ln(q_{od}/\hat{q}_{od}) \tag{18}$$

subject to

$$\sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \sum_{od} \bar{u}_{od} e_{od} \le \bar{\eta} \tag{19}$$

and constraints (3)-(7)

の形に書ける．ここで，$\bar{\eta}$の値は問題[MCP-UE/FD]を一度解いておけば一意的に求められるから，上の問題[MCP-Uni-S]では所与の定数である．また，問題[MCP-Uni-S]は，式(19) の第二項（超過需要項）を除けば，Erlander[16]，Fisk[17),18]によって議論された分布・配分統合モデルのパラメータ推定問題と数学的に同一構造の問題であることに注意しよう．

制約式(18) の Lagrange 乗数の最適値をς^*と書くと，問題[MCP-Uni-S]は，部分双対化により，

$$\begin{aligned} Min. L(\mathbf{q}, \mathbf{e}, \mathbf{x}) = &\sum_{od} q_{od} \ln(q_{od}/\hat{q}_{od}) \\ &+\varsigma^* \left\{ \sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega + \sum_{od} \bar{u}_{od} e_{od} - \bar{\eta} \right\} \end{aligned} \tag{20}$$

subject to (3)-(7)

すなわち，

$$\begin{aligned} Min. \tilde{L}(\mathbf{q}, \mathbf{x}) = &\sum_{ij} \int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega) d\omega - \sum_{od} q_{od} \lambda_{od} \\ &+ \frac{1}{\varsigma^*} \sum_{od} q_{od} \ln q_{od} \end{aligned} \tag{21}$$

subject to (3),(4) and (7),

$$\text{where} \quad \lambda_{od} \equiv \bar{u}_{od} + \frac{1}{\varsigma^*} \ln \hat{q}_{od} , \tag{22}$$

となる．これは，以下のような逆需要関数：

$$D_{od}^{-1}(q_{od}) = -\frac{1}{\varsigma^*} \ln q_{od} + \lambda_{od} \tag{23}$$

を持つ変動需要型の利用者均衡配分の等価最適化問題と考えることができる．従って，Evans のアルゴリズム[19]等を用いれば，容易に解くことができる．

一方，式(18),(19)の凸性と Lagrange 鞍点定理により，式(20)の目的関数（Lagrangean）Lはςに関して凹であるから，ςに関するLの最大化問題は一意的な最適解ς^*を持つ．また，式(19)が不等式制約で

あることから，ς^*は非負の有限値である．従って，適当な一次元探索アルゴリズムを用いれば（あるςの値に対応したLの値や**q**は，前述の変動需要型の利用者均衡配分により計算でき），最適なς^*を求めることができ，それに対応した一意的な最大OD交通量パターンを求めることができる．

つまり，この方法の場合，利用者均衡条件下での最適ネットワーク・デザイン問題等における二段階最適化問題とは異なり，変動需要型の利用者均衡配分を繰り返す事により大域的な最適解を効率的に求められることがわかる．

以上では，説明を簡単にするため，固定需要型の均衡条件下での最大OD交通量を一意的に決定するための方法を示した．前節で述べたような変動需要型の均衡配分条件下での最大発生／集中交通量を求める問題においても，ほぼ同様の方法によって解を一意的に決めることができることは言うまでもない．その場合，外生的に与えるべき変数は目標発生・集中交通量となる．

なお，目標OD交通量あるいは発生・集中交通量パターンをどのように設定するかは，モデル利用の目的／文脈に依存した問題であり一義的な万能法があるわけではないが，pedagogical な典型例をあげておこう．計画対象地域内の将来計画として各エリアの人口分担比率が与えられているものとし，現在の交通網が各エリアでのどの程度の開発／成長まで対応できるかを確認したい状況を考えよう．その場合，まず，人口と発生・集中交通量の関係を示す適当なモデルを現況データから構築できるだろう．次に，そのモデルを用いて，計画人口*比率（パターン）*に対応する発生・集中交通量*パターン*を予測する．これは，交通量の*絶対レベルによらず*計画上考えられる発生・集中*パターン*である．従って，これを目標発生・集中交通量*パターン*として，本論文のモデルの解を求めれば，交通網の処理能力から許容される各エリアの発生・集中交通量*レベル*（さらには各エリアの許容人口*レベル*）が予測できることとなる．

6．数値計算実験

前節までで示した理論（モデルの解の一意性および計算アルゴリズム）の妥当性を確認するために，実際規模ネットワークでの数値計算実験を行った．

実験に用いたネットワークは，交通配分モデルのテスト・ネットワークとしてよく知られているSioux Fall 市道路網[7]（図８）である．このネットワークは，リンク数７２，ノード数２４で，全てのノードがセントロイドであり，ODペア数は 24×23＝552 個である．

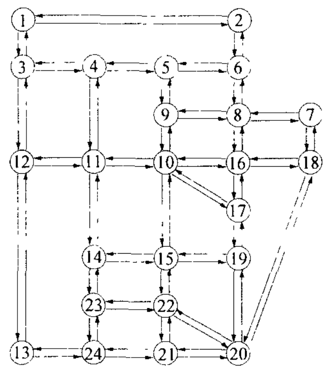

図８テスト・ネットワーク

リンク性能関数は，容量制約を考慮するために，以下の関数型：

$$t_{ij}(x_{ij}) = t_{ij}(0)\cdot\left(1+\gamma\frac{x_{ij}}{\bar{c}_{ij}-x_{ij}}\right) \tag{24}$$

を用いた．ここで，γ，$\bar{c}_{ij}$はパラメータである．

また，問題[MCP-UE/FD]，問題[MCP-Uni-B]で（"非常に大きな定数"として）外生的に与える $\bar{u}_{od}$ の値の設定は，

$$\bar{u}_{od} = k\times\min_{r}.\{\sum_{ij} t_{ij}(\alpha\,\bar{c}_{ij})\delta^{od}_{ij,r}\} \tag{25}$$

とした．すなわち，各リンクの交通量が容量に非常に近い交通量$\alpha\bar{c}_{ij}$であるときのODペア間最小経路費用のk倍とした．ただし，αの値は 0.999，kの値は１０と設定した．なお，αをより１に近い（i.e. 容量に近い）値に設定することも可能であるが，後の実験において$\bar{u}_{od}$の値と解の関係を調べる便宜上，$\bar{u}_{od}$を比例的に変化させる定数kを導入している．

以下では，まず，(1)，(2) において，各々，問題[MCP-UE/FD]，問題[MCP-Uni-B]を解いた結果を示す．(3) では，$\bar{u}_{od}$の値の設定の違いが解に与える影響の実験結果を示す．

(1) [MCP-UE/FD]の解

図９ a)b)は，各々，初期値を変えて[MCP-UE/FD]を解いた結果を表している．図の水平面の二つの軸は，各々，ＯＤペアの起点・終点番号を表し，垂直軸の値は各ＯＤペアの最大ＯＤ交通量を表している．

この２つの図から明らかなように，解く際の初期値を変えると，全く異なった解に収束する，すなわち，最大ＯＤ交通量パターンは一意的に決まらないことがわかる．

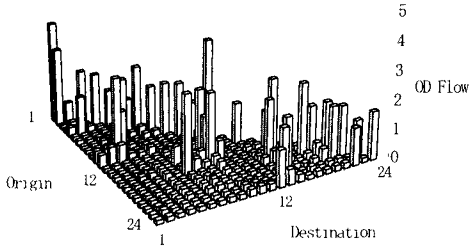

図９ a) [MCP-UE/FD]の最適解１

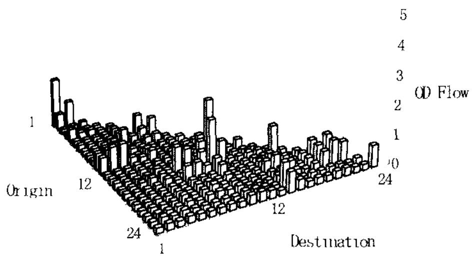

図９ b) [MCP-UE/FD]の最適解２

(2) [MCP-Uni-B]の解

次に，前節で示した解を一意的に決めるための方法を適用する．ここでは，二段階最適化問題[MCP-Uni-B]に外生的に与える目標ＯＤパターン$\hat{\mathbf{q}}$を以下の式で与える．

$$\hat{q}_{od} = C \cdot \exp[-\varsigma u^{o}_{od}]$$

ここで，u^{o}_{od}は各リンクの自由走行時間によるＯＤペア間最小費用，C, ςはパラメータである．図１０は，$\varsigma = 10$としてえられる$\hat{\mathbf{q}}$である（図の見方は図９と同じ）．このＯＤパターン$\hat{\mathbf{q}}$を用いて，[MCP-Uni-B]を前節で示したアルゴリズムで解くと，図１１に示すような最大ＯＤ交通量パターンが得られる．また，この問題の解は初期値によらず，必ずこの解に収束することが確かめられる．

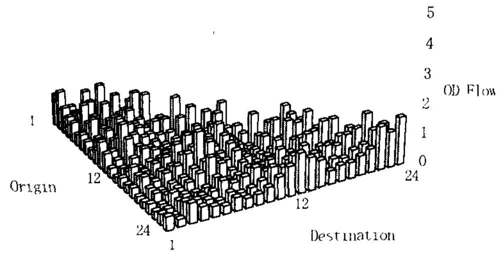

図１０ 目標ＯＤパターン $\hat{\mathbf{q}}$

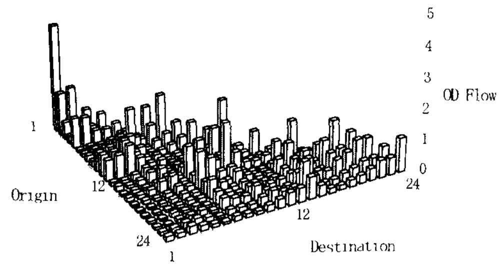

図１１ 一意的な最大ＯＤ交通量パターン

(3) $\bar{u}_{od}$の設定値が解に与える影響

ここでは，$\bar{u}_{od}$の値の変化を式(25)におけるｋの値の変化で代表させ，その値の変化が解に与える影響を調べた．すなわち，ｋの値を１，２，．．．，１０と変化させ，その各々の場合について求められる最大ＯＤ交通量の変化をみた．図１２は，横軸をｋ，縦軸を以下の式で定義される各ＯＤペアごとの最大ＯＤ交通量あるいは生成交通量の"平均変化率"指標である

$$\varepsilon 1(k) = \sum_{od} \left| q^{k}_{od} - q^{1}_{od} \right| \Big/ \sum_{od} q^{1}_{od} ,$$

$$\varepsilon 2(k) = \left| \sum_{od} q^{k}_{od} - \sum_{od} q^{1}_{od} \right| \Big/ \sum_{od} q^{1}_{od} ,$$

ここで，q^{n}_{od} はｋ＝ｎの場合の最大ＯＤ交通量．

図１２から，ｋをある程度大きくすると，最大ＯＤ交通量の変化は低減し，ｋ＝１０では，ほぼ落ちついた値が得られている．すなわち，十分に大きなｋをとれば，本研究の解法によって，数値計算上可能な最大ＯＤ交通量が得られることが読みとれる．

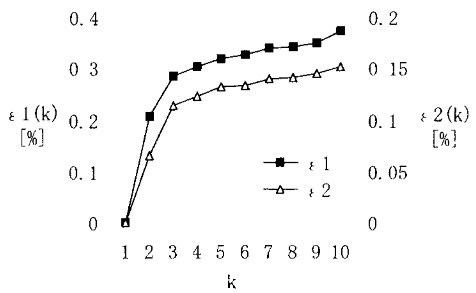

図１２　$\overline{u}_{od}$ の設定値の影響

７．おわりに

本研究では，利用者の交通選択（経路選択およびＯＤペア選択）行動を内生化した最大ネットワーク容量問題の定式化と解析をおこなった．得られた結果をまとめると以下の通りである．

(1) 固定需要型の利用者均衡条件下での最大ＯＤ交通量パターンを求める問題は，ダミー・リンクを付加した "変換ネットワーク" における固定需要型均衡配分問題に帰着させることができることを明らかにした．

(2) 変動需要型の利用者均衡条件下での最大発生・集中交通量を求める問題も，(1) と同様の変換ネットワークにおける固定需要型均衡配分問題に帰着することを明らかにした．

(3) (1),(2) のいずれのネットワーク最大容量問題も，リンク容量制約のある場合の均衡配分アルゴリズムを適用することにより，大規模ネットワークで解くことができることを示した．

(4) (1),(2) のいずれのネットワーク最大容量問題もその解は一意的に決まらないことを明らかにした．これは，従来の研究で提案されているシミュレーション法では，その手順の微妙な差異によって解（最大ＯＤ交通量あるいは最大発生／集中交通量パターン）が大きく異なる可能性があることを意味する．

(5) (1),(2) のネットワーク最大容量問題にＯＤ交通量パターンに関する外生的な情報を付加することによって，妥当な解を一意的に決める問題とその解法を提案した．そのアルゴリズムは，変動需要型均衡配分と同形式の数理計画問題を繰り返して解くことに帰着し，実際の大規模ネットワークでも適用可能である．

(6) (5)で提案した解法を、実際規模のネットワークに適用した結果，(1)から(5)に示した理論の妥当性が確かめられた．

今後の重要な課題としては，交通ネットワーク容量条件下での最大(最適)立地パターン問題の解析が挙げられる．この問題についても，従来，シミュレーションによる方法や二段階最適化問題による方法等[11),12),13)] が提案されているが， 各々，モデル間の理論的整合性や計算可能性の面で大きな問題が残されている．しかし，それらの問題は，本研究のアプローチの考え方をわずかに拡張することによって解決可能と考えられる． すなわち，本研究では交通均衡配分モデルを内生化したが，交通均衡配分モデルは，比較的容易に立地モデルと理論的に整合的に統合することができ（例えば 9),10)），発生／集中交通量は内生変数化される（発生／集中交通量の代わりに土地利用・人口等に関わる変数が外生変数となる）．上で述べた方法は，そのような交通・立地統合モデルを前提とした場合にも拡張が可能であり，最大立地容量パターン等を求めることが可能となるだろう．

その他の課題としては，(1)さらに効率的なアルゴリズムの開発，(2)リンク性能関数に関する仮定を変えた場合についての解析；等が挙げられる．

本研究で示したアルゴリズムは，基本的には，容量制約付きの均衡配分計算を繰返すものである．従って，経路の列挙等を必用とせず，数百～数千リンク程度の規模のネットワークであれば，ＰＣでも短時間で計算可能であり，十分実用に耐えうると考えられる．しかし，精度の高い解を求めようとする際には，各リンクの容量制約条件から数値的な悪条件が生じ，収束計算で必用な繰り返し回数がかなり増加する傾向がある．従って，(1) については，非常

に高精度の解を求めるあるいは数万リンクにおよぶ大規模ネットワークに適用するような状況を想定するなら，より効率的なアルゴリズムの開発が必用となるだろう．

(2) のリンク性能関数に関する仮定に関する問題は，最大ネットワーク容量問題（モデル）の用途をより広げる上で重要な課題である．本研究は，リンクコスト関数が漸近線で表されるとした場合の解析である．しかし，最大ネットワーク容量問題を "物理的に流しうる最大ＯＤ交通量" を求める問題としてではなく，"許容しうる交通混雑レベルに収まるＯＤ交通量" を求めたいという文脈で用いるならば，このリンクコスト関数の前提は不適切である．そのような場合には，リンクコスト関数形状が "許容しうる交通量レベル" で垂直な折れ線になっていると考えたモデルを考えるのが妥当であろう．これについては，より進んだ考察と解析が必要であり，今後，別の機会にその結果を報告する予定である．

参考文献

1) 飯田恭敬，"道路網の最大容量の評価法"，土木学会論文報告集, No. 205, pp. 121-129, 1972.
2) 西村昴，"ルート配分法による最大ＯＤフロー問題へのアプローチ", 土木学会論文報集, No. 242, pp. 53-62, 1975.
3) 朝倉康夫・柏谷増男・斉藤道雄・和田拓也, "配分シミュレーションによる道路網の最大容量推定に関する実証的研究"，交通工学，Vol. 27, pp. 7-15, 1992.
4) 枡谷有三・加来照俊, "道路網容量による道路網の感度分析について", 土木学会論文報告集, NO 343, pp. 73-82, 1984.
5) 枡谷有三, "ＬＰ問題による道路網容量の算定に関する研究", 土木計画学研究・論文集, NO. 3, pp. 169-176, 1986.
6) G H Gartner, "Optimal traffic assignment with elastic demands A review part II", Transpn.Sci , 14, pp. 174-191. 1980
7) L.J.LeBlanc, E.K Morlok and W Pierskalla, "An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem", Transpn.Res.,9, pp. 309-318, 1975.
8) C.F.Daganzo,"On the traffic assignment problem with flow dependent cost-I", Transpn.Res.,11, pp.433-437, 1977.
9) A.Anas, "The combined equilibrium of travel networks and residential location markets", Regional Science and Urban Economics,15, pp.1-21, 1985.
10) 赤松隆, "確率的均衡原理に基づいた交通ネットワーク統合モデル", 東京大学博士論文, 1990.
11) 飯田恭敬・平本健二，"道路網計画と土地利用パターンの整合に関する考察"，土木学会論文報告集，No. 291, pp. 119-128, 1979.
12) 枡谷有三・斉藤和夫，"道路網容量から見た土地利用活動の立地配分"，交通工学, Vol. 22, pp. 9-20, 1987.
13) 柏谷増男・朝倉康夫, "道路ﾈｯﾄﾜｰｸの最大容量から見た都市開発基準の指標化に関する研究"，平成2･3年度文部省科学研究費研究成果報告書, 1992.
14) S.Nguyen, "Estimating origin-destination matrices from observed flows", Transportation Planning Models (Ed.M.Florian), pp 363-380, Elsevier Science Publishers, 1984
15) L.J.LeBlanc and K.Farhargian, "Selection of a trip table which reproduces observed link flows", Transpn.Res , 16B, pp.83-88,1982
16) S.Erlander. "Accessibility, entropy and the distribution and assignment of traffic", Transpn.Res., 11, pp.149-153, 1977
17) C.S.Fisk and D E Boyce, "A note on trip matrix estimation from link traffic count data", Transpn.Res., 17B, pp 245-250, 1983.
18) C.S.Fisk, "On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment", Transpn.Res., 22B, pp 69-79, 1988
19) S.P.Evans, "Derivetion and analysis of some models for combining trip distribution and assignment". Transpn.Res., 10, pp 37-57, 1976.

利用者均衡条件下での交通ネットワーク最大容量問題

赤松　隆・宮脇　治

本研究は，交通ネットワーク上のフロー・パターンが利用者均衡配分条件で記述されるとした場合に，各リンクに容量制約のあるネットワーク上に流しうる最大OD交通量を求める問題の数理的な定式化・解析・計算アルゴリズムを示すものである．利用者均衡条件として，固定需要型の均衡配分および変動需要型の均衡配分を考える．いずれのモデルを前提とした場合でも，超過需要リンク等を用いたネットワーク変換により固定需要型均衡配分の変形として定式化され，大規模ネットワークでも容易に解を求められることが示される．さらに，解の一意性の考察および，一意的な解を求めるための方法が提案される．

Maximum Network Capacity Problem under the Transportation Equilibrium Assignment

By Takashi Akamatsu and Osamu Miyawaki

This paper considers the problem of finding the maximum OD flow pattern for the capacity constrained transportaion network under the condition that the flow pattern is described by the user equilibrium assignment. We first show the theoretical relation between the network capacity problem and the particular class of equilibrium assignment models. Then, the mathematical formulation and the efficient algorithms for the problem are shown. Moreover, the uniqueness of the maximum OD pattern is discussed and the method for obtaining the unique solution is proposed. Finally, some results of numerical experiments are reported.