【土木計画学研究・論文集 No.10 1992年11月】

水資源開発事業の費用割り振り法に関する基礎的考察

岡 田 憲 夫

This paper discusses the methods of allocating costs of water resources development projects. A focus is placed on theoretical properties of cost functions. It is shown that justifiability of conventional methods such as the well-known SCRB method depends very much on the extent to which they comply with a set of theoretical properties selected. Two types of water resources projects, multi-reservoir development and regional sewage system development are selected and some basic analyses are performed to examine their theoretical properties of cost functions.

1 はじめに

公共プロジェクトは多くの場合、複数の主体が参加する共同事業の形式をとる。特に、水資源開発事業は上水、工水、潅漑、発電、治水などの多くの異なる用途の主体が参加するプロジェクトや、用途が同じであっても、複数の行政区域にまたがる広域プロジェクトであることが珍しくない。このような場合には、いわゆる費用割り振り問題が参加主体の大きな関心事となる。本研究はそのための方法すなわち費用割り振り法を取り上げる。

本研究は以下の視点において岡田の研究[1)]の流れを汲む。

(1) 簡便さや経験実績などの点で慣用的費用割り振り法には積極的に評価すべき利点がある。

(2) その反面、これらの方法は直観的理解に依存しすぎる傾向があり、理論的な意味付けや科学的論理付け（に関する研究）が不足している。

(3) (1) の利点を活かし、(2) の欠点を克服するためには、ゲーム理論や経済学的知見を援用して、既往の慣用的費用割り振り法の再解釈と再構築を図る必要がある。

(4) 社会的情勢の変化とともに、水資源事業などの分野においても、費用割り振り法が単なるな手続き論の枠を超えて、新しい「制度の設計」の対象という積極的な位置づけを得るようになってきた。このため、上述のような形での費用割り振り法の再解釈や再構築が必要になってきている。

本研究は上記のような視点に立つが、次のような点で新しい知見を提示しようとする。

(i) 具体的な水資源事業として、多目的ダム整備事業および流域下水道整備事業を取り上げる。

キーワード:
費用割り振り法、水資源開発、ゲーム理論、経済分析
正会員　工博　京都大学防災研究所　(宇治市五ヶ庄)

(ii) 慣用的費用割り振り法の理論的妥当性を検証する鍵が、費用関数の特性や構造にあることに着目する。

(iii) 費用関数の特性や構造を規定する要件をゲーム理論や経済理論に求めるとともに、それらを用いて多目的ダム整備事業および流域下水道整備事業の費用関数の構造をモデル分析する。

(iv) 流域下水道事業を取り上げ、モデル分析を行う。さらにその結果をふまえ、費用関数の特性や構造を規定するパラメータ値が意味する技術的、地域的、各種の違いの影響について考察する。

(v) 慣用的費用割り振り法の適用が妥当と考えられる前提条件と、改善や拡張の必要性・可能性についても言及する。

2 費用関数の構造特性と公正配分概念との関係:ゲーム論的アプローチ

(1) 費用関数の定義

本研究でいう費用関数とは、単独事業およびすべての可能な複主体共同事業を想定した上で、各主体の任意の提携構造に対して、一意的に定まる最適な(最小の)費用の値を対応づけ、それを関数関係として規定したものを指している。たとえば、任意の複主体共同事業は部分提携Sを表わすとすると$C(S)$はSという提携構造の関数として定まる費用を表わしている。同様にして任意の単独事業を$\{i\}$、全提携(最も参加主体の多い提携)をNで表わすと、それぞれに対して費用関数$C(\{i\})$、$C(N)$が定まることになる。

(2) 劣加法性

費用関数Cが任意の提携S,Tと全提携Nについて

$$C(S)+C(T)\geq C(S\cup T) \quad (\forall S,T,\ S\cap T=\phi) \tag{1}$$

を満たすならば、このとき費用関数Cは劣加法的(subadditive)であるという。

(3) 凸性(凸費用ゲーム)

劣加法性よりも厳しい条件として

$$C(S)+C(T) \ \geq \ C(S\cup T)+C(S\cap T) \quad (\forall S,\ T\subset N) \tag{2}$$

が成立するような費用関数によって決定される協力ゲームを凸費用ゲーム(convex-cost game)という。

(1)式の劣加法性も、(2)式の凸性も、提携を大きくすることが、そうでないときに比べて提携全体では費用的に見て有利になることを保証するための条件である。なお、この他に、準凸性(準凸費用ゲーム、semi-convex game)や単凸性(単凸費用ゲーム、one-convex game)などの条件もある。

(4) 構成配分解の概念

ある共同事業(全提携N)の費用割り振り問題は、その総事業費$C(N)$を各主体(プレイヤー)がx_i $(\forall i\in N)$の値ずつ分担しあうとして、その最も合理的な配分値の決定の仕方を扱う問題としてゲーム理論的にモデル化できる。一般的によく知られ、公正配分解を与える条件として認められている解概念はコアであり、次のように定式化される。

$$\begin{cases} x_i\leq C(\{i\}) & (\forall\{i\}\subset N)\\ \sum_{i\in S}\leq C(S) & (\forall S\subset N)\\ \sum_{i\in N}=C(N) & \end{cases}$$

ゲーム理論の研究の進展により、コアが存在するときには、それを唯一解に絞り込む解概念として、NSCG法、MCRS法、Weak Least Core法、Proportional Least Core法などが開発されている[1)3)4)]。

またコアには準拠しないが、簡便で明瞭な公正配分解であるShapley値もよく知られている[1)4)]。

なお、SCRB法は各自に分離費用を配分した上で、残りの非分離費用を残余便益の大きさに比例配分して加算する方法である[1)2)3)]。

ここで留意したいことは次の点である。

(1) 凸性が保証されていれば、4人ゲームまでは必ずコアが満たされることが理論上証明されている。5人以上のプレイヤーについては理論上の保証はないが、実際の費用割り振り問題は4人以下のプレイヤーによって実質上構成される場合が多いので、この事実は実用上大きな意味を持つ。

(2) 凸性が保証されれば、慣用的費用割り振り法の代表格であるSCRB法はコアに準拠したMCRS法やNSCG法などと一致する。

(3) この他に準凸性や単凸性が成立するかどうかで、SCRB法やENSC法などの慣用的費用割り振り法が、コアに準拠したゲーム理論解に一致する

ことが示される。

(4) つまり、費用問題について凸性が成立することが保証されれば、慣用的費用割り振り法(特にSCRB法)が簡便的でかつ理論的妥当性を裏書された手法として、その一般的実用性や適用可能性の範囲が広がることになる。

3 費用関数の構造特性の指標モデル：経済学的アプローチ

費用割り振り問題では、上述した議論に関係して規模の経済性や範囲の経済性などが暗に想定されていたと考えられる。しかしながら、この点について厳密な理論的考察はなされていないと考える。そこで以下ではこの点について若干の分析をする。

(1) 規模の経済性

規模の経済性を表わす指標 ESL (economies of sacle) は n 個の結合生成物 $Y_N=(Y_1,\cdots,Y_n)$ について

$$ESL = C(Y_N)/(\sum_{i\in N} Y_i\cdot MC_i) \qquad (3)$$

で定義される[5]。ここで $C(Y_N)$ は Y 全体を生産するのに要する総費用、Y_i は生産物 i の生産量である。MC_i は生産物 i の限界費用である。

もし、$ESL>1$ なら規模の経済性が存在し、$ESL<1$ のときは規模の経済性は存在しない。いま、n 個の結合生産システムを整備・運用することを水資源開発事業に即して解釈すれば、n 種類の目的(用途)を持った多目的施設の整備問題と考えることができる。あるいは目的は単一であっても n 種類の管理・運営主体からなる共同利用施設の整備問題とみなすこともできる。このことをゲーム論的に解釈すると、プレイヤー $i\ (=1,\cdots,n)$ がそれぞれ生産物 $Y_i\ (i=1,\cdots,n)$ の生産を担当する部門であり、各プレイヤーは提携 $N=\{1,\cdots,n\}$ を形成することによって n 個の結合生産が可能なシステムを整備・運用することを想定しているとモデル化できる。この場合、各プレイヤー i は単独で生産物 Y_i を生産することも可能であり、その場合の生産費用は $C(Y_i)$ である。また複数のプレイヤーが提携 $S\subset N$ を形成して、結合生産システムを整備・運用することもできるが、その場合の生産費用は $C(Y_s)$ である。ここに Y_s は提携 S に属するプレイヤーが担当している生産物(の生産量)一式を表わすベクトルである。以下、上述したゲーム論的意味付けを念頭におきながら議論を進めよう。

生産物 Y_i に関する規模の経済性を ESL_i で表わすと、これは限界費用に対する平均率として次のように定義される。

$$ESL_i = IC_i/(Y_i\cdot MC_i) = AIC_i/MC_i \qquad (4)$$

である。ここで

$$IC_i = C(Y_N) - C(Y_{N-\{i\}})$$

$$AIC_i = IC_i/Y_i$$

である。ここに IC_i は結合生産システム Y_N の整備費用から、生産物 i を担当するプレイヤー i のみが離脱したときの結合生産費用の減少分とみなすことができる。これはSCRB法における「分離費用」の概念に相当していると解釈される。(4)式を(3)式に代入して整理すると次式を得る。

$$ESL = \sum_i \alpha_i\cdot ESL_i/\Big(\sum_i IC_i/C(Y_N)\Big) \qquad (5)$$

ここで、$\alpha_i = \dfrac{Y_i\cdot MC_i}{\sum_i Y_i\cdot MC_i}$ で $\sum_i \alpha_i = 1$ である。

(2) 範囲の経済性

範囲の経済性を表わす指標 ESC(economies of scope) は

$$ESC = \Big(\sum_i C(Y_i) - C(Y_N)\Big)/C(Y_N) \qquad (6)$$

と定義される[5]。ESC は結合生産 Y_N を行なうことによって、単品生産 Y_i を個別に行なうのに比べてどの程度生産費用が節約できるかという割合を表わしている。「結合生産」を水資源開発事業に即して解釈すれば、たとえば上水道と工業用水道が共同で施設を建設・運用し、それぞれサービスを同時に生産し、利用者に供することとみなし得る。これをゲーム論的に解釈すれば ESC は提携 N を組むことによって各プレイヤーが単独で行動したときに比べて全体として費用がどの程度節約(あるいは増加)できるかという割合を表わしていると考えられる。$ESC>0$ のときは範囲の経済性が存在し、$ESC<0$ のときは範囲の不経済性が存在するという。

ESCを次のように拡張しよう。結合生産Y_Nから生産物iの生産を除いた結合生産$Y_{N-\{i\}}$を考え、次いで生産物iの生産を含めた結合生産Y_Nにシステムを拡張したとする。ゲーム論的には任意のプレイヤーiを除いた提携$N-\{i\}$にプレイヤーiが加わって全提携Nができたと考えることに相当している。このような結合生産システムの拡大(提携の拡大)に関する範囲の経済性を

$$ESC_{N-\{i\},\{i\}} = \{C(Y_{N-\{i\}}) + C(Y_i) - C(Y_N)\}/C(Y_N) \quad (\forall i \in N) \tag{7}$$

と定義しよう[6)7)]。

このことを3種類の結合生産システム(3人ゲーム)について説明しよう。上式は生産物(プレイヤー)A, B, Cについて

$$ESC_{AB,C} = \{C(Y_{AB}) + C(Y_C) - C(Y_{ABC})\}/C(Y_{ABC}) \tag{8}$$

$$ESC_{BC,A} = \{C(Y_{BC}) + C(Y_A) - C(Y_{ABC})\}/C(Y_{ABC}) \tag{9}$$

$$ESC_{CA,B} = \{C(Y_{CA}) + C(Y_B) - C(Y_{ABC})\}/C(Y_{ABC}) \tag{10}$$

となる。まず劣加法性が満たされていれば、(8)、(9)、(10)式の分子が非負となることが分かる。つまり$C(Y_{ABC}) > 0$である限り、

$$ESC_{AB,C} \geq 0, ESC_{BC,A} \geq 0, ESC_{CA,B} \geq 0$$

がすべて満たされることと、劣加法性が成立すること((8)～(10)式の右辺の{ }の中が非負であること)は同等であることが示される。

いま、(8)、(9)、(10)式を両辺について加えると

$$\begin{aligned} & ESC_{AB,C} + ESC_{BC,A} + ESC_{CA,B} \\ = & \frac{\{C(Y_A) + C(Y_B) + C(Y_C) - C(Y_{ABC})\}}{C(Y_{ABC})} \\ + & [\{C(Y_{AB}) - C(Y_{ABC})\} \\ & + \{C(Y_{BC}) - C(Y_{ABC})\} \\ & + \{C(Y_{CA}) - C(Y_{ABC})\}]/C(Y_{ABC}) \\ + & C(Y_{ABC})/C(Y_{ABC}) \\ = & ESC - \frac{(IC_C + IC_A + IC_B)}{C(Y_{ABC})} + 1 \end{aligned} \tag{11}$$

(11)式より

$$\begin{aligned} & (IC_A + IC_B + IC_C)/C(Y_{ABC}) \\ & = 1 - (ESC_{AB,C} + ESC_{BC,A} \\ & \quad + ESC_{CA,B} - ESC) \\ & = 1 - \overline{ESC} \end{aligned} \tag{12}$$

ここに、

$$\overline{ESC} = ESC_{AB,C} + ESC_{BC,A} + ESC_{CA,B} - ESC$$

と定義する。(5)式と(12)式により

$$\begin{aligned} & ESL \\ = & \alpha_A \cdot ESL_A + \alpha_B \cdot ESL_B + \alpha_C \cdot ESL_C \\ & /\left(\frac{IC_A + IC_B + IC_C}{C(Y_{ABC})}\right) \\ = & \frac{(\alpha_A \cdot ESL_A + \alpha_B \cdot ESL_B + \alpha_C \cdot ESL_C)}{1 - \overline{ESC}} \end{aligned}$$

を得る。一方、(12)式より

$$\begin{aligned} & C(Y_{ABC}) - (IC_A + IC_B + IC_C) \\ & = \overline{ESC} \cdot C(Y_{ABC}) \end{aligned}$$

$C(Y_{ABC}) - (IC_A + IC_B + IC_C)$は非分離費用$nsc$と等しいと考えられるので

$$\overline{ESC} = nsc/C(Y_{ABC}) \tag{13}$$

となる。これは興味深い知見を提供する。すなわち$\overline{ESC}$をSCRB法に即して解釈すれば、$\overline{ESC}$は全提携費用に対する非分離費用の比率を表わしているといえる。これより全提携に対する非分離費用の比率は、(拡張された意味での)一種の規模の経済性を表わす指標そのものに相当していることが示されるのである。

$C(Y_{ABC}) > 0$である限り、$\overline{ESC} > 0$と$\overline{nsc} > 0$は同値であり、このとき上式の拡張した意味での規模の経済性が存在する。同様に$\overline{ESC} < 0$と$\overline{nsc} < 0$とは同値でありこのとき範囲の経済性が存在する。$\overline{ESC} = 0$と$\overline{nsc} = 0$とも同値であり、これは結合してもしなくても経済効率上は同じということを意味している。以上の説明はそのままn個の結合生産システム(n人ゲーム)の場合にも容易に拡張が可能であり、結局

$$\overline{ESC} = nsc/C(Y_N)$$

を得る。また、$n=2$ のときは $ESC=\overline{ESC}$ となって

$$ESC = nsc/C(Y_N)$$

となる。

このように ESC および $\overline{ESC}$ は費用割り振り法の妥当性を検討する上で有効な指標となる。

4 多目的ダムの費用関数の特殊性に関する考察

佐々木[2)]は多目的ダム事業の多くの実績結果をふまえ、費用関数に劣加法性が成立する傾向があることを実証的に示している。以下、本研究では、あくまで理論的な見地から凸性や劣加法性の成立性の可否を左右する具体的条件について吟味する。

発電 (P) と上水 (M) および工水 (I) の三つの目的を有する多目的ダムを考える。あるいは今日新しいタイプの参入主体(目的)として着目されているリクリエーション (R) を考えることもできる。以下 P(発電) は R(リクリエーション) に、また、エネルギーを親水機能にそれぞれ置き換えても原則的に成立する。

発電は貯水量 Y をエネルギーとして、また上水および工水は水量の消費(経済学でいう「消費」ではなく、水資源工学の述語としての量的利用を示す) としてそれぞれ異なる目的で利用するが、場合によっては同一の貯水量を発電と他の目的が同時に利用することができる。従って消費目的での水量が、所与のエネルギーを生み出すのに必要な水量を下回る限り、消費目的での水量の生産に要する付加的費用は、(近似的に) 零であるとみなせる。

換言すればエネルギー用としての水量の生産に要する費用と、それに消費目的の (より少ない) 水量の生産を結合させた場合とでは生産費用に定量的な差はないと考えられる。同様にして消費目的の水量がエネルギー目的の水量を上回るときは、前者の生産に要する費用とそれに後者の生産を結合させた場合の費用とは基本的に一致することになる。なお、それぞれの専用施設は除外して考える。

以上のことを費用関数として定式化すると次のようになる。

$$C(Y_I,Y_M,Y_P) = \begin{cases} C(\sum_{i=I,M} Y_i) & \text{for } \sum_{i=I,M} Y_i \geq Y_P \\ C(Y_P) & \text{for } \sum_{i=I,M} Y_i < Y_P \end{cases}$$

$$C(Y_I,Y_P) = \begin{cases} C(Y_P) & \text{for } Y_P > Y_I \\ C(Y_I) & \text{for } Y_P \leq Y_I \end{cases}$$

$$C(Y_M,Y_P) = \begin{cases} C(Y_P) & \text{for } Y_P > Y_M \\ C(Y_M) & \text{for } Y_P \leq Y_M \end{cases}$$

$$C(Y_M,Y_I) = C\Big(\sum_{i=I,M} Y_i\Big)$$

ここに、Y_M, Y_I, Y_P はそれぞれ上水、工水、発電を目的とする用水の生産量を表わす。いま、Y を用水の生産量としたとき、$C(Y)=\beta Y^{\alpha}$ (α,β は定数、$\alpha,\beta>0$) と表わされるとして以下の 3 つの場合に分けて考察する。

(1) 凸性の成立可能性

凸性の条件は、共通の構成員を持たない提携同士 (劣加法性の対象) を除くと次のように表される。

$$\begin{aligned} &C(Y_M,Y_I)+C(Y_M,Y_P) \\ &\quad \geq \ C(Y_M,Y_I,Y_P)+C(Y_M) \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} &C(Y_M,Y_I)+C(Y_I,Y_P) \\ &\quad \geq \ C(Y_M,Y_I,Y_P)+C(Y_I) \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned} &C(Y_M,Y_P)+C(Y_I,Y_P) \\ &\quad \geq \ C(Y_M,Y_I,Y_P)+C(Y_P) \end{aligned} \tag{16}$$

この他に劣加法性の条件を加えて、全てが成立するかどうかチェックする。

以下の 3 つのケースに分けて考えればよい。なお $Y_M < Y_I$ として一般性を失わない。

(a) $Y_M < Y_I < Y_P$ かつ $Y_M + Y_I < Y_P$ の場合

(b) $Y_M < Y_I < Y_P$ かつ $Y_M + Y_I > Y_P$ の場合

(c) $Y_M < Y_P < Y_I$ の場合

紙幅の関係上、ケース (b) の場合のみ示す。(14)～(16) 式に上で特定化された費用関数を入れると次のように書き下される。

$$\begin{aligned} &\beta(Y_M+Y_I)^{\alpha}+\beta Y_P^{\alpha} \\ &\quad \geq \ \beta(Y_M+Y_I)^{\alpha}+\beta Y_M^{\alpha} \end{aligned} \tag{17}$$

$$\beta(Y_M+Y_I)^\alpha+\beta Y_P^\alpha \geq \beta(Y_M+Y_I)^\alpha+\beta Y_I^\alpha \quad (18)$$

$$\beta Y_P^\alpha+\beta Y_P^\alpha \geq \beta(Y_M+Y_I)^\alpha+\beta Y_P^\alpha \quad (19)$$

(17)、(18)式は自明に成立するが、明らかに(19)式は成立しない。従って凸性は満たさないことになる。

同様にしてケース(c)も成立しないことが証明できる。ケース(a)は(14)～(16)式に関しては常に条件を満たすが、これに劣加法性の条件を加えると、パラメータαの値によって成立したり、しなかったりすることが示される。

ケース(a)はP(またはリクリエーションR)が独自の容量を必要とするときである。このときのみ、SCRB法は構成規範のコアを充足する可能性があるといえる。

(2) 範囲の経済性の成立可能性

範囲の経済性の条件に絞ってその成立可能性をチェックする。

a) $Y_M<Y_I<Y_P$ かつ $Y_M+Y_I<Y_P$の場合

$$ESC=(Y_M^\alpha+Y_I^\alpha)/Y_P^\alpha>0 \quad (20)$$

$$\overline{ESC}=\left(\frac{Y_M+Y_I)^\alpha}{Y_P}\right)^\alpha>0 \quad (21)$$

よって非分離費用も非負となり、SCRB法が満たすべき最小限の条件は常に充足する。

b) $Y_M<Y_I<Y_P$ かつ $Y_M+Y_I>Y_P$の場合

$0<\alpha<1$ ならば $ESC>0$ が証明できる。しかし $2Y_P>Y_M+Y_I$ の条件がさらに成立しない限り、$\overline{ESC}>0$ は成立しないことが示される。

c) $Y_M<Y_P<Y_I$ の場合

$0<\alpha<1$ ならば $ESC>0$

かつ$\overline{ESC}>0$が証明できる。よって非分離費用は非負である。

5 流域下水道整備事業の費用割り振り法に関する政策分析

(1) 流域下水道事業の費用割り振り問題

水資源共同事業のもう一つの典型として、流域下水道整備事業を取り上げよう。多目的ダム整備事業とは異なって、同一の目的(下水道整備)の下で、複数行政主体が参加する形をとる。これもプレイヤー(市町村)が提携するゲームと捉えることができる。また、整備の対象となる施設は最下流域に建設される共同処理場と、下水管渠システムより構成される。一般に前者は比較的規模や範囲の経済性が効くのに対して、後者はその逆であるといわれる。それでは両者の施設系が組み合わされるとき、経済効率性をめぐって両者の間にどのような「綱引き」が起こり、結果として、劣加法性や凸性は保証され得るのであろうか。

現行では、この種の費用割り振り法の問題には、排水負荷量Qの大きさで比例配分する方法(Q法)、Qに管渠長Lを乗じた値で比例配分する方法(QL法)、あるいはそれらを組み合わせた方法などが用いられる。この方法はいわゆる実物量準拠方式の典型であるが、各市町村の位置関係や地理的特性などの優劣を十分に反映していない。各市町村間の「提携交渉可能性」なども明示的に勘案されない。これに対して、多目的ダム整備事業で制度化されているSCRB法を適用することは妥当であろうか。この点が分析の主眼である。

(2) 流域下水道システム費用最小化モデル

流域下水道システムとは、管渠施設と終末処理施設とからなり、二つ以上の市町村で広域的に処理する下水道である。ここでは、以下のように流域下水道モデルを構築する。まず、各市町村の人口、面積、発生汚水量、地形勾配等の地理的特性は既知と想定する。そこで、図1に示すようにn都市からなる地域での流域下水道整備計画をモデル化する。地形特性は、全般的に平坦であるが自然流下を可能にする程度の地形勾配が下流に向かってついているとする。それぞれの都市iの発生汚水量を$Q_i \quad (i=1,2,\cdots,n)$、それぞれの都市を縦断している管渠の長さを$L_i \quad (i=1,2,\cdots,n)$、勾配を$I_i \quad (i=1,2,\cdots,n)$とする。また、それぞれの管渠の最大勾配$\overline{I_i}$はそれぞれの都市の地形勾配と一致し、最小勾配$\underline{I_i}$は全ての管渠について3%とする。管渠の建設費を$C_f=f(d)\cdot L$とする。ここで$f(d)$は、それぞれの管径長の関数であり、単位距離当りの管渠建設費を表わす。また、終末処理建設費を$C_g=g(Q)$とする。ここで$g(Q)$は、処理する汚水量Qの関数であるとする。よって例えば

図1に示すようなn都市参加方式による流域下水道システムの費用最小化モデルはつぎのように定式化される[8)9)]。

$$\min\ C=\sum_{i=1}^{n} f_i(d_i)\cdot L_i+g\Big(\sum_{i=1}^{n} Q_i\Big)$$

$$s.t \qquad d_i=M\Big(\sum_{i}^{N_i} Q_i\Big)I_i^a \quad N_i=\{1,2,\cdots,i\}$$

$$s.t \qquad \underline{I_i}\le I_i\le \overline{I_i}$$

ここでは、マニング式を用いている。Mはその係数である。また、$a=-3/8$、$b=-3/16$とする。また都市$i=1$は最上流、以下番号が大きくなるにつれて下流に位置する都市を表わし、$i=N$は最下流の都市を表わす。分流式汚水管を本モデルでは考えるので、$M=0.35713$を採用する。いま、Q_i、L_iは都市特性によって決まるパラメータである。それぞれ人口規模、(流下方向の)市域の広さに対応していると解釈できる。Q_i、L_iとMが既知であるとし、開削工法の費用算定経験式を用いて[7)]、上記の最小化問題を解くことにより、求める費用関数は

$$C(Q,\overline{I_i},L)=\sum_{i=1}^{n}(\omega M(\sum_{i=1}^{N_i} Q_i)^a\overline{I_i^b}L_i+\rho\sum_{i=1}^{n} Q_i^\sigma) \tag{22}$$

となる。ここにω,ρ,σは費用算定経験式より決まってくるパラメータである。いま地形勾配と流量の組み合わせ(ベクトル)$\overline{I_i}=\{I_1,\cdots,I_n\}$と、$Q=\{Q_1,\cdots,Q_n\}$を予件とし、上で得られた費用関数を$C(N)=C(Q,L)$と表わすことにする。ここに$N$は流域下水道事業に参加する全市町村からなる全提携$\{1,2,\cdots,n\}$集合を示す。

$S\subset N$なる部分提携を考える。このときQ,Lのベクトルの中から$i\in S$になるものをすべて取り出し

$$Qs=\{Q_{i_1},Q_{i_2},\cdots,Q_{i_{|s|}}\}$$

$$Ls=\{L_{i_1},L_{i_2},\cdots,L_{i_{|s|}}\}$$

と表わす。ここに$\{i_1,i_2,\cdots,i_{|s|}\}$は$i\in S$なる全ての構成員(都市)について、これらを$i$の番号が小さいものからならべて、順に$i_1,i_2,\cdots,i_{|s|}$($|s|$は提携Sの構成員の数を表わす。)と番号づけしたものである。(なお、図2のパターン2の場合の番号付けはこれより少し異なるが省略する。)いま提携Sが構成員全体で流域下水道システムを整備すると考える。このときのSに関する費用関数は、$C(S)=C(Q_s,L_s)$で与えられる。

(3) モデル分析

いま$n=3$とし、上流都市1、中流都市2、下流都市3が図1のパターン1および、図2のパターン2の位置関係にある場合を想定し、モデル分析する。この場合、単独建設、各都市間の共同建設(3通り)、3都市間の共同建設(1通り)の計7通りの提携の組合せが想定し得る。上で定義された費用関数$C(N)$、$C(S)$を用いて、劣加法性や凸性などの諸条件を定式化する。以下紙幅の関係上、解析結果の概要のみを記す。なおパラメータ値はQ_1、Q_2、Q_3のそれぞれの値を$0.1[m^3/s]\sim1.8[m^3/s]$の区間で$0.1[m^3/s]$きざみで変化させたケースを考えた。管路長L_1、L_2、L_3などはすべて$1000[m]$を下限値とし、$1000[m]$きざみで$7000[m]$まで変化させたケースを設定した。

(i) パターン1の場合、凸性はおろか、劣加法性すら成立しない。主たる原因は、上流と下流が提携しても、中流部を通過する管渠の布設が不可避であり、その分、経済効率性が損なわれることにある。常識的に取り得るパラメータ値の範囲では、劣加法性すら成立しないことが分かる。この場合、SCRB法は公正配分規範である「コア」を充足することが(費用関数の構造特性に照らして)保証されないことになる。

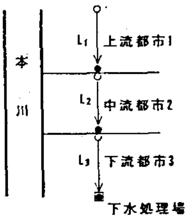

図1 パターン1のモデル

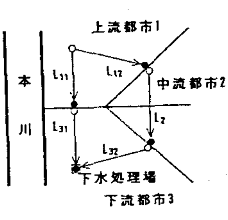

図2 パターン2のモデル

(ii) パターン2の場合は凸性が成立し得る。図3は総下水量2.0[m^3/s]を管路長をすべて1000[m]に設定した上で、各都市からの排水下水量 Q_i について種々の組合せを考えたときの凸性の成立範囲を示している。これより、凸性が成立するためには、上流、下流の都市の排出下水量に上、下限値が存在し、その範囲内になければならないことがが分かる。特に上流の都市の排出下水量は0.4〜0.6[m^3/s]の許容幅しかない。

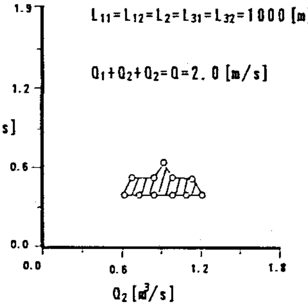

図3　パターン2の凸性が成立する範囲

(iii) その他のケースの分析から、次のようなことが示された。

- 総下水量が変化しても凸性の成立範囲はあまり変わらない。
- 管渠長の変化は凸性の成立範囲を大きく規定する。中、下流部の管渠長は1000[m]以上になると、凸性は成立しなくなる。現実には管渠長は1000[m]をはるかに上回るのが普通である。これはかなり厳しい条件である。

(iv) パターン2のような位置関係は、中流の都市が本川から相当に奥まった位置に立地する場合である。この場合は、パターン1に比べて凸性が成立しやすいが、それでもかなり特殊な場合だけであることが分かる。従って、SCRB法を適用してもパターン1の場合ほどではないにしても、コアという公正配分規範を充足する保証はないことになる。

6　むすび

以上の基礎的な分析により次のような政策論的な知見がえられる。

(1) SCRB法にゲーム理論的、経済学的な解釈を導入することにより、その配分原理や概念が明確になる。

(2) SCRB法はそのままの形で適用可能な場合もあるが、適用の範囲や計画場面に限界があることにも留意すべきである。

(3) 本研究のようなアプローチはこのような場合の基礎的情報を提示するのに有効である。

なお、本研究の進行にあたっては、鳥取大学小村潔司教授、多々納裕一助手とのディスカッションから多くの示唆を得た。また、木下省二氏(鳥取三洋電機)、早川祐介氏(京セラ)、大久保朋美(野村総研)の協力を得た。大石哲氏(京大院)にも原稿作成で協力を得た。付して謝辞とします。

参考文献

1) 岡田憲夫:公共プロジェクトの費用配分法に関する研究:その系譜と展望, 土木学会論文集,No. 431, IV-15, pp. 19 -27, 1991.

2) 佐々木才朗:水資源計画における費用便益分析とコストアロケーション, 土木学会土木計画研究委員会編, 土木計画学講習会テキスト5, 1972.

3) Young, H.P., Okada, N and Hashimoto T. : Cost Allocation in Water Resources Development, Water Resour. Res., Vol.18, pp. 463–475, 1982.

4) Driesen, T.S.H. and Tijs, S.H. : The Cost Gap Method and Other Cost Allocation Methods for Multipurpose Water Projects, Water Resour. Res. Vol.21, No.10, pp.1649–1675, October, 1985.

5) Kim, H.Y., and Clark, R.M. : Economies of Scale and Scope in Water Supply, Regional Science and Urban Economies 18, North–Holland, pp.479–502, 1988.

6) 岡田憲夫:費用割り振り問題の理論的考察-費用関数の構造に着目して-, 鳥取大学工学部研究報告, 第21巻, 第1号, pp.203–211, 1990.

7) 木下省二:費用割り振り法に関するゲーム論的考察-水資源プロジェクトを対象として-, 鳥取大学工学部卒業論文, 1990.

8) 早川啓介:流域下水道事業の費用割り振り法に関するモデル分析, 鳥取大学工学部卒業論文, 1991

9) 大久保朋美:流域下水道事業の費用割り振り法に関する基礎的考察, 京都大学工学部卒業論文, 1992.