

時間地図の作成手法と応用可能性*

Time-space Mapping and Its Application in Regional Analysis

清水英範**

By Eihan Shimizu

1. はじめに

新幹線や高速道路等による交通条件の飛躍的な進展を、「日本は狭くなった」といった言葉で形容することがある。この場合、話す側も聞く側も、時空間に存在する日本という対象が小さくなったなどと即座に連想する人はほとんどなく、一般には、その正確さとはもかくとして日本地図をイメージし、それが小さくなったり、形が歪んだりする様子を思い浮かべるであろう。われわれは、ある地域について何らかの思考をめぐるとき、無意識のうちに地図を思い浮かべる。この地図の心象は、まぎれもなく子供の頃から慣れ親しんできた地図、すなわち物理的空間上の対象であり、だからこそ「狭くなった」という表現が心理的により直接的かつ効果的に働きかけてくるような気がする。

それでは、この「日本が狭くなった」というイメージを人々の個々の内的表象としてではなく、客観的な方法によって、共通のメディアとしての紙面や計算機のディスプレイ上に描けないだろうか。すなわち、地点間の時間距離を時間を単位とした縮尺で把握できるような地図を作ることはできないだろうか。これが本研究の問題意識であり、そのような地図を本研究では時間地図 (time-space map) と呼ぶ。

通常の地図が3次元の物理的空間から平面への写像であるのに対し、ここでいう時間地図は時空間から平面への写像である。時空間は交通施設の整備、交通渋滞、地形等の要因によって物理的空間から大きく歪め

られている。ユークリッド空間である保証もない。したがって、時間地図に対し、通常の地図と同じような距離精度を期待することはできない。¹⁾ しかし、われわれは日本の交通条件の進展を「日本が狭くなった」という言葉によって知覚するだけの経験と連想能力を保持している。頭の中にイメージできることが、精度は多少低くとも平面の上に表現できないとは思えない。本研究で意図する時間地図の作成が行えれば、地域の交通整備の水準は通常の地図から時間地図への歪みとして、また交通条件の変化はこの時間地図のさらなる歪みとして眼前に現れる。これにより、地域の交通条件、交通施設整備の効果、交通渋滞の時間的推移などを視覚的かつ、より印象的にプレゼンテーションできるのではないだろうか。

「時間地図」と呼ばれる地図はこれまでも数多く作成されてきた。²⁾³⁾⁴⁾ しかし従来の時間地図は、例えば東京からの所要時間といったように、ある1地点のみからの時間距離に注目し、それを再現するように地図を歪めたり、あるいは地図上に等時間線を描き入れたものである。⁵⁾⁶⁾⁷⁾⁸⁾ これらの手法の構築は比較的簡単ではあるが、中心となる都市以外の都市間所要時間は無視される。また、中心都市への所要時間をあまり変化させない交通施設整備による交通条件の変化を表現することはできない。これに対して本研究では、あくまで任意の地点間の時間距離を可能な限り小さな誤差で再現する手法を構築することを目的としている。

時空間に関する研究は、これまで主に地理学や心理学の分野において行われてきた。⁹⁾ 最も代表的な研究は多次元尺度構成法 (Multi-dimensional Scaling: MDS) を適用したものである。²⁾¹⁰⁾¹¹⁾¹²⁾¹³⁾ MDSは、いくつかの点について、点間の距離指標と空間の次元数が

* Key Words 時間地図, 多次元尺度構成, 同相写像

** 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部土木工学科
(〒501-11 岐阜市柳戸1-1 0582-30-1111)

与えられたときに、これを最もよく再現するように点の配置を決定する方法である。¹⁴⁾¹⁵⁾ すなわち、MDSによって地点間の時間距離が与えられているいくつかの地点を2次元空間に配置し、適当な方法によって海岸線、鉄道・道路、行政界等の地図要素を内挿すれば、本研究で意図する時間地図を作成することができる。しかし、ここで注意を要するのは、点の配置に基づく地理的な内挿は一般には同相写像（図形の位相を保持した写像）にはならないということである。すなわち、海岸線が捻れたり、あるいは本来交差していない道路が時間地図上で交差したり、ある行政区域の施設が異なった行政区域に含まれたりといったことが起こる。

本研究では、地理学や心理学における時空間および時間地図研究の蓄積を重視し、またそれらとの相違を明確にするという観点から多次元尺度構成法を手法構築の基本とする。そして、これを本研究で意図する時間地図の作成手法へと拡張する。

2. 時空間特性と時間地図作成の可能性

時空間に対してわれわれが与えられる情報は、有限個の地点とそれらの地点間の時間距離である。時空間がいかなる空間であるかは、これらの情報から推測せざるをえない。いま、 n 個の地点とそれらのすべての一対（ペア）に対して時間距離 t_{ij} ($i, j=1, 2, \dots, n$) が与えられているものとする。このとき、時間距離を正確に再現するように n 個の地点を配置しうる空間を、本研究では時空間と定義する。ここでは、この時空間がユークリッド空間であるための条件、またユークリッド空間で近似した時の時間距離の再現精度等を検討し、後の議論の助けとする。

2.1 時空間が距離空間であるための条件

所与の時間距離が数学的に意味をもつ距離（メトリック：metric）であるためには、任意の3地点 i, j, k について以下に示す条件を満足しなければならない。

- a) if $t_{ij}=0$, then $i=j$
- b) $t_{ij}=t_{ji}$
- c) $t_{ij} \leq t_{ik} + t_{kj}$

この条件は一般に距離の公理と言われる。ユークリ

ッド空間はもちろん距離空間であるから、距離の公理は時空間がユークリッド空間であるための必要最小限の条件である。¹⁶⁾ 換言すれば、距離の公理を満足しない場合には時間地図は必ず誤差をもつ。

2.2 時空間がユークリッド空間であるための条件

いま、時空間が距離空間である、あるいは近似により距離空間であるとみなされたとする。このとき、時空間がユークリッド空間であるための条件を示す。¹⁷⁾

まず、距離行列 $T(n \times n) = [t_{ij}]$ を定義する。このとき、任意の1点 i から他の2点 j, k に至るベクトルの内積 b_{jk} は以下のように表すことができ、

$$b_{jk} = t_{ij} t_{ik} \cos \theta_{jik} = \frac{1}{2}(t_{ij}^2 + t_{ik}^2 - t_{jk}^2) \quad (2)$$

これらを要素とする行列 $B_i(n-1 \times n-1)$ を定義する。

このとき、Young and Householder の定理から以下のことが分かっている。¹⁸⁾¹⁹⁾

(1) 行列 B_i が非負定符号（すなわち、すべての固有値が非負）であるならば、 n 個の点はユークリッド空間に配置できる。

(2) 行列 B_i の階数が r （すなわち、 r 個の固有値が正で残りの $n-1-r$ 個の固有値が0）であるならば、 n 個の点は r 次元ユークリッド空間に配置できる。

すなわち、行列 B_i の固有値に少なくとも1つ負のものがあれば、時空間はユークリッド空間ではなく、時間地図は誤差をもつ。また、時空間がユークリッド空間であったとしても、 B_i の正の固有値が3個以上であれば、平面上の時間地図は必ず誤差をもつ。

2.3 古典的多次元尺度構成法

時空間がユークリッド空間であり、行列 B_i の階数が r であったとしよう。このとき、 n 個の点の r 次元空間上での配置を求める方法を述べる。¹⁸⁾¹⁹⁾²⁰⁾

Young and Householder は行列 B_i が $(n-1) \times r$ の行列 A によって以下のように分解することができ、

$$B_i = AA' \quad (3)$$

このとき、 A の各行が点 i を原点とする r 次元空間における残りの各点の座標を示すことを証明している。

行列 A は以下の方法で求めることができる。

B_i は実対称行列であり、また階数 r であるから、直

交行列 X によって以下のように対角化が行える。

$$X' B_i X = \Lambda \quad (4)$$

ここで、 Λ は B_i の固有値のうち正のものを対角要素とする対角行列であり、

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_r \end{bmatrix} \quad (5)$$

と表せる。また X は、各固有値に対する単位固有ベクトルを並べた以下のような行列 ($n-1 \times r$) になる。

$$X = [x_1 \cdots x_r] \quad (6)$$

ここで、 Λ の対角要素はすべて正であるから、

$$B_i = X \Lambda X' \\ = (X \Lambda^{1/2}) (X \Lambda^{1/2})' \quad (7)$$

となり、したがって

$$A = X \Lambda^{1/2} \\ = [x_1 \cdots x_r] \begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \sqrt{\lambda_r} \end{bmatrix} \quad (8)$$

となり、座標行列 A を求める操作は B_i の固有値・固有ベクトル分解に帰着する。

いま、固有値をその大きさの順に並べておけば、行列 A の m 列目までによってできる m 次元空間の座標は、所与の時間距離を m 次元空間において最も再現する点配置となる。

ここで示した方法は、1.において述べた定義からも分かるように多次元尺度構成法の1つであり、Young and Householder の定理に基づき、Torgerson によって完成された手法であることから、一般に Torgerson の MDS などと呼ばれているものである。¹⁷⁾²¹⁾ この手法には、後述するようにいくつかの問題点もあり、現在では他の手法が一般に用いられている。しかし、固有値問題を解くというきわめて簡単な計算で多次元尺度構成を行えるため、時空間のユークリッド性や次元性を効率的に検討するには適した方法である。

2.4 時空間特性の実証的検討

わが国全域から地域的なバランスなどを考慮して29都市を選択し、平成3年4月時の鉄道所要時間を求めた。このとき、この都市間時間距離行列がつくる時空間のユークリッド性、次元数と再現精度の関係について

て上記の方法によって検討を行う。なお所要時間は、ネットワークを構成して最短経路探索によって求めている。(図1)そのため、これらの時間距離は距離の公理は満たしている。これは、時空間は距離空間であるという仮定をおいていることを意味する。

(1) 時空間のユークリッド性

東京を中心とした内積行列を求め、その固有値を計算した。表1(a)に固有値を大きい順に並べた結果を示す。これから以下のことが言える。

(i) 固有値には負のものがある。したがって、都市間の時間距離を完全に再現して、これらの都市をユークリッド空間に配置することはできない。

(ii) 正の固有値の数は負のものより多く、また正の固有値の絶対値は負の固有値のそれに対して全般に大きくなっている。したがって、時空間をユークリッド空間によって近似しうる可能性は大きい。その際、Torgerson の MDS では17次元空間までの近似が可能である。(18次元以上の空間への拡張は精度の向上をもたらさない。)

(2) ユークリッド空間での時間距離の再現性

いま、 k 次元 ($k \leq 17$) のユークリッド空間を採用したとする。このとき、どの程度の精度をもって都市の配置が可能であるかを検討する。

まず、固有値の累積寄与率(%)を計算した。(これは主成分分析等における累積寄与率と同じであり、適合度指標の1つとなるだろう。)次に、Torgerson の MDS によって実際に k 次元空間での都市配置を行い、

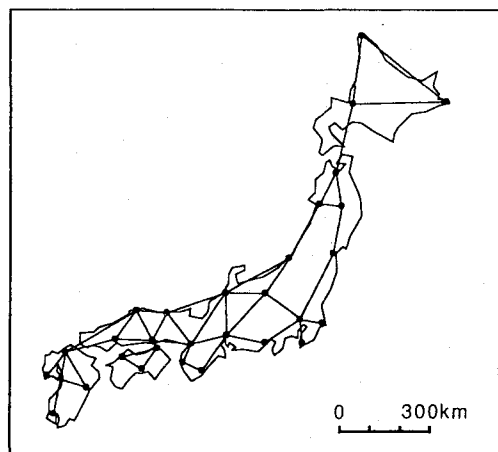


図1 都市の配置と鉄道ネットワーク

その結果得られる都市間距離と時間距離の相関係数を求めた。以上を表1(b)に示す。

これらの結果から分かるように、次元数の増加に伴い、精度は対数関数的に向上する。そして、2ないし3次元、すなわち人間が視覚的に捉えることができる空間においても、相関係数にして0.98程度、累積寄与率にして85%程度の説明力を有することが分かる。

この結果から、時間地図は平面においても十分表現可能である、などと結論づけるつもりはない。これらの精度が「地図」の精度として十分と判断するか否かは、人それぞれによって異なってくる。4)22)23) 少なくとも筆者は、高い精度を有しないものでも何らかの有益な、あるいは興味深い情報を提供しうるものであれば「地図」として認めるという立場から以後の議論を進める。しかし、誰もが無視できるほどの小さな誤差ではないことは明かであり、時間地図には精度の明記が必要であることは言うまでもない。

表1 ユークリッド空間への都市配置の精度

次元数 k	(a) 固有値 λ_k	(b) 精度	
		累積寄与率*	相関係数
1	422.34	76.4	0.968
2	34.86	82.7	0.980
3	24.49	87.1	0.983
4	22.06	91.1	0.987
5	12.01	93.3	0.990
6	10.71	95.2	0.991
7	8.71	96.8	0.994
8	7.13	98.1	0.995
9	3.20	98.7	0.995
10	2.17	99.1	0.996
11	1.78	99.4	0.996
12	1.39	99.7	0.997
13	0.83	99.8	0.997
14	0.49	99.9	0.997
15	0.29	99.9	0.997
16	0.23	99.9	0.997
17	0.10	100.0	0.997
18	-0.01	* $\left(\frac{\sum_{i=1}^k \lambda_i}{\sum_{i=1}^{17} \lambda_i}\right) \times 100$ (累積寄与率)	
19	-0.02		
20	-0.10		
21	-0.11		
22	-0.18		
23	-0.50		
24	-1.67		
25	-3.21		
26	-5.23		
27	-5.80		
28	-71.31		

3. 多次元尺度構成法の定式化

3.1 古典的多次元尺度構成法の問題点

前章で示した古典的MDSは、中心点からの内積行列を可能な限り再現するように各点を配置する方法であった。しかし、ここで問題になるのは、内積は中心点の位置に依存するものであり、そのため、時間距離の推定精度も中心点に依存するということである。

いま、式(2)に誤差伝播の法則を適用し、内積の再現誤差が時間距離(t_{ij})の誤差に及ぼす影響を検討すると、以下のことが言える。

- (i) 時間距離はその値が大きいものほど誤差は小さい。
- (ii) 同じ大きさの時間距離ならば、中心点から離れたものほど誤差は小さい。(一般に、周辺部の距離ほど再現精度が高い。24))
- (iii) 同じ大きさの時間距離で、かつ中心から同程度離れているならば、中心点から周辺に向かう方向の距離ほど誤差が小さい。(一般に、中心点から放射方向の距離ほど再現精度は高い。24))

ここで、(i) の特徴は、時間距離を再現する際の1つの最適基準と考えられるものであり、手法上の問題はないと考える。しかし、(ii), (iii) は、内積行列を計算する中心点をどこに置くかによって、得られる点配置が異なってくることを意味し、明らかに不合理である。

3.2 最小二乗法に基づく多次元尺度構成法

現在では、上記の理由などを背景に、中心点に依存せず、また距離を再現するという観点からより感覚的に理解しやすい最小二乗法によってMDSが定式化されることが多くなっている。ここでは、2次元空間に議論を限定し、以下のように定式化する。

$$\min. \sum_{i < j}^n (t_{ij} - d_{ij})^2 \tag{9}$$

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \tag{10}$$

- ここで、
 t_{ij} : 点 i, j 間の時間距離
 d_{ij} : 点 i, j 間の時間地図上の距離
 $(u_i, v_i), (u_j, v_j)$: 点 i, j の時間地図座標

この問題は、 (u_i, v_i) に対する非線形計画問題となる。解法としては、簡便法も含め従来からいくつかのアル

ゴリズムが提案されているが、¹³⁾¹⁸⁾²¹⁾²⁴⁾ 本研究では、適当な初期座標を与えて準ニュートン法によって解を探索する方法をとっている。²⁵⁾

最小二乗法に基づく多次元尺度構成法には以下のよう実用上の利点を有する。

(i) 最小二乗法であるから、時間距離の大小、あるいは適当に設定した中心点（例えば、東京）からの距離が否か、などによって分析者が最適基準に対して適宜重みづけを行うことができる。分析者の意図とは無関係に重みづけがなされる古典的MDSと比較して少なくとも利点を有している。

(ii) 古典的MDSにおいては、n点の配置を行うためには、n点のすべての一対に対して時間距離が与えられなければならない。しかし、この最小二乗法に基づく方法では、時間距離が与えられているものだけに式(9)の二乗和を適用すればよく、データの少ない段階での試行を可能し、操作性、実用性に優れる。

なお本論文では、表記の便宜のみの理由から、任意の2点間の時間距離が与えられたとした場合の定式化を行っている。

3.3 ノンメトリック多次元尺度構成法

これまでの議論では、距離行列は距離の公理を満たすメトリック、あるいはそれに近似できるデータであると仮定してきた。この仮定に基づく多次元尺度構成法をメトリック (metric) MDSと呼ぶ。しかし、距離行列 (t_{ij}) が順序尺度すなわちノンメトリック (non-metric) なデータで与えられた場合にはどうしたらよいだろうか。これらのデータにはもはや最小二乗法は適用できなくなる。式(9)、(10)をノンメトリックデータをも扱えるように拡張したものをノンメトリックMDSと呼ぶ。¹²⁾²⁴⁾²⁶⁾²⁷⁾²⁸⁾ 後述するように、ノンメトリックMDSは本研究で構築する手法を認知地図の研究へと発展させる上で少なからず意味をもってくる。

ノンメトリックMDSでは、点配置の結果として得られる点間距離 d_{ij} が順序尺度 t_{ij} を可能な限り再現するように点配置を行う。以下、メトリックMDSを拡張する手順の概要を示しておく。

- (1) (u_i, v_i) に適当な初期値を与え、 d_{ij} を計算する。
- (2) d_{ij} の順序関係が t_{ij} に適合しているかどうかを確認し、もし適合していなければ、以下の方法によって

新たな間隔尺度 e_{ij} に変更する。¹²⁾

$t_{ij} \leq t_{kl}$ ($i, j, k, l = 1, 2, \dots, n$) のとき、

(i) $d_{ij} \leq d_{kl}$ ならば、

$$e_{ij} = d_{ij}; e_{kl} = d_{kl} \quad (11)$$

(ii) $d_{ij} > d_{kl}$ ならば、

$$e_{ij} = e_{kl} = \frac{d_{ij} + d_{kl}}{2} \quad (12)$$

(3) e_{ij} が図上距離 d_{ij} を十分再現していれば、すなわち以下の式が一定の基準を満たしていれば終了する。そうでない場合は、以下の式 (e_{ij} を距離行列とみなしたメトリックMDS) により新たな (u_i, v_i) 及び d_{ij} を計算し、(2)に戻る。

$$\min. \sum_{i < j} (e_{ij} - d_{ij})^2 \quad (13)$$

時間地図作成に限定した場合、与えられる距離行列は一般には実所要時間であり、距離の公理を満たす。また、上記(3)の説明でも明らかのように、メトリックMDSはノンメトリックMDSと独立に存在しうるものであり、メトリックMDSのいかなる改良もノンメトリックMDSへの拡張を妨げるものではない。そのため後の議論では、特に明記しない限り、便宜上メトリックMDSを前提として説明する。

4. 時間地図作成手法への拡張の視点

4.1 地図からの写像による時間地図作成

MDSにより、時間距離が既知であるn個の点を平面上に配置できる。従来、この配置をもって時間地図と称する研究が多かった。²⁾¹³⁾ しかし、「日本が狭くなった」という表現によってイメージされる日本地図とはどのようなものであろうか。都市の配置のみを思い浮かべる人もあるだろうが、より多くの人は、海岸線で形どられた日本列島の図によって日本地図をイメージするであろう。本研究では、1.で述べたように人々がイメージする日本地図をベースとし、その歪みとして時間地図を描きたいと考えている。すなわち、そのイメージが多様である以上、時間地図作成手法は任意の地図要素を時間地図上に表現しうるような手法に拡張しておきたい。そのためには、地図上での座標 (x, y)

から時間地図座標 (u,v) への写像として時間地図作成手法を定式化する必要がある。²⁹⁾

なお、写像 $(x,y) \rightarrow (u,v)$ を実現するには、実行可能な有限個の点の座標変換によって時間地図が作成されなければならない。そのためには、地図要素が必要とする精度の範囲内でグラフ（点の集合とそれらの接続関係）によって近似表現されている必要がある。これにより、時間地図は実行可能な有限個の点の座標変換およびそれらの点の接続という方法によって自動的に作成することが可能になる。

4.2 同相写像による時間地図作成

グラフによって近似された地図要素が座標変換によって他のグラフに変換されたとする。このとき問題となるのが、地図要素の位相の破壊である。

いま、図2(a)(b)のような道路ネットワークとノード間の所要時間行列が与えられていたとする。このとき、MDSを適用してノードの配置を求め（この際、MDSが座標変換に相当する）、ノードの接続関係に基づいて時間地図グラフを作成した結果が図2(c)である。時間距離の再現精度は相関係数で 0.942 であった。地図グラフと時間地図グラフはもちろん同型グラフであり、グラフ論的には位相関係は保持されている。³⁰⁾ しかし、グラフとして近似された道路の視点から見るとどうだろうか。本来交差してない道路が図2(c)では2ヶ所で交差している。またノード5は、本来、点1、2、3、4に沿った道路によって囲まれた地域にあるにもかかわらず、時間地図ではその地域外に配置されてしまった。すなわち、MDSのみによる写像は地図要素の視点

からは必ずしも同相写像（homeomorphism: 位相関係を保持した写像）にはならないのである。⁸⁾³¹⁾³²⁾ 位相関係の破壊は時間地図が地図に対していかに歪んでいるかを示す目的には有効である。³¹⁾ しかし、地域の交通サービス水準や交通整備によるその変化を示すような地図としては、いたずらに時間地図の利用者の混乱を招き、本来の目的を十分達せられない可能性がある。そこで本研究では、座標変換関数の決定に際し、同相写像を容易に利用できるように、その特性や、その変換に基づく時間距離再現の精度を検討しておく。

図3に、以上の内容に基づく本研究における時間地図作成手法の概要を示す。

5. 時間地図作成手法の定式化

5.1 写像関数

写像 $(x,y) \rightarrow (u,v)$ を具体化する座標変換関数（以後、写像関数）は任意に設定可能である。しかし、それが同相写像となるためには以下の条件が必要になる。³³⁾

- (i) 1 対 1 の連続写像である。
- (ii) その写像の逆写像も連続である。

これらの条件を満たす関数は無数に存在するが、その基本形となるのは、アフィン(affine)変換と射影(projective)変換である。³⁴⁾³⁵⁾³⁶⁾

(1) アフィン変換

アフィン変換は、 (x,y) の拡大・縮小、回転、せん断変形を表すものであり、以下のような関数になる。

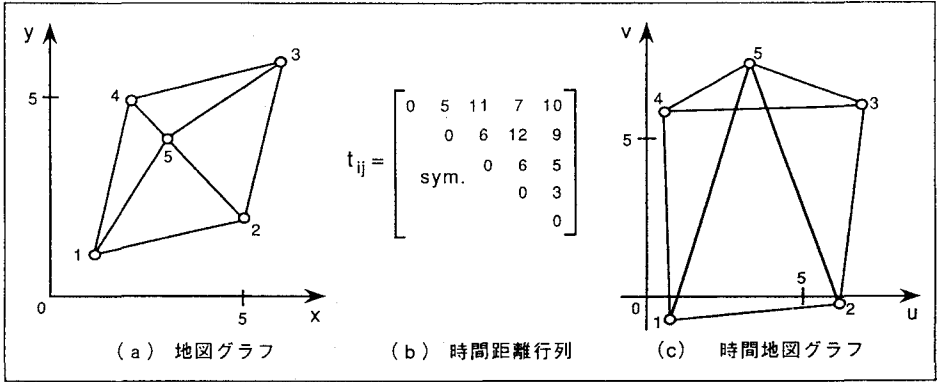


図2 地図情報の位相関係の破壊（例）

$$\begin{aligned} u &= ax+by+c \\ v &= dx+ey+f \end{aligned} \quad \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} \neq 0 \quad (14)$$

ここで、 $a, b, \dots, f$ は未知のパラメータ。

(2) 射影変換

射影変換は、 (x, y) の同次座標の1次変換をデカルト座標で表したものである。感覚的には、ある平面においてアフィン変換された図形を、一般には平行ではない他の平面に中心投影する変換と思えば良い。

$$\begin{aligned} u &= \frac{ax+by+c}{px+qy+r} \\ v &= \frac{dx+ey+f}{px+qy+r} \end{aligned} \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ p & q & r \end{vmatrix} \neq 0 \quad (15)$$

ここで、 $a, b, \dots, f$ 及び p, q, r は未知のパラメータ。

関数形から分かるように、アフィン変換は射影変換の特別な場合である。アフィン変換や射影変換は同相写像であるために、一般の関数と比較して変換の規則性が高い。図4は、これらの変換が図形の変化に対してどのような規則性を有するかを整理している。時間地図を作成した際には、これらの特徴を十分踏まえた考察が必要である。

なお、同相写像の条件から分かるように、同相写像どうしの合成写像も同相写像になる。したがって、上記の変換式の x, y を他の写像関数で置き換えることも可能である。これにより、より一般的な同相写像を表す関数へと拡張できる。

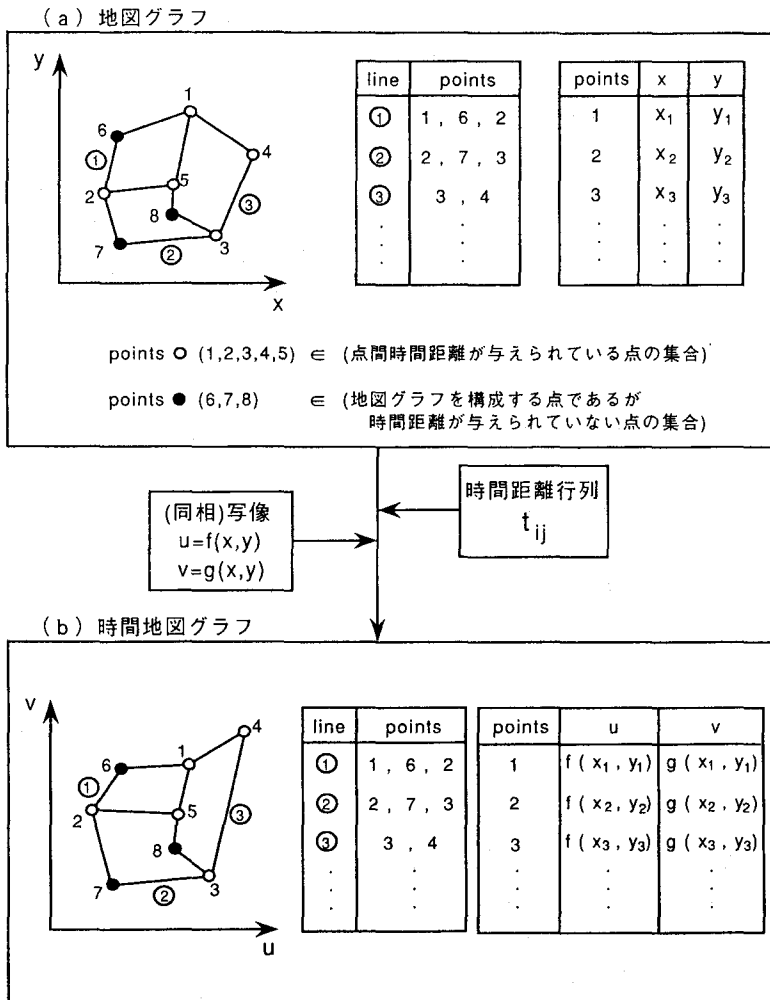


図3 時間地図作成手法の概要

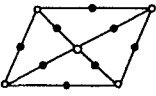
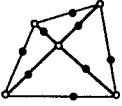
変換の種類	アフィン変換	射影変換
変換の特徴	- 直線は直線に変換される - 平行線は平行線に変換される - 線分の長さの比は保存される	- 直線は直線に変換される - 線分の長さの複比は保存される
図形の変化 (原形)		

図4 アフィン変換と射影変換の特徴

5.2 写像関数の同定

写像関数は時間地図上の距離が時間距離を再現するように同定すればよい。すなわち、MDS (式(9), (10)) に対して関数 $u=f(x,y)$, $v=g(x,y)$ を制約として与えた最適化問題になる。式(9), (10) を再掲して定式化すると以下ようになる。

$$\min. \sum_{i < j}^n (t_{ij} - d_{ij})^2 \quad (16)$$

$$d_{ij} = \sqrt{(u_i - u_j)^2 + (v_i - v_j)^2} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} u_i &= f(x_i, y_i); & v_i &= g(x_i, y_i) \\ u_j &= f(x_j, y_j); & v_j &= g(x_j, y_j) \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 $(x_i, y_i), (x_j, y_j)$: 点 i, j の地図座標

MDSが時間地図座標に対する最適化問題であったのに対し、この問題は、写像関数のパラメータに対する非線形計画問題になる。一般に、パラメータの数は配置する点の数より少なく、最適化問題としてはMDSよりも小規模なものになる。解法には、MDSと同じ準ニュートン法を用いる。²⁵⁾

5.3 写像関数による時間地図の解析

本研究では、時間地図を地図からの写像 (地図の歪み) として捉えている。そのため、MDSと比較して点の配置に対して規則性が大きく、時間距離の再現精度は低くなる。しかし一方では、同定された写像関数を利用することによって、時間地図上の地図要素がどのような形状的な歪みや面積の拡大・縮小を受けたかを解析的に検討することが可能になる。³⁷⁾

いま、地図上の微小距離 $\Delta x, \Delta y$ が時間地図上での変

化 $\Delta u, \Delta v$ に及ぼす影響はテーラー展開によって以下のように近似できる。

$$\begin{aligned} \Delta u &= \Delta x \frac{\partial f}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial f}{\partial y} \\ \Delta v &= \Delta x \frac{\partial g}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial g}{\partial y} \end{aligned} \quad (19)$$

また、地図上の微小面積 $\Delta x \Delta y$ は時間地図上の面積 Δs に以下のように変換される。

$$\Delta s = \left| \begin{array}{cc} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{array} \right| \Delta x \Delta y \quad (20)$$

このような計算を時間地図上に配置した各点に対して行うことによって、時空間の歪みをより定量的に分析することができ、また時間距離の再現精度が低い場合には、写像関数の特性や適用限界を把握するための資料になる。

5.4 実験

本研究で構築する時間地図作成手法では、写像関数という制約が与えられるため、一般にMDSと比較して時間距離行列の再現精度は低くなる。ここでは、図2(a), (b)で示される地図グラフと時間距離行列に対して、いくつかの具体的な写像関数を適用し、本研究で構築する手法によって時間地図グラフを作成する。そして、これらの結果とMDSによる結果 (図2(c)) とを比較、検討する。実験で対象としたのは以下の関数である。なお、各変換の $a, b, \dots, j$ は未知のパラメータである。

(1) アフィン変換 (式(14))

(2) アフィン変換を2次式に拡張した変換

(ここでは、2次アフィン変換と呼ぶ。)

$$\begin{aligned} u &= a(x-b)^2 + c(y-d)^2 \\ v &= e(x-f)^2 + g(y-h)^2 \end{aligned} \quad (21)$$

(3) アフィン変換を3次式に拡張した変換

(ここでは、3次アフィン変換と呼ぶ。)

$$\begin{aligned} u &= a(x-b)^3 + c(y-d)^3 \\ v &= e(x-f)^3 + g(y-h)^3 \end{aligned} \quad (22)$$

(4) 射影変換 (式(15))

(5) 多項変換

$$\begin{aligned} u &= ax + by + cxy + dx^2y + exy^2 \\ v &= fx + gy + hxy + ix^2y + jxy^2 \end{aligned} \quad (23)$$

これらの各写像関数によって作成した時間地図グラ

フの距離再現精度（相関係数）及び道路ネットワークの位相関係が保持されたか破壊されたか、について図2(c)の結果とともに示したのが表2である。

表2 各種変換の精度及び位相保持性の比較

変換	相関係数	位相
MDS	0.942	破壊
アフィン変換	0.771	保持
2次アフィン変換	0.873	保持
3次アフィン変換	0.866	保持
射影変換	0.806	保持
多項変換	0.941	破壊

以上の結果から次のようなことが言えるだろう。

(1) 同相写像では距離の再現精度は低い。特に、アフィン変換や射影変換では高い精度は望めない。一方、3次アフィン変換では比較的高い精度が得られており、多項式への拡張が有効であると思われる。

(2) 多項変換による時間地図は位相を破壊するが、距離の再現精度は高い。したがって、地図要素の位相保持を目的としない場合には有効な方法である。これにより、位相は保たれないが、MDSでは不可能な任意の地図要素の時間地図上への表現が可能となる。

(3) 2次アフィン変換は理論的には同相写像ではないが、実験の結果では位相が保たれている。これは、同相写像でない関数でも、特定の定義域ではそれと同じ特性を有するためである。また2次アフィン変換の距離再現精度は、3次アフィン変換や射影変換よりも高い。すなわち、位相関係の保持を目的とした場合でも、同相写像関数にのみ注目するのではなく、他の関数を試行錯誤的に用いる意義は大きい。

6. 応用と手法改良の視点

本章では、いくつかの実際問題への応用を通し、構築した時間地図作成手法の有効性、及び改良の方向、適用限界について考察する。

6.1 日本の鉄道時間地図

図1に示すわが国の29都市を対象に、昭和38年及び平成3年における鉄道所要時間（国鉄及びJRグループ

による都市間最短所要時間）に基づく時間距離行列を与え、各年における鉄道時間地図の作成を試みた。写像の元となる地図は図1とし、時間地図に表現する地図要素は海岸線及び各都市の配置とした。また写像関数としては3次アフィン変換を用いた。時間地図の作成結果を図5に示す。時間距離行列の再現精度は、相関係数にして、昭和38年で0.971、平成3年で0.956であった。

(1) 時間地図の解釈

図5(b)と実地図（図1）の比較は、わが国の鉄道整備水準の現状を端的に示している。すなわち、新幹線により本州特に太平洋側の整備が顕著であること、またそれと比較して太平洋側と日本海側を結ぶ鉄道整備が遅れていることなどが読み取れる。また、北海道あるいは九州、四国、紀伊半島地域の鉄道整備の遅れが明確に表現されている。

図5(a)と図5(b)の比較は、この30年間の新幹線を中心としたわが国の鉄道整備の進展を印象的に表現している。新幹線の整備が「日本を狭くした」効果は絶大である。その傾向は言うまでもなく本州において顕著であり、特に南北方向の時間地図の縮小は目を見張るものがある。本州の時間地図面積はこの30年間で3分の1以下になった。

一方、この30年間は、日本の時間地図が実地図の形状から大きくかけ離れた時期でもあった。昭和38年の時間地図は、比較的実地図に近かった。しかし平成3年の時間地図は、北海道の時間地図が本州より大きくなるなど、実地図を大きく歪めている。新幹線は、「日本を狭くした」が、鉄道整備水準の地域的な偏在を助長したことも確かである。

さて、現在計画されている新幹線の路線（整備計画、基本計画路線）がすべて完成し、営業運転されたとすると、日本の時間地図はどうなるだろうか。（図6）在来線の速度は変化がないものとし、かつ計画路線がすべて現行の東海道新幹線と同程度の速度で運行されたとする。写像関数は同じく3次アフィン変換を用いる。結果を図7に示す。新幹線の計画路線は「日本をさらに狭く」し、また鉄道整備の地域格差の是正に少なからず寄与する様子が視覚的に読み取れるだろう。

(2) 手法改良の視点

作成した時間地図には、その精度が比較的高いにも

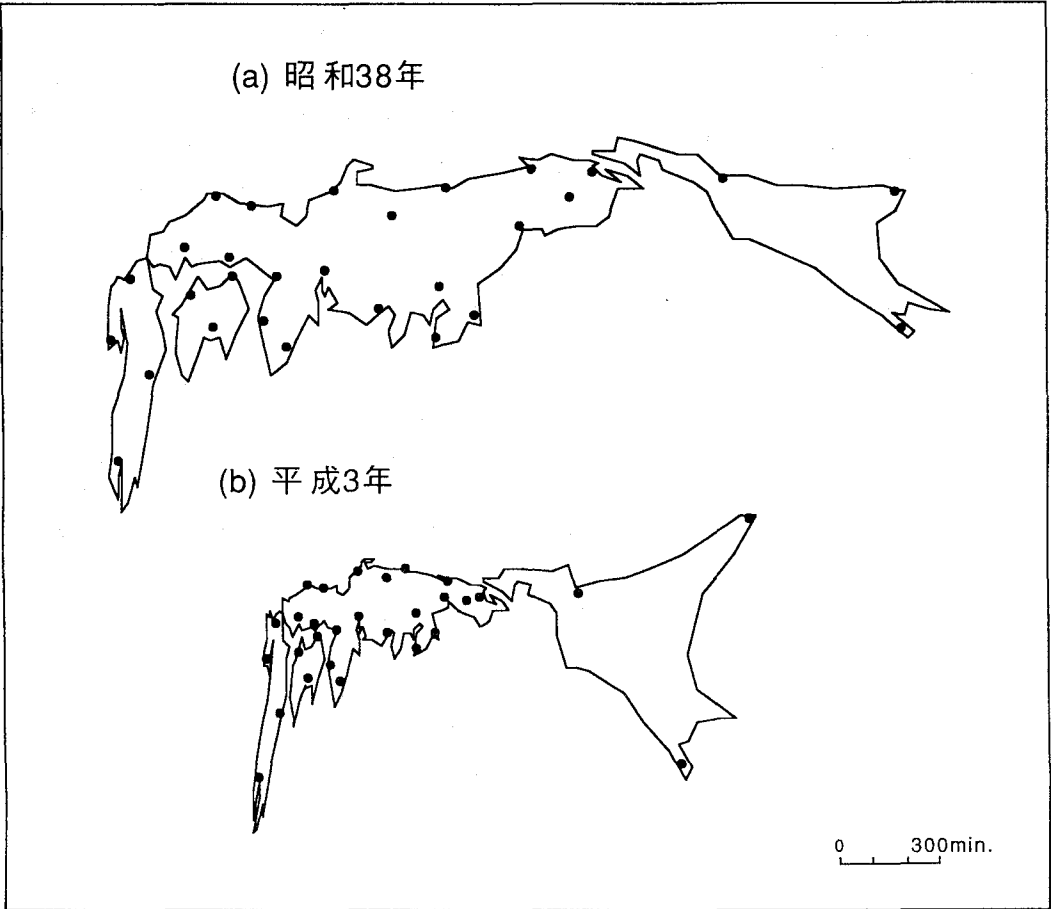


図5 日本の鉄道時間地図

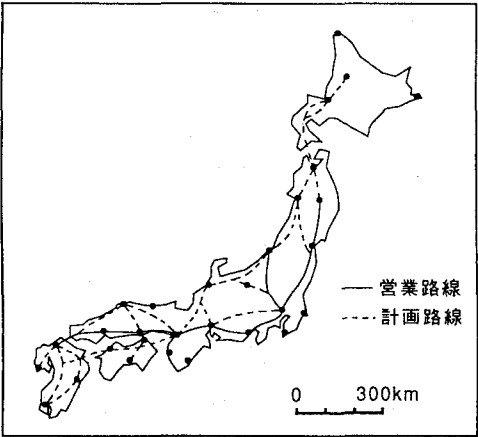


図6 新幹線の計画路線

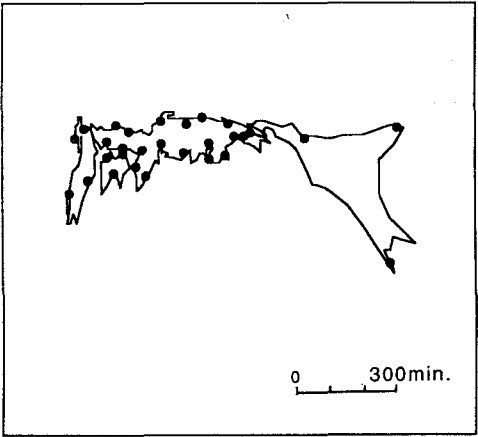


図7 計画路線の開通を
想定した場合の時間地図

かかわらず、一般の人がイメージするであろう日本の時間地図と異なる点がいくつかある。例えば、紀伊半島と四国、四国と九州は鉄道時間地図ではもっと離れていないとおかしい、あるいは北海道の時間地図の形状が、この30年間でかくも変化するのには奇異である、といった感想をもった人も多いだろう。これらの結果は、3次アフィン変換による距離再現の精度の低さに起因している。時間距離行列の再現精度を検討していくと、本州において多くの都市を採用しているため、これらの都市からの時間距離に関数パラメータの推定が支配的な影響を受け、これにより北海道、九州、四国の再現精度が相対的に低くなっていることが分かった。すなわち、3次アフィン変換では、中央部と周辺部で時間距離が大きく異なる状況を十分表現することはできないということである。改良の方向としては、(1) 試行錯誤的に数多くの写像関数を適用し、結果を逐次検討しながら精度向上を図る、(2) 地域別に異なる写像関数を適用し、作図の結果を地域間の時間距離に基づいて再度配置する（これにより、全体的な精度は低くなるが違和感は少なくなる）、といったことが考えられる。

6.2 フランスの鉄道時間地図

フランスにおいて、(a)TGVを利用しない、(b)TGVを利用する、という2つの条件のもとに、1992年4月

時における SNCF による鉄道時間地図を作成した。結果を図8に示す。写像関数はアフィン変換であり、地図要素は国境線、都市配置及び鉄道ネットワークとした。時間距離の再現精度は相関係数で各々 0.682 及び 0.666 であった。

(1) 時間地図の解釈

図8は、TGVがフランスの特に南北方向の鉄道所要時間の短縮に貢献し、フランスの時間地図を実地図の形状に近づけている様子が明確に描き出されている。図柄そのものにはほとんど違和感を感じさせず、かつ印象的なものとなっている。しかし、精度の低さからも分かるように、図8はフランスの鉄道整備水準を正確に表現していない。（ここでは、他の多くの写像関数を適用したにもかかわらず精度の改善がほとんどみられなかったため、敢えて構造が簡単なアフィン変換による作図結果を示している。）

(2) 手法の適用限界

時間距離の再現精度が低かった背景には、フランスの鉄道がパリを中心に整備されており、周辺地域間の鉄道所要時間は多くの場合、パリを経由した方が短くなるという事実がある。すなわち、容易に想像できるように、パリから放射方向の時間距離と周辺地域間の時間距離をともに再現するような平面上の時間地図を作成することは物理的に不可能である。一般には、放射方向の時間距離は過大推定され、周辺地域間の距離

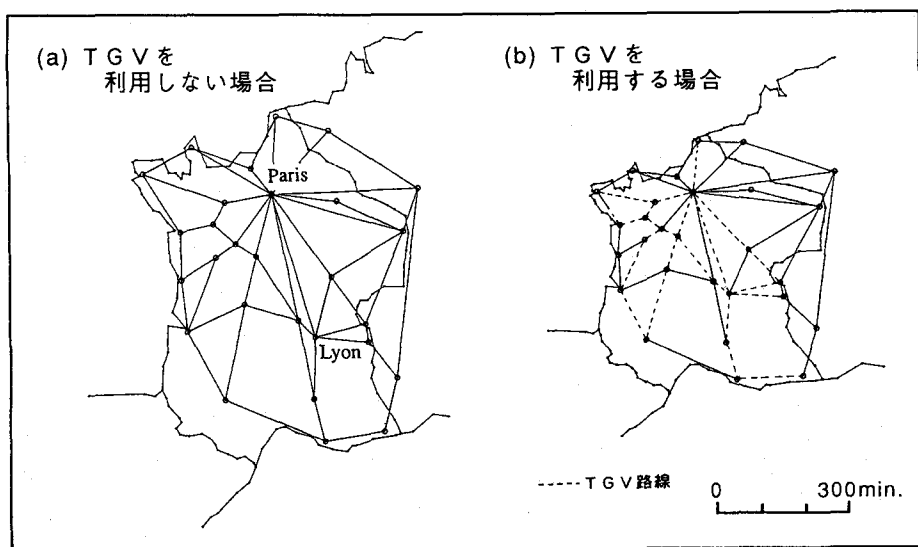


図8 フランスの鉄道時間地図

は過小推定される。このような場合、中心地点（パリ）からの時間距離に重みをつけ、その精度を確保することによって、従来の中心地依存型の時間地図と同様の機能をもつことになる。

6.3 ヨーロッパの認知地図

地理学や心理学の分野を中心に古くから行われている認知空間研究の中に、人々がイメージする認知空間を平面上に地図として表現し、これと実地図とを比較することによって、人々の空間認知の構造や特性を解明しようとするアプローチがある。³⁸⁾³⁹⁾ このような研究アプローチが成立する背景については議論を割愛するが、ここでは一般に、認知空間は地図に含まれる情報と同様の情報を含むという仮定がなされる。³⁹⁾

認知地図の作成手法は、描画法と距離評価法に大別される。³⁸⁾ 描画法は、被験者に手書きで地図を作成してもらう方法である。簡便で、かつ被験者個人の認知空間を詳細に検討することが可能であるが、被験者全体の傾向を読み取るのは煩雑となる。距離評価法は、被験者へのアンケート調査によっていくつかの地点間の認知距離データを収集し、これにMDS等を適用して地点の配置を求める手法である。被験者全体の空間認知の傾向が1枚の地図として表現されるという利点はあるが、地点間の距離のみの回答によって作成された認知地図が人々の空間認知を本当に反映しているのか

という手法そのものに対する批判、あるいは作成された地図はあくまで地点の配置であり、視覚的に分かりずらく、また印象も薄いといった実用上の問題もある。

以上の議論から自明のように、本研究で構築した手法は、時間距離を認知距離に置き換えることによって、距離評価法による認知地図作成手法として機能する。すなわち 構築した手法は、距離評価法 そのものに対する批判に解答を与えるものではないが、任意の地図要素を認知地図上に自由に描き出すことが可能であり、視覚的にもより分かりやすく、印象的な地図を作成することができる。

(1) 認知地図作成の試み

岐阜大学土木計画学講座の4年生数名を対象に簡単なアンケート調査を実施し、彼らの描くヨーロッパの認知地図を作成した。調査は、ロンドンとパリの位置をプロットした白紙を配布し、他の主要都市を記憶と勘によりプロットしてもらった。そしてこの結果を、紙面上の測定によって距離行列の形で整理し、本研究で構築した地図作成手法への入力とした。写像の元図は多円錐図法で描かれた地図（地図帳等で見える典型的な地図）とし、地図要素は国境線と都市配置とした。写像関数には射影変換を用いた。なお、被験者にはヨーロッパ旅行の経験者はいなかった。結果を図9に示す。距離の再現精度（相関係数）は、0.768であった。精度がこのように低かったのは 記憶が不確かなこと、

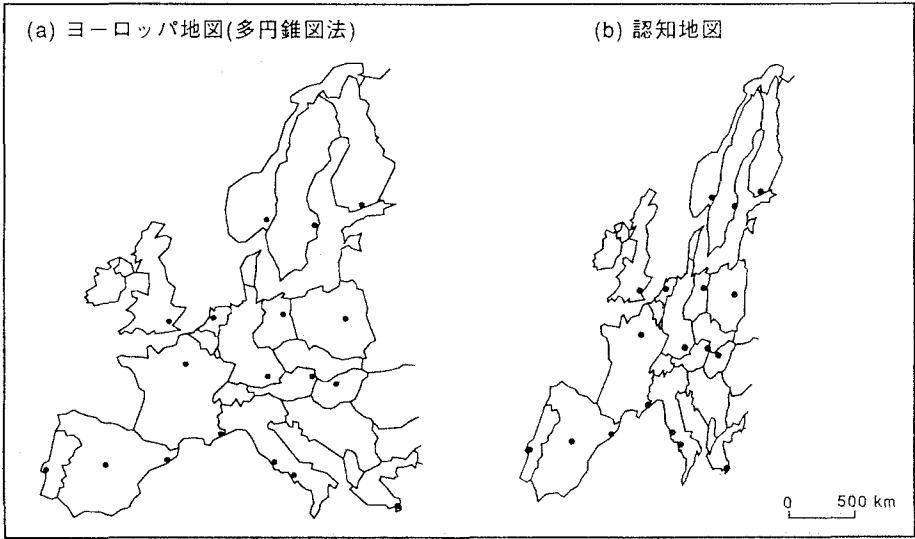


図9 ヨーロッパの認知地図

及び半ばその結果として、認知に対する空間的な規則性が乏しかったことなどが考えられるが、相関係数の値は一応の考察に耐え得るものと判断する。

図9によれば、被験者のヨーロッパに対する地図認知は南北方向に関しては比較的正確であるが、東西方向は約2分の1に過小認知している。彼らにとって、ヨーロッパは東西にかなり狭い空間として認知されている。これは、パリ、ミュンヘン、ウィーン、ローマといった主要都市間の距離を、実際よりも短く認知している結果であり、有名か無名か、馴染みがあるか否かによって遠近知覚が異なることを示唆している。

ここでの認知地図分析への応用は試行的なものであり、この結果から構築した手法の認知地図研究における有用性を論ずるわけにはいかない。しかし、地図の座標読み取り（デジタイジング）と認知距離に関する簡単な調査（調査方法は今回の方法以外にも数多く考えられる）によって、様々な集団の空間認知の様子をきわめて迅速にまた視覚的に考察、比較検討しようという利点は有していると考える。

（2）手法改良の視点

今回の応用では、アンケート調査を紙面へのプロットという方法で実施したため、収集した距離データは必然的に距離の公理（式(1)）を満たすメトリックな距離であり、構築した手法をそのまま適用できた。

しかしアンケート調査を、認知距離そのものを回答させる方式で行っていたらどうだろう。それらの結果は必ずしも距離の公理を満たすとは限らない。最終的には平面上に描くのため距離の公理を満たさないのは誤差であると仮定し、あくまでメトリックなデータとして処理することも1つの方法である。しかし、回答結果が、地点間の一対比較によって「遠い」「近い」の形式で得られた場合にはもはや処理できない。⁴⁰⁾（認知空間研究では、絶対的な距離よりも相対的な距離に意味があるという見方が多い。）したがって、本研究で構築した手法を認知地図研究により広範に利用するには、ノンメトリックMDSに写像制約を与えた方法へと拡張しておくことも重要である。この拡張は、ノンメトリックMDSにおける、メトリックMDSを用いた座標計算のアルゴリズム（式(13)）を、本論文で述べた写像関数の推定及びそれに基づく座標計算のアルゴリズムに置き換えることによって実現できる。

7. おわりに

本研究で構築した時間地図作成手法の特徴及び有用性を整理することによってまとめたい。

（1）従来の時間地図は、中心となる1地点のみからの時間距離を再現するものであった。

これに対して本研究で構築した手法は、任意の地点間の時間距離を可能な限り小さな誤差で再現する手法であり、地域の交通整備水準や交通施設整備による交通条件の変化を地域全体として概略的に表現するのに適している。

（2）時空間分析において従来しばしば用いられてきたMDSを時間地図作成に応用するならば、時間距離を所与とした地点以外の地図要素は他の方法で内挿しなければならない。またその際、地理的な内挿は一般には同相写像ではないため、地図要素の位相関係が時間地図上で保たれる保証はない。

本研究で構築した手法は、地図からの写像という制約を与えた新たなMDSと言えるものである。これによれば、地図に表現されている任意の地図要素を写像関数によって時間地図上に描くことができる。また同相写像関数を採用することにより、地図要素の位相関係は完全に保たれた時間地図となる。

（3）従来の時間地図は人間の手によってイラスト風に描かれることが多く、書籍やパンフレット等において、交通施設整備の効果を分かりやすく表現する「絵」として利用されてきた。本研究の成果はこのような目的のためにも広く利用しうる。

しかし、構築した手法の最大の意義は時間地図作成の客観性と自動性にある。この手法は、地図がデータベース化されていれば、時間地図作成の過程を完全に自動化することができ、地理情報システムのような計算機での利用が効果的である。地理情報システムを利用する人々にとって、構築した手法は交通分析や認知空間分析、あるいは交通整備効果のプレゼンテーション等のための手軽な道具となり得るものと考ええる。

以上のように、本研究は従来の時空間研究、時間地図研究、認知地図研究等の分野に対して多少なりとも新しい視点と手法を提供しえたものと考えている。今後は、本論でも述べたように、精度向上を目的とした

写像関数の合理的な決定方法の構築、距離の再現精度と人間が時間地図にもつ「違和感」の関係の分析、認知空間分析をはじめとする他の分野への適用を念頭においた手法の拡張、等に関して研究を進展させたい。

最後に、時間地図が必然的にもつ誤差の問題について言及したい。本研究でのいくつかの実験、応用からも明らかなように、時間距離を完全に再現する地点配置は一般には不可能である。ましてや本研究では、時間距離が与えられていない海岸線や鉄道ネットワークといった地図要素までも空間の連続性の仮定のもとに時間地図に描こうとしている。これらの誤差はさらに大きなものとなる。このような誤差を「地図」に認めるか否かは、本研究の存立に関わる問題であり、また「地図」とは何か「地図学」とは何かという、より大きな問題に通ずる。⁴¹⁾ 地図の語源は写像 (mapping) であり、時間地図は時空間から平面への写像、すなわち地図である、などと言っても意味はない。少なくとも筆者は、実世界の何らかの現象を把握できるような図を広義に地図と捉えている。また、地図はもちろんのこと、様々な社会現象や動態がデータベース化されている現在において、これらの情報をより有効かつ広範に利用するための模索として、本研究で行っているような「情報の図化技術」は決して無意味なことではないと思っている。しかし、作図の前提条件や精度が明記されたにせよ、見る人に誤解を与える可能性があるものを紙面に描いて公表するなど言語道断である、と思われる人もいるだろう。ご意見、ご教示をいただければ幸いである。

謝辞

まず、招待論文という身に余る機会を与えて下さりました土木計画学研究編集小委員会 (森杉壽芳 委員長) の諸先生方に心から感謝の意を表します。

本研究は、岐阜大学の森杉壽芳教授、宮城俊彦教授との議論の中から生まれたものであります。両先生からは、研究を進めるにあたり、数知れない有益なご示唆、ご教示をいただきました。また、名古屋大学の河上省吾教授を中心とする交通問題研究会の諸先生方には、研究の初期段階においてまとめた資料について細

部にわたって熱心にご議論いただきました。ドルトムント大学の Michael Wegener 教授には、西欧における時空間研究の資料を提供いただき、また研究の中間報告として発表した WCTR の論文 (Lyon, 1992.7) について建設的なご批判をいただきました。

最後に、恩師である東京大学の中村英夫教授に深甚なる感謝の意を表します。中村教授には、論文奨励賞の受賞論文「用途地域指定支援システムに関する研究」はもとより、筆者が今日まで行ってきたあらゆる研究に対して常にご熱心にご指導いただきました。本論文においても、その問題意識や手法の構築は、先生のご指導のもとに行ってきた地理情報システムやリモートセンシングに関する研究の成果によるところが大であります。論文には、いまだ不備な点、多々あると思います。ご叱正いただければ望外の幸せです。

【参考文献】

- 1) A. H. ロビンソン他 (永井信夫訳) : 地図学の基礎, 地図情報センター, pp.51-55, 1984.
- 2) Ewing, G.: Multidimensional Scaling and Time-space Maps, Canadian Geographer, Vol. 18, No.2, pp.161-167, 1974.
- 3) Angel, S. and G. M. Hyman: Transformations and Geographic Theory, Geographical Analysis, Vol.4, pp.350-367, 1972.
- 4) 堀淳一 : 地図の科学 — よい地図・わるい地図 —, 講談社, pp.105-115, 1990.
- 5) 朝日ジュニアブック — 日本の地図, 朝日新聞社, pp.36-37, 1988.
- 6) 土木学会編 : 土木工学ハンドブック II, 資料編 II-25, 1989.
- 7) Time of Arrival from Tokyo Station, ATLAS JAPAN, 国土地理院, 1974.
- 8) Muller, J. C.: The Mapping of Travel Time in Edmonton, Alberta, Canadian Geographer, Vol.22, No.3, pp.195-210, 1978.
- 9) Gatrell, A. C.: Distance and Space: A Geographical Perspective, Oxford University Press, 1983.
- 10) Marchand, B.: Deformation of A Transportation Surface, Annals of the Association of American Geographers, Vol.63, pp.507-521, 1973.
- 11) Forer, P. C. : Time-space and Area in the City of the Plains, in Timing Space and Spacing Time, Vol.1 (Ed. Carlstein, T., D.Parkes, and N. Thrift), Edward Arnold,

pp.99-118, 1978.

12) 杉浦芳夫 : 多次元尺度構成法 (MDS) による空間分析とその拡散問題への応用, 地理学評論, Vol.53, No.10, pp.617-635, 1980.

13) 吉本剛典 : 全国主要都市間時間距離の地図化の試み、地理学評論、Vol.54, No.11, pp.605-620, 1981.

14) 林知己夫編 : 多次元尺度解析法、サイエンス社、1989.

15) 印東太郎 : 多次元尺度構成の発展と経過、数理科学, No.152, pp.5-12, 1976.

16) 前掲 9), pp.25-34.

17) 前掲 14), pp.9-12.

18) 吉本剛典 : 再現された時空間における次元性の検討、地理科学, Vol.37, No.1, pp.25-41, 1982.

19) Young, G. and A. S. Householder: Discussion of a Set of Points in Terms of Their Mutual Distances, Psychometrika, Vol.3, pp.19-22, 1938.

20) 寺田文行, 木村宣昭 : 線形代数, サイエンス社, p.110, 1992.

21) Torgerson, W. S.: Multidimensional Scaling: I, Theory and Method, Psychometrika, Vol.17, pp.401-419, 1952.

22) American Congress on Surveying and Mapping: Which Map Is Best ? Projections for World Map, American Cartographic Association, p.2, 1986.

23) Monmonier, M.: How to Lie with Maps, The University of Chicago Press, 1991.

24) 奥村晴彦 : パソコンによるデータ解析入門, 技術評論社, pp.194-205, 1990.

25) 茨木俊秀, 福島雅夫 : 最適プログラミング, 岩波書店, pp.141-166, 1991.

26) Shepard, R. N.: The Analysis of Proximities: Multidimensional Scaling with an Unknown Distance Function I, Psychometrika, Vol.27, pp.125-140, 1962.

27) Shepard, R. N.: Metric Structures in Ordinal Data, Jour. Mathematical Psychology, Vol.3, pp.287-315, 1966.

28) Kruscal, J. B.: Nonmetric Multidimensional Scaling: A Numerical Method, Psychometrika, Vol.29, pp.115-129, 1964.

29) Tobler, W.: Comparison of Plane Forms, Geographical Analysis, Vol.10, pp.154-162, 1978.

30) 加藤靖 : 情報数学, 共立出版, pp.78-87, 1991.

31) Ewing, G. and R. Wolfe: Surface Feature Interpolation on Two-dimensional Time-space Map, Environment and Planning A, Vol.9, pp.419-437, 1977.

32) Clark, J. W.: Time-distance Transformations of Transportation Networks, Geographical Analysis, Vol.9, pp.195-205, 1977.

33) 三村護, 吉岡巖 : 位相空間論, 培風館, pp.88-90, 1991.

34) Clarke, K. C.: Analytical and Computer Cartography, Prentice-Hall, pp.144-169, 1990.

35) 山口富士夫 : コンピュータディスプレイによる図形処理工学, 日刊工業新聞社, pp.66-107, 1991.

36) 小野博宣, 坂田宜子, 杉浦正明 : コンピュータ図学, コロナ社, pp.135-143, 1984.

37) 栗田稔 : 写像, 共立出版, pp.43-49, 1985.

38) 若林芳樹 : 認知地図の歪みに関する計量的分析、地理学評論、63A-5, pp.339-358, 1989.

39) 岡本耕平 : 認知距離研究の展望、人文地理、Vol.34, No.5, pp.45-64, 1982.

40) Golledge, R. G., R. Briggs and D. Demko: The Configuration of Distances in Intra-urban Space, Proc. Assoc. American Geographers, Vol.1, pp.60-66, 1969.

41) 堀淳一, 塩見鮮一郎他 : 地図の記号論 - 方法としての地図論の試み、批評社, 1990.