

## ネットワークトポロジー理論を用いた 工程計画のための日程短縮モデル の開発に関する研究

A Study on Development of Optimization Model for Deduction of Construction Project Duration Based on the Theory of Network Topology

春名 攻\*、原田 満\*\*、荒川和久\*\*\*

By Mamoru HARUNA, Mitsuru HARADA, Kazuhisa ARAKAWA

In this study optimization model for deduction of exceeding period of construction schedule initially planned against the restricted project duration is developed.

Before formulating the optimization model, topological property of limit-path network being used for the deduction of project duration time is studied, and so-called cut-network concept is developed for assigning time to jobs implemented at the same time in each step of assignment through optimization model operation.

Using this optimization model, the minimum cost deduction plan of which satisfies restricted duration time is obtained for the small-size model case.

### 1. はじめに

近年、建設業をとりまく環境は一段と厳しさを増し、以前にもまして生産性の向上と業務の確実化・迅速化、さらには省力化を目指した合理化への取り組みが必要とされてきている。特に、情報機器の処理能力・機能の飛躍的な発達と低廉化により、コンピュータによる管理がどの建設現場においても急速に普及してきている。そして、それに伴って、これ

キーワード：スケジューリング、動的計画法、  
ネットワークトポロジー

\* 正員 工博 立命館大学理工学部 教授  
(〒603 京都市北区等持院北町56-1)

\*\* 正員 ㈱大林組 東京本社  
(〒101 東京都千代田区神田司町2-3)

\*\*\* 学生員 立命館大学大学院 理工学研究科  
(〒603 京都市北区等持院北町56-1)

ら機器の利用を前提として、マネジメント業務の合理化・効率化を始めとする生産性の向上が望まれてきている。そして、これらのニーズに対応していくために、システムティックなマネジメント業務を支える計画・管理技法の開発が強く望まれるようになってきている。

このような要望を考慮にいれて、我々の研究グループでは、現場マネジメント業務の中でも、特に、中核的業務として位置づけられる工程計画業務に着目し、数理計画モデルを導入した工程計画・管理のシステム化のための理論的検討を継続的に行うこととしている。そして、本研究では、我々がこれまでに基礎的研究としてすすめてきた、ネットワークトポロジー理論をベースとする新しいタイプの日程短縮モデルの開発を行った。

### 2. 最適日程計画モデルに関する検討

一般に、当初計画の策定の段階、及び施工の進捗

に伴う修正計画の策定のいずれの段階においても、制約工期内に工事が完了するように工程案を策定する必要がある。また、この他にも、工程計画案の検討にあたっては、工事費用の低減、使用資源の効率的運用等についても同時に検討を行う必要がある。

そこで、本研究では、まず、実務においての重要な課題の1つである工程計画案の策定時において、費用の最小化や資源の効率的運用を考慮したプランニングが行われた結果でも、当初の制約工期内に工期がおさまらない場合をとりあげ、この場合に対する日程短縮の問題を取り上げた。

このような場合の日程の短縮においては、一般的には、工法の変更、大型重機の投入、また、新たなブロック分割化などの多くの方法があるが、本研究

では、特に、当初の計画案のネットワークの形を変えず新たな資源投入による日程短縮方法を考えることとした。したがって、本研究における日程短縮案は、広く一般的に考えれば必ずしも最適であるとは断言できないが、現段階での検討方法の実態を考えると十分実用的で効果のある方法と考えられるものである。

本研究では、以上のような考え方とともに、工期・日程の短縮の方法として、従来から考えられてきたCPM手法に代わり、かつより使いやすい新しい検討方法の改善を目指し、以下に示すような理論モデルの構築を行った。

本モデルでは、前述した工程計画案の複数の検討項目のなかでも、日程計画案の検討と工事費用の低減の検討を同時に見えることが最も重要であると考えて、図-1に示すような5段階の処理プロセスを考えた。

以下に本モデルでの内容について述べることとする。

#### (1) 検討対象ネットワークに関する考察

ここでは、問題の内容や理論的検討をわかりやすく説明するため、図-2(a)に示すような工程ネットワークが与えられた場合をとりあげて理論的検討内容を説明していくこととする。このような工程ネットワークは、当初段階で工程計画内容を設計する場合に、標準データ・情報をもとに、合理的と考える標準的方法にもとづいて策定される標準工程である。また、フォローアップ段階を考える場合には、施工実績の集約と進捗予測の結果から与えられる残工程をあらわすネットワークである。

さて、PERT手法では、工程ネットワークに表される作業工程Pに対し、標準的な所要時間 $D_{ij}$ (日)を与えて $t_i^e = 0$ とおいて計算式に従って求める最早結合点時刻 $t_i^e$ ( $i = 1, 2, \dots, n$ )や、 $\lambda = t_n^e - t_0^e$ とおいて求める最遲結合点時刻 $t_n^l$ ( $j = 1, 2, \dots, n$ )を計算した後に、各作業ごとの開始・終了時刻や余裕時間(フロート)を求め、これらを使って管理上重要と考える作業群を、トータルフロートが0となるような作業からなるクリティカルパスを中心に主要管理作業群を求めるという方法を取っている。

ところで、トータルフロート $TF_{ij}$ (( $ij \in P$ )

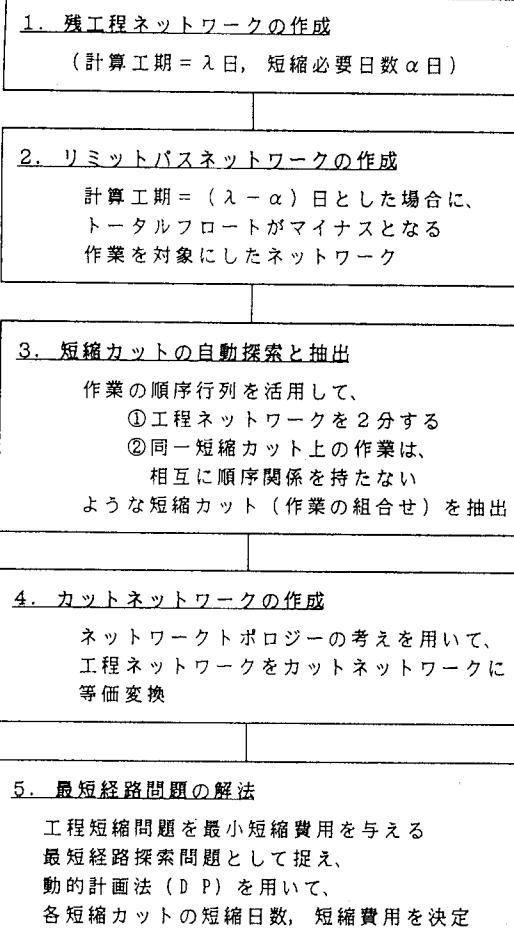


図-1 日程短縮検討のためのモデルにおける検討の流れ

が0日のアクティビティからなるクリティカルパスは、始点と終点を結ぶ経路の中で、工期 $\lambda$ で工事を終了するための最長時間を要する経路である。このため、まず、この経路が経済的な工期短縮の検討対象であることは容易に理解される。また、求められている当初日程計画の工期 $\lambda$ (日)に対し、ある日数( $\alpha$ 日)の短縮を実行しようとする場合には、クリティカルパス以外にも短縮対象となるアクティビティが存在する。

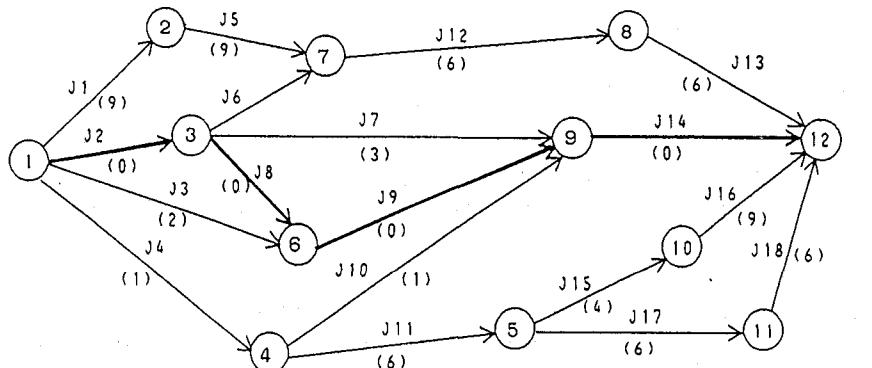
トータルフロートがアクティビティの持つ全余裕日数であることに着目すれば、短縮の検討対象となるアクティビティを限定することは、十分に可能である。すなわち、短縮したいと考える工期を与えて

計算して求めたトータルフロートがマイナス値を示した日数分だけの短縮が必要であると判断できる。

例えば、先の全工程の終了時刻 $t_e$ が50日として算出されて制約工期を5日超出している場合、 $\alpha = 5$ 日の短縮を行ふことが必要がある。

この場合、 $(\lambda - \alpha) = 45$ 日を改めて工期と考え、 $t_e = 45$ 日として計算して求める。つまり当初のトータルフロートより5日を減じた値がこの場合のトータルフロートとなる。

本研究では、工程ネットワーク全体を短縮の対象として捉えることより、検討対象アクティビティを限定した方が合理的であると判断して、マイナスフロート作業のみからなるネットワークを取り上げる



(a) 対象工事のネットワークモデル ( $\lambda=50$ 日)

↓  
→ トータルフロート  
→ クリティカルパス

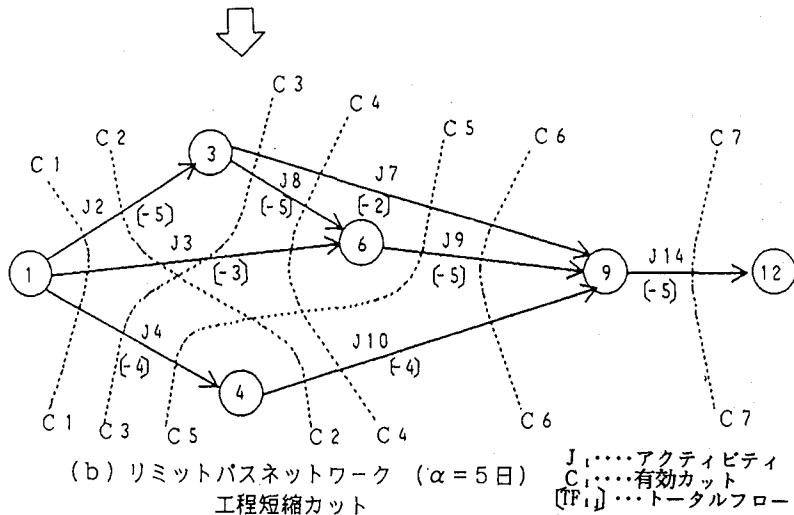


図-2 検討対象ネットワーク

こととしている。

これらの概念は、ずっと以前にリミットパスの概念として考案されている<sup>1)</sup>。本研究では、以後、このリミットパスよりなるネットワークを、リミットパス・ネットワークと呼ぶこととし、工期・日程短縮のモデルの対象とするネットワークとして考えていくこととした。

図-2 (b) にリミットパス・ネットワークを示したが、“J 2→J 7→J 14”の経路で2日、

“J 2→J 8→J 9→J 14”の経路で5日、

“J 3→J 9→J 14”の経路で3日、

“J 4→J 10→J 14”の経路で4日、

の日数を短縮することで、全体を5日短縮することが可能である。すなわち、工程短縮問題は、マイナスフロート作業により構成される、複数経路の同時短縮問題として捉えることができる。

## (2) 複数経路の同時短縮問題に関する検討

### a) 日程短縮カット

複数経路の同時短縮を考えるにあたっては、従来より、CPM手法を中心に短縮カットをツールとした検討が行われている。

ここで、CPM手法では、厳密な意味での最小費用の計画を工期 $\lambda$ をパラメータとして求める方法をとっている。そして、各ステップでの最短工期 $\lambda$ に対応する作業所要時間は、工期 $\lambda$ の短縮のための段階的なステップが進むにつれて、作業所要時間は短縮される一方ではなく、時には伸延される場合も出てくる。しかし、実際の現場では、作業時間の伸延を考えるようなことはかえって煩雑で検討を複雑化する場合が多い。理論的に言えば、このような場合も本モデルの中で取り扱うことも可能であるが、ここでは、あえて作業所要時間を短縮することのみを考えることに限定することとした。

また、一般に、工程ネットワークで通常用いられる短縮カットと、グラフ理論で定義されるカットとは異なり、図-2 (b) に示すように、単に工程ネットワークを2分するだけでなく、片方の領域に工程の始点、もう一方の領域に終点が

含まれるようにひかれたライン上にあるアクティビティの集合に限定されている。

そして、短縮の検討時にはカットに含まれる全ての作業は同時に短縮され、カット日数は全体の短縮日数に等しくなるようになっている。

このような特徴を活用して、本研究においても、上述のような短縮カットを用いた工期・日程短縮モデルの検討を行うこととした。

### b) 短縮カットの自動探索

工程ネットワーク（アローダイヤグラム）と同じグラフ構造である有向グラフは、頂点の接続関係を示す接続ベクトル  $N_i = [n_{ij}]$ 、グラフの閉路を示す閉路ベクトル  $L_i = [l_{ij}]$ 、カットベクトル  $C_i = [c_{ij}]$ 、というグラフ理論に取り上げられるものと同じ要素を有している。

これらベクトルの要素が1あるいは、-1である場合、接続行列では、辺 $e_j$ が頂点 $n_i$ に接続していることを、閉路行列では、閉路 $l_j$ に辺 $e_j$ が属していることを、カットベクトルでは、カット $C_i$ が辺 $e_j$ を含んでいることを示している。それぞれの正負は、グラフに属する辺の向きに対応したもの

表-1 グラフ理論における3つの行列間の相互関係

〈各行列間の関係〉	
(1)接続行列Aと閉路行列B	グラフの接続行列A・閉路行列Bにおいて、それらの各列 $i$ がグラフの同一の辺 $d_i$ に対応するように並べられたとき、 $A \cdot B^t = [0], B \cdot A^t = [0]$ (ともに内積) が成立する。 要素 $(i, j)$ は、接続ベクトル $(a_i)$ と閉路ベクトル $(b_j)$ との積により求められるから、同様に、 $a_i \cdot b_j = \sum_{k=1}^n (a_{ik} \cdot b_{jk}) = 0$ が成立する。 (nは対象ネットワークの構成作業数)
(2)閉路行列Bとカット行列C	グラフの閉路行列B・カット行列Cにおいて、それらの各列 $i$ がグラフの同一の辺 $d_i$ に対応するように並べられたとき、 $B \cdot C^t = [0], C \cdot B^t = [0]$ (ともに内積) が成立する。 要素 $(i, j)$ は、閉路ベクトル $(b_i)$ とカットベクトル $(c_j)$ との積により求められるから、同様に、 $b_i \cdot c_j = \sum_{k=1}^n (b_{ik} \cdot c_{jk}) = 0$ が成立する。 (nは対象ネットワークの構成作業数)

ある。グラフ理論における頂点、辺、閉路等は、工程ネットワークのノード、アクティビティ、ループと同等のものとして考えることができることから、一般にグラフ理論を活用すれば、表-1に示すようなグラフ構造の特性を利用し、関係式を満たす解としてカットの自動抽出を行うことも可能である。しかし、グラフ理論で定義されるカットには、全ての経路を含まなかったり、今回の検討対象とはしないとしている、逆向き作業をカット内に含むような不必要的なカットが含まれている。

そこで、本研究においては、上述のようなカットベクトルにおける作業間の相互関係を、カット探索の必要条件として設定するとともに、日程短縮にならない不必要的なカットを除外することとした。すなわち、工程ネットワーク上の作業間の順序関係を示した順序行列の短縮カットの自動探索方法の開発を行った。

以下に、直接的な作業の順序関係を表わす順序行列を用いて間接的な順序関係をも取り込んで求められる可達行列 $M'$ を作成し、これを対象に短縮カットを探索する方法を概説するとともに、具体的な方法を述べることとする。

さて、ここで取り上げるカットベクトルの候補は、リミットバスネットワークの構成作業数をnとすれば、作業 $J_i$  ( $i=1 \dots n$ ) の要素をもつ行ベクトルであり、作業 $J_i$  とカットとの関係においてカット内に作業 $J_i$  が含まれている場合には 1、含まれない場合には 0、として表わす行ベクトルとし、2^n個の0、1要素をもつカットベクトルを、まず、予め機械的に生成しておくこととする。

一般的に、カット $C_i$ のベクトル要素は、 $S_{C_i}$ をカット $C_i$ に含まれる作業の集合とするとき、

$$\text{行ベクトル } C_{i,j} = \begin{cases} 1 & J_j \in S_{C_i} \\ 0 & J_j \notin S_{C_i} \end{cases} \quad \dots(1)$$

である。また、その要素数は、n個である。

本研究では、前述したような短縮カットを求めるにあたって、カットの持つべき要件として次の2つの条件を考えることとした。

- ① 任意のカット $C_i$ は、つねに工程ネットワークを2分する。
- ② カット $C_i$ に含まれる作業間には、順序関係を存

在させない。

以上のカットベクトルの必要条件を満足させるかどうかを判定していくことによって、ここに取り上げる日程短縮カットを自動探索していくこととした。

次に、上述の可達行列に関連して、抽出しようとする短縮カットの持つべき必要十分条件は以下のようとした。

すなわち、①の条件については次のようである。つまり、任意のカット $C_i$ に含まれる全作業の先行集合（先行作業集合 =  $U_A(J)$ ）と、可達集合（後続作業集合 =  $U_R(J)$ ）の和集合に、工程ネットワークを構成する全て作業の集合（普遍集合） $U$ が含まれなければならない。

$$U = U_A(J) \cup U_R(J) \dots(2)$$

つぎに、②の条件については次のようである。まず、条件1だけで求めたカット群では、対象として取り上げないはずの逆向き作業を持つカットや、始点と終点が分離されず同じ領域内に存在するカットも含まれて求められてしまっている。

したがってここでは、任意の短縮カット $C_i$ に含まれる作業 $J_i$ の可達集合 $(J_i)$ が、直接的・間接的に先行作業となっているようなすべての作業の集合には、作業 $J_i$ 自身以外、カットに含まれる作業は存在してはならないという条件を設け、カットベクトルと順序行列間の検討を行うこととした。

つまり、条件①で選定されたカット $C_i$ において

$$J_i \subseteq S_{C_i}$$

をみたす任意の作業 $J_i$ において、可達行列の $J_i$ に対する行ベクトルを $M_{C_i}(J_i)$ 、その列ベクトルを $A_{C_i}(J_i)$ としたとき、

$$M_{C_i}(J_i) \cdot C_i^t = 1 \dots(3)$$

$$C_i \cdot A_{C_i}(J_i) = 1 \dots(4)$$

の両式を同時にみたすカット $C_i$ が、②の条件を満たすカットである。

このようにして、検討対象に取り上げたリミットバスネットワークに対して短縮カットを求める、図-2 (b) のように、7つのカットが求められた。

### (3) 工程計画モデル（最適化問題）

の解法に関する検討

#### a) カットネットワークへの等価変換

さて、短縮カットがあくまでも作業の集合に対応して求められることに着目すれば、「作業のもつ順

序関係を写像した短縮カット間の順序関係」も存在するはずである。つまり、短縮カット上の作業の順序関係を集約すれば、短縮カットも工程ネットワークの作業と同様に順序関係を持つこととなり、もとの工程ネットワーク（リミットバス・ネットワーク）の順序関係が保存されることになる。

すなわち、「短縮カットには、作業および工程ネットワークの関係構造がトポロジカルに写像されている」とことなる。つまり、工程ネットワークにおける作業の順序関係は、そのままカット間の関係においても成立しているのである。

さて、上述の関係を用いれば、図-3に示すように、短縮カットも、工程ネットワークと同様に、1つのネットワーク構造として描くことが可能である。また、定義された短縮カットが工程上で交錯する場合は、それら短縮カット間の順序関係は、存在しない状態であることがわかる。また、言い方を変えれば、短縮カットネットワークは短縮カット同士が交錯しないように、工程ネットワークの始点から順次取り出した一連の短縮カットからなる経路を複数の経路を重ね合わせたものから成り立っているとも言える。

なお、このようなカットネットワークは、カット同士の一対比較、すなわち、2つの短縮カット間の順序関係を調べれば容易に求められる。

つまり、2つの短縮カットベクトルを構成する作業間に同じ先行後続関係が認められる場合のみ、これらの短縮カット間に順序関係が存在すると判断すればよい。

この関係にもとづいて、すべてのカット間の順序関係を機械的に算出することも可能である。これに

は、カット  $C_i$  に含まれる全ての作業が、カット  $C_j$  の所有する作業の可達行列に全て含まれる場合には、カット  $C_i$  はカット  $C_j$  の後続関係にあるという条件を用いればよい。

このようにして、カット同志の比較が可能になれば、グラフの構造化手法を用いて各カットのレベルを求ることとする。つまり、まず、上述した方法で一対比較して求められるカット間の順序行列  $D$  に対して単位行列  $I$  を加えて行列  $M_c$  を求める。つまり、次式のような  $M_c$  を求める。

$$M_c = D + I \quad \dots \dots (5)$$

つぎに、行列  $M_c$  の  $(K-1)$  乗が  $K$  乗と等しくなるまでベキ乗を繰り返し、可達行列  $M_c'$  を求める。

$$M_c' = M^k = M^{k-1} \quad \dots \dots (6)$$

次にこの行列を用いて、各要素  $S_i$  に対して

$$\text{可達集合: } R(S_i) = \{S_j \mid c_{j,i} = 1\}$$

$$\text{先行集合: } A(S_i) = \{S_j \mid c_{i,j} = 1\}$$

を求め、要素のレベル決定は、この可達集合と先行集合を用いて、

$$R(S_i) \cap A(S_i) = R(S_i) \quad \dots \dots (7)$$

となるものを逐次求めることにより決定する。このようにカットの関係行列を上述のようなアルゴリズムに適用することによって構造グラフが得られると同時にカットネットワークの作成が可能になる。

#### (b) 動的計画法を用いた工程計画モデル

##### （最短経路問題）の定式化

前述のように、単純化されたカットネットワークには、工程ネットワークのトポロジカルな特性が保存されている。このことから、カットネットワークの始点から終点に向かう経路探索問題は、工程ネットワークの作業群の施工順序選択に等しいものとな

っている。そして、カットネットワーク上の始点と終点を結ぶいざれかの経路を通過することは、結果的に工程ネットワーク上の作業群を全て通過（実施）したことになっているのである。

ここでは、以上のような関係を利用して、カットネットワークにおいて最小費用を与える経路探索とその経路への短縮日数の割り当てる問題を定式化することによって、最小費用を与える日程短縮の計画（工程計画）を求める数理計画問題

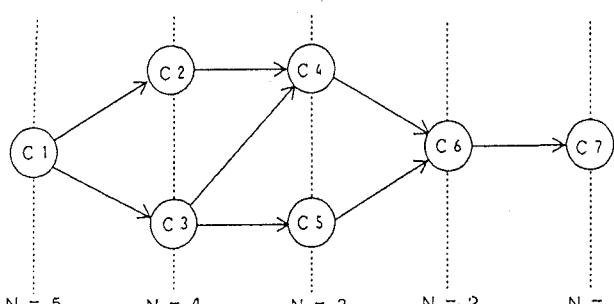


図-3 カットネットワーク

を定義することとした。

そして、この問題の解法として最適性の原理を用いたDP（動的計画法）を適用し、表-2のような定式化を行った。このように解法としてDPを用い

表-2 DPによる最短経路問題の定式化

<u>目的関数</u>	
$C(X_1, X_2, \dots, X_n) = \sum_{i=1}^n \{G_i(X_i)\} \rightarrow \text{MIN.}$	
$X_i$ ：短縮カット $C_i$ の短縮日数	
$G_i(X_i)$ ：短縮カット $C_i$ の $X_i$ 日短縮時の短縮費用	
<u>制約条件</u>	
$\sum_{i=1}^n X_i = \alpha, X_i \geq 0$	
$\alpha$ ：総短縮必要日数	
$d_{kj}$ ：工程ネットワークの経路 $k$ に属する作業 $J_j$ の短縮日数	
<u>関数方程式</u>	
$C_N(K_N) = \min_{0 \leq X_i \leq K_N} \{G_N(X_N) + C_{N-1}(K_N - X_N)\}$	
$C_N(K_N)$ ：レベル $N$ までに $K_N$ 日短縮した時の総短縮費用	
$G_N(X_N)$ ：レベル $N$ での $X_N$ 日短縮時の短縮費用	
$G_N(X_N) = \sum_{t=A+1}^{A+B} Q_{j+t}$	
$Q_{j+t}$ ：作業 $J_j$ の第 $t$ 日目の 1 日短縮費用	
$A$ ：レベル $(N-1)$ までの作業 $J_{j+1}$ の累積短縮日数	
$B$ ： $X_N$ 日短縮時における作業 $J_{j+1}$ の短縮日数	
$\sum d_{kj} < (K_N - X_N)$ であれば、	
作業 $J_{j+1}$ は短縮の対象作業	
$(\alpha -  TF_{j+1} ) \leq (K_N - X_N)$	
$\therefore B = X_N$	
$(\alpha -  TF_{j+1} ) > (K_N - X_N)$	
$\therefore B = X_N - (\alpha -  TF_{j+1} )$	

表-3 仮想工事の費用データ

アクティビティ	施工数量 m <sup>3</sup>	標準 施工能力 m <sup>3</sup> /日	標準 所要日数	最大施工 能力	最小 所要日数	追加費用 円/日
J2	300	27.2	11	37.5	8	45.0
J3	450	20.5	22	25.0	17	60.0
J4	150	15.0	10	21.5	7	50.0
J7	400	20.0	20	23.5	17	50.0
J8	230	17.7	13	23.0	10	40.0
J9	280	28.0	10	40.0	7	35.0
J10	500	22.0	23	26.3	19	60.0
J14	300	18.7	16	23.0	13	160.0

◎リミットバスネットワークに存在する作業

ることにより、段階的に問題を解くことが可能になり、短縮日数によって短縮費用が変化するような作業についても、よりきめ細やかに検討することが可能になった。つまり、総短縮費用の最小化や最適経路の選択は勿論のこと、各短縮カットの短縮日数・費用、さらには、具体的な作業の短縮日数・費用の算定を行うことができるようになったのである。

ここで、本問題を解くにあたっては、以下の内容を考慮する必要がある。すなわち、対象となるリミットバス・ネットワークにおいては、全経路の短縮日数は同じ値にはならず経路によって必要な短縮日数 ( $b_k$ ) が異なることになる。しかし、全短縮カットの短縮日数の総和が工程全体の必要短縮日数  $\alpha$  日に等しいという制約条件だけでは、経路  $k$  を過剰に短縮してしまう可能性があるので、ここで表-2に示すような形の制約条件を設けることとしている。このことを実例を示しつつ以下に説明を加える。すなわち、工程全体での短縮日数  $\alpha$  日とクリティカルパスでない経路  $k$  の必要短縮日数  $b_k$  との間には、短縮に不必要的フロートが生じる。短縮を実行していく過程では、まず、( $\alpha - b_k$ ) 日のフロートが消化され、フロートが負となる状態から経路  $k$  の短縮が実行されることとなる。このことは、関数方程式を解くにあたって、第  $N$  段階で短縮カット  $C_i$  を  $X_i$  日短縮した時の短縮費用 ( $G_N(X_i)$ ) を求める場合にもっとも考慮すべき点である。

短縮カット  $C_i$  に含まれる作業  $J_{j+1}$  の短縮日数は、必ずしも  $X_i$  とは一致せず、経路の短縮状態によって、その値が異なる。

また、従来のモデルでは、限界短縮日数にいたるまでは、ある一定量にしたがって短縮費用が増加するような費用勾配が仮定されている。しかし、実務レベルでは、一定でなく、非線形であることが明らかにされている。そこ

で本研究においては、先の問題とも合わせ、第N段階における短縮カットC<sub>1</sub>についての短縮費用を求めるにあたっては、以下のような方法をとることとしている。

まず、第(N-1)段階でのリミットパス・ネットワークの状態を考える。カットC<sub>1</sub>に含まれる作業J<sub>11</sub>が経路kに属しているときには、その経路kの総短縮日数( $\sum d_{k,11}$ )が、第(N-1)段階における総短縮日数(K<sub>n</sub>-x<sub>11</sub>)より小さい場合は、経路kは、短縮の途中段階にあるので、作業J<sub>11</sub>を短縮の対象としてとりあげる。

そして、第N段階においてカットC<sub>1</sub>をx<sub>1</sub>日短縮したときの作業J<sub>11</sub>の短縮日数を求める。第(N-1)段階で、作業J<sub>11</sub>のフロート(|TF<sub>11</sub>|)と等しい、あるいはそれをこえる日数の短縮が行われている場合には、作業J<sub>11</sub>も同様にx<sub>1</sub>日の短縮を行なう。一方、フロートの日数に満たない短縮の状態では、作業J<sub>11</sub>の短縮日数はx<sub>1</sub>日からフロートを減じた日数となる。

また、N段階での問題を解く場合には、(N-1)段階までの事象は決定済みであり、作業J<sub>11</sub>の累積短縮日数Aは容易に求められる。作業J<sub>11</sub>の短縮日数をBとおけば、最終的に、カットC<sub>1</sub>をX<sub>1</sub>日短縮したときの作業J<sub>11</sub>の短縮費用は、(A+1)日目から、(A+B)日目までの増加分の総和となる。そして、カットC<sub>1</sub>に含まれる作業J<sub>11</sub>全てについて、同様に求めた短縮費用の総和を求めればよい。

さて、図-2(b)に示すネットワークに、表-3のような費用データを与えて本モデルを定式化し、DPによる解法を適用したところ、総短縮費用は、405万円となり、

"C<sub>1</sub>→C<sub>3</sub>→C<sub>5</sub>→C<sub>6</sub>→C<sub>7</sub>"

の経路が最適経路として求められた。

なお、この場合の各カットの短縮日数および、短縮費用は、

C<sub>1</sub>...2日短縮で、190万円

(J<sub>2</sub>を2日短縮、J<sub>4</sub>を2日短縮)

C<sub>3</sub>...0日短縮で、0万円

C<sub>5</sub>...1日短縮で、85万円

(J<sub>9</sub>を1日短縮、J<sub>4</sub>を1日短縮)

C<sub>6</sub>...2日短縮で、130万円

(J<sub>9</sub>を2日短縮、J<sub>10</sub>を1日短縮)

C<sub>7</sub>...0日短縮で、0万円

各短縮作業の短縮日数の総和は、

J<sub>2</sub>...2日 J<sub>4</sub>...3日

J<sub>9</sub>...3日 J<sub>10</sub>...1日

のような結果を得た。

このように、本モデルは、ネットワークトポロジーリー理論を取り入れた新しいタイプの日程短縮モデルとして、従来のモデルに比べて簡略化されたアルゴリズムを持つだけでなく、DPを解法として適用したことにより経済的かつ実行可能な解の探索を合理的に扱えるとともに、その探索段階でのきめ細かな検討も可能にできるようになったと考えている。

#### 4. おわりに

本論文では、ネットワークトポロジーリー理論を工程計画モデルへ適用することによって、目的とする解(日程の短縮計画)を求めるにあたっての有効方法の開発の成果を示した。特に、ネットワーク理論のトポロジカルな特性を数理計画モデルに組み込むことによって、より簡素化されたアルゴリズムや、また、より合目的・効率的なモデルへと向上させることができた。

今後は、この理論モデルを実用化レベルのシステムへと発展させるためにも、費用勾配の設定方法や実際的なアクティビティ数及びその関係等、多くの内容を検討していくとともに、実務への適用を図りたいと考えている。

#### 《参考文献》

- 1)吉川和広 編著；土木計画学演習 森北出版(株)  
1985年2月
- 2)春名 攻；建設工事における施工管理に関するシステム論的研究、学位論文(京都大学工学博士)  
1971年7月
- 3)尾崎 弘、白川 功；グラフとネットワークの理論、コロナ社 1973年10月
- 4)加藤昭吉；PERTの知識 日本経済新聞社
- 5)R. Bellman and S. Dreyfus: Applied Dynamic Programming, Princeton University Press
- 6)E. L. Lawler and D. E. Wood: Branch and Bound Method:A Survey, JO