【土木計画学研究・論文集 No.10 1992年11月】

空間分布適合度指標（ＳＦＩｓ）の提案

A PROPOSAL OF SPATIAL FIT INDICATORS (SFIs):
MEASURES OF GOODNESS-OF-FIT BETWEEN SPATIAL DISTRIBUTIONS

宮 本 和 明*、三 浦 良 平**

by Kazuaki MIYAMOTO and Ryohei MIURA

There are many kinds of quantitative models such as landuse models which analyze values by spatial unit. But there is no effective measures which show the goodness-of-fit of an estimated distribution to an observed distribution of the value. In this study, the authors propose measures to represent spatial fit between spatial distributions which they call Spatial Fit Indicators (SFIs). SFIs are defined as transportation costs of errors in order to reproduce the observed distribution from the estimated one. They can be regarded as indicators to show the degree of spatial discrepancy between the two distributions. In the present study, four kinds of SFIs are proposed to be corresponded with the purposes for evaluating distributions. Being corresponding with each SFI, a measure named Spatial Fit Grade (SFG) is derived from the population distribution of the SFI to absolutely evaluate each estimated distribution. The values of SFGs vary between -1 and 1, and the way of interpretation with them is very similar to that with the correlation coefficient.

１．はじめに

土地利用モデルなどの空間を対象とした計量モデルにおいては、一般に、空間を有限な小区画（以後ゾーンと呼ぶ）に分割し、ゾーンごとの人口や土地利用面積といった値の分析を目的としている。そのため、これらのモデルによる分析結果の評価、いいかえると、予測値分布の観測値分布に対する適合の度合いを評価する際には、各ゾーンの値のみでなく、個々のゾーンの位置およびゾーン間の空間的な位置関係をも考慮する必要がある。しかるに、従来から用いられている相関係数に代表される評価指標においては、各ゾーンは独立な個体として扱われ、その空間的な位置関係は完全に無視されている。これは空間的な計量モデルに関してだけの問題ではなく、一般に、２つの分布間の空間的な適合度を評価するための適切な手法が存在しないことに起因している。

* 正会員　工博　横浜国立大学助教授　工学部建設学科（〒240　横浜市保土ヶ谷区常盤台156）
** 学生会員　横浜国立大学大学院　博士課程前期

著者達は、この問題意識にもとづいて、空間分布間の適合の度合いを示す指標として空間分布適合度指標（SFIs: Spatial Fit Indicators）を提案してきており、さらには、SFIsを用いての絶対的な評価方法に関する基本的な考え方について示してきている[1)2)3)4)]。本研究においては４種類のSFIを提案しており、それらの総称としてSFIsを用いている。

本稿においては、これら４つのSFIsについて、それらの導出の考え方、および、それらの分布特性に関して再整理している。さらに、本稿ではSFIsを用いての空間分布適合度の絶対評価指数であるSFGs（Spatial Fit Grades）を新たに導出し、それを用いた評価方法についても提案している。

２．既存の適合度指標の問題点

相関係数に代表される既存の適合度指標は、「ゾーンの個々の位置」および「個々のゾーン間の位置関係」に関する情報はまったく考慮されない。そのため、大きな観測値のゾーンにおいて予測値も大きければ、一般に高い相関係数が得られる。しかるに、その大きな値が、例えば、隣のゾーンに予測された

場合の相関係数はかなり低くなることが考えられる。このように相関係数は、当然のことながら、空間分布の適合度のごくわずかな側面を示すに過ぎない。

このような空間分布間の適合度の評価に関しては、Webber[5]においてもローリーモデルを用いた土地利用予測結果の評価に関連して指摘されている。一方、計量地理学の分野においては、点分布の空間パターンについての議論[6)7)8)]や、空間的自己相関に関する議論[9]は活発に行われてはいるが、本研究の目的に即したものは見あたらない。

空間分布の適合度評価に着目したほとんど唯一の研究としては、清水ら[10]の研究があげられる。これは相関係数に「融通性」の概念を導入することにより、位置情報を加味した評価を可能にするという新しい考え方を作り上げたものである。しかし、この研究において提案された方法は単一の指標値を与えるものではないことから、必ずしもそれを用いた評価が明解なものとはなっていない。また、分布間の相対比較は可能ではあるが、一つの分布に対して絶対的な評価を与えるものではない。

本研究においては、既存の研究とは異なる新しい考え方のもとに空間分布適合度指標を提案するものである。本研究の適合度指標SFIsは、評価の視点に応じて４つ提案されるが、各々の視点に対応する適合度指標はそれぞれ単一の値として求められるものとなっている。そして、さらに、その指標をもとに、絶対的な評価方法をも提案するものである。

３．空間分布の適合度の考え方

ここでは、４つの空間分布適合度指標SFIsの基本的な考え方について整理するものである。

本研究では、ある「観測値分布」に対する「予測値分布」の適合度について考える。観測値分布は唯一の分布が与えられており、予測値分布はモデルの違い等により複数個与えられることがある。また、本研究においては、配分モデルの評価を主な対象としていることから、観測値分布と予測値分布の総計値は等しいことを前提にする。さらに、各ゾーン値は人口あるいは世帯数といった非負の整数であるとする。なお、これらの条件は説明のためのものであり本質的な前提ではない。総計が異なる場合やゾーンの値が整数値でない場合においては、各ゾーン値を分布比率で置き換えることにより、本研究の考察が基本的にはそのまま適用できるものである。

本研究では、まず、個々の配分対象である個人あるいは世帯といった要素に着目して考える。各要素は、本質的には個々に特定化しうるものであり、「ある要素に着目して考えると、予測されたゾーンの位置が観測されたゾーンの位置に近い方が予測精度が高い」と判断できる。いいかえると、「各要素の予測ゾーンと観測ゾーンの距離がモデルの予測性能を評価するための基本要素」と考えることができる。これを分布全体で考えると、各要素の予測ゾーンと観測ゾーンの距離を全要素に対して総計した値が、分布間の適合度の一つの指標となると考えられる。ここで、各要素の予測ゾーンと観測ゾーンの距離は、予測結果から観測結果を再現するとした場合に、その要素を移動させるべき「輸送費用」とみなすこともできる。個々の要素が特定化できる場合は、この輸送費用が各要素ごとに唯一確定値として求められることから、その全要素に対する総計である「総輸送費用」も唯一値に確定する。本研究ではこれを「確定総輸送費用」と呼ぶことにする。

しかし、実際の計量モデル分析をはじめとする空間分布を取り扱う一般の問題においては、個々の要素が特定化される場合は極めて希であり、ほとんどの場合は、各要素は無差別に取り扱われる。この場合には、予測値分布から各要素を移動させて観測値分布を再現する輸送パターンは、予測値分布を与える組み合わせの数だけ存在し、唯一的に特定化することはできない。そして、その組合わせの数だけ「総輸送費用」が存在することとなる。その中でも代表的な総輸送費用として、最小値、最大値、そして平均値が考えられるが、本研究ではそれぞれを、「最小総輸送費用」「最大総輸送費用」「平均総輸送費用」と呼ぶことにする。

４．空間分布適合度指標（SFIs）の計算方法

（１）空間分布適合度指標（SFIs）の定義

先に考え方を述べた４つの「総輸送費用」を、観測値分布に対する予測値分布の空間的な適合度指標として、空間分布適合度指標（SFIs）と名付け、以下のように定義する。なお、ゾーン数をn、配分対象である要素の総数をP、iゾーンの予測値をA_i、

観測値をB_iと表すこととする。

（２）確定（Determinate）SFI（SFID）

確定SFI（SFID）とは、各要素が識別できる場合に定義できるものであり、「確定総輸送費用」で表す。要素eの予測ゾーンを$i(e)$、観測ゾーンを$j(e)$、そして、そのゾーン間距離を$d_{i(e)j(e)}$とおくと、SFIDは以下のように求められる。

$$\mathrm{SFID} = \Sigma_e \ d_{i(e)j(e)} \tag{1}$$

（３）要素が識別できない場合の予測値分布から観測値分布を再現する場合の数

一般的には各要素が識別できないことから、予測値分布が与えられた場合、観測値分布を再現するための輸送パターンは幾通りにも存在する。その輸送パターンの数は、予測値分布の組み合わせの数にのみ依存することから、多項定理より、$[(P!)/(A_1! \cdot A_2! \cdot \cdots \cdot A_n!)]$で与えられる。以下に説明する、３つのSFIsは、この膨大な「場合の数」の輸送パターンの中で、その総輸送費用が、それぞれ、最小値、最大値、そして平均値の場合である。

（４）最小（Least）SFI（SFIL）

最小SFI（SFIL）は先に述べた「最小総輸送費用」で定義する。この求め方は、各ゾーンにおける予測値と観測値の差すなわち「誤差」を最も効率よく移動させて観測値分布を再現する場合の総輸送費用である。すなわち、過大予測ゾーンiの過大量をa_i、過小予測ゾーンjの過小量をb_jとする。ここで、過大予測ゾーン数と過小予測ゾーン数をそれぞれl，mとする。さらに、過大予測ゾーンを供給地、過小予測ゾーンを需要地とみなすことにより、供給地iから需要地jへの輸送量をx_{ij}、i、jゾーン間の輸送費用をゾーン間距離d_{ij}で表すと、最適輸送量を求める問題は、総輸送費用を表す目的関数をSとして、次の線形計画の輸送問題として定式化できる。

（供給制約）$\Sigma_j \ x_{ij} \leqq a_i$ (2)

（需要制約）$\Sigma_i \ x_{ij} \geqq b_j$ (3)

（非負条件）$x_{ij} \geqq 0 \ (i=1,\cdot\cdot,l; j=1,\cdot\cdot,m)$ (4)

$$S = \Sigma_{ij} \ d_{ij} x_{ij} \ \rightarrow \min \tag{5}$$

この総輸送費用Sの最小値がSFILである。

（５）最大（Greatest）SFI（SFIG）

最大SFI（SFIG）は先に述べた「最大総輸送費用」で定義する。この求め方は、各ゾーンの予測値を最も効率悪く移動させて観測値分布を再現する場合の総輸送費用である。最大輸送量を求める問題は、総輸送費用を表す目的関数をTとして、次の線形計画の輸送問題として定式化できる。

（供給制約）$\Sigma_j \ x_{ij} \leqq A_i$ (6)

（需要制約）$\Sigma_i \ x_{ij} \leqq B_j$ (7)

（非負条件）$x_{ij} \geqq 0 \ (i=1,\cdot\cdot,n; j=1,\cdot\cdot,n)$ (8)

$$T = \Sigma_{ij} \ d_{ij} x_{ij} \ \rightarrow \max \tag{9}$$

この総輸送費用Tの最大値がSFIGである。

（６）平均（Average）SFI（SFIA）

平均SFI（SFIA）は、先に述べた「平均総輸送費用」で定義する。このSFIAは、予測値分布が与えられ、各要素が識別できない場合に、場合の数だけ存在する全ての輸送パターンにおける平均、いいかえると全ての輸送パターンを等確率とした確率的な期待値として与えられる。この場合の数は膨大であり、全ての場合を直接計算することは不可能であることから、以下に述べる期待値計算により求める。

まず、予測値分布におけるiゾーンの要素１単位に着目して考える。この要素が観測値分布を再現するためにjゾーンに移動させられる確率は、jゾーンの観測値に依存することから(B_j/P)で与えられる。従って、この要素の輸送費用の期待値$z_{i\cdot}$は、次式の重み付き平均として求められる。

$$z_{i\cdot} = \Sigma_j \ (B_j/P) \ d_{ij} \tag{10}$$

これに予測値分布の各ゾーンの値A_iを乗じた総計が総輸送費用の期待値でありSFIAとなる。

$$\begin{aligned} \mathrm{SFIA} &= \Sigma_i \ A_i \cdot z_{i\cdot} \\ &= \Sigma_{ij} \ (A_i \cdot B_j / P) \ d_{ij} \end{aligned} \tag{11}$$

５．SFIsの分布

（１）SFIsを用いた評価

以上の４つのSFIsは、予測値分布に対しそれぞれ単独に計算することができる。そのため、予測値分布が複数あり、それらを相対比較して最良のものを

見つけだすためには、評価の視点にあったSFIを選択したうえでその値を求め、最小のものが相対的に最も適合度が高い分布と判断することができる。

一方、個々の予測値分布に対し絶対的な評価を行いたい場合も多い。本研究においては、ある予測値分布の絶対評価とは、「存在し得る全ての予測値分布の集合における絶対的な位置づけを明確にすること」と考えている。この場合、評価の視点に即したSFIの母分布形、すなわち、観測値分布に対して存在し得る全ての予測値分布に対するSFIの分布形を知ることが出来れば、任意の予測値分布の絶対評価が可能となる。しかるに、各SFIの母分布形は解析的には導出不可能であり、また、要素数は先にも示したように膨大となることから分布を直接求めることもできない。そのため、以下のように近似的に各SFIの分布を求める必要がある。

（２）SFIDの分布

各要素が特定化できる場合の存在し得る全ての予測値分布の数Ｑは、総数Ｐの個々の要素がゾーン数ｎ通りの選択が出来ることから、$Q=n^P$ で与えられる。このＱ個の全ての予測値分布に対してSFIDが存在するが、その全てを計算することは不可能である。しかるに、確率変数の和に関する中心極限定理を適用すると、その分布が正規分布に近似できることが導かれ、また、その平均と分散をも求めることが出来る。すなわち、確率変数 U_e $(e=1,2,\cdots p)$ が互いに独立で、平均値 μ_e、分散 $\sigma^2{}_e$ を有する時、

$$W_p = \Sigma_e\ U_e \tag{12}$$

$$M_p = \Sigma_e\ \mu_e \tag{13}$$

$$V_p = \Sigma_e\ \sigma^2{}_e \tag{14}$$

とおくと、ｐが十分大きな場合、中心極限定理より、W_p の平均値と分散はそれぞれ M_p と V_p となる[11)12)]。ここで、U_e を各要素の輸送費用に置き換えて考えると W_p は総輸送費用SFIDとなる。各要素は、考えられる全ての予測値分布においては、全てのゾーンに等確率で配分されると考えられることから、ゾーンｉにある要素ｅついてみると、全ゾーンへの輸送費用の平均値 c_i および分散 g_i がこの要素の μ_e、$\sigma^2{}_e$ とみなすことが出来る。SFIDは各要素の輸送費用の総和であることから、以下の平均 μ_D と分散 $\sigma^2{}_D$ をもつ正規分布に近似されることになる。すなわち、ｉゾーンの観測値が B_i で与えられることから、

$$\mu_D = \Sigma_i\ B_i \cdot \mathbf{c}_i \tag{15}$$

$$\sigma^2{}_D = \Sigma_i\ B_i \cdot \mathbf{g}_i \tag{16}$$

として求められる。ただし、厳密には、SFIDには最小値と最大値が存在することから両端部分においては正規分布とみなすことはできない。しかし、本研究の目的からみるとその影響は無視できることから、実用上は十分に近似できるものと考えられる。

（３）要素が識別できない場合のSFIsの分布

最小、最大、平均SFIsは、個々の要素が識別できない場合の指標であり、それらの分布形を考える場合には、まず最初に、有り得る予測値分布の数を求めることからはじめる必要がある。この予測値分布の数Ｒは、Ｐ個の要素の間に（ｎ－１）個の区切りを入れる順列問題となることから、Ｒ＝［（Ｐ＋ｎ－１）！／（Ｐ！・（ｎ－１）！）］で与えられる。このことは、先に示したSFIDの分布形を与えるＱ個の予測値分布が、個々の要素を無差別と考えることによりＲ個の分布に統合されるということもできる。逆に、ここで考える、Ｒ個のそれぞれの分布には、要素を特定化して考えた場合の数だけ予測値分布が存在することから、その総輸送費用の最小、最大、平均を求める必要が生じる。各SFIに対し、Ｒ個の値を直接求めることは不可能であることから、数値シミュレーションにより乱数を用いて予測値分布を発生させ、その分布形を求めざるを得ない。しかし、それらの特性に関しては以下のような考察が出来る。

（４）SFILの分布

SFILは基本的には、SFIDを母分布とし、その中から部分要素を抽出した場合の最小値と見ることもできることから、一種の極値分布と考えられる。ただしこの場合は、一般の極値分布の仮定である、母集団から無作為に同数要素を抽出する条件を満たさない。すなわち、予測値分布に依存して抽出要素が特定化され、また、その要素数も予測値分布により異なるものである。しかし、この場合、要素数が十分大きくなると、母分布のSFIDに最小値が存在することから、その分布は極値Ⅲ型分布の最小値分布すなわちワイブル分布に収束することが考えられる。な

お、SFIDの最小値は予測値分布が観測値分布に一致した場合であり0となる。そして、その収束速度は不明であるが、本研究の対象とする土地利用分析等においては要素数が十分大きなことから、実用上はワイブル分布として近似できると考えられる。ただし、そのパラメーターの値は解析的には求められないため、数値シミュレーションが必要である。また、その際、分布形を確認する必要がある。

（5）SFIGの分布

SFIGの分布もSFILの分布同様、SFIDに最大値が存在することから、極値III型最大値分布に近似されると考えられる。この場合も同様に、数値シミュレーションにより、パラメーターの値を求め同時に分布形の確認を行う必要がある。

（6）SFIAの分布

SFIAも前2者と同様の抽出要素の平均値の分布であり、抽出要素数は予測値分布により異なっている。しかし、要素数が十分大きくなると、確率変数の和に関する中心極限定理から、正規分布に近似できると考えれ、また、その平均値はSFIDの平均値と一致することから求められる。しかし、分散は観測値分布から直接求めることはできない。そのため、この場合も数値シミュレーションによりパラメーターを求め、同時に、その分布形を確認する必要がある。

6．数値計算例

（1）数値計算の前提

以上の考察を確認するために、簡単な観測値分布を作成し、それを用いて、SFID、SFIL、SFIG、そして、SFIAについて数値計算を行っている。本稿では、その理論的な考察を確認することを目的とするため、図1に示すような9ゾーンにおける簡単な分布を用いている。また、数値計算用の予測値分布の例も図1に示す。

8	6	4
6	6	4
4	4	4

（観測値分布）

10	6	4
6	6	3
4	3	4

（予測値分布）

図1　数値計算例に用いた観測値分布と予測値分布

数値計算には幾種類かの観測値および予測値分布を用いたが、それらの結果はほぼ同様に考察結果を裏付けるものであることから、本稿においてはそのうちの一つを例に示すこととする。

（2）SFIDの分布

図1の観測値分布に対して、数値シミュレーションにより30,000の（要素を特定化する）予測値分布を発生させてSFIDを求めた結果に、先に示した中心極限定理から求められる正規分布を重ねたものが図2である。中心極限定理から求めた平均値と標準偏差はそれぞれ66.47、4.85である。図2でみると、数値シミュレーションの結果が中心極限定理から求められる正規分布に十分に収束していることがわかる。本例で用いた観測値分布は要素数およびゾーン数ともに少ないにもかかわらず、このように収束していることから、実際に多数ゾーンに適用する場合には、中心極限定理の適用に問題がないと考えられる。

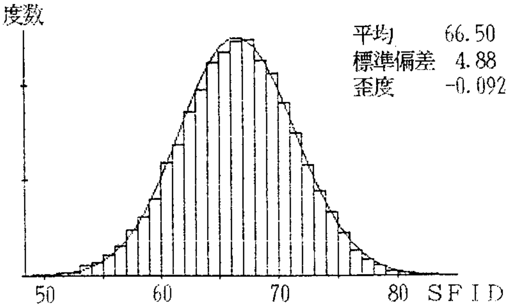

図2　SFIDの分布（数値計算例）

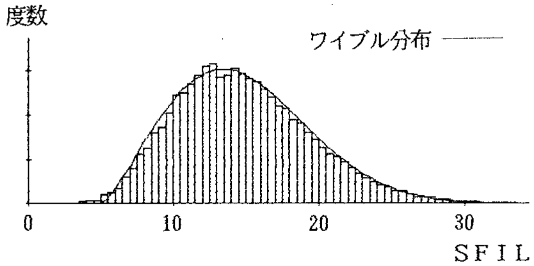

図3　SFIL分布とワイブル分布（数値計算例）

（3）SFILの分布

SFILに関しては、シミュレーションにより35,000個の（要素を特定化しない）予測値分布を発生させ、それぞれに輸送問題を適用して最小輸送費用を求め

た結果、図３に示す分布形を得た。この分布形は先に述べたようにワイブル分布に近似できるとみなしてパラメータ推定を積率法とプロッティング法を用いて行った。その結果得られた分布形を数値計算結果に重ねている。図３に示すように両者はほぼ一致している。また、回帰分析の結果からも、SFILの分布はワイブル分布に近似できると判断できる。このように要素数とゾーン数がともに少数であるにもかかわらず十分な近似ができることから、本研究の目的の範囲内では、SFILの分布は実用上ワイブル分布に近似できると考えられる。

（４）SFIGの分布

SFIGに関しても、SFIL同様にシミュレーションにより求めた分布を図４に示す。この分布形についても極値Ⅲ型最大値分布に近似できるとみなしてパラメータ推定を積率法とプロッティング法を用いて行い、その結果得られた分布形をシミュレーションから求めた分布形に重ねている。図４に示すように両者はほぼ一致しており、SFILの分布同様、SFIGの分布も極値Ⅲ型最大値分布に近似できると判断できる。

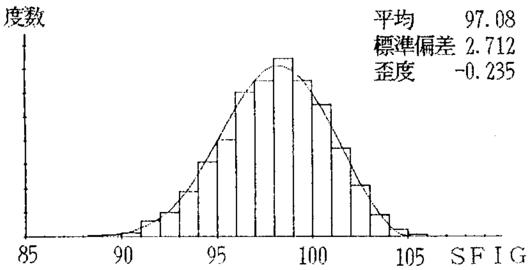

図４　SFIG分布と極値Ⅲ型最大値分布（数値計算例）

（５）SFIAの分布

まず、先に示したSAIAの期待値計算の正当性を確認するために、図１の予測値分布のもとで存在し得る輸送パターンに対する総輸送費用を、数値シミュレーションにより10,000ケース求めた結果の分布を図５に示す。この場合の、期待値計算による平均総輸送費用は64.82であり、数値シミュレーションの結果とほぼ一致している。また、他のいくつかの予測値分布の場合にも同様の結果が得られている。

次に、図１の観測値分布に対して、数値シミュレーションにより10,000ケースの予測値分布を発生させ、各分布のSFIAを期待値計算から求めた結果を図６に示す。この分布の平均値は66.48であり、中心極限定理から求められるSFIDの平均値66.47にほぼ一致している。

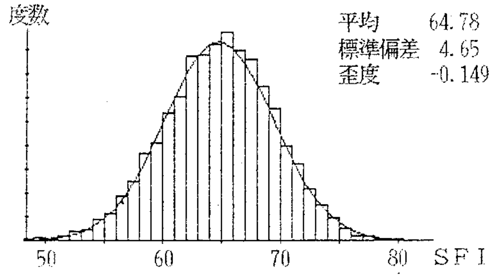

図５　予測値分布が与えられた場合の総輸送費用の分布（数値計算）

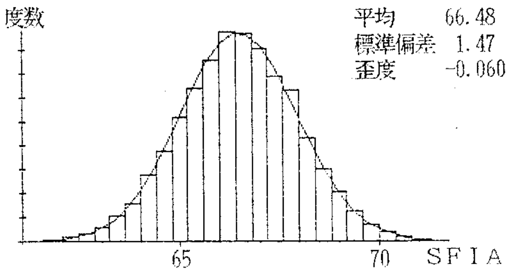

図６　SFIAの分布（期待値計算による）

表１　シミュレーションにおけるケース数とSFIAの平均値と標準偏差の変動

ケース数	50	100	200	500
平均値の標準偏差	0.213	0.139	0.097	0.065
標準偏差の標準偏差	0.154	0.103	0.077	0.048

さらに期待値計算の妥当性を確認するため、先の10,000個の予測値分布の各ケースにおいて、それぞれ300の輸送パターンを発生させることによりSFIAの分布をを求めた。その結果、平均値66.46、標準偏差1.49で、実用上、図６の分布と差がないと見なせる分布を得ている。また、期待値計算によりSFIAの分布を求める場合の、その平均値と標準偏差のケース数による変動について、数値シミュレーションを行い、その結果を表１に示している。表１では各ケース数をそれぞれ200セット作成して標準偏差を求めている。一方、十分なケース数から求めた平均値と標準偏差の値が66.48と1.47であることから、図１の観

測値分布の場合、200ケース程度の予測値分布に対して期待値計算を行うことにより、SFIAの分布のパラメーターが十分な精度で得られると判断できる。

（６）SFIsの関係

以上の４つのSFIsの内、各要素が無差別な場合のSFIL、SFIGそしてSFIAは、ある予測値分布に対して一つのセットとして求められるものである。図７は各予測値分布ごとに求められる３つのSFIsを、SFIAの大きさの順番に並べ換えたものである。この図をSFIAを基準にしてみると、SFILよりはSFIGの方が相関が高いが、両者ともSFIAで代表されるほどの強い相関は存在しないといえる。このことから、要素が識別できない場合の評価は、一つの指標のみで代表させることはできず、評価目的に即した一つないし複数のSFIを選択する必要があるといえる。

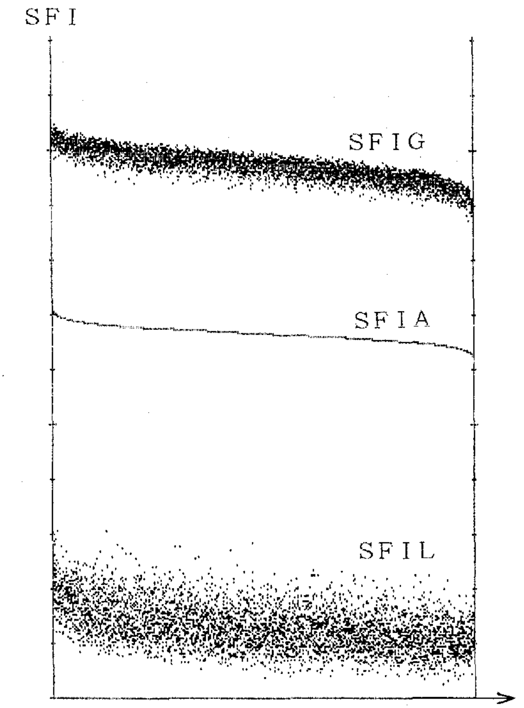

図７　SFIAを基準に並べ変えたSFILとSFIG

７．空間分布適合度の絶対評価の方法

（１）絶対評価の考え方

ここでは所与の観測値分布に対する予測値分布の適合度を絶対的に評価する方法について考える。この考え方は４つのSFIsに共通のものであることから、この章では一般的にSFIと記すこととする。

まず、観測値分布に対するSFIの実分布すなわち母集団がは所与であると想定する。この場合、ある評価対象の予測値分布のSFIが求められると、その値の母集団における絶対的な順位が確定する。その順位は存在し得る予測値分布の全ての場合の数（要素が識別できる場合はQ、識別できない場合はR）に依存するため、一般的な評価としては、この絶対的な順位を何らかの形で基準化する必要がある。実際には、先にも述べたとおり、各SFIの実分布を求めることは不可能であり、先に数値シミュレーション等を用いて求めた分布の縦軸を相対比率におきかえて全面積を１に正規化した分布を用いることとなる。

（２）絶対評価のためのSFIsの指数化

以上の考えから、SFIの正規化された分布形が図８のように与えられたとする。SFIは既に示しているとおり、小さい値の方が適合度が高いことを示す指標であることから、図の表現上の混乱を避け、また、絶対評価のための指数を適合度が高いほど大きくするために、図８では横軸を（－SFI）に取っている。このように横軸を取ると、（－SFI）が小さい方からの累積相対比率、いいかえると、図８の斜線部分の面積が絶対的な適合度を示すと考えられる。

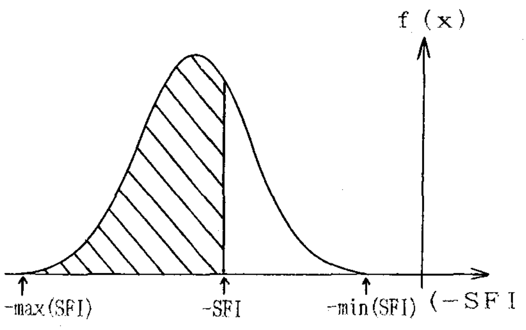

図８　空間分布適合度絶対評価指数の導出方法

本研究ではこの累積相対比率を用いて、空間分布適合度の絶対評価指数（Spatial Fit Grade: SFG）を設定している。絶対評価のための指数は基準の設定の仕方によりその値域が決定されるが、後に述べるような解釈をするために、先の累積相対比率が０の場合を－１、１の場合を１となるように設定する。

すなわち、図9に示す相対比率の密度関数をｆ（x）、SFIの最大値をmax(SFI)とおくと、

$$\mathrm{SFG}\ (\mathrm{SFI}) = 2 * \int_{-\max(\mathrm{SFI})}^{-\mathrm{SFI}} f\ (x)\ dx - 1 \qquad (17)$$

となる。SFGは、相関係数と同じ値域であり、また、同様の意味に解釈することができる。すなわち、１の場合は最良の適合度を示し、０の場合は相関係数の無相関に相当し、０以下の場合は適合度を論じる領域ではなく、－１の場合は、逆相関に相当し全く観測値分布と逆の分布とみなせる、と解釈できる。一方、SFGも各SFIに対応して複数個定義できるという意味で一般的にSFGsと表し、SFID、SFIL、SFIG、SFIAに対応する各SFGをそれぞれSFGD、SFGL、SFGG、SFGAと表すこととする。

８．おわりに

本研究においては、空間分布の適合度に関してその考え方を示し、それに基づいて４種類の空間分布適合度指標SFIsを提案し、また、各SFIの分布形について、理論的考察とその検証を数値計算により行った。さらに、それらを用いての絶対評価の方法についても作成した。SFIsは土地利用予測以外の空間を対象とする多くの問題にも適用可能である。たとえば、交通のＯＤ分布の再現性評価や、海岸変形のシミュレーション結果の評価等の土木工学の各分野をはじめ、空間分布に関連する他の多くの分野にも適用可能であり、また、様々な応用も考えられる。

これら４つのSFIsの内、どのSFIを選択するかは空間分布の評価を行う目的に依存するものであり、単一のSFIのみで十分な場合と、複数のSFIsを用いる必要がある場合が考えられる。また、複数の予測値分布を相対的に評価する場合には、各予測値分布に対するSFIsをそれぞれ一つづつ求めて、その大きさを比較するだけで十分である。その場合の計算は容易であり、その計算量は問題にならないことから、予測値分布の相対評価をSFIsを用いて行うことは実用上問題がないといえる。しかし、SFGｓを用いた絶対的な評価を行う場合は、SFIDを除き、その母分布形の導出には数値シミュレーションを必要とすることから、実際の適用に際しては、容易なものとは言えない。その中では、SFIAが比較的容易に母分布形が導出できること、また、平均値として最も代表的な指標と考えられることから、一般の評価においては、SFIAに基づくSFGAを絶対評価の指標として用いることが最も有用なのではないかと現段階では考えている。今後、他のSFIsの母分布形の特性をさらに詳細に検討し、その導出が簡略化されれば、SFGL、SFGGの絶対評価への適用可能性も向上するものと思われる。特に、最小総輸送費用は、「要素を特定化する必要が本質的にない場合」には、他の平均、最大総輸送費用に比べ、その応用可能性が高いといえる。

一方、SFIsの実用可能性を向上させるためにはプログラムパッケージ化が不可欠と考え、現在その整備も進めている。また、本稿では、理論的な考察を主眼としたため、少数ゾーンにおける数値計算例のみを示したが、実際問題を想定しての多数ゾーンにおける適用についても現在検討を行っている[4)]。それらについては機会を見て報告する予定である。

最後に、空間分布に関する既存の研究に関しては、立命館大学の矢野桂司先生に貴重な情報をいただいたことを記して謝意を表する次第である。

参考文献

1) 宮本和明、橋詰勝彦、後藤俊男:空間分布適合度指標SFIを用いた土地利用モデルの性能評価方法、土木計画学研究・講演集、No13、pp.417-424、1990
2) 三浦良平、宮本和明:空間分布適合度指標SFIの検討、土木学会第45回年次講演会概要集、1991
3) 宮本和明、三浦良平:空間分布適合度指標SFIの改良、土木計画学研究・講演集、No14、pp.517-522、1991
4) 三浦良平、宮本和明:空間分布適合度指標(SFI)の多数ゾーンにおける適用、土木学会第46回年次講演会概要集、1992
5) Webber, M.J.: Explapation, Prediction and Planning, the Lowry Model, pp.41-45, Pion, 1984
6) 石水照雄:計量地理学概説、第1章、古今書院、1976
7) 奥野隆史:計量地理学の基礎、第5章、大明堂、1983
8) 杉浦芳夫:点分布パターン分析技法とFORTRANプログラム、pp.5-23、総合都市研究、特別号、1989
9) 田中和子:空間的自己相関研究の展望とパターン検定の改良、地理学評論、55-5、pp.313-333、1982
10) 清水英範、森山誠二、中村英夫:推定値の位置的ずれを考慮した土地利用モデルの適合度評価方法、土木学会第41回年次講演会概要集、1986
11) 森田優三:統計数理入門、pp.183-186、日本評論社、1975
12) 竹内啓他:統計学辞典、pp.21-26、東洋経済新報社、1989