【土木計画学研究・論文集 No.10 1992年11月】

拡張された立地余剰を用いた一般均衡モデル

A general equilibrium model with re-defined location surplus

上田孝行*

By Takayuki UEDA

The concept of location surplus was proposed in CALUTAS Model to explain intra-urban location changes. In this paper, it is re-defined and examined theoretically, and then, incorporated into Walrasian general equilibrium model. Such conceptual and theoretical extension gives a new general equilibrium model which can deal with location equilibrium and multi-markets equilibrium simultaneously. Furthermore, relation between such an equilibrium model and mathematical programming is examined in this paper.

1. はじめに

立地余剰の概念は中村・林・宮本(1981,1983)によって開発されたCALUTASモデル における最も特徴的な概念であり、それは都市地域での土地利用変化を定量的に予測することを目的として提案された。その後、都市内交通の便益評価への応用するといった目的のためにも概念の拡張（林・土井(1988), 林・土井・奥田(1989)）が行われた。一方、NAKAMUA・UEDA(1989), 上田・中村(1989)では、新幹線整備によって生じる都市圏間での立地変化を説明するための概念として用いており、さらに、上田(1991.a), 上田(1991.b), 上田(1991.c)のモデル分析の中ではそれぞれの分析意図に応じた形式で立地余剰を定義している。

以上の現状から、本稿では以下のことを目的とする。
①立地余剰を拡張された一般形式として再定義して、その性質を明らかにする。そして、それが上田(1991.a,b,c)や CALUTASモデルにはじまる従来の定義を内包していることを示す。
②拡張された立地余剰の概念を用いて、地域（都市圏）間立地均衡モデルと従来の都市圏内の立地均衡モデルの両方を特殊型として含み得る一般均衡モデル、具体的には、立地均衡とワルラス的多市場均衡を統合したモデルを示し、その特徴を不動点問題、数理最適化問題との関係から説明する。さらに、そのモデルを特定化して各種の分析に用いる場合の応用範囲について説明し、上田(1991.a,b,c)の各モデルが内包されていることや、標準的な静学的住宅立地モデルをその特殊型として含み得ることを示す。

ただし、本稿での立地余剰の定義と解釈は、筆者単独の見解であり、立地余剰を用いてきた研究グループの共通のものではないことを断わっておく。それゆえ、本稿に関する一切の責は、言うまでもなく、筆者のみが負っている。

なお、本稿では簡単化のために、非負制約は省略し、制約式は等式で表現するものとする。また、ベクトル同士の積は原則として内積を表す。

Keywords:立地余剰, 立地行動, 一般均衡モデル
* 正会員 東京大学 講師 工学部土木工学科
(〒113東京都文京区本郷7-3-1)

2．立地余剰の拡張・再検討の必要性と本稿の立場

2.1.立地余剰の応用範囲の拡大

従来の立地余剰は、土地の使用価値（あるいは土地に対する最大支払意思額）から土地支出を差し引いたものとして定義されていた。これは、都市圏内での立地変化を説明するという目的のために、土地の局地的条件を重視し、立地余剰を土地消費に関する消費者余剰として捉えたものであると考えられる。これに対して、国土計画的な観点からは、新幹線のような地域間高速交通が引き起こす地域間（都市圏間）での立地変化の分析にも応用可能な概念となることが求められる。そのため、立地余剰の拡張は所得水準あるいは土地以外の財の消費といった幅広い項目にわたって地域間での相違を反映する形式を目指す必要がある。

2.2.既存概念との整合性

CALUTASモデル における立地余剰とその配分原理にはいつくかの問題があることが柏谷・安藤(1989)において標準的な静学住宅立地モデルの立場から既に指摘されている。その第一は、土地消費面積を固定するということから生じる不整合である。筆者の見る限りでは、わが国の従来の土地利用モデルにおいては、最適行動（効用最大化）の概念には、最適消費と最適立地の２つの意味が含まれてきたと思われるが、初期のCALUTASモデル では前者の最適消費としての行動が明示的でないことが問題となったものと考えられる。第二に、立地配分において地価を外生的に与えているため、配分後に実現する立地余剰の水準が均等化していないという問題を指摘している。CALUTASモデル は各期における配分結果を静学不均衡として捉え、それを逐次追うことで立地変化を表現していると思われる。従って、この捉え方は静学均衡の枠組みとは整合しない。

以上のような指摘があることを考慮して、本稿では、次のような立場から議論を行う。まず、最適消費に関する点は、ミクロ経済学における標準的な最適消費から出発して立地余剰の定義することで対応する。立地配分については、本稿では静学均衡の立場をとり、その範囲内でモデルを提示する。無論、CALUTAS モデルが先駆的に試みようとした不均衡・動学化の重要性と必要性については十分に認識しているものの、現段階ではそのための準備としても静学均衡モデルとしての完成度を高めておくべきであるとの考え方に立つ。

3．立地余剰の意義と拡張された一般形式

3.1.拡張的に定義された立地余剰

２．での要点を踏まえて、本稿では立地余剰を拡張的に次のように定義する。

①立地余剰は立地主体にとって立地場所の魅力度を示す指標であり、それは立地場所の諸条件に依存する。
②ある場所において最適消費(生産)を行うことによって立地主体が享受できる正味の満足（利益）であり、それを貨幣タームで表したものである。
③家計の立地余剰は、準線形効用関数のもとでの最適消費から導出される間接効用関数で表され、企業の場合は、ある生産関数のもとでの最適生産行動から導出される（間接）利潤関数で表される。
④立地余剰は、一般化された消費者余剰(生産者余剰)及び準レントであり、需要関数(供給)を先に定義してその線積分によっても関数型を導出できる。

③のようにミクロ経済学における効用概念の一部でありながら、敢えて立地余剰という名称を用いるのは、上の定義の内、特に、①，②，④の特徴を強調するという意図による。

立地余剰の形式を具体的に定義するには③と④の方法の両方があるが、本節ではここでは家計の場合を例としてまず③による方法で定義し、その上で④の性質を示し、最後にここでの定義による立地余剰が従来の立地余剰を内包することを明らかにする。

なお、企業の立地余剰については紙面の都合により説明を省くが、以下の議論での間接効用を(間接)利潤、ロアの定理をホテリングの補題と読み換えることで同様に定義できる。

3.2.最適消費問題からの定義

本稿で定義する立地余剰は、間接効用関数が直接的に消費者余剰及び初期保有資源に関する準レント（例えば、奥野・鈴村(1985)）の総和として表されたものである。それは最適消費行動を表した次のような数理最適化問題の最適値関数として定義される。

$$V(q, f, Q, L, N) = \max_{x,z} \; u(x, f) + z + T(Q, N) \tag{1.a}$$

$$\text{s.t.} \quad qL = qx + z \tag{1.b}$$

ここで、$V(\cdot)$：間接効用関数(立地余剰)，$q=[q_1, \cdot\cdot, q_I]$：合成財以外の財の一般化価格ベクトル， $f=[f_1, \cdot\cdot, f_I]$：財の質的要因を成分とするベクトル，

$Q=[Q_1,\cdot\cdot,Q_n]$：住環境等の外生的な地域条件の水準ベクトル，$L=[L_1,\cdot\cdot,L_I]$：初期保有資源ベクトル，N：立地量分布ベクトル，$u(\cdot)$：合成財以外の財に依存した直接効用関数，$x=[x_1,\cdot\cdot,x_I]$：合成財以外の消費量ベクトル，z：合成財消費量，$T(\cdot)$：市場取引される財以外の要因に依存した効用，$p=[p_1,\cdot\cdot,p_I]$：合成財以外の財の市場価格ベクトル，i：財の種類を表す添字(i=1,I) である。なお、一般化価格ベクトルは次のように定義している。

$$q=p+t \tag{1.c}$$

ここで、$t=[t_1,\cdot\cdot,t_i,\cdot\cdot,t_I]$：ある地域に立地した主体が各財を市場で一単位需要(供給)する際に要する一般化交通費用を成分とするベクトルである。また、合成財の価格は1としている。一般化価格の概念（例えば、森杉(1989)）を用いて定義し、さらに、財の質的要因を考慮しているのは、上田(1991.b,c)のように交通改善に伴う立地変化の分析を特に集積の魅力との関係から分析するという目的に応用可能な形式を意図しているためである。

(1.a)に示した目的関数は、準線形効用関数とよばれるものであり、この形式のもとでは、次のような最適化の一階条件から、ラグランジュ乗数として表される所得の限界効用が常に1となる。

$$D_x u-\lambda p=0 \tag{2.a}$$

$$\partial u/\partial z(=1)-\lambda=0 \tag{2.b}$$

ここで、Dx：合成財以外の財消費量に関するgradientを示す演算子，λ：ラグランジュ乗数，である。(2)と(1.b)を連立して解くことにより、各財の需要関数を得る。

$$x=x(p,\ f) \tag{3.a}$$

$$z=qL-qx \tag{3.b}$$

ここで、(3.a)の需要関数には、初期保有資源に関する準レントである一般化所得(qL)は含まれない。

間接効用関数は、(3.a)，(3.b)を(1.a)の直接効用関数に代入して、次のように表される。

$$\begin{aligned}V&=u(x(q,\ f))+qL-qx+T(Q,\ N)\\&=v(q,\ f)+qL+T(Q,\ N)\end{aligned} \tag{4}$$

3.3.消費者余剰としての定義

(4)に対してロアの定理（例えば奥野・鈴村(1985)）を用いると、次のような性質が得られる。

$$D_q V=L-x(q,\ f) \tag{5}$$

ここで、Dq：ベクトルqについてのgradient を示す演算子である。逆に、(5) に関するヤコビ行列が対称行列(奥野・鈴村(1985))のときに、立地余剰は次のような線積分形式で定義できる。

$$V=\oint_q\{L+x(y,f)\}dy \tag{6}$$

このとき、$y=[y_1,\cdots,y_I]$の区間については、[0,$\cdots$,0]から[∞,$\cdots$,∞] までを考えた上で積分を実行するものとし、その際に[0,$\cdots$,0]から$[q_1,\cdots,q_I]$まではx＝0，$[q_1,\cdots,q_I]$から[∞,$\cdots$,∞]まではL＝0として行うものとする。なぜなら、立地主体にとって外生的に与えられた一般化価格qを上回る価格では初期保有資源の供給は実現できず、また、財の需要の場合はそれを下回る価格では実現できないからである。以上のような積分を実行すれば、qを与えれば一意的に立地余剰の水準が決まり、一種のポテンシャルとしての性質を持つことになる。以上を明示的に表し、また市場に関与しない要因による効用を付加すれば、(6)を次のように書き改められる。

$$V=\oint^q Ldy+\oint_q x(y,f)dy+T(Q,N) \tag{7}$$

(7) の第1項は初期保有資源を市場へ供給することによって得られる準レントとしての一般化所得であり、第2項は消費者余剰を示す。第3項はそれら以外の要因に依存した効用を示す。

この形式は、上述の積分可能性についての条件が満たされるような形式で先に需要関数$x(\cdot)$を同定すれば、それを用いて立地余剰を定義・計測できることを示している。例えば、上田(1991.b)ではロジットモデルによるトリップ需要関数からその線積分として立地余剰の関数型を導いている。

消費者余剰の変化分は、言うまでもなく、直接に便益を表すため、立地余剰の変化分も同様に直接に便益を表すことになる。また、上述の需要関数は、Marshallの需要関数から所得が消えた形式として定義されているため、立地余剰を間接効用と見なして等価的偏差(EV)，補償的偏差(CV)で定義した便益と、消費者余剰で定義した便益はすべて一致するという性質が成り立つ。(森杉・御巫(1981),奥野・鈴村(1985)を参照)

3.4.財の種類とその表現

3.2.と3.3.では財や価格を一般化して表しているが、7．で述べるようなモデルの各種分析への応用や次項での従来の形式の議論においては、それらをどのように特定化するかを考える必要がある。その場合には、一般化価格qの各成分をいわゆるf.o.bやc.i.fのよう

な考え方によってそれぞれ定義する必要がある。また、財の種類については市場の形成との関係から設定する必要がある。例えば、余暇と労働は実際には異なるものであるが、ともに時間財であると見なせ、余暇の価値を賃金で捉えるという従来の考え方と整合的にするためには、初期保有資源として家計が有している総利用可能時間を一旦すべて時間財の市場に供給し、そこからもう一度余暇として需要する時間財を買い戻していると考えることになる。しかし、企業が生産するような財で初期保有資源としては有していないような財の場合には、単にその需要分を市場から購入するだけである。前者の場合、$L_i>0$, $x_i>0$となり、後者の場合には、$L_i=0$, $x_i>0$として表すことになる。

3.5.従来の形式との関係

CALUTAS モデルの立地余剰では、最適消費という行動は明示されておらず、(1)のxに含まれるべき土地消費量が固定されていた。本稿で示した一般形式から見ると、CALUTAS モデルの立地余剰は3.1.で示した準線形効用関数に外生的に与えた消費量を代入したものに相当する。(1.a)について、初期保有資源として時間($L=\Omega$),合成財以外の財消費として土地と余暇(x, l),一般化価格としては地価と賃金(R, w)を取り上げて表してみると以下のようになる。

$$V=u(x,l)+w\Omega-lw-Rx+T(Q,N) \quad (8)$$

一般化所得($w\Omega$)と余暇(l)を明示化しないものとし、固定された土地消費面積を1と基準化すれば、(8)は次のように表される。

$$V(R,\ 1)=u(1)+T(Q,\ N)-R \quad (9)$$

すなわち、立地点の土地資質条件から決ってくる土地の使用価値(第1項及び第2項)から地価(R)を差し引いたものとなり、(1)の立地余剰の一般形式がCALUTAS モデルの立地余剰を内包したものであることを示唆している。

また、付け値の概念との関係も次のように説明できる。(9)を次式のように変形したものが付け値を表していると見なせる。

$$R=T(Q,\ N)+u(1)-V \quad (10)$$

林(1984)による説明では、最大支払い意思額をある資質の土地に対して最低限保持したい(間接)効用を維持するという条件のもとで提示可能な付け値であるとし、これと市場価格としての地価の差として立地余剰が定義できるとしている。このときの最大支払意思額は次のように表せる。

$$W=T(\cdot)+u(1)-V_{min} \quad (11)$$

ここで、W:最大支払意思額, min:上述の最低水準を意味する添字である。付け値競争の結果として土地を獲得した主体は市場価格に相当する付け値を提示していると考えられるため、この主体に着目して上の定義通りに(11)から(10)を差し引くと、次のように立地余剰が表される。

$$W-R=V-V_{min} \quad (12)$$

左辺が上述の従来の立地余剰を表し、また、右辺は林(1984)における立地余剰が間接効用の線形変換であるとの説明を表していると思われる。以上のように本稿の一般化された形式がCALUTAS モデルにおける立地余剰の形式を内包することが示された。

なお、林・土井(1988)および林・土井・奥田(1989)では、立地地域が異なると同じ主体タイプでも土地消費面積が異なるというように立地余剰を拡張しているが、その形式は(8)と同じであると考えられ、土地の使用価値から土地消費支出(Rx)を差し引いたものという定義を踏襲している。これも本稿で示した立地余剰の形式に内包されることは言うまでもない。

4.立地余剰に基づく立地選択行動

本節では、前節の立地余剰を用いて空間(地域)を離散的に扱った場合の立地行動をモデル化する。本稿では、立地余剰が高いへより多くの主体数が立地しようとするという基本的性質を表現できる次のような数理最適化問題によって最適立地行動を記述する。

$$N_{Tk}S(V_k)=\max_{P} N_{Tk}s(V_k,\ P_{jk}) \quad (13.a)$$

$$\text{s.t} \quad \Sigma_j N_{Tk}P_{jk}=N_{Tk} \quad (13.b)$$

ここで、N_{Tk}:主体タイプに属する主体の総立地量, $S_k(\cdot)$:最適値関数、k:主体タイプを表す添字($k=1,K$), $s(\cdot)$:選択行動の構造を表す目的関数, $V_k=[V_{1k},\cdots,V_{Jk}]$:各地域の立地余剰の代表値からなるベクトル, $P_k=[P_{1k},\cdots,P_{Jk}]$:各地域への立地比率を表すベクトル, j:地域を表す添字($j=1,J$)である。また、$N_{jk}=N_{Tk}P_{jk}$が各地域への立地量を表し、$N_k=[N_{1k},\cdot\cdot,N_{Jk}]$, $N=[N1,\cdot\cdot,N_K]$として立地量分布ベクトルが定義される。

$s(\cdot)$の形式を7.で示すような形式に特定化すれば、ﾛｼﾞｯﾄﾓﾃﾞﾙ のような確率的選択モデルや確定論的

な選択モデルを表現することが可能である。上田(1991.a,b,c)ではこの形式を特定化したものとしてﾛｼﾞｯﾄﾓﾃﾞﾙによる立地選択モデルを用いている。

上の目的関数の意味解釈については、確定論な選択の場合には、目的関数はそのタイプに属する個々の主体が選択した地域において実際に享受できる立地余剰の水準を単純集計したものになる。立地行動を確率的に捉えた場合には、個々の主体が各地域の立地余剰を認識する際の不確実性を反映した立地余剰のある種の代表値を表していると解釈できる。

(13)の問題の一階の条件は、次のようになる。

$$N_{Tk}(\partial S_k / \partial P_{jk}) - \mu_k N_{Tk} = 0 \qquad (14)$$

および (13.b)

ここで、μ_k：主体タイプkについてのラグランジュ乗数である。一階条件を解くことで各タイプの主体が各地域へ立地する際の立地比率が得られる。

$$N_{jk} = N_{Tk} P_{jk}(V_k) \qquad (15)$$

5．一般均衡モデル

5.1.市場均衡

各地域に立地した経済主体は様々な財の市場で財の需要あるいは供給を行う。各地域・主体別の立地量が固定された状態で考えると、各市場では集計された需要と供給がバランスし、市場が清算されるところで市場均衡価格が決まる。清算条件は次のようになる。

$$\Sigma_j \Sigma_k N_{jk} X_{jki}(p, t, f) = 0 \quad (i=1,I) \qquad (16)$$

ただし、ここでX_{jki}は各主体の需要または供給を一般化して表した（6．で述べるようにX=(5)の右辺）ものであり、需要を表すとき負，企業による供給あるいは初期保有資源の供給を表すとしておく。(16)は、言うまでもなく、従来のワルラス的な多市場同時均衡の条件に他ならなず、それから市場均衡価格のベクトルpが内生的に決まる。

財の種類、市場の空間的な分布については様々な設定方法が可能であり、それがどのように設定されていても、(16)は一般性をもって成立するような形式となっている。逆に、財の種類、市場の空間的配置を特定化することによって、7．で述べるように本稿のモデルをそれぞれ特徴あるモデルに変換して各種分析に適用することができる。

5.2.立地均衡

立地均衡は、どのタイプに属する主体も、全て(14)及び(13.b)の条件を満たした状態であり、もはやどのタイプの主体も自らの立地選択比率を変更しても(13.a)で表される目的関数の水準を向上させることはできない状態である。立地均衡条件は次のように表される。

”(15)を(j=1,J)，(k=1,K)の全てについて列挙”

各タイプの主体は、各地域の立地余剰の水準を所与として選択を行うため、それぞれの主体は非協力的に選択行動を行うことになる。この立場からは、ここで定義した立地均衡はNash均衡(例えば、奥野・鈴村(1985)，Aumann(1990))の一種に相当すると考えられる。また、この均衡が実現するときの(13.a)のS(･)の水準を主体タイプの均衡立地余剰と定義することができる。

5.3.立地と市場の同時均衡

(15)における立地余剰は価格ベクトルに依存しており、それゆえ、各主体別・ゾーン別立地量もそれに依存することになる。従って、市場と立地の相互依存体系の中で価格ベクトルと立地量分布ベクトルが均衡解として決定されることになる。均衡条件を方程式体系として表せば次のようになる。

”(13.b),(14)及び(16)を
(i=1,I),(j=1,J),(k=1,K)についてすべて列挙”

5.4.均衡解と不動点問題

5.1.の条件で決まる均衡価格ベクトルは、立地量分布ベクトルを固定したとき、従来のワルラス均衡に関する諸理論を踏まえれば、それが唯一存在すると考えることができる。このとき、他の外生的に与えられる諸変数を省略して考えれば、立地量分布ベクトルN、均衡価格ベクトルp、立地余剰ベクトルVの間に次の支配関係が成り立っている。

$$N \rightarrow p(N) \rightarrow V(p(N),\ N) \rightarrow N(V(p(N), N))$$

主体タイプ・地域別の立地量を成分とする立地量分布ベクトルNはJ×K次元ベクトルであり、(13.b)がJ次元の単体を表すため、Nはその直積として定義される集合の中に属する。Nが属しているこの直積の集合も、もとの単体が有界閉集合であるため同様に有界閉集合（例えばAumann(1990)）となる。このことと上述のベクトル間の支配構造から、本稿での一般均衡モデルの均衡解である立地量分布ベクトルは、不動点問題の解として表されることがわかる。

6．均衡問題と数理最適化問題

6.1.数理最適化問題に変換することの意義

一般均衡モデルの均衡条件式と等価な最適化の一階条件を持つ数理最適化問題を作成すれば、一つには、その最適解として均衡解を効率的に求めるという方法が可能になる。いま一つには、そのような変換により、均衡モデルの意味解釈においても有益な知見を得られることが期待される。そこで、上記の均衡問題と数理最適化問題の関係について検討してみる。

6.2.市場均衡と等価な最適化問題

まず、ワルラス均衡の条件、すなわち、条件(16)は、立地量分布が固定されているとベンサム型社会的厚生関数の一種を目的関数とした次のような問題の一階の条件と等価(Varian(1984))である。

$$\min_{p} \quad \Sigma_j \Sigma_k N_{jk} V_{jk}(p, N, E_{jk}) \qquad (17)$$

ここで、E_{jk}：N，p以外の外生変数のうち、j,k に関連するものを代表したベクトルである。立地余剰は準線形効用関数であるため、(5) に述べたロアの定理から、立地余剰をある財の価格で偏微分したものが直接に需要関数を与えるという性質があり、それがこのような数理最適化問題への変換を可能にしている。また、この目的関数は、全ての主体の消費者余剰、生産者余剰、および準レントの総和として定義される社会的総余剰である。ここでは、価格を制御変数としているため、社会的総余剰の最大化は双対問題として最小化問題に変換（Varian(1984)）されている。

6.3.立地均衡問題と等価な最適化問題

5.2.で示した立地均衡条件は、次の数理最適化の一階条件と等価になる。

$$\max_{p} \ \oint_P [\Sigma_k N_{Tk} \{D_{Pk} s_k(Vk(p, N, E_k))\} dP_k] \qquad \cdots\cdots(18.a)$$

$$\text{s.t.} \quad \Sigma_j N_{Tk} P_{jk} = N_{Tk} \quad (k=1,K) \qquad (18.b)$$

ここで、D_{Pk}：P_kに関するgradientを示す演算子である。しかし、問題(18)が定義できるためには、(18.a)の目的関数に対するヘシアン行列が対称行列であるという条件（例えば、交通均衡の例では、宮城(1985)）が満たされなければならない。(18.a)のV(・,N)で表される立地による外部性が主体間・地域間で一般に非対称であるとすれば、対称行列の条件は成立しない場合が多いと考えられるが、その場合については次項で述べる。

6.4.同時均衡と等価な数理最適化問題

6.2.と6.3.の問題を組み合わせることによって、立地と市場の同時均衡は、(18)を上位問題、(17)を下位問題とする２段階最適化問題として表すことができる。

max (18.a)の目的関数
s.t. (18.b) (19)
min (17)の目的関数

前項で述べたような条件が満たされない場合には、5.3.で示した均衡条件を直接に解かねばならない。しかし、この場合にも、立地余剰に価格ベクトルを介さずに直接含まれる立地量分布ベクトル((1)または(18.a)を参照)を固定(N^Aとおく)すれば、その際にはヘシアン行列の非対角要素はゼロとなり、問題(18)、従って問題(19)が定義できる。このような処理によって(19)の形式を活かし、それを子問題として位置づけて解き、その解として得られる立地量分布ベクトル(N^Sとおく）を最初に固定した立地量分布ベクトルと比較しながら収束させる（$N^A \doteqdot N^S$）という解法をとれば、既に交通均衡配分などで蓄積されてきた手法を用いて均衡解を効率的に求めることができると考えられる。

さらに、このような外部性に関する処理を行うとき、(13)から導出される立地選択行動をロジットモデルとすれば、(19)の２段階最適化問題を価格ベクトルのみを制御変数とする問題に変換できる。この処理を行うと、(13.a)のS(・) が満足度関数（宮城・小川(1985)）で表わされ、それの全主体タイプについて総和をとったものが、(18.a)の最適値関数と等価になる。これに問題(18)が集約されるため、それを(17)に取り込むことによって問題(19)は次の形式に変換される。

$$\min_{p} \quad \Sigma_k N_{Tk} S_k(V_k(p, N^A, E_k)) \qquad (20)$$

この目的関数は、各主体が最適消費と最適立地を行うことを考慮した上で定義された社会的総余剰であり、(17)と同様に貨幣タームでのベンサム型社会的厚生関数であると考えられる。また、最小化問題となっているのは、(17)に関して述べたのと同じ理由による。(20)の一階条件は次のようになる。

$$\Sigma_k N_{Tk} \Sigma_j (\partial S_k / \partial V_{jk})(\partial V_{jk} / \partial p_i) = 0 \qquad (i=1,I) \qquad \cdots\cdots(21)$$

ここで、満足度関数の性質（宮城・小川(1985)）として成立する次式を考慮する。

$$N_{Tk}(\partial S_k / \partial V_{jk}) = N_{Tk} P_{jk}(V_k(\cdot)) = N_{jk}(V_k(\cdot)) \qquad (k=1,K),(j=1,J) \qquad \cdots\cdots(22)$$

ロアの定理から得られる(5) の右辺がXを意味するため、この性質と(22)から(21)は次のようになる。

$$\Sigma_k \Sigma_j N_{jk}(V_k(p,\cdot))X_{jki}(p,\cdot)=0 \quad (i=1,I) \qquad \cdots\cdots(23)$$

これは、ワルラス均衡の市場清算条件として示した(16)と同じ形式をしているが、立地量も価格ベクトルの関数として内生化されており、立地変化も同時に扱った市場均衡問題を形成している。すなわち、ワルラス均衡モデルの集計レベルでの需給に内生的な立地変化を取り入れた形式となっている点で本質的に異なる。これに基づいて価格ベクトルを求めると、同時に立地量分布（N^S）も求められることになる。再度、N^AとN^Sの相違については注意が必要であるが、立地余剰が市場機構の方に大きく依存して、それを介しない外部性が比較的小さい場合には、上の形式を直接的に用いた分析でも十分に立地現象を議論できると思われる。

７．一般均衡モデルの特定化によるモデルの変換

7.1.本稿の一般均衡モデルのカバーする範囲

5.4.で述べたように財の種類、市場の空間的配置、一般化価格、(13.a)の目的関数を特定化することによって本稿で示した一般均衡モデルをそれぞれの分析目的に応じた特徴的なモデルへと変換することができる。

本稿の冒頭で触れた上田(1991.a,b,c)は、そのような特定化によって交通改善が立地の集中・分散のそれぞれを引き起こす条件を分析したものであり、それらで示されたモデルは、本稿でのモデルの特殊型として位置づけられる。

また、財を土地に限定し、地域毎に一つ一つの土地市場が形成されていると考え、さらに、(1.c)において他の地域の土地を消費する際の交通費用が十分に大きいというように構造を特定化すれば、ここでの一般均衡モデルを都市経済学における標準的な住宅立地モデルに相当する形式に変換できる。

他にも、輸送可能な財を取り上げ、各地域がその消費地となっており、それぞれに市場が形成されているような配置構造を考えた場合には、(16)の均衡条件式によって空間価格均衡（例えば、宮城(1989), Batten(1992)）を表し、本稿のモデルをいわゆるＳＰＥモデルを含んだ立地均衡モデルに変換できると考えられる。

これらの他にも、既存の立地あるいは市場均衡モデルを本稿の一般均衡モデルを特定化することによって表現することが可能であると考えられる。

7.2.特定化による変換の例

ここでは、都市経済学における静学住宅立地モデルを取り上げて、それが本稿で示した一般均衡モデルを特定化したものに相当することを示してみる。

まず、都市経済学での通常の静学住宅立地モデルは、確定論的な選択行動を考えている。確率的な選択として宮城・小川(1985)で示されたロジットモデルの形式を用いると (13.a)の目的関数は次のようになる。

$$s(V_k,P_k) = \Sigma_j\{P_{jk}V_{jk}-(1/\alpha)P_{jk}(\ln P_{jk}-1)\} \qquad (24)$$

ここで、α：不確実性を規定するﾛｼﾞｯﾄﾓﾃﾞﾙのﾊﾟﾗﾒｰﾀである。$\alpha\to\infty$とすれば確定論的な選択が表され、この場合には(24)が次のように書き改められる。

$$s(V_k,P_k)=\Sigma_j P_{jk}V_{jk} \qquad (25)$$

これを用いると、立地均衡条件は端点解を含んだ形式になり、(14)に代わって次の条件となる。

$$V_{jk}=V_k^*\text{のとき、}N_{jk}=N_{Tk}P_{jk}>0 \quad (26.a)$$

$$V_{jk}<V_k^*\text{のとき、}N_{jk}=N_{Tk}P_{jk}=0 \quad (26.b)$$

および(13.b)

ここで、V_k^*は均衡立地余剰（あるいは均衡効用）である。(26)だけでは、立地量N_{jk}は不定となってしまうが、市場均衡条件と合わせることで解を求めることができる。

都市経済学の標準的な住宅立地モデルでは、不在地主が想定される。そこで、本稿の一般均衡モデルの枠組では、土地だけを初期保有資源として所有し、かつ、立地選択を行わない1つの主体（以下では添字ｏ）と、それを所有せず、かつ、上述のような自由に立地選択を行う1タイプの立地主体（添字ｋを省く）を設定する。不在地主については (1)の保有資源の準レントとして各地域の土地から得られる総地代収入だけを考慮して、(25)を次のように書き改める。

$$s_o=V_o=\Sigma_j R_j L_j \qquad (27)$$

ここで、R：地代である。住宅立地主体については、(25)を次のように表す。

$$s=\Sigma_j V_j P_j \qquad (28)$$

ここでは、前項で述べたような土地市場に対する考え方によって、地域を表す添字が財の種類あるいは市場を表す添字（すなわち、i=j）になる。また、本項では立地による市場を介しない外部性を考慮しないとすれば、(27), (28)を用いて、(19)の２段階最適化問題

を次のように変換できる。

$$\max_{P} \quad N_T \Sigma_j V_j P_j + \Sigma_j R_j L_j \qquad (29.a)$$

$$\text{s.t.} \quad \Sigma_j N_T P_j = N_T \qquad (29.b)$$

$$\min_{R} \ N_T \Sigma_j V_j(R_j) P_j + \Sigma_j R_j L_j \qquad (29.c)$$

ここで、簡単化のためV(･) は地代のみで表している。問題(29)の一階条件は次のようになる。

(26.a,b), (29.b)及び

$$\partial V_j / \partial R_j = -x_j(R_j)(N_T P_j) + L_j = 0 \qquad (30)$$

$$(j=1,J)$$

(30)は(29.c)の一階の条件であると同時に各地域での土地市場の需給均衡を示しており、(17)の問題がワルラス均衡と等価であることの一つの例を示している。上の問題は、配分型の住宅立地モデル、すなわち、閉鎖都市のモデルにおいて、均衡地代、均衡効用（立地余剰）、立地量分布が同時に内生的に決まることを数理最適化問題の形式で明示的に表現している。なお、都市経済学の標準的な住宅立地モデルでは、農地が考慮され、都市境界も内生決定されるが、本稿の一般均衡モデルの中でも農業系立地主体を明示的に設けることでそれを容易に処理できると思われる。

8．おわりに

本研究の成果は以下のようにまとめられる。

①立地余剰の拡張的な定義を示し、その形式が準線形効用関数のもとでの最適消費行動と需要関数からの線積分の両方から導出できることを示した。その上で、拡張された立地余剰が従来の形式を内包するものであることを示した。

②立地余剰を用いて、立地と市場の同時均衡としての一般均衡モデルを提示し、その数理最適化問題へ変換について説明した。さらに提示した一般均衡モデルの応用範囲を検討し、その例として一般均衡モデルを特定化することによって標準的な住宅立地モデルが導出できることを示した。

本稿には残された課題は、①2.2.で述べた不均衡・動学化へ向けての取り組み，②5.4.で述べた不動点問題としての性質を利用した均衡解の存在証明等の検討である。今後、これらに取り組み、一応の成果を得た時点で報告したいと考えている。

－謝辞－

本稿の内容は、研究の初期段階において岐阜大学森杉壽芳先生をはじめとする均衡研究会で報告の機会を頂いた。同教授をはじめとして、岐阜大学宮城俊彦先生、熊本大学安藤朝夫先生および他の参加された方々から貴重な批判と示唆を頂いた。また、本稿の審査を担当された方々からは、個々の内容だけでなく筆者の研究方針・論文スタイルに起因する本質的な問題にも御批判を頂いた。若輩者の筆者が今後の研究を進める上での大きな指針として肝に命じたい。ここに記して感謝する次第である。本稿がそれらの御批判に僅かでも応えることができれば幸いである。無論、本稿の一切の誤りについては筆者のみが責任を負っている。

－参考文献－

1)中村英夫・林良嗣・宮本和明(1981)：都市近郊地域の土地利用モデル，土木学会論文報告集No.309,pp.103～112,1981

2)中村英夫・林良嗣・宮本和明(1983)：広域都市圏土地利用交通分析システム，土木学会論文報告集No.335,pp.141～153,1983

3)林良嗣・土井健司(1988)：交通改善に伴う通勤者の便益の土地への帰着分析モデル，土木計画学研究・論文集No.6,1988

4)林良嗣・土井健司・奥田隆明(1989)：外部経済効果を考慮した都市交通改善がもたらす開発利益の帰着分析モデル，土木学会論文集No.407,pp.67～76,1989

5)NAKMURA,H. and UEDA,T.(1989):The impacts of theShinkansen on Regional Development, Proc. of 5thWorld Confference of Transport Research,1989

6)上田孝行・中村英夫(1989)：新幹線整備が地域発展に及ぼす影響，土木計画学研究・講演集No.11,1989

7)上田孝行(1991.a)：交通改善による情報交流利便性の増大に伴う企業立地変化のモデル分析，土木学会第46回年次学術講演会第４部講演集,pp.460～461,1991

8)上田孝行(1991.b)：交通改善による生活機会の増大が人口移動に及ぼす影響のモデル分析，土木計画学研究・論文集No.9,pp.237～244,1990

9)上田孝行(1991.c)：地域間交通改善による立地の集中・分散に関するモデル分析，応用地域科学研究会岐阜大会講演メモ，1991

10)柏谷増男・安藤朝夫(1989)： 住宅立地均衡理論からみた立地余剰配分モデルの考察，土木学会論文集No.407,pp.139～145,1989

11)奥野正寛・鈴村興太郎(1985)：ミクロ経済学Ⅰ，Ⅱ，岩波書店，1985

12)森杉壽芳(1989) ：プロジェクト評価に関する最近の話題，土木計画学論文集No.7,1989

13)森杉壽芳・御巫清泰(1981)：社会資本と公共投資，技法堂出版，1981

14)林良嗣(1984)：住宅立地モデルへの付け値概念の応用－立地余剰概念に基づくモデル化を例として－，土木計画学シンポジウムNo.18,pp.47～57,1984

15)宮城俊彦・小川俊幸(1985)：共役性理論を基礎とした交通配分モデルについて，土木計画学研究・講演集No.7,pp.301～308,1985

16)Aumann,R.J. ：ゲーム論の基礎，勁草書房，1990

17)Varian,H.R.(1984)：ミクロ経済分析,勁草書房,1986

18)宮城俊彦(1985)：交通均衡モデル:理論と計算法， 土木計画学研究・論文集No.2, pp.13～.28,1985

19)宮城俊彦(1989)：分散型空間価格均衡モデル， 地域学研究第20巻，pp.215～233，1989

20)Batten,D.(1992)：Combinatorial trade modeling:Retrospect and Prospect,土木学会論文集No.440,pp.1～11,1992