【土木計画学研究・論文集 No.11 1993年12月 招待論文】

ファジィ理論を用いた道路交通流解析*

Transport Network Analysis using Fuzzy Set Theory

秋 山 孝 正**

By Takamasa Akiyama

1．はじめに

計算機を用いて人間の思考を表現しようとする試みは、計算機が実用化されて以来研究されている課題である。土木工学分野でも人工知能（ＡＩ）、ファジィ理論、ニューラルネットワークなどの計算機工学の成果を利用して、応用的意義を見いだす努力が行われている。ファジィ理論(Fuzzy Set Theory)は、1965年のProf.L.A.Zadehによる提唱から約３０年を経て、近年わが国を中心に、理論的研究や多くの分野で実用的応用が行われている[1),2)]。

土木計画の分野においても、一般の応用分野においてもファジィ理論は確率論と対置して議論されることが多かった。しかし両者は、理論的にも実用的にも相反するものではなく、強いていえば相補的な関係にある。一部の分野では歴史的に研究者が確率手法に馴染んでいること、またファジィ理論で行われる理論展開が確率論のそれに類似している部分があることから「確率とファジィはどちらが正当か？」という問題提起も少なくない。

しかしながら、両者に相対する概念があるわけでもなく、また一方が他方を代替するわけでもないから、実際にはこれらの優劣を述べることに意味はない。また現実にファジィ理論が産業界での実用的側面で多くの成果を挙げていることからも、これらの応用される側面が異なりファジィ理論が有効に機能する分野があることを知ることができる。

土木計画・交通計画の分野では、たとえば確率論的な非集計行動モデルを基本に用いる確率均衡配分法が提案されている[3)]。このような分析手順と同様に、ファジィ理論をベースとした交通行動現象の分析から交通流解析問題へと検討を行うことができる。これは交通現象分析のなかでも現象記述型の経路選択モデルと交通量推計上での交通配分問題への応用に対応している。

本研究ではまず、実用的な交通量推計として転換率を用いた交通量配分について検討する。つまり都市高速道路と一般道路で構成される都市道路網に対する実用的な交通量配分時に利用できる高速道路転換率推計モデルの作成である。

つぎに広域的な道路網上の交通量分布を知るための交通量配分手法について考察する。ここでは、所要時間認知のファジィ性を中心に議論する。特にランダム数とファジィ数の概念を整理するとともに、ファジィ所要時間を用いた交通量配分法に関連する事項を検討する。この中心的方法はファジィ数の演算とその応用である。そして、以上の検討から最終的に、ファジィ理論の対象とする問題を明確にするとともに具体的な問題解決方法について述べる。

2．ファジィ推論による道路利用率推計

2．1 ファジィ推論モデル

ファジィ推論は、各分野で実用的に用いられてい

*Key Words ファジィ推論、認知所要時間、交通現象解析

**工博 京都大学講師 工学部交通土木工学教室
（〒606 京都市左京区吉田本町）

る方法のなかで、最も多くの応用例が見られる方法である。この「推論」の基本概念は、エキスパートシステムで通常用いられるIF/THEN型のモデルを人間の持つ言語表現に適する形で修正を加えるものである。したがって、条件命題と帰結命題をファジィ集合を用いて記述したものである。詳細な演算方法については、昨今極めて多数の書物が刊行されている[4)-6)]。したがって、ここでは方法の中心的部分を簡単に記すことにする。

我々の日常的な推論の例としてつぎのようなものがある。

規則： もし道路が混雑していれば
所要時間は大きい
事実： この道路は少し混雑している。
結論： この道路では所要時間はやや大きい。

これを一般的な推論形式として示すと、

規則： If *x is A* then *y is B*
事実： *x is A'*

結論： *y is B'*

ここで、A、A'、B、B'はファジィ概念であり、AとA'は全体集合X、BとB'は全体集合Yにおけるファジィ集合で表される。このようなファジィ命題を持つような推論をファジィ推論(Fuzzy Reasoning) という。ファジィ推論は、通常の記号推論と異なり、AとA'が必ずしも一致しなくてもよい点に特徴がある[7)]。

つまりファジィ推論は、「IF～THEN…」形式の推論を利用しながらクリスプ推論をファジィ理論を用いて一般的に拡張するものである。

ここで、「*x is A*」と「*y is B*」を表わすファジィ集合A, Bがそれぞれメンバシップ関数$\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$で表されるとする。このとき「If x is A then y is B」の推論を表すファジィ関係Rは、xとyから決定されるメンバシップ関数$\mu_R(x,y)$で表される。このときファジィ推論モデルで最も基本的な形である「論理積」(min) を用いると$\mu_R(x,y)$を定義できる。すなわち、2つのメンバシップ関数の合成関数として以下のように表わされる。

$$\mu_R(x,y) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) \tag{1}$$

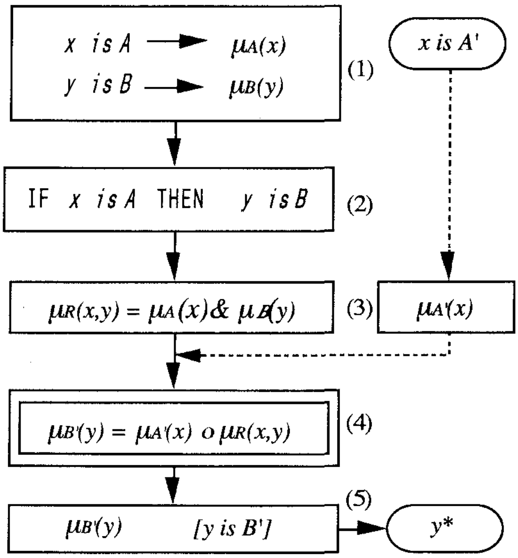
このとき、さきの推論ルール「If x is A then y is B」は、集合Aと関係Rを用いて集合Bを求めるための以下の計算を行うことに等しい。

$$\mu_B(y) = \int \sup[\mu_A(x) \wedge \mu_R(x,y)]/y \tag{2}$$

さてここで、新たに与えられた事実「x is A'」に対して、ファジィ集合A'（メンバシップ関数$\mu_{A'}(x)$）を与えると推論結果は次のように得られる。

$$\mu_{B'}(y) = \int \sup[\mu_{A'}(x) \wedge \mu_R(x,y)]/y \tag{3}$$

つまり、推論を表現するため、ファジィ集合AとB間のファジィ関係Rをメンバシップ関数$\mu_R(x,y)$で表わす。集合Aと類似した集合A'に対して、一連の演算を行い集合B'を示すメンバシップ関数$\mu_{B'}(y)$を求めるものである。この手順は図－1のように書くことができ、ファジィ推論モデルは、本図に示す各手順を定式化することによってモデルが形成される[8),9)]。



図－1　ファジィ推論の演算手順

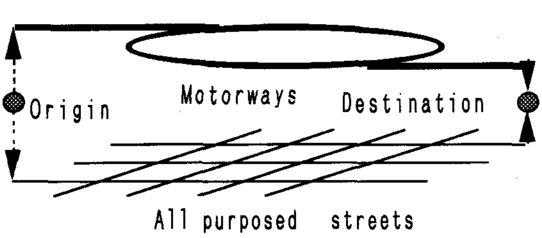
すなわち（1）ファジィ数の決定($\mu_A(x)$, $\mu_B(y)$)、（2）ルール構成の決定（「IF～THEN…」構成）、（3）演算方法（含意公式）の決定($\mu_R(x,y)$)、(4）合成規則の決定(max-min)、（5）ルール統合と非ファジィ化の方法($\int \mu_B(y)/y \rightarrow y^*$)の決定である。これらの手順のうち、入力変数が複数の場合には前件部分の合成方法（"and"の計算）も定義する必要がある。

このとき、上記の手順（3）、（4）と関係するファジィ概念同士の演算方法には、「T－ノルム」として与えられる演算を用いることができる。

また通常は、同様な形をした複数のルール群によってモデル表現を行うことが多い。これは複数のIF/THEN型のルールを用いたファジィ推論であるので「多重ファジィ推論」と呼ばれる。以上のような推論過程を経て得られる出力（ファジィ数）を当該問題に対応する実数値に変換する過程が手順（5）の非ファジィ化であり、この部分の妥当な選択も推論結果に影響を与えることになる。

2．2　都市道路網の交通需要推計

ここでは、ファジィ推論を用いて交通行動を記述する方法を述べるとともに、都市道路網交通需要推計の方法に対する応用を述べる。通常、都市高速道路の交通量予測には「ＯＤ分割・転換率法」が多く用いられる[10]。この方法は、図－2に示すように、一般道路利用および高速道路利用それぞれの最短経路探索を行って、当該ＯＤ交通量の分担比率を求めるものである。



図－2　都市道路網の交通需要推計の概念

これまで、関数式表現を持つ転換率推計法（転換率式）には多くのものが提案されている。これらは実用的な交通量配分におけるサブモデルとして用いられ、いくつかの転換率式が提案されてきた[11]。一方言語的表現を利用した定性的な推論モデルを用いて記述するための研究も提案されファジィ推論によるモデルの基本構造が示されている。

本研究では従来の成果を踏まえ、より詳細に交通転換現象を記述するための推論モデル構築を目的とし方法論の比較検討を行う。これはファジィ推論の応用に対して一般的な示唆を与えるばかりでなく、現象記述と推論形式の関係が明確となり実用的交通量配分へ利用する際の留意点が整理される。すでに同様の研究課題で研究が行われており[12]、[13]詳細なモデル記述方法についてはこれらの研究に譲る。

ここでは、まず実際の配分計算に利用できる形のデータを用いて、基本的な転換率推計のためのファジィ推論モデルを作成する。つぎに、各方法のその有効性と実用性を整理し実用的配分法へ導入するための考察を行う。

2．3　ファジィ推論モデルの構成

ファジィ推論を用いて都市高速道路利用率（転換率）を推計するためのモデリングについては、いくつかの研究成果がある[8),9)]。ここでは、最も基本的なモデル化方法を述べるとともに、同モデルの新たな展開について述べる。従来の推論モデルでは「時間差」と「単位距離料金」の二要因を中心として基本的な推論ルールを作成している。またこのモデルを説明変数の追加、ルール構成の変更、演算方法の比較検討などの点から改良し、現実道路網での交通量配分問題へ適用し実用性を検討している。これらの研究から、ファジィ推論モデルは交通選択時の判断を記述でき交通量配分サブモデルとして利用可能であるという研究成果が得られている[8)]。

この点から本研究では、これらの研究成果を参照してファジィ推論の基本的事項を整理する。また近年ファジィ推論の実用的な点から提案されている推論法を検討し、さらにその実用的な利用可能性を検討する。以下では基本モデルの構成方法について述べる。これらの手順は、推論過程を持つ現象記述モデルの一般的作成方法と考えることができる。

(1）対象地域

ここでの研究対象は近畿地区の主要道路網である。具体的には、近畿地区を交通量配分のために121 にゾーン分割し実用的交通量配分に用いられるネット

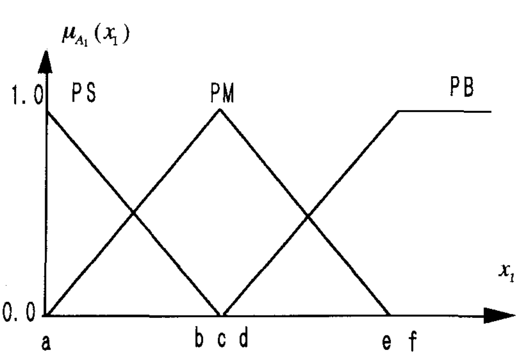
ワークを作成したものである。この配分対象のODペアは、OD全交通量と都市高速道路転換交通量を「第17回阪神高速道路起終点調査」と「昭和60年度全国道路交通センサスOD調査」に基づいて作成したものである。以下の検討では、ファジィ推論モデル構造の明確化を目指して、このデータベースよりランダムサンプル法で57個のODペアを抽出した。

(2) モデル変数と基本構造

ファジィ推論を行うための説明変数として、「時間差」と「単位距離料金」を考える。これらは、従来モデルの構成を踏襲したものであり転換率の関数的表現を行う際にも多く用いられる変数である。「時間差」変数は、高速道路所要時間t_h、一般道路所要時間t_sの差である。すなわち、

$$x_1 = t_s - t_h \tag{4}$$

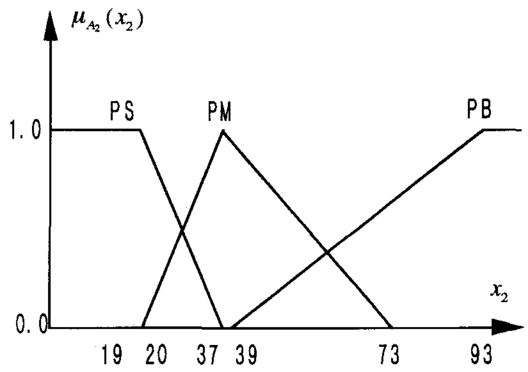
「時間差」は交通経路選択の判断時の基本的変数と考えられる。したがって、交通利用者の意識面でも比較的詳細に考慮されていると思われる。与えられた時間差の値が、利用者の「大」「中」「小」などの言語的変数として何段階に認識するかを理論的に規定することは難しい。ここでは、既存モデルの中から最も簡便な場合として図－3に示すような3段階のメンバシップ関数を用いることにした。このメンバシップ関数は、それぞれ、PS:Positive Small, PM:Positive Medium, PB: Positive Bigを表している。図中のa～fの各点がパラメータとなり形状決定に影響する。ここではa=0, b=c=d=15, e=f=30である。



図－3　時間差変数のメンバシップ関数

「単位距離料金」は高速道路料金を高速道路利用距離で割ったものである。また帰結部に対応する被説明変数は高速道路利用率（転換率）である。この変数は、多段階表現は難しく「大」「中」「小」の3種類のメンバシップ関数で表現する。

またメンバシップ関数の形状には、Π関数（2次関数の組合せ）や正規型関数が使われることがある。一般には形状の簡潔さ、プログラミング効率の良さから三角型ファジィ数（Triangular Fuzzy Number: T.F.N.）が用いられる。またファジィ数は、問題によっては、調査などから推計することができる。同種の既存研究で「単位距離料金」に対して3種のファジィ数をファジィデルファイ法[14]を用いて決定している[15]。この算定結果を図－4に示す。



図－4　単位距離料金変数のメンバシップ関数

さらに「転換率」のメンバシップ関数について検討した。ルールの後件部に相当する転換率関数は従来3個の標準関数が用いられている。この点も「時間差」の場合と同様、本来選択がいくつの段階として考慮されるかという問題がある。本研究では、交通選択行動を簡単に記述するためメンバシップ関数として図－3と同様の3個の三角型関数を用いる。このときのパラメータの値は、a=0, b=c=d=0.5, e=f=1.0である。

(3) 推論ルールの構成とモデル化

ファジィ推論のルールは、前述のように個々に「IF/THEN」型ルールで表現できる。通常多重ファジィ推論では、多数のルールが同時に設定される。

本例のように前件部の組合せとしてルール構成が可能な場合には表－１のように表現することができる。

表－１　ファジィ推論のルール

x_1 \ x_2	PS	PM	PB
PS	M	S	S
PM	L	M	S
PB	L	L	M

このルール群の内容は、大局的には「時間差が大きいとき高速道路利用率が高い」、「単位距離料金が大きいとき高速道路利用率は小さい」という判断を記述している。この表中の記号、L、M、Sは帰結部の利用率「大」「中」「小」に対応している。実際には、いくつかの組合せに対して、推論計算を実行して推計誤差の小さい組合せを選ぶ。誤差指標に特に決まった形はないが、ここでは、ニューラルネットワークなどで用いられる誤差

$$\varepsilon = \sum_i / R_i - P_i / \tag{5}$$

を用いている。表－１のルール群の構成はこの誤差の値を参考にして、数回の試行の結果得られたものである。すなわち、実績値と推計値の相違と誤差の発生状況から、問題があると思われる個別ルールの帰結部を修正していく。本例のように全ルールが少ない場合には、このような方法の利用が可能である。このときの誤差の値は $\varepsilon=10.68$ となった。

以上の検討結果から得られたファジィ推論モデルは図－１の手順に対応させて、つぎのように整理できる。（1）説明変数のメンバシップ関数を時間差（3種）、単位距離料金（3種）に対して定義し、また被説明変数の転換率（3種）のメンバシップ関数を三角型ファジィ数で表現した。（2）推論ルールを前件部の組合せとして最も簡単なmin演算を用いる。（3）含意公式として、min演算（$\mu_R(x,y)=\mu_A(x)\wedge\mu_B(y)$)を用いる。（4）構成演算はMamdani法にしたがって、max-min演算を行う。（5）後件部の非ファジィ化は一般的なファジィ数の和集合の重心（max-gravity）で代表させる。すなわち、ここで得られたファジィ推論モデルは、従来から最も基本的な形式とされる「Mamdani法」である。この方法は順次実行される演算形式から「min-max-gravity」型とも呼ばれる[5]。またステップ（3）に「積」演算を用いる方法も従来からファジィ制御などでよく用いられている方法である。

３．ファジィ推論モデルの諸方法

３．１　既存ファジィ推論法の改良

ファジィ推論モデルの構築方法は、多くの方法があり各種の検討が行われている。この点について簡単に研究成果をまとめる。特にファジィ推論の記述上重要となる各項について順次考察する。

モデル化手順からわかるように推論記述で、最も重要な点は「ルール構成」である。ファジィ推論はＡＩ手法で知られるプロダクションシステムの形式で表現される。したがって基本知識の獲得においては、エキスパートシステム構築と同様な困難さがともなう。通常、対象問題が複雑であればルール発見の困難さも大きくなる。現行の多数のファジィ制御などの応用例では、計測可能な諸変数間の関係を言語表現でモデル化する場合が多い。その意味では、ルール構成も簡潔なものが多数見られる。さらに大規模複雑化したシステムを対象とする場合には、「ニューラルネットワーク」や「遺伝的アルゴリズム」を用いたルール群選択など他手法の援用を考えることができる。

つぎにファジィ推論の意味として「含意公式」の形式選定に検討が必要となる。この「含意公式」には「Ｔ－ノルム」と総称される各種の演算を用いることができる。この基本的な形は「論理積」、「代数積」、「限界積」、「激烈積」であり、これらの選択により推論形式を理論的、実用的に考察できる。任意のＴ－ノルム演算値は「論理積」と「激烈積」の間の値をとることが知られており、４種類以外の演算も定義できるが実用的に大差はない。また最終的な利用率推計結果を比較すれば、方法間に有意な推計精度の差異を見いだすことはできない。したがって、モデル解釈の容易性とファジィ推論の他過程との融合性（特にmodus-ponensの成立）を考慮して、「論理積」「代数積」が推奨される[9]。

さらに推論結果とモデル表現値（ここでは、利用

率の値）の関係を記述する点では「非ファジィ化」形式の選定も必要である。複数のルール群からなる「多重ファジィ推論」の帰結である「ファジィ数」をどのように確定値とするかは、その意味解釈にも関係する。主要な方法として「重心法」「面積法」「中央値法」「高さ法」などの方法がある。本例のような推論結果の分布が複雑化しない場合には、これらの方法間の相違は少ない。しかしこれらのうち、最もよく用いられる「重心法」はその他の方法に比べて推計精度の変化が大きいことが知られている。

ファジィ推論の記述において、上記の検討事項以外にメンバシップ関数形状、推論中の「and；かつ」の算定法などの諸点がある。しかし、いずれも上記項目に比べると推論結果を大きく変化させる要因ではない。また、モデル化に当たっての実績値の蓄積、モデルの意味づけなどから具体的な検討することが重要であると思われる。

さらに人間の認知判断の記述として合理的であるとされる方法に**「代数積－加算－重心法」**がある。これは従来のマムダニ法とは以下の点が相違する。

（a）前件部のファジィ数の積演算を「代数積」とする。（すなわち $\mu_R(x,y)=\mu_A(x)\ \mu_B(y)$）

（b）ルールを規定する演算（含意公式）を「代数積」とする。

（c）確定値への非ファジィ化を「後件部ファジィ数の分布の和」とする。

「ファジィ推論モデルの手順」に対応させれば、(2), (3), (5)の部分の変更である。各主要ステップ対応して「product-sum-gravity」法と呼ばれる。各ステップにおける演算の意味は、(a)前件部の合成では各条件の適合程度を等ウェイトで考慮する。これにより条件の適合度合いを総合的に考慮する。(b)演算は全情報を考慮した代数積を用い後件部と相似形とする。したがって、結論条件の意味形式が保存される。(c)統合・非ファジィ化では後件部で得られる全情報を加算的に利用する。特に帰結部の処理において和集合（max）として処理するより、すべて加算(sum)することはより合理的推論であるといえる。また後部件の加算によりファジィ数分布が正規でなくなる（1を越える）ことがある点であるが、非ファジィ化で重心値を用いれば大小関係は保存され正規条件は推論結果に影響がない[5),7)]。

この「代数積－加算－重心法」の実用性の検討を、転換率値が一定変化をする部分ではマムダニ法と類似しているが、全体的にゆるやかな変化を持つといえる[9)]。この傾向は前述の各方法に比べて、推論ルール重複部の関数値が若干大きく評価されることによると考えられる。本例のような転換率推計値に関して、マムダニ法（「論理積－加算－重心法」）に比べて、直観に合致した演算であるといえまた適合性も若干向上することがわかった。またこの方法は「ファジィ制御」においても良好な安定性が得られるとの報告もある。

３．２　簡略ファジィ推論

前項で見たように、ファジィ推論はマムダニ法などの基本的モデル化ができると、演算方法の組合せで多くの変化形を考慮することができる。そしてこれらの各方法からの算出結果から推論モデルとしていずれの方法を採用するかを検討することは容易である。しかし、問題によっては推論の表現する意味内容を深く検討するためというより、通常の推論モデルに非線形関係を付加することが主目的である場合も多い。

ここで通常のファジィ推論を演算時間の容易性、モデル化の簡潔さと計算の高速化を目指して簡略化した方法がある。これは「簡略ファジィ推論」とよばれる方法である[4),6)]。この方法は、ファジィ制御などの推論をより簡単にモデル化するための方法である。通常のファジィ推論の手順の内で、帰結部のファジィ数Bがクリスプ数（確定数）としたものである。制御規則はつぎのように与えられるものとする。

規則１：If x_1 is A_{11} and x_2 is A_{12} then y is b_1
規則２：If x_1 is A_{21} and x_2 is A_{22} then y is b_2
：
：
規則 n：If x_1 is A_{n1} and x_2 is A_{n2} then y is b_n

このとき、つぎのような手順で計算を行う。

a）各規則の適合度 w_i を計算する。

$$w_i = \mu_{A_{i1}}(x_1^*) \times \mu_{A_{i2}}(x_2^*) \tag{6}$$

b）推論結果を算出する。

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} w_i b_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} \qquad (7)$$

すなわち、後件部の定数 b_iを適合度 w_iで荷重平均したものである。この方法はさきの「product-sum-gravity」法の特別な場合に相当している。また適合度を求めるステップで、他の形のT－ノルム（たとえばmin）を使うことができる。この簡略ファジィ推論を用いると重心計算などの非ファジィ化手順が除かれるので計算は簡単になる。したがって同種のモデルを作成する際の今後の利用が期待される。

さきの高速道路利用率の推計問題を簡略ファジィ推論において再度作成した。この場合、結論部をファジィ数から通常数とすることになる。帰結部を前モデルより若干詳細に検討するため、5種類の値（very small=0.0, small=0.25, medium=0.5, large=0.75, very large=1.0）とした。一方、説明変数の「時間差」と「単位距離料金」は、さきの通常のファジィ推論の場合と同様である。したがって、前件部分の組合せは同数となりルール数は変化しない。後件部の種類の変化に対応して、ルール構成を通常方法にしたがって、試行錯誤的に設定している。このときのルール構成の与えかたは、前モデルの場合と同様である。具体的には数回の試行によって、図－2に示すルール構成となった。

表－2　簡易ファジィ推論のルール

x_1 \ x_2	PS	PM	PB
PS	S	VS	VS
PM	L	M	M
PB	VL	L	M

このときの推計精度は、ε=9.079となり、後件部の分類の増加が前モデルと比べて、若干の推計精度の向上を与えていることがわかる。

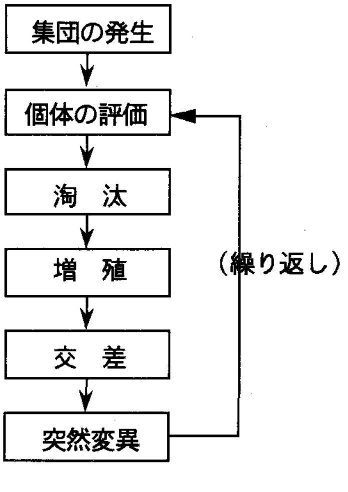
また簡略ファジィ推論と同様の考え方を持つ方法に関数型推論法がある。この方法では後件部に数値の代わりに関数を用いるものである。さらに関数推論法の関数部分をニューラルネットワークで表現すれば、「ファジィ・ニューラルネットワーク」の一形態と考えることもできる[17]。いずれの場合にも、ファジィ推論により判断の基本部分を記述するとともに、推計精度の向上を目指した改良が可能である。

３．３　遺伝的アルゴリズムの利用

前項ではファジィ推論モデルの構造面からみた改良方法を述べた。各種の推論構造を検討することはモデル化の上で重要な要因である。ファジィ推論では、ルール構成の決定以外にも調整の必要なパラメータが存在する。特に推論に用いるメンバシップ関数形状を規定する適当なパラメータを既存のデータから規定する方法が必要とされてきた。

ファジィ推論は全体を非線形の関係を用いて説明している。すなわち特定の関数形で表現できないため、微分勾配を考慮した推定方法などを用いることができない。このため、メンバシップ関数などを試行錯誤により決定したり、考え得るパラメータのすべての組合せを設定し精度比較によりパラメータ決定を行ってきた。

近年、このような問題への確率的な探索方法として遺伝的アルゴリズム（Genetic Algorithm）の利用が研究されている[18]。この方法は、図－5に示すようなアルゴリズムである[19]。



図－5　遺伝的アルゴリズムの基本フロー

すなわち、対象問題を進化論的に模擬した解釈で、最適状態を発見する方法である。すなわち、対象問題は、染色体の組合せとして遺伝子で表現される。すなわち、{01011100}（2進数）あるいは{256078915}（10進数）のような形で対象問題の変数の一状態を表す。初期状態として、特定の個数の遺伝子（個体）が存在すると考える（集団の発生）。それらはいずれもシステムの状態を示すことから、最適化などの指標により個体の適合度が算出できる（個体の評価）。こうした集団のなかで、進化論的に適合度の低い個体は自然淘汰される（自然淘汰）。この個体集団は、残された個体間で交差し、新しい個体を発生することができるので、集団の個体数を一定数に保つことができる（交差・増殖）。

このように、親が子を生じるように次世代に相当する集団が形成されるが、個体中にはこの遺伝操作とは独立して、ある染色体が突然に別のものになってしまうことが起こる（突然変異）。

以上のようなシナリオを模擬的に数字列で表現された遺伝子を用いて繰り返すことで、適合度の大きい個体で集団が形成される状態を求めるものである。

ここでは簡略ファジィ推論のルール構成は同一として、前件部の時間差メンバシップ関数の幅（図－2のf点の座標）と後件部の値（SとLの設定値）をパラメータと考えた。先に定義した推計誤差εを最小にする（つまりGAの適合関数を1/εとする）ような、パラメータ値の最適な組み合わせを求める問題となった。ファジィ推論に用いるその他のメンバシップ関数形もパラメータで表現できるので、具体的なGAを用いるための方法は、本例以外にも多数考えることができる[20]。

またGAにおいて、計算上検討する必要があるのは、親世代から子世代にいく場合の増殖方法である。適合関数の逆数を用いて生存率を決定するルーレット式の選択がよく用いられる。ここでは、簡単に適合性の高い順に遺伝子を選択し、ランダムに交差する方法をとった。

さらにGAの計算において設定すべき変数として、集団数、交差割合、突然変異の割合などがある[19),20)]。何回かの試行を行なったが、良好な結果が得られたのは、集団数10，交差割合0.3，突然変異率0.2とした場合であった。

この結果、第12世代までの計算で、$W_f = 27$、(S, L) = (0.4, 0.6)が得られた。ここでW_f は原点から点Cまでの距離である。この場合の誤差は、ε＝8.961である。この値は前節の試行錯誤から得られたファジィ推論モデルの値より小さくなり、GA によって得られたパラメータがモデル精度を向上させていることがわかる。

ここで用いたGA法では、ランダム性が強く残っており、限られた演算回数で必ずしも最適解が求められるとは限らない。しかしながら、その場合でも$W_f=26$、(S, L)=(0.4, 0.6)［ε=8.987］、あるいは$W_f=28$、(S, L)=(0.37, 0.63)［ε=8.973］などの次善の解が得られている。実用的なファジィ推論のパラメータとしては、これらの値も利用できることがわかる。以上のように、遺伝的アルゴリズムは、ファジィ推論のような非線形関係を持つ場合にも比較的簡単に応用でき、今後の実用的利用が期待できる。

4．ファジィ数を用いた交通量配分

情報化が進展し道路網での交通流の現象解析が重要な課題となっている。前章までに述べたような幹線道路間あるいは高速道路と一般道路のような道路網相互の分担モデルとして、ファジィ推論が利用できることが示された。

道路網の中のさらに詳細な、各リンク交通量を知るためには、OD間の可能な経路の選択を考慮したいわゆる交通量配分の問題を考える必要がある。このようなモデル化では、均衡配分に見られるような交通配分原則を設定し、それに従うモデルの定式化と数理計画法による解法を求めるのが一般的である。

近年、確定均衡配分の規定が現実的でないとして、確率的に交通量を配分するモデルが提案されている。本研究では、この方向性を参考にして、同様にファジィ理論によって、交通量配分法を考える場合の諸点について整理している。

4．1　認知所要時間の記述

まずファジィ理論で取り扱う現象を確率理論を利用した確率均衡配分が扱っている現象と比較するために、まず所要時間の認知について考察する。確率的な交通量配分を考える場合などには、走行調査や

観測データから知られる実測所要時間に対して利用者の認知所要時間を考慮している。このとき認知所要時間は「出発地から目的地までいかほどの時間が掛かると思うか」という質問に対する回答に相当すると考えることもできる。

このとき真実所要時間が「30分」であったとする。多数のドライバーの回答する値は、「31分」「34分」「28分」などさまざまである。そしてこれらの値が真実所要時間の回りに分布する。このように考えると認知所要時間は確率的に求めることができ、認知所要時間の値は確率分布で表現できる。この手順が確率的配分の基本的な考え方であり、理論的展開を行う上の前提として用いられている。道路上での各ドライバーの経路選択行動を不完全情報による認知誤差と考えると、このようにモデル化できることになる。

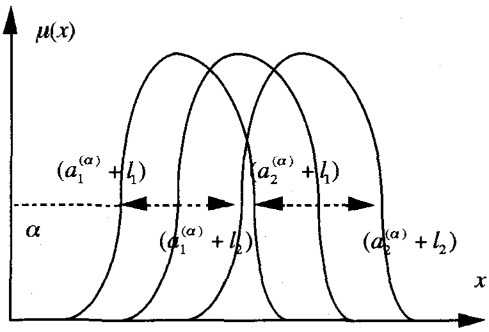
一方、上記の質問に答える各ドライバーの認知内容を考えよう。「ここから何分かかるか」との質問の回答に「31分」「28分」などの確定数を用いるドライバーは果して何割存在するであろうか。また仮に「28分」という回答が得られても、この数値の意味は「25分～30分」あるいは「30分ぐらい」ではないだろうか。もちろん毎日の出勤時などにストップウォッチを持って継続的に計測しているようなドライバーは、正確な所要時間と認知所要時間の確率分布を把握しているかもしれないが、これも極めてまれなことであろう。

また「道路情報」として与えられる「所要時間」を考えてみよう。この場合、所要時間情報は道路情報板、路側ラジオ放送などを通じて、対象人物によらず同一情報であるから、その意味において同様のはずである（確率分布をしない）。しかしながら、現実には所要時間情報に関する調査結果が示すように、すべての人が情報を全く同様に解釈する訳ではない。したがって、現実の「所要時間」は、多数のドライバー相互に異なるがひとりのドライバーの認知のなかでもある種の幅を持った数値と考えることができる。

一個の数値ではなく確率的なひろがりを持つ数を「ランダム数」また個人の主観的ひろがりを持つ数を「ファジィ数」とよぶ[22]。したがって、上記の説明は、所要時間のランダム数としての取り扱いとファジィ数としての取り扱いの両方の可能性を示したものである。これまで見たように両概念は相反するものではなく、不確実現象に対する視点の相違を示している。したがって、この意味では、所要時間は「ランダム数」であるとともに「ファジィ数」であることができる。

4．2　ハイブリッド数の利用

ランダム数とファジィ数の両方の性質を持つ数を「ハイブリット数」という。したがって確率論的な演算とファジィ理論としての演算を行うことが可能である。ハイブリッド数は、次式に示すように確率パラメータ［平均値と分散（標準偏差）］とファジィ数パラメータ［メンバシップ関数］を用いて表現される。具体的なハイブリッド数の例は、図－6のように描くことができる。



図－6　ハイブリッド数の概念

このハイブリッド数は、確率部分を正規分布でファジィ数部分を三角型ファジィ数で表現したものである。道路網上のリンク所要時間がハイブリッド数であれば、経路所要時間もハイブリッド数で表現できる。ある確率密度$f(l)$を持つランダム数をLとする。このときファジィ数Aは、確率法則にしたがってランダムに移動する。このような数（A,　L)を「ハイブリッド数」という。たとえば、R上の2つのハイブリッド数(A_1, L_1)と(A_2, L_2)の和は、つぎのように計算できる[22]。

$$(A_1,\ L_1)\,[+]\,(A_2,\ L_2) = (A_1(+)A_2,\ L_1(+)'\ L_2) = (A, L) \tag{8}$$

この式で、(+)は加法に対するmax-min合成を表し、(+)'は加法に対する確率的合成を示している。ファ

ジィ数は、ハイブリッド数の1つの特別な場合であり、A=(A, 0)と書ける。ここで0は単位分布を持つランダム変数である。またランダム数もハイブリッド数の特別な場合であり、L=(0, L)である。ここで0はあいまいさのないファジィ数である。

このようにハイブリッド数では、ファジィ数とランダム数を同時に仮定することができる。つまりファジィ数の概念は確率概念と独立して考慮しうるものである。このとき、各ドライバーの認知する所要時間は、確率的な認知誤差と持つと同時にファジィ数としての広がりを持っていることになる。

これまで、交通情報の不完全性を考慮して確率的側面から交通量配分法の改良が行われてきた。ハイブリッド数の定義から、この場合もランダム数はハイブリッド数の特別な場合であるから、交通量配分方法のハイブリッド化を行ったものであるといえる。

このようにハイブリッド数とその演算は、従来の均衡確率配分、確率均衡配分で用いている所要時間の概念をファジィ数に拡張しても、数学的議論が可能であることを示している。

4．3　ファジィ所要時間を用いた交通量配分

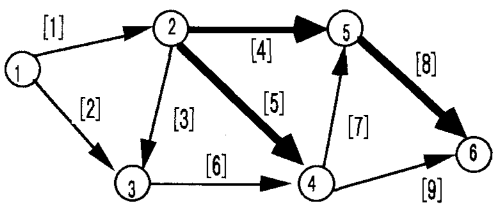
ハイブリッド数のなかで、ランダム性を持たない場合がファジィ数である。道路交通現象で基本的なファジィ情報の概念は、ファジィ所要時間として表現できる。道路網のリンク所要時間がファジィ数で表現できれば、経路所要時間はリンク所要時間の和として、同様にファジィ数で表現できる。特に三角型ファジィ数を考えると、つぎのように経路所要時間も三角型ファジィ数となる。すなわち2つのファジィ数$N(p_1, q_1, r_1)$, $N(p_2, q_2, r_2)$とすると、

$$N(p_1,q_1,r_1) + N(p_2,q_2,r_2) = N(p_1+p_2,\ q_1+q_2,\ r_1+r_2) \qquad (9)$$

したがって、TFNの両端点および中央点をそれぞれ加算することで、ファジィ数を算出することができる[14),23)]。

ここで、交通均衡配分の問題は等価な「数理計画問題」として定式化できることが知られている[3),11)]。リンクの所要時間をファジィ数としても本質的な交通均衡の概念に相違はないので、この場合の交通均衡問題は「ファジィ数理計画法」として定式化できる[4),23)]。また一般にファジィ数理計画法はα－カット集合の定義（分解定理）を用いて、通常の数理計画に分解することができる。したがって、αの変化に従って通常の数理計画問題を解けばファジィ数としての解集合が得られることになる。これはファジィ数を用いて解の存在する可能性分布を表現することに相当している。

まず図－7に示すような道路網を考える。



図－7　配分対象道路網

この道路網では、リンク4、リンク5およびリンク8がファジィ所要時間を持ち、その他のリンクは確定所要時間を持つものとする。つまり確定リンクでは通常の均衡配分の仮定と同様、確定リンクは完全情報が得られているとする。これに対してファジィリンクは、所要時間に関する情報が十分には提供されていない。

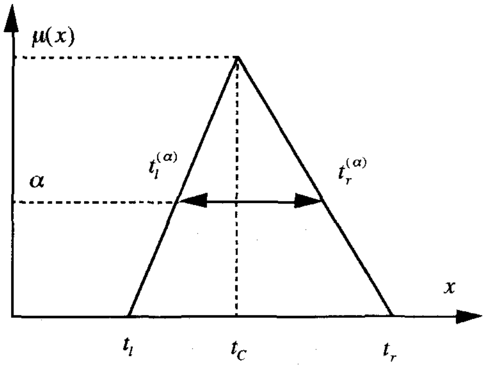
各リンクパーフォマンス関数は、BPR関数（パラメータは、$\alpha=0.15$、$\beta=4$）を用いており、各リンクの初期所要時間と交通容量はそれぞれ異なる。

ファジィリンク所要時間は図－8に示すようなファジィ数で表現される。この中央値t_Cはリンクパーフォーマンス関数から得られる通常の（クリスプ）所要時間に対応している。またt_rはファジィ数の右端（右スプレッド）、t_lは左端（左スプレッド）の値を示している。ここでは、パラメータγ、βを用いてつぎのように定める[24)]。

$$t_r = \beta \cdot t_C, \qquad \beta \geq 1 \qquad (10)$$

$$t_l = \gamma \cdot t_C, \qquad 0 < \gamma < 1 \qquad (11)$$

本例では$\beta=0.7$、$\gamma=1.3$であり、左右30％のファジィ性を考慮している。このとき図－8からわかる



図－8　ファジィリンク所要時間

ように、αレベル集合を求めるとリンク所要時間は、［t_l^{α}、t_r^{α}］の区間数となることがわかる。

さらに計算に用いたＯＤ交通量は表－３である。

表－３　配分に用いたOD交通量

1	2	3	4	5	6	D O
-	100	100	100	100	100	1
	-	100	100	100	100	2
		-	100	100	100	3
			-	100	100	4
				-	100	5
					-	6

ここで、ファジィ性がない場合（α＝1．0）の各リンク交通量は、通常の均衡配分計算と等価であるからFW法を用いて容易に求めることができる。またファジィリンクを持つ場合には、レベル値α（＞0）が決定されると、計算が実行できる。

ファジィ数に関する四則計算は「拡張原理」を用いて実行できるが、多くの計算過程を持つ場合には非常に複雑となり実際的ではない。この場合、実用的には各ファジィ数の両端点を用いた関数値の組合せに対応した計算結果から近似する方法用いることができる。この方法によって各リンク交通量を求めたものが表－４である。

ここでは設定したα－レベルからファジィリンクの区間幅が決定され、これに対応して各リンク交通量が算出されている。各リンク交通量ファジィ性はリンクの特性とネットワーク上の位置関係により異なる。本例ではファジィ情報を仮定したリンク４，リンク５，リンク８の他に、これらとの隣接リンクでファジィ交通量を観測できる。一方隣接していてもファジィリンクの影響が少ないリンク３、リンク６が存在する。さらにα＝1/3とα＝0の場合の結果の比較から、αの値を減少させるにしたがい、スプレッドの大きいファジィ交通量が算出されることがわかる。このように、特定のリンクに存在するファジィ性を考慮して交通量配分を行えば各リンク交通量の可能性分布を表現することができる。

表－４　交通量配分結果

リンク	α=1	α=1/3	α=0
1	351	[348, 354]	[347, 355]
2	149	[146, 152]	[145, 153]
3	101	[100, 101]	[100, 100]
4	273	[259, 289]	[256, 297]
5	277	[262, 290]	[253, 294]
6	350	[346, 352]	[345, 353]
7	245	[233, 258]	[227, 265]
8	219	[212, 230]	[211, 234]
9	281	[270, 289]	[266, 289]

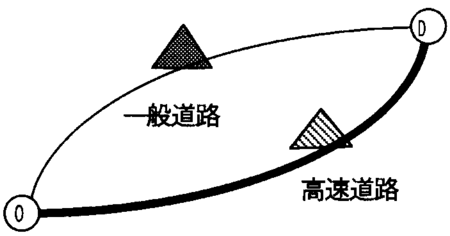
５．　ファジィ所要時間による経路選択

５．１　利用者認知から見たファジィ所要時間

前述のように「拡張原理」に基づくファジィ数演算を考える場合、リンク交通量の可能性分布を求めることができた。しかし所要時間のファジィ性を考慮して、特定の「均衡状態」を求めるには、ファジィ経路所要時間を用いて利用者が選択する経路集合を求める必要がある。

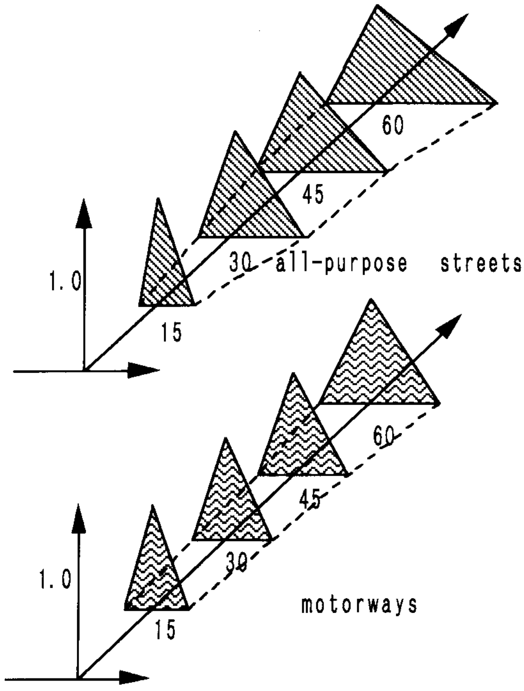
これは所要時間にランダム数を用いて、交通均衡状態を考えるための確率均衡配分法に対応するものである。結局、ファジィ経路所要時間の大小比較から経路選択モデルを作成することになる。最も簡単な例は図－９に示すような２経路問題である。

このような問題では、経験的に利用者が両経路の所要時間をファジィ数として認識し、経路選択を行うものと考えている。



図－９　典型的な２経路問題の例

図－１０は阪神高速道路の利用者に高速道路・一般道路のそれぞれの経路における所要時間情報に対する認知形状を示したものである。



図－１０　利用者によるファジィ所要時間

本図は15分ごとの所要時間に対して、各回答者の認知するファジィ数を平均値として表示している。いずれの経路においても所要時間の中心値が大きくなると認知幅（左右スプレッドの間隔）が大きくなる。また一般道路では、各時間で右スプレッドの大きい（時間の大きい方に偏った）ファジィ数となっている。一方高速道路でのファジィ数は、左右スプレッドはほぼ等しく、認知幅も一般道路に比べて小さい。これは、高速道路ではすでに各種の情報提供が行われ利用者の信頼程度が大きいことに起因するものと思われる。

したがってファジィ数の比較方法によって、具体的な計算方法を考える。ファジィ数を大小比較する方法は、ファジィ数から代表値を得る方法とファジィ数間の大小程度を表現する指標を求める方法がある。

５．２　代表値を用いたファジィ数比較

まず前者の代表値による方法について述べる。これには、ファジィ数の「重心位置」や「リムーバル」と呼ばれる α －レベルごとのファジィ数の差の総和を用いる方法が提案されている。「リムーバル」はファジィ所要時間相互の総時間差の位置を代表値とする方法である。三角型ファジィ数によって、各リンク所要時間を表現すれば、これら代表値は以下のように算出できる[28),29)]。

$$t_G(x) = t(x)\cdot(\gamma+\beta+1)/3 \tag{12}$$

$$t_R(x) = t(x)\cdot(\gamma+\beta+2)/4 \tag{13}$$

このような条件下で、交通均衡状態を求めるには、三角型のファジィリンク所要時間から拡張原理により得られる経路所要時間が三角型ファジィ数であることを利用する。つまり経路所要時間を示すファジィ数から比較のための代表値が得られることになる。

したがって、通常数の代わりに得られた代表値を用いて、ＦＷ法などの配分計算を実行することで交通均衡の状態を知ることができる。意味論的には、所要時間のファジィ性（認知幅）を考慮した場合のリンクパフォーマンス関数の修正方法を示している[29)]。またファジィリンク所要時間の代表値を用いることから、交通量配分結果は、表－３のファジィ交通量の範囲内の一点を算出していることになる。

５．３　指標値によるファジィ数比較

つぎにファジィ数の代表値を用いず大小比較を行う方法について述べる。ファジィ数の大小比較には、多数の方法が提案されている。主としてファジィ数同士を直接比較し、ファジィ数の順序関数（相違指

標）を定義するものである。多くの方法のなかで、可能性・必然性指標(Possibility/Necessity)による方法がこの代表的な方法である。２つのファジィ数M，Nのメンバシップ関数を、それぞれ $\mu_M(u)$, $\mu_N(v)$と表すと、これらはつぎのような定義によって算出される[23),30)]。

$$Pos(M \geq N) = \sup_{u \geq v} \min(\mu_M(u),\ \mu_N(v)) \quad (12)$$

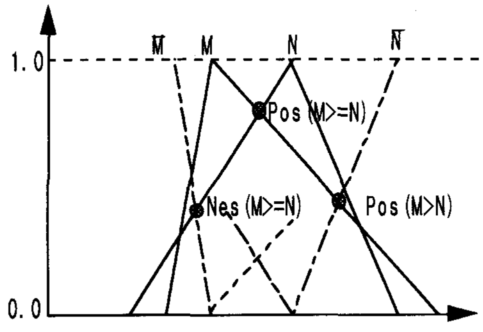
$$Pos(M > N) = \sup_{u} \inf_{v \geq u} \min(\mu_M(u),\ 1-\mu_N(v)) \quad (13)$$

$$Nes(M \geq N) = \inf_{u} \sup_{v \leq u} \max(1-\mu_M(u), \mu_N(v)) \quad (14)$$

$$Nes(M > N) = 1 - \sup_{u \leq v} \min(\mu_M(u), \mu_N(v)) \quad (15)$$

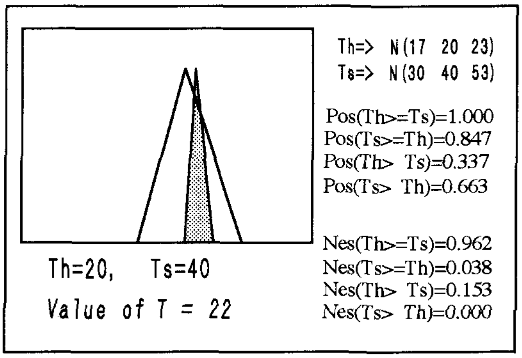
ここで、Pos, Nesは、それぞれ『MがN以上である可能性の度合』『MがNより大きい可能性の度合』、『MがN以上である必然性の度合』『MがNより大きい必然性の度合』である[23)]。また、定義式のうち、$1-\mu_M(u)$はファジィ集合Mの補集合に対するメンバシップ関数である。

上記の定義式を参照すると複雑に思われるが、現実には図－１１に示すようにファジィ数のメンバシップ関数の各交点の位置によって求められる。この関係は、一般のファジィ数に対して求めることができる。しかし三角型ファジィ数を用いれば、いずれの指標も直線の交点となるので計算は容易となる。



図－１１　可能性指標と必然性指標

上記のような２経路について、それぞれファジィ数で所要時間が表現できるとすれば、各指標を計算することができる。ここでは２経路問題として阪神高速道路と一般道路についての既存データベースを作成している。図－１２はあるドライバーの認知による各ファジィ経路所要時間を示したものである。



図－１２　特定ドライバーの経路選択状況

この場合は、具体的なケースとして「高速道路の所要時間情報が20分で一般道路が40分、さらにこのドライバー持つ時間評価値が22円／分」という場合を考えている。既存の調査結果からも知られるように、情報化の比較的進んでいる高速道路に関する所要時間情報を表現したファジィ数は、スプレッドが小さい。

この場合も一般道路所要時間はスプレッドが大きい。また時間表価値から、高速道路の料金抵抗を損失時間として表現する。本例では、高速道路を利用することは、500/22=22.7分（約23分）の時間損失と等価としている。したがって、図中では、高速道路に対するファジィ数N(17 20 23) にこの値を加えてたN(40 43 46)のT.N.F.が図中に示されている。

またこの場合、２つのファジィ数に関する可能性・必然性の指標は合計８種類である。本例の場合には、指標中で明確に（0か1）判断されるものは少ないが、それぞれの値を参照して「一般道路の所要時間がやや小さい」ということがわかる。これらの各指標を統合的に用いる方法は特にないが、現実の検討には、このうちいくつかの指標が用いられるべきであろう。

以上のように各所要時間が、ファジィ数である場合に、これらの大小比較におけるいくつかの基準を設けることで現実的な表現を行うことができる。現実には、多数の指標のなかでどの指標を用いるのが適当か、また判断結果を集約する交通量の推計方法についての検討が必要である。

6．おわりに

本稿では、人間の判断を含む交通現象の解析を行うためのファジィ理論の適用について、今後の話題を含めて議論した。土木計画におけるファジィ理論の応用は、産業界への応用に比べて古くから見ることができる。しかしながら、産業界での急速なファジィ・ブームは、ファジィを体系化し、さらに応用的側面を広げることに貢献した[1),2),4)]。

本稿でも述べ、多くの研究で示されているようにファジィ理論は、各種の応用的局面において既存の理論と相反する議論をしているものではない。

まず本研究の第一の方法であるファジィ推論は、エキスパートシステムで用いられる推論を、ファジィ集合の概念を用いて拡張したものである。土木計画の多くの問題で、人間の経験や知識を利用した問題解決が行われているとすれば、今後の応用が期待できる方法である。

特にファジィ推論法そのものに対しても近年多数の改良が行われている。含意公式、非ファジィ化などの推論形式の検討や「多段推論」の利用が問題の複雑さに応じて利用されることが必要であろう。また簡易ファジィ推論や関数型ファジィ推論は、実用的な推論モデルを作成するためには有効で容易な方法である。さらに、このようなモデルの簡便化はニューラルネットワークや遺伝的アルゴリズムなどの方法との結合することで有意義な結果を与える。特に、メンバシップ関数のパラメータ決定に用いた遺伝的アルゴリズムは、非線形で不連続的な最適化を行うという特徴があり、他分野の問題にも適用性が期待できる。

つぎに述べたファジィ数を応用した交通量配分問題は、いずれの方法も所要時間情報の持つファジィ性を表現しようとしたものである。道路網のシステム全体が複雑で完全な情報提供が難しい場合の利用者の認知を表現しようとしたものである。

これまで、確定値と考えたリンク所要時間をランダム数と考えるかファジィ数と考えるかで、交通量の配分方法が異なる。前者はすでに多数の研究が行われている確率均衡配分である。ここでは、ファジィ所要時間を考慮した配分方法を中心的にのべた。しかしながら、ハイブリッド数の概念を用いれば、これらの方法の統合的検討も可能であり、今後は交通情報と利用者行動との関係を考慮してモデル改良をすすめることができよう。

また後者の分析においては交通情報と交通行動の分析モデルの作成について検討した。特にファジィ数の大小比較に関する多くの方法論から有効な行動規範が得られる可能性が示された。

西洋科学的な数式論理を用いる方法を科学技術を考えるある種のステレオタイプは依然として多くの局面で見受けられる。しかしながら従来絶対視されてきた科学的合理性がある限られた閉鎖環境でのみ成立する[32)]ということも頻繁に遭遇する事態である。

ファジィ理論の対象とする領域は、問題の主観性・曖昧性に基づき人間の経験・知識の有効な利用が望まれる分野である。この意味で、合理主義的な方法には合致しにくい東洋的発想法に近いものである。西洋思想と東洋思想あるいは右脳と左脳といった対比とそれらのバランスを考えると既存方法とファジィ理論の結合は多くの成果をもたらすと考えられる。

ファジィ理論は近年エキスパートシステム・ニューラルネットワークなどとの方法論的結合も近年多く見られ、また欧米にも土木計画分野への応用の萌芽が見られるようになった[33)-35)]。しかしながら、わが国ではすでに多くの分野で利用され、世界に先駆けた研究が進められている。今後土木計画分野においてもこれらの成果が先端技術として有効に利用されることを期待したい。

ファジィ理論の土木計画への応用に関する研究について、招待論文という形で発表の機会を与えていただいた土木計画学研究編集小委員会に謝意を表します。本稿は同題目（総合題目）での論文奨励賞に関する論文内容を整理・発展させたものである。

筆者がファジィ理論に関する研究を始めた端緒は京都大学の佐佐木綱教授の御示唆によるものである。この御卓見に対して深く感謝の意を表します。また道路網交通解析に関しては京都大学飯田恭敬教授、交通情報処理に関しては福山大学井上矩之教授に特に御指導いただいた。さらに本研究の多くの部分は、（社）システム科学研究所邵春福氏との共同研究で

ある。そして、多数の研究用資料は阪神高速道路公団より提供いただいた。ここに記し、これらの方々に感謝の意を表する次第である。

参考文献

1）日本ファジィ学会編：講座ファジィ５　ファジィ制御、日刊工業新聞社、1993.

2）L.A. Zadeh: Fuzzy Sets and Applications, selected Papers by L.A.Zadeh, 1987. [ザデー・ファジィ理論、日刊工業新聞社、1992.]

3）Sheffi, Y. :Urban Transportation Networks, Prentice-Hall, 1985.

4）日本ファジィ学会編：講座ファジィ　２　ファジィ集合、日刊工業新聞社、1993.

5）水本雅晴：わかりやすいファジィ理論III－ファジィ推論とファジィ制御，コンピュートロール，No.28，pp.32-45，1989.

6）古田均・秋山孝正・小尻利治ら：ファジィ理論の土木工学への応用，森北出版，1992.

7）水本雅晴：ファジィ理論入門　ファジィ推論(1)，日本ファジィ学会誌，Vol.4, No.2, pp.256-264, 1992.

8）秋山孝正・邵春福・佐佐木綱：ファジィ理論を用いた転換率推計モデルについての比較研究，土木計画学研究・論文集，No.8, pp.185-192, 1990.

9）Akiyama, T. , Nakamura, K. and Sasaki, T.: Traffic Diversion Model on Urban Expressway by Fuzzy Reasoning, The Selected Proceedings of the sixth World Conference of Transport Research Vol.II, LYON'92, pp.1011-1022, 1993.

10）土木学会編：交通需要推計ハンドブック，2.5.3.都市高速道路計画，pp.315-320，技法堂出版，1981.

11）土木計画学研究委員会：第18回土木計画学講習会テキスト　交通ネットワークの分析と計画－最新の理論と応用，土木学会, 1987.

12）佐佐木綱・秋山孝正：ファジィ推論と交通行動の記述，交通工学，Vol.23，No.3，pp.21-27, 1988.

13）秋山孝正：ファジィ推論を用いるモデル構築手順とその応用的意義について，土木学会第45回年次学術講演会，1990.

14）Kaufmann, A. and Gupta, M. M., Fuzzy Mathematical Models in Engineering and Management Science, North-Holland, 1988. [田中英夫監訳、松岡浩訳、ファジィ数学モデル、オーム社、1992.]

15）秋山孝正・佐佐木綱・宇野伸宏・有倉陽司：ファジィ理論を用いた交通経路選択に関する分析，第５回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.325-330，1989.

16）秋山孝正・中村恭子・邵春福：ファジィ推論による経路選択モデルの推計精度について，第７回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.519-522, 1991.

17）秋山孝正：知識利用型の経路選択モデル化手法、土木計画学研究・論文集、No.11, 1993.

18）Goldberg, D. E. : Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning, Addison-Wesley, 1989.

19）宮沢丈夫：現代科学の最先端をあなたのパソコンで！遺伝的アルゴリズムと最適化問題（前），ASCII, Vol.15, #6, pp.301-306, 1991.

20）山本和美・久保祐二・和多田淳三：遺伝的アルゴリズムによるファジィ制御のメンバシップ関数の学習，第９回ファジィシステムシンポジウム講演論文集，pp.97-100, 1993.

21）北野宏明編：遺伝的アルゴリズム，産業図書，1993.

22）Kaufmann, A. and Gupta, M. M., Introduction to Fuzzy Arithmetic, Theory and applications, Van Nostrand Reinhold, 1985. [田中英夫監訳, 松岡浩訳, ファジィ数理と応用, オーム社,1992.]

23）坂和正敏：ファジィ理論の基礎と応用，森北出版，1990.

24）邵春福・秋山孝正・佐佐木綱：ファジィ情報下のネットワーク利用者均衡配分の一方法，交通工学，Vol.25, No.5, pp.13-23, 1990.

25）秋山孝正・片岡孝視・佐佐木綱：旅行時間情報に関する利用者意識について，第11回交通工学研究発表会論文集，pp.133-136，1991.

26）Akiyama, T. and Yamanishi, H.: Travel Time Information Service Device Based on Fuzzy Sets Theory, Proceedings of the Second International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, ISUMA'93, pp.238-245, 1993.

27）Campos L. and Verdegay, J. L: Linear Programming Problems and ranking of Fuzzy Numbers, Fuzzy Sets and Systems, Vol.32, No.1, pp.1-11, 1989.

28）邵春福：都市交通管理計画へのファジィ理論の応用に関する研究，京都大学学位論文，1991.

29）秋山孝正・邵春福・佐佐木綱：ファジィ経路情報に基づくネットワーク交通流解析，土木学会論文集，No.449/IV-7，pp.145-154，1992.

30）Bortolan, G. and Degani, R.: A Review of Some Methods for Ranking Fuzzy Subsets, Fuzzy Sets and Systems, Vol.15, No.1, pp.1-19, 1985

31）Akiyama, T. and Shao, C.: Motorists Behaviour on the Motorways with Fuzzy Traffic Information, Proceedings of the Fifth IFSA Congress, Vol.1, pp.660-663, 1993.

32）日本ファジィ学会編：講座ファジィ別巻１　ファジィの科学と思想，日刊工業新聞社, 1993.

33)Tyler, N. : The Design of High Capacity Bus Systems : The Use of Fuzzy Supports to Represent Expert Opinion, The Selected Proceedings of the sixth World Conference of Transport Research Vol.II, LYON'92, pp. 1023-1033, 1993.

34）Nanda, R. and Kikuchi, S.:Estimation of Trip O-D Matrix When Input and Output are Fuzzy, Proceedings of the Second International Symposium on Uncertainty Modeling and Analysis, ISUMA'93, pp.104-111, 1993.

35）Lotan, T. and Koutsopoulos, H. N. : Models for route choice behavior in the presence of information using concepts from fuzzy set theory and approximate reasoning, Transportation, 20, pp.129-155, 1993.