動的なシステム最適化交通量配分モデルとその解法の開発

Dynamic System Optimum Traffic Assignment Models and the Solution Methods

河上省吾　劉正凱

By Shogo Kawakami, Zhengkai Liu

This paper studies the basic constraints of dynamic traffic assignment problem and dynamic system optimum model. First, Merchant and Nemhauser's dynamic system optimum model is analyzed in detail. Second, link exit function and other constraints in dynamic traffic assignment problem are qualified strictly. Third, a continuous dynamic system optimum model and a discrete dynamic system optimum model are developed. The models can be applied to the network with multiple origin and multiple destination. Finally, an algorithm for the discrete model is developed. Test example showed that the algorithm can solve the dynamic optimum efficiently.

1．はじめに

交通ネットワークに関する研究の中では動的な交通量配分モデルは最も重要な研究の1つであると言われている。通常の都市では通勤時間帯もしくはピーク時間帯の交通需要はネットワークの容量以上に達するため、ピーク時間帯にネットワークに最も大きな負荷がかかり、ピーク時間帯はネットワークのボトルネックとなっている。したがってピーク時交通需要量を適切に管理することの意義は極めて大きい。ところで、ピーク時間帯の交通管理計画を評価するためには、道路網上の交通流を時間を追って忠実に再現できるような動的な配分モデルが必要となる。しかし、動的な交通量配分問題が提出されてから約20年が経ち、近年各国の研究者は動的な配分の研究を盛んに行なっているが、それに関する研究成果はまだ少ない。開発されたモデルのほとんどは単純化しすぎた仮定や非現実的な仮定を前提条件としている。実際の道路網に適用できる動的な配分モデルと解法はまだ存在しない。そして、動的な配分問題に関するいくつかの基礎的な問題が解明されていない。本論文では動的な交通量配分に関する基礎的な研究を行い、動的なシステム最適化モデル及びその解法を開発する。

*　キーワード：動的交通量配分、動的なシステム最適化、リンク流出交通量関数

** 正会員 工博　名古屋大学教授 工学部土木工学科
（〒464　名古屋市千種区不老町1）
***学生会員　名古屋大学大学院博士後期課程

2．従来の研究の概要とモデルの特性分析

従来の動的な交通量配分モデルに関して、次の2組の研究は一定の成果を上げていると評価されている。その1組の代表例はMerchantとNemhauser (1) (2) が提案した離散的な動的システム最適化モデルである。Carey

(3) とHo (4) (5) はMerchantらのモデルと解法を改良した。もう1組の代表例はFrieszら (6) とWieら (7) (8) が提案した連続的な動的配分モデルである。

MerchantとNemhauserが提案したシステム最適化モデルは次の3つの問題点がある。まずモデルは多出発地と単目的地のネットワークのシステム最適化問題に適用しているが、多目的地のネットワークに適用できない。そしてモデルは凹の非線形最適化モデルであるため、モデルの解法を開発するのが難しく、現在でもその有効な解法は開発されていない。更にMerchantとNemhauserが厳密なリンク流出交通量関数を推定していないので、モデルは交通量がリンク上を正常に走行することを保障できず、交通量があるリンクで停止して目的地に進まないこともある。このようなことを避けるためにMerchantらとCareyはリンク走行時間関数に関して非現実的な仮定をした。CareyとHoはいろいろな面でMerchantらのモデルと解法を改良したが、以上の問題点がまだ残されている。後にこのモデルを詳しく分析し、以上の問題点の改善を試みる。

Frieszらが文献（6）で提案したモデルはシステム最適化モデルを中心としている。そのシステム最適化モデルは「Merchantらのモデルを連続化したものであり、多出発と単目的地のネットワークを対象としている」。このモデルはMerchantらのモデルより厳密になったが、まだ多目的地のネットワークには適用できず、モデルの解法も提案していない。モデルを応用するのはもっと難しくなった。Wieら (7) (8) は「各時刻で各リンクの流出交通量がその時刻のリンク上の車存在台数に比例する」という仮定を前提条件として動的なシステム最適化モデルと利用者最適化モデルを開発した。しかし、このリンク流出交通量に関する仮定が非現実的（ある場合、仮定によって矛盾した結果を生じる）である上に、モデルは仮定した利用者最適化を実現できるかどうかを確認していないので、このモデルを実際の動的な交通量配分問題に適用できるかどうかわからない。

次にMerchantらのモデルを詳しく分析する。その前に、本稿で利用する変数の意味を説明する。

x はリンク上の車存在台数を表す。

u はリンクへの流入交通量を表す。

w はリンクからの流出交通量を表す。

g はOD交通量を表す。

$E(\bullet)$ はリンク流出交通量関数である。

$c(\bullet)$ はリンク走行時間関数である。

下付き a はリンクの番号を表す。

下付き k はノードの番号を表す。

上付き n は目的地の番号を表す。

t は時刻を表す。

T は対象時間帯の幅である。

$A(k)$ はノードkから出るリンクの集合である。

$B(k)$ はノードkに入るリンクの集合である。

例えば、x_{at}^n と $x_a^n(t)$ は時刻 t におけるリンク a 上の目的地 n への車存在台数を表している。g_{kt}^n と $g_k^n(t)$ は時刻 t におけるノード k から目的地 n へのOD交通量を表している。

システム総走行時間を最小化する仮定を採用する場合、MerchantとNemhauserのシステム最適化モデルは次のようである。

<u>*Model M-N*</u>

$$J = Minimize \quad \sum_{t=1}^{T} \sum_{a} x_{at} \tag{1}$$

$$Subject\ to, \quad for\ periods\ t = 0,1,\dots\dots\dots,T-1,$$

$$x_{a,t+1} = x_{at} - E_a(x_{at}) + u_{at} \tag{2}$$

$$\sum_{a \in A(k)} u_{at} = g_{kt} + \sum_{a \in B(k)} E_a(x_{at}) \tag{3}$$

$$x_{a0} = m_a \geq 0 \tag{4}$$

$$u_{at}, x_{at} \geq 0 \tag{5}$$

先に説明したようにモデルM-Nは3つの問題点をもっている。次にM-Nモデルの各問題点を分析する。

(a)．多目的地のネットワークへの拡張

目的地別の利用者の経路選択が違うので、多目的地のネットワークを対象とすれば、リンク流入交通量やリンク流出交通量やリンク上の車存在台数などの変数をそれぞれ目的地別に考えなければならない。交通量を目的地別に扱う場合、モデルM-Nの目的関数と全ての制約条件を目的地別に定式化すれば、モデルM-Nはまた成り立つ。しかし、この場合、各時刻の目的地別のリンク流出交通量を正確に計算できるリンク流出交通量関数 $E_a^n(x_a^n)$ を確実に推定しなければならない。もし目的地別の交通量がリンク上で混じって走行する場合、各時刻でリンクから流出する目的地別の交通量を正確に推定することができれば、モデルM-Nを多目的地のネットワークに拡張できる。Merchantらがこのようなリンク流出交通量関数を推定していなかったので、

モデルを多目的地のネットワークに拡張できなかった。本論文の３節で目的地別のリンク流出交通量を正確に推定できるリンク流出交通量関数を誘導する。

(b)．モデルのConcavity問題

動的な交通量配分問題では時刻 $(t+1)$ のリンク状態は時刻tのリンク状態の関数であるので、モデルM-Nの制約条件の式（2）と式（3）の左側は変数で、右側は関数であると考えられる。式（2）では関数項 $-E_a(x)$ が含まれており、式（3）では関数項 $E_a(x)$ が含まれている。このため、「もし $E_a(x)$ が線形関数でなければ、モデルM-Nの制約条件はかならず凹となる」（MerchantとNemhauser(1)）。しかし、$E_a(x)$ が線形関数であるという仮定は成り立たない。従って、もしリンク流出交通量がリンク上の車存在台数だけの関数であると仮定すれば、モデルのConcavity問題を回避できない。実は適切なリンク流出交通量関数は単にリンク上の車の存在台数だけの関数ではなく、リンク上の車の分布やリンク上の車のリンクに入った時刻などとも関係する。モデルM-NのConcavity問題を解決するために適切なリンク流出交通量関数が必要である。

(c)．近似のリンク流出交通量関数とリンク走行時間関数に関する非現実的な仮定

Merchantらが近似のリンク流出交通量関数によって開発したモデルはリンク上の交通量が正常に走行することを保障できない。このためリンク走行時間関数に関する非現実的な仮定（各リンクの走行時間がそのリンクから目的地までの距離によって増えるという仮定である）をしなければならない。もし現実に適合したリンク流出交通量関数を開発できれば、この２つの問題を解決できる。

以上のモデルM-Nに関する検討によって、モデルM-Nの３つの問題点の全てはリンク流出交通量関数と関係があることがわかる。これらの問題点を解決するためには適切なリンク流出交通量関数を推定しなければならない。

３．リンク流出交通量関数の誘導

これまで大部分の研究では、目的地の数が１つだけであるネットワークを対象として動的な交通量配分モデルを開発してきた。その主な原因は目的地別の交通量が同じリンクを混合して走行する場合、その目的地別のリンク流出交通量を正しく推定できないためである。動的な交通量配分モデルを多目的地のネットワークに適用するために、目的地別のリンク流出交通量を正確に推定する必要がある。

動的な交通量配分問題では、リンクの動的な状態を完全に表現するために、３つの変数を利用する必要がある。即ち各時刻におけるリンク流入交通量とリンク流出交通量とリンク上の車存在台数である。リンク流入交通量は制御変数であり、利用者の経路選択規範もしくはモデルの目的関数やノードでの交通量保存条件などの外部条件によって決められなければならない。もう２つの変数はリンクの内部条件（例えばリンク走行時間関数など）によって決められなければならない。この２つの変数を決めるために、２つの制約条件式が必要である。その１つは次のリンク状態方程式である。

$$\frac{dx_a^n(t)}{dt} = u_a^n(t) - w_a^n(t) \tag{6}$$

もう１つはリンク流出交通量関数に関する条件である。従ってリンク流出交通量関数を正確に推定しなければ動的な交通量配分問題を解決できないといえる。次にリンク流出交通量関数を誘導する。

交通量配分に関する全ての研究はリンク走行時間関数を利用している。そして静的な配分の研究では同じリンクを通行する車のリンクを走行する所要時間は同じであると仮定しており、動的な配分の研究では同じ時刻に同じリンクに入る車がそのリンクを通行する所要時間は同じであると仮定している。実はこの仮定は $First-in-First-out$ という意味を含んでいる。即ち、先にリンクに入った車は先にリンクから出なければならない。従って動的な交通量配分モデルは $First-in-First-out$ 法則を満足しなければならない。実際の道路交通ではこの法則が常に成立するわけではないが、リンク走行時間の定義とそれに関する仮定と一致させるために、配分モデルは $First-in-First-out$ 法則を満足する必要がある。そして、リンク走行時間の定義と $First-in-First-out$ 法則によって次の命題を導入できる。

命題１．時刻tでリンク a に入った目的地別の車がリンク a 上での走行時間は $c_a(t)$ でなければならない。即ち時刻 t でリンク a に入った車が時刻 $(t+c_a(t))$ でリンク a から出なければならない；（$c_a(t)$ はリンク上車存在台数 $x_a(t)$ の関数であるので、目的地別のリンク上

車存在台数 $x_a^n(t)$ の関数ともなっている。即ち、$c_a(t) = f_a(x_a(t)) = f_a(\sum_n x_a^n(t))$。)

<u>*命題2*</u>. 時刻tから時刻$(t+c_a(t))$までの間にリンクaから流出する各目的地別の車台数は$x_a^n(t)$でなければならない。

命題1はリンク所要時間の定義を表すものである。動的な場合のリンク所要時間の定義はこのような意味である。命題2は命題1と $First-in-First-out$ 法則によって導入されるものである。First-in-First-out法則は時刻tでリンクに入った車がリンクから出る前に時刻tでリンク上に既に存在した車の全ては先にリンクから出ることを要求している。車の走行時間が$c_a(t)$であるので、時刻tから時刻$(t+c_a(t))$までの間にリンクaから出る車の台数は$x_a^n(t)$でなければならない。即ち命題2が成立する。リンク流出交通量関数は以上の命題を満足しなければならず、これらの命題はリンク流出交通量関数を定式化するための必要条件となる。更に上述の条件を満足するリンク流出交通量関数は唯一に存在すると考えられる。

命題1と命題2によって次の式が得られる。

$$\int_t^{t+c_a(t)} w_a^n(v)dv = x_a^n(t) \tag{7}$$

この式は命題1と命題2を定式化したものである。リンク流出交通量関数は式(7)を満足しなければならない。

もし各時刻のリンク流入交通量$u_a^n(t)$が既知であれば、式(6)と式(7)とを連立させると、各時刻のリンク上の車存在台数とリンクの流出交通量を正しく推定できる。従って、動的な交通量配分問題を定式化するために、式(7)は必要な制約条件となる。

更に離散的な動的交通量配分モデル(例えば文献(1),(2),(3))ではモデルの目的関数と制約条件は時間的に離散的な式である。このようなモデルに応用するときに、式(7)を離散化する必要がある。式(7)を離散化すると次のようになる。

$$\sum_{\tau=t}^{t+c_a(t)} w_{a\tau}^n = x_{at}^n \qquad \forall a, \forall n \tag{8}$$

式(8)は式(7)を離散化したものであり、この式をMerchantらのモデルに応用すると、いろいろの面でモデルを改良できる。

4. 動的なシステム最適化問題の定式化

(1). 動的な交通量配分問題の制約条件

動的な交通量配分問題では次の制約条件を満足しなければならない。

(a). ノードでの交通量保存条件

ネットワークの各ノードでは各時刻における流入交通量と発生交通量の和は流出交通量に等しくなるという条件を満足しなければならない。即ち、

$$\sum_{a\in A(k)} u_a^n(t) = g_k^n(t) + \sum_{a\in B(k)} w_a^n(t) \qquad \forall n, \forall k, n \neq k \tag{9}$$

交通量はネットワークを循環することはないために、次の式を満足しなければならない。即ち、上式はk=nの場合次の式となる、

$$\sum_{a\in A(n)} u_a^n(t) = 0 \qquad \forall n \tag{10}$$

この2つの式はノードでの交通量保存条件である。

(b). リンク流出交通量関数

3節で推定したリンク流出交通量関数の式(7)はモデルの制約条件となる。

(c). リンク状態方程式

式(6)のリンク状態方程式は制約条件の1つである。

以上の3つの制約条件では、ノードでの交通量保存条件としての式(9)と式(10)は交通量がネットワークの各ノードで停止せずに常に目的地に移動することを保障している。そしてリンク流出交通量関数を表す式(7)は交通量がネットワークの各リンクで停止せずに常にリンクの末端に走行することを保障している。更に、リンク状態方程式としての式(6)はリンク状態の変動を正しく再現することを保障している。従ってこれらの各条件は動的な交通量配分問題の基本的な制約条件である。システム最適化モデルだけではなく、どの動的な交通量配分モデルでもこれらの制約条件を満足しなければならない。

(2). 連続的なシステム最適化モデル

以上の制約条件に基づいてシステムの総走行時間を最小化する連続的なシステム最適化モデルは次のように定式化できる。

<u>*Model C*</u>

$$J = Minimize \sum_a \sum_n \int_0^T x_a^n(t)dt \tag{11}$$

Subject to: *for all* $0 \le t \le T$

$$\sum_{a\in A(k)} u_a^n(t) = g_k^n(t) + \sum_{a\in B(k)} w_a^n(t) \quad \forall n, \forall k, n \neq k \tag{12}$$

$$u_a^n(t)=0 \qquad \forall n, \quad \forall a \in A(n) \tag{13}$$

$$\int_t^{t+c_a(t)} w_a^n(\upsilon)d\upsilon = x_a^n(t) \qquad \forall a, \forall n \tag{14}$$

$$\frac{dx_a^n(t)}{dt} = u_a^n(t) - w_a^n(t) \qquad \forall a, \forall n \tag{15}$$

$$x_a^n(0)=0 \qquad \forall a, \forall n \tag{16}$$

$$x_a^n(t), u_a^n(t), w_a^n(t) \geq 0 \quad \forall a, \forall n \tag{17}$$

このモデルはFrieszらが提案したシステム最適化モデルを改良したものと考えられ、次の３点でFrieszらのモデルを改良した。

(a). モデルCは多目的地のネットワークに適用できる。

(b). モデルCのリンク流出交通量関数を適切に設定しているので、交通量が正常に走行することを保障できる。

(c). モデルCではリンク走行時間関数に関する非現実的な仮定がない。

（３）． 離散的なシステム最適化モデル

モデルCは最適制御モデルであり、動的なシステム最適化問題を的確に定式化している。しかしそのモデルの厳密な解を求めるのは困難である。そして実際の道路網の動的な交通量配分問題では各時刻の動的なOD交通量 $g_a^n(t)$ は関数形として与えられるものではなく、統計や交通量調査などによって整理された離散的データであり、この離散的データは厳密な連続的モデルには適用できない。従って、実際のデータによって、動的モデルの挙動を検討するためには、モデルCを離散化する必要がある。

モデルCの制約条件と目的関数を離散化すれば、離散的なシステム最適化モデルは次のように定式化できる。

<u>*Model D*</u>

$$J = Minimize \sum_{t=1}^{T} \sum_{a} \sum_{n} x_{at}^n \tag{18}$$

$Subject\ to: \quad for\ periods\ t = 1,2,........T$

$$x_{at}^n = x_{a,t-1}^n - w_{at}^n + u_{at}^n \qquad \forall n, \forall a \tag{19}$$

$$\sum_{a\in A(k)} u_{at}^n = g_{kt}^n + \sum_{a\in B(k)} w_{at}^n \qquad \forall k \neq n, \forall a, \forall n \tag{20}$$

$$u_{at}^n = 0 \qquad \forall n, \forall a \in A(n) \tag{21}$$

$$\sum_{\tau=t+1}^{t+c_a(t)} w_{a\tau}^n = x_{at}^n \qquad \forall a, \forall n \tag{22}$$

$$x_{a0}^n = 0 \tag{23}$$

$$u_{at}^n, x_{at}^n, w_{at}^n \geq 0 \tag{24}$$

モデルDはモデルM-Nを改良したものと考えられる。モデルDはモデルM-Nと比べると、次の利点がある。

(a). リンク流出交通量関数を適切に推定しており、目的地別のリンク流出交通量を正確に計算できるので、モデルDは多出発地と多目的地のネットワークに適用できる。

(b). リンク流出交通量は厳密に推定した公式によって計算するので、交通量がネットワークで停止せずに正常に走行することを保障できる。このため、Merchantらのモデルでのリンク走行時間関数に関する非現実的な仮定はいらなくなる。

(c). モデルDの目的関数と全ての制約条件を線形化することができるので、モデルM-Nの非線形凹の計画モデルの問題を避けることができる。そして以下の分析によると、モデルDはLPモデルに変換することができることがわかる。これはモデルDの大きな利点である。モデルM-Nの有効な解法がこれまで開発されていない原因はそのモデルが非線形凹の計画モデルであるためである。モデルDはLPモデルに変換できるので、このモデルの有効な解法を開発できる。次にモデルDの特性を分析する。

モデルDではリンク流出交通量に関する制約条件式（22）を除いてほかの全ての制約条件と目的関数は線形式である。式（22）も線形方程式のようであるが、方程式の左辺の変数の数はリンク所要時間の変化に連れて変化するので、リンク所要時間を決めなければ具体の式（22）は明確に決められない。従って、モデルDはLPモデルとして扱えない。しかし、もし初期のリンク所要時間 $c_a^{(0)}(t)$ を与えると、式（22）の変数の数は確定し、モデルDはLPモデルとなり、LPモデルの解法に基づいてモデルの解が求められる。求められた結果によって新たなリンク所要時間 $c_a^{(l)}(t)$ を計算できる（l は繰り返し計算の回数である）。新たなリンク所要時間 $c_a^{(l)}(t)$ によってモデルの解を更新すると、更に $c_a^{(l+1)}(t)$ も計算できる。繰り返して、リンク所要時間とモデルの解を更新し、隣り合う計算値 $c_a^{(l)}(t)$ と $c_a^{(l+1)}(t)$ とがほぼ同じになれば最適化モデルの解が求められたと考えられる。従って、繰り返してLPモデルの解を求めることによってモデルDの解が求められる。

５．モデルの解法

次に初期値の設定法や解法の手順などを説明する。

（１）． 初期値の設定

４節で説明したように、モデルDを解くためには初期の $c_a^{(0)}(t)$ を与える必要がある。最も簡単な初期値 $c_a^{(0)}(t)$ の設定法は各時刻で各リンクの初期値 $c_a^{(0)}(t)$ をそのリンクの自由走行時間とする方法である。しかし、収束計算の回数を少なくするためには、よりよい初期値 $c_a^{(0)}(t)$ を設定したほうがよい。著者の計算によって、次の設定法は比較的に適切であることがわかった。

$$c_a^{(0)}(t) = tt_a^0 + \frac{(\overline{tt}_a - tt_a^0)\sum_{kn} g_k^n(t)}{\sum_t \sum_{kn} g_k^n(t) \big/ T} \qquad \forall a \qquad (25)$$

ここに、tt_a^0 はリンク a の自由走行時間である。$\overline{tt}_a$ は平均化したOD交通量を静的な交通量配分法によって配分した場合のリンク所要時間である。即ち、各リンクの各時刻での走行所要時間の初期値はOD交通量の変動に基づいて設定する。

（２）． 繰り返し計算のリンク走行時間の更新

先に説明したように毎回の繰り返し計算を行なう際に、前回の繰り返し計算で得られた結果によってリンク走行時間を更新し、それに基づいてモデルDの解を求める。モデルの解を早く収束させるためには次の方法によってリンク走行時間を更新すればよいと考える。まず l 回の繰り返し計算でモデルによって直接に求められた各リンク上の車存在台数を $y_{at}^{(l)}$ で表す。そして次回の繰り返し計算を行なうときに、次の重み付き平均値をリンク上の車存在台数とし、それに対応するリンク走行時間を次回の繰り返し計算のリンク走行時間とする。即ち、

$$\begin{cases} x_{at}^{(l)} = \phi x_{at}^{(l-1)} + (1-\phi) y_{at}^{(l)} \\ \qquad 0 \le \phi < 1 \end{cases} \qquad (26)$$

$$c_a^{(l)}(t) = f(x_{at}^{(l)}) \qquad (27)$$

$(l+1)$ 回の繰り返し計算を行なうときに、式（26）と式（27）によって計算した $c_a^{(l)}(t)$ をリンク走行時間とし、モデルDの解を求める。

（３）． 収束条件

提案するモデルの解法は設定したリンク走行時間によってモデルDの解を求め、求められた解によってリンク走行時間を更に更新するというものである。もしモデルを求める前に設定した全てのリンク走行時間とモデルの解によって計算したリンク走行時間とがほぼ等しくなれば、システム最適化モデルの解が求められたと考えられる。従って式（28）を収束条件とすればよいと考えられる。

$$k^{(l)} = \frac{\sqrt{\sum_t \sum_a (c_a^{(l)}(t) - c_a^{(l-1)}(t))^2}}{\sum_t \sum_a c_a^{(l-1)}(t)} \le k \qquad (28)$$

（４）． 解法の手順

モデルDの解法の手順は次のようである。

Step 0. 初期化。初期値の計算式（25）によってリンク走行時間の初期値 $c_a^{(0)}(t)$ を設定し、$l=0$ とする。

Step 1. $c_a(t) = c_a^{(l)}(t)$ とし、$l = l+1$ とする。

Step 2. LPモデルの解法によって、モデルDの解を求め、$x_{at}^{n(l)}, u_{at}^{n(l)}, w_{at}^{n(l)}$ の値を求める

Step 3. 次の式によって $c_a^{(l)}(t)$ を計算する。

$$y_{at}^{(l)} = \sum_n x_{at}^{n(l)} \qquad (29)$$

$$c_a^{(l)}(t) = f(y_a^{(l)}(t)) \qquad (30)$$

Step 4. もし収束条件式（２８）を満足したら、計算を終了する。最後に計算した $x_{at}^{n(l)}, u_{at}^{n(l)}, w_{at}^{n(l)}$ がモデルの解である；もし収束条件を満足しなかったら、式（26）、（27）によってリンク走行時間を更新してStep 1に戻る。

６．計算例

まずモデルDと解法の手順によって多出発地と多目的地をもつネットワークのシステム最適化を求めるプログラムを作成する。モデルDでは変数の数と制約条件の数が多いので、プログラムはモデルの目的関数と制約条件を自動的に生成する必要がある。作成したプログラムは２つの部分からなる。第一の部分は求めようとする問題に対応するモデルの目的関数と制約条件を生成するものである。第二の部分は生成したモデルの解を求めるものである。

プログラムではモデルの制約条件を構成する際に、次の点に注意する必要がある。即ちモデルDでは $1 \le t \le T$ の時刻の変数しか含められないが、この間の変数はそれ以外の時刻の変数とも関係がある。プログラムではこのような関係式も考慮しなければならない。その１つの関係は最初の時刻からある時刻までのリンク流出交通量とリンクの初期（$t=0$ の時刻）車存在台数との関係である。即ち、

$$\sum_{\tau=1}^{c_a(0)} w_{a\tau}^n = x_{a0}^n = 0 \qquad (31)$$

上式によって、

$$w^n_{at}=0 \quad \forall a, \forall n \quad 0 \le t \le c_a(0) \qquad (32)$$

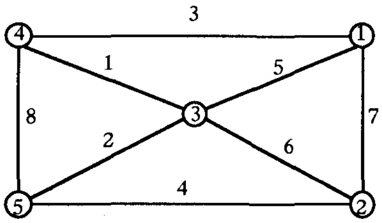
制約条件の数を少なくするために、プログラムでは上式を独立の制約条件とせずに、そのかわりに、ほかの全ての制約条件ではこのような変数（w^n_{at}： $0 \le t \le c_a(0)$）の係数をゼロとしている。

もう１つの関係は最終時刻の少し前のリンク上の車存在台数と時刻T以後のリンク流出交通量とは関係があるということである。この場合リンク流出交通量関数の式（22）を次のように変更する必要がある。

$$\sum_{\tau=t+1}^{T} w^n_{a\tau} \le x^n_{at} \quad \forall a, \forall n \quad and \quad (t+c_a(t))>T \qquad (33)$$

即ち等式の式（22）が不等式の式（33）となる。

更に式（25）によってリンク走行時間の初期値を設定し、式（28）を収束条件とし、モデルDと計算手順に基づいて、上述の２つの条件を考え、システム最適化のプログラムを作成した。作成したプログラムによっていろいろな計算例を計算した。図－１は計算例の１つである。この例の計算結果に基づいてモデルの解法の有効性を分析する。



図－１　計算例のネットワーク

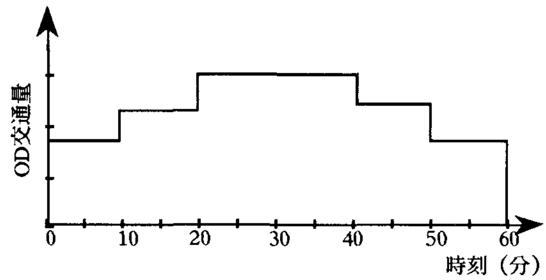
図－１の例では、ノード１とノード２は目的地で、ノード４とノード５は出発地で、ODペアーは４－１、４－２、５－１、５－２の４つである。文献（９）の分析によってリンク上の車存在台数を状態変数とする場合リンク走行時間関数はほぼリンク上の車存在台数の線形関数であることがわかっている。このため、図－１の各リンクの走行時間関数を次のように仮定する。

$$c_a(t)=a+bx_a(t) \qquad (34)$$

aとbは係数である。

そして１分を時間単位とし、作成したプログラムで60分間の動的なシステム最適化交通量配分を行なった。各OD間の動的な交通量は次の図－２のように仮定する。

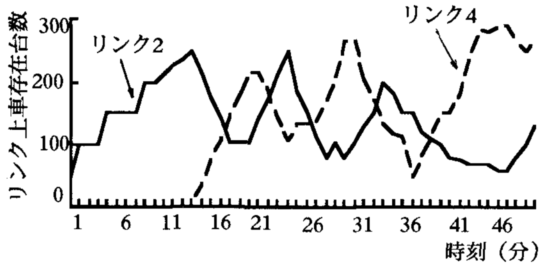
このとき、一部並行しているリンク２と４の車存在



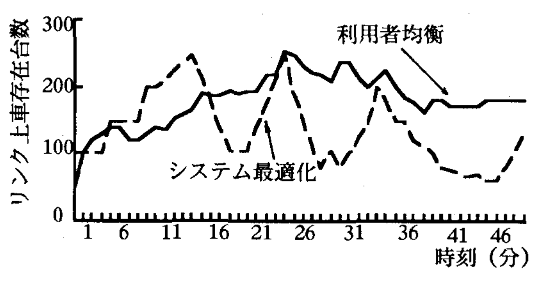
図－２．　計算例のOD交通量の変動パターン

台数の変動パターンは図－３に示すようになった。

そして文献（９）で提案した動的な利用者最適化交通量配分問題の解法によって本例の利用者均衡の解も求めてみた。２つの場合のリンク２上の車存在台数の変動パターンを図－４に示した。



図－３．リンク上の車存在台数の変動パターン

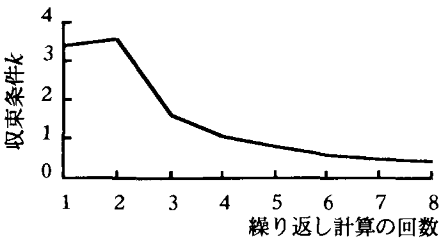


図－４．システム最適化と利用者均衡のリンク上の車存在台数の変動パターンの比較

システム最適化の場合のリンク交通量変動パターンと利用者均衡の場合のそれとは異なる。これは２種類の配分問題で利用者の経路選択に関する仮定とモデルの目的関数が異なるためであると考えられる。静的な配分では２種類の配分問題の異なる点は多くの研究者によって明らかにされている。利用者均衡の場合、利

用者の経路選択に関する仮定はある程度現実的であるので、その仮定に基づいて配分した結果は実際の道路交通の変動パターンを再現していると考えられる。システム最適化の場合、利用者の経路選択に関する仮定は理想的な仮定であるので、その仮定に基づいて配分した結果は実際の道路交通の変動パターンと異なることになる。即ち、図－4での利用者均衡とシステム最適化との差は各利用者の最短経路選択と総所要時間最小化配分の経路選択の違いによるものである。

更に繰り返し計算の収束状況を示す指標$k^{(l)}$の変化と繰り返し計算回数の関係を図－5に示す。本例のネットワークにおいては8回のLPモデルの繰り返し計



図－5．繰り返し計算ごとの収束状況

算で各リンクの走行時間がほぼ安定しており、繰り返し計算が収束したとみてよいと思われる。更に計算例によって提案した解法は次第に最適解に収束することも確認された。

6．結論

本研究では得られた結論は次のようなものである。

（1）． Merchantらが提案したモデルの基本的な問題点はリンク流出交通量関数を適切に推定していない点である。リンク流出交通量関数を適切に推定すれば、そのモデルは多目的地のネットワークに拡張でき、他の問題点も改善できることを明らかにした。

（2）． 本論文では目的地別のリンク流出交通量関数を適切に推定しているため、目的地別の動的なシステム最適化問題を定式化でき、定式化したモデルはいろいろな面でMerchantらのモデルとFrieszらのモデルを改良したものとなっている。そして離散的なモデルはLPモデルに変換でき、繰り返してLPモデルを解くことによって、モデルの解が求められることもわかった。更に計算例によって繰り返し計算法は最適解に収束し、有効な解法であることを示した。

モデルの変数の数と制約条件の数は多いが、各制約条件では大部分の変数の係数はゼロであり、制約条件に対応するマトリックスの要素のほとんどは0となり、僅かの1と－1があるものである。この特殊なLPモデルのよりよい解法を開発すれば、計算機の容量に対する要求はかなり小さくなり、計算時間を小さくすることもできる。これは今後の課題である。そして動的なシステム最適化配分の結果をどのように経路誘導に応用するかを研究する必要がある。

参考文献

1. Merchant D.K. and Nemhauser G.L. : A model and an algorithm for the dynamic traffic assignment problems. Transpn. Sci. 12, 183-199, 1978
2. Merchant D.K. and Nemhauser G.L.: Optimality conditions for a dynamic traffic assignment model. Transpn. Sci. 12, 200-207, 1978
3. Carey M.: Optimal time-varying flows on congested networks. Operations Research 35(1), 58-69, 1987
4. Ho J.K. : A successive linear optimization approach to the dynamic traffic assignment problem. Transpn. Sci.14, 295-305, 1980
5. Ho J.K. : Solving the dynamic traffic assignment problem on a hypercube multicomputer, Transpn. Res. B. Vol.24B, No.6, 443-451, 1990
6. Friesz T.L., Luque J., Tobin R.L., Wie B.W. Dynamic network traffic assignment considered as a continuous time optimal control problem. Operations Research Vol. 37, No.6,893-901,1989
7. Wie B.W., Friesz T.L., Tobin R.L., Dynamic user optimal traffic assignment on congested multidestination networks. Transpn. Res. B, Vol.24B, No.6, 431-442,1990
8. Wie B.W., Dynamic system optimal traffic assignment on congested multidestination networks. Selected Proceedings of the 5th WCTR. D491-504, 1989
9. Kawakami S., Liu Z.K., Xu Z.M., Simulation of the dynamic traffic flow on urban road network, Proceedings of Pacific Rim Conference, p373-379, 1993.