【土木計画学研究・論文集 No.9 1991年11月】

ネットワーク均衡に基づく観測リンクフロー からのＯＤ交通量推計法に関する検討

AN ANALYSIS ON THE EQUILIBRIUM-BASED ESTIMATION OF ORIGIN-DESTINATION MATRICES FROM LINK TRAFFIC COUNTS

楊 海*・佐佐木綱**
By Hai Yang and Tsuna Sasaki

This paper examines a model due to Nguyen for estimating origin-destination (O-D) trip matrices from observed traffic flows on each network link. It is shown that the bilevel optimization methods for choosing an O-D matrix can be transformed into single convex programs. Under the condition that the set of observed link flows is an equilibrium flow pattern, Nguyen's model is shown to be equivalent to an underspecified system of linear equations with non-negative variables. By exploiting the properties of the feasible region of the system, more simple method such as least squares technique can be used to obtain an O-D matrix which, when user-optimally assigned to the network, reproduces the observed link flows exactly.

Keywords: O-D matrix, observed link flows, network equilibrium.

1. はじめに

観測リンクフローからのOD交通量推計についてこれまでに数多くの方法が提案されている。これらの手法は利用者の経路選択に関する仮定によって，概ね２つのタイプに大別できる。その一つは交通混雑が利用者の経路選択に与える影響を無視して，Dial確率配分法等を用いてOD間の経路選択率を外生的に与え，計算交通量が観測交通量に一致あるいは接近するように既存OD交通量パターンを修正するものである。これにはエントロピー最大化，残差平方和最小化，ベイズ推論法等が提案されており，Cascetta and Nguyen[1]，飯田・高山[2]等によって詳しくレビューされている。もう一つはネットワーク均衡をOD交通量推計過程に取り込み，OD間の経路選択率を内生的に決定しようとするものである。Nguyen[3),4)]は均衡交通量配分を行った時のOD走行時間（起終点間の最短経路走行時間）が既知のOD走行時間に等しくなるようにOD交通量を求めるモデルを提案した。Fisk[5]は観測フローデータを用いて分布・配分統合モデルのパラメータを推定することにより，OD交通量を求める手法を提案した。また河上ら[6]はFiskのモデルを拡張し，分布・分担・配分統合モデルという形で交通手段別OD交通量を推定している。なおFisk[7]は観測リンクフローを確定的制約条件とし，ネットワーク均衡を取り入れたエンロピー最大化による推計モデルを提案した。井上[8]はシャドウコスト概念を導入し，交通均衡論的手法によるOD交通量推計法を示した。さらに楊ら[9),10)]は観測フローとOD交通量データの誤差を考慮し，ネットワーク均衡を従来の一般化残差平方和最小化モデルに取入れた２レベル最適化モデルとその数値解法を提案している。

本研究では，Nguyenのモデルを中心としてネットワーク均衡に基づく観測リンクフローからのOD交通量推計問題についてより一般的な検討を行う。Nguyenのモデルでは0D走行時間が観測リンクフローある

* 学生会員 工修 京都大学大学院 工学研究科 博士後期課程（〒606 京都市左京区吉田本町）
**正会員 工博 京都大学教授 工学部環境地球工学教室（同上）

いは他の何らかの方法で推定されたものとし，均衡交通量配分でそれを生じるようなOD交通量を求めようとしている。この方法は特に観測リンクフローが均衡フローである場合，それに等しくなるようなリンクフローを与える性質を持ち，多数の関連研究がみられる[11)-15)]。ただし Nguyenのモデルでは0D交通量が一意的に決まらないため，それを選択する基準を表す第二の目的関数を追加する必要がある。

本研究の構成は次の通りである。次章では取り扱う問題と従来の方法を説明する。３章では，Nguyenのモデルに基づくOD交通量を求めるための従来の２レベル問題をシングル凸計画問題に変換できることを示し，観測リンクフローが均衡フローである場合，Nguyenのモデルは簡単な非負変数をもつ不定線形方程式系と等価であることを明らかにする。４章では，観測リンクフローが観測誤差等によってネットワーク均衡条件を満たさない場合も含めて，推計問題の持つ解の特性を考察する。５章では，均衡OD交通量解の性質に関する検討結果を用いることによって，OD交通量をより簡単な方法で求められることを示す。６章では，具体的ネットワーク例を用いて説明する。最後に７章で本研究の成果を取りまとめる。

2．問題の説明

ここではリンクフローが所与のもとで利用者均衡条件からOD交通量を求める問題いわゆるネットワーク均衡の逆解析問題を考える。いま対象ネットワークの全リンクでフローが観測され，$\bar{v}=[\cdots,\bar{v}_a,\cdots]^T$ とする。ネットワークリンクの集合をA，リンク $a\in A$ の走行時間関数をリンクフローの単調増加で凸な関数 $c_a(v_a)$ とし，観測フローデータ $\bar{v}_a$ を用いてその走行時間 $c_a(\bar{v}_a)$ を計算できるとする。またODペアの集合をW，ネットワークの経路集合をR，ある特定のODペア $w\in W$ を連結する経路の集合を R_w とする。リンク走行時間に基づいて任意ODペア間の経路走行時間 $\bar{u}_r, r\in R$ を次のように求めることができる。

$$\bar{u}_r=\sum_{a\in A} c_a(\bar{v}_a)\,\delta_{ar} \quad r\in R \tag{1}$$

ここで

$$\delta_{ar}=\begin{cases}1 & \text{経路}r\text{がリンク}a\text{を通る時}\\ 0 & \text{その他}\end{cases}$$

さらに各OD走行時間を $\bar{u}_w$，$w\in W$ とし，最短経路集合を $\bar{R}_w$ とする。

$$\bar{u}_w=\min_{r\in R_w}\bar{u}_r \quad w\in W \tag{2}$$

$$\bar{R}_w=\{r:\ \bar{u}_r=\bar{u}_w,\ r\in R_w\} \quad w\in W \tag{3}$$

本研究では次の問題について中心的に考察を行う。

Problem Description: 与えられた観測リンクフロー $[\cdots,\bar{v}_a,\cdots]^T$ に対して，ネットワーク均衡配分でそれを生じるようなOD交通量 $t=[\cdots,t_w,\cdots]^T$ が存在するか。もし存在すれば，その様なOD交通量を如何に求めるか；もし存在しなければ，観測リンクフローに完全に一致しないが，それに近接するようなリンクフローを与えるOD交通量を如何に求めるか。

この問題を扱う前にまず観測リンクフローがネットワーク均衡フローであるための定義を与えておく。

Definition: ネットワーク均衡配分を行った時，配分リンクフローが観測リンクフローに一致するようなOD交通量が存在すれば，その観測リンクフローをネットワーク均衡フローという。

Nguyen[3),4)]により，はじめて観測リンクフローがネットワーク均衡フローである場合のOD交通量推計問題が考えられた。彼は観測リンクフローが均衡条件を満たすと仮定することにより，それを生じるようなOD交通量が次のような非線形最適化問題を解くことによって得られることを示している。

Nguyen's Problem 0 (NP0):

$$\min F(v,t)=\sum_{a\in A}\int_0^{v_a} c_a(x)\,dx-\sum_{w\in W}\bar{u}_w t_w \tag{4}$$

subject to

$$\sum_{r\in R_w} f_r=t_w \quad w\in W \tag{5}$$

$$\sum_{r\in R} f_r\,\delta_{ar}=v_a \quad a\in A \tag{6}$$

$$f_r\geqq 0 \quad r\in R \tag{7}$$

ここで，f_r は経路 $r\in R$ の利用交通量である。

以上の定式化は，直接観測リンクフローを使用せずにOD走行時間 $\bar{u}_w$，$w\in W$ のみを必要な入力データとし，$v=[\cdots,v_a,\cdots]^T$ と $t=[\cdots,t_w,\cdots]^T$ を変数とする凸計画問題である。その最適性の必要条件により，任意ODペア $w\in W$ と経路 $r\in R_w$ に対して次の関係が成立する[3),14)]：

$$u_r^* = \bar{u}_w \quad \text{if } f_r^* \geqq 0 \tag{8}$$

$$u_r^* \geqq \bar{u}_w \quad \text{if } f_r^* = 0 \tag{9}$$

ここで，$u_r^* = \sum_{a \in A} c_a(v_a^*)\delta_{ar}$.

以上の必要条件からわかるように，NP0 の最適解が特定の性質を持つOD交通量$\{t_w^*\}$ を与えている。つまり最適解としてのOD交通量がネットワークに均衡配分された時，任意ODペア$w \in W$間の利用されている経路の走行時間は観測フロー等から得られたOD走行時間$\bar{u}_w$に等しく，利用されていない経路の走行時間はそれより大きいかまたは等しいことになる。

Nguyen[3),4)]によって示されたように，NP0 はvに関する狭義凸関数と凸な制約領域を持ち，唯一のリンクフロー解$\{v_a^*\}$を与える。また観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$がネットワーク均衡フローであれば，$\bar{v}_a = v_a^*$ $a \in A$が成り立つ。すなわち配分リンクフローと観測リンクフローが一致する。しかしNguyenのモデルにおいては，その目的関数が tに関して狭義凸関数ではないため，$t_w, w \in W$ は唯一に定まらない[11)]。すなわち均衡交通量配分によって同一リンクフローパターンを生じるようなOD交通量は無数に存在する。

観測リンクフローを生じるOD交通量のうち唯一のOD交通量を選択するために，Gurら[11)]は外生的に生成されたターゲットOD交通量$\bar{t}_w$，$w \in W$を仮定し，それに最も近いOD交通量を選択する方法を提案した。

$$\text{NP1:} \quad \min_{t} \sum_{w \in W} (t_w - \bar{t}_w)^2 \tag{10}$$

where t solves NP0

またNguyen[4)]は観測リンクフローを生じるOD交通量のうち，最も発生しやすいOD交通量いわゆるエントロピー最大のOD交通量を選択する方法を提案した。

$$\text{NP2:} \quad \max_{t} \sum_{w \in W} -t_w \{\log(\frac{t_w}{\bar{t}_w}) - 1\} \tag{11}$$

where t solves NP0

以上のモデルNP1とNP2のいずれも2レベル構造を持っているため，大規模ネットワークを対象とする場合の数値解法には困難がある[15)]。LeBlanc and Farhangian[12)]はNP1を解くための部分ラグランジュ法を提案している。この方法ではラグランジュ乗数を更新するために Nguyenの問題NP0を反復して解く必要がある。一方，Nguyen[4)]はNP2を解くためにOD

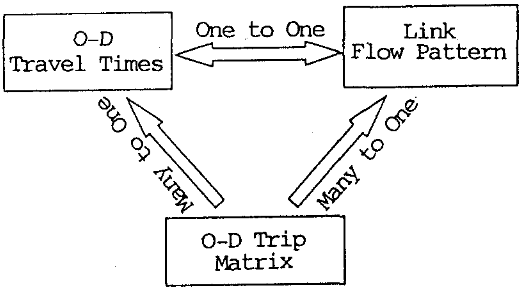

Fig. 1 Correspondence relation for the standard network equilibrium problem

交通量推計と均衡交通量配分とを反復して解く方法を提案している。

<u>Remark 1</u>：Nguyenの方法に関する記述はSheffi[14)]に詳しい。Sheffiは彼のテキストにNguyenのモデルの定式化，数値解法等について詳細に述べている。

<u>Remark 2</u>：既存の文献では “reproduce the observed OD travel times”，“reproduce the observed link flows” という二つの表現がある。ネットワークフローが均衡フローであれば，それらは等価である。なぜなら，通常のネットワーク均衡問題（分離可能なリンク走行時間関数）の場合，均衡リンクフローと均衡OD走行時間とが一対一に対応するからである(Fig. 1)。しかし観測リンクフローが均衡条件を満足しない場合，両者間の等価性は保証できない。

<u>Remark 3</u>：2レベル最適化問題では，制約条件もまた最適化問題となるため，一般に解は唯一に定まらない[16)]。ただし Nguyenの問題ではその解集合が凸集合であり(次章のResult 1)，また目的関数(10)，(11)が狭義凸関数であるので，2レベル問題であるNP1とNP2は唯一のOD交通量を持つ。

3．等価性

すでに述べたように，Nguyenの方法ではネットワーク均衡の概念をOD交通量の推計に取り入れ，利用者の経路選択を内生化した点に特徴がある。しかし，以上で述べた唯一のOD交通量を選択するモデル NP1とNP2では，Nguyenの問題を反復して解く方法を取っているため，膨大な計算量が必要である。

ここでは2レベル問題NP1とNP2が分離可能なシングル凸計画問題に変換できることを証明し，Nguyenのモデルがある非負変数をもつ不定線形方程式系と

等価であることを明らかにする。その結果よりOD交通量を求めるためのより簡単な方法を提案する。

まず記述を簡潔にするために，次の記号を用いる。

$\Delta=[\delta_{ar}]$：リンク／経路 incidence matrix

$\Lambda=[\delta_{wr}]$：ＯＤ／経路 incidence matrix

ここで，δ_{ar}は前述の通りであり，

$$\delta_{wr}=\begin{cases}1 & 経路 r\in R_w の時\\ 0 & その他\end{cases}$$

明らかに，フロー保存条件から次の関係がある。

$$t=\Lambda f,\ v=\Delta f,\ f\geqq 0 \qquad (12)$$

ここで，$f=[\cdots,f_r,\cdots]^T$：経路フローベクトル。

前述のように シングル凸計画問題NPOから解v^*は唯一に定まる。この唯一のリンクフロー解はFrank-Wolfe法によって容易に求めることができる[12),13)]。その結果，各ODペア間で唯一の最短経路集合が得られる。ここではこの様な最短経路集合に問題を絞って考えよう。いまネットワーク全体の最短経路集合を$R^*=\{R_w^*:w\in W\}$とし，それに対応する部分ＯＤ／経路及びリンク／経路incidence matrices をΛ^0とΔ^0，また最短経路フローベクトルを f^0とすると，次の結論が得られる。

Result 1：非線形計画問題 NPOのODマトリックスの解集合は次のように定義される凸多面体である

$$\Gamma^0=\{t:\ t=\Lambda^0 f^0,\ \Delta^0 f^0=v^*,\ f^0\geqq 0\} \qquad (13)$$

証明：See Appendices. ◆

Nguyenの論文[4)]では“NPOのODマトリックスの解集合が明示的に表示できないので”，有限個の線形等式制約を用いてそれを近似的に表す方法を取っている。これに対し，Result 1は NPOの解集合が式(13)で表す凸多面体によって明示的に表示できることを表している。したがって，２レベル問題(NP1 or NP2)を反復して解く必要のないことがわかる。つまりOD交通量を求めるために，まずシングル問題 NPOを解くことで，多面体Γ^0 を定め，次に特定の基準に基づき，Γ^0 より特定の点を選ぶことで唯一のOD交通量が得られるわけである。

続いてNPOの性質を調べよう。まず Nguyenの定式化では観測リンクフローを直接使用せずにOD走行時間のみを必要な入力データとしている。OD走行時間が観測リンクフロー以外の情報から求めたものであれば，NPO とResult 1により，２レベル問題を反復して解かなくてもOD交通量が得られることがわかった。しかしネットワーク上のリンクフローが観測されている場合には，リンク走行時間関数を介してOD間の走行時間と最短経路集合$\bar{R}=\{\bar{R}_w:w\in W\}$を得ることができる。ここで，$\bar{R}$ に対応する経路フローベクトルをf^+，部分ＯＤ／経路incidence matrixをΛ^+，リンク／経路incidence matrix をΔ^+として，次の非負変数をもつ線形方程式系を考えよう。

$$\text{LS:}\quad t=\Lambda^+ f^+,\ \Delta^+ f^+=\bar{v},\ f^+\geqq 0 \qquad (14)$$

まず次の多面体集合を定義する。

$$\Gamma^+=\{t:\ t=\Lambda^+ f^+,\ \Delta^+ f^+=\bar{v},\ f^+\geqq 0\} \qquad (15)$$

Result 2：観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$がネットワーク均衡フローであれば，$\Gamma^+=\Gamma^0$。換言すれば，非線形最適化モデルNPOと線形方程式系LSは等価である。

証明：See Appendices. ◆

以上の等価性はネットワーク均衡が達成された状態においてのみ成立することに注意すべきである。この等価性は均衡OD交通量推計問題がさらに簡略化されたことを意味している。つまりネットワーク上のリンクフローが観測され，かつ均衡状態にあれば，Nguyenのモデルを使わずに，均衡OD交通量は Γ^+から直接に求められることになる。

4．解の特性

本章ではさらに線形方程式系LSとNguyenのモデルNPOの幾つかの有用な性質を明らかにする。これらの性質は２章で述べた問題の解答となるものである。

まずより現実に近い場合，つまり観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$が必ずしも均衡条件を満足しない場合を考えよう。現実には計測誤差や時間変動等によって，リンクフローの観測値はノードフロー保存条件“flow in＝flow out”を満足しない場合がありうる。また観測リンクフローはフロー保存条件を満たしても，必ずしも利用者均衡条件を満たすとは限らない[8),10)]。従来の研究では，誤差を含んだ観測フローデータからフロー保存条件を満たすようなリンクフローを推計する幾つかの方法が提案されているが[17),18)]，観測リンクフローが均衡条件を満たすか否か，また満たさない場合，いかにして観測フローデータを均衡条件を満たすようなリンクフローに変換すれ

ば良いかについてはほとんど検討されていない。ネットワーク均衡に基づく推計モデルでは，均衡条件を満たす観測リンクフローデータが必要であるから，次のResultはそのために有用である。

Result 3：観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$がネットワーク均衡フローであるために，線形方程式系LSが実行可能解を持つことが必要かつ十分な条件である。

証明：See Appendices. ◆

Result 3とその証明より次の結論が容易に得られる。

Result 4：均衡交通量配分によって観測リンクフローを生じるような全てのOD交通量は線形方程式系LSの解集合である凸多面体 Γ^+に含まれる。LSの任意実行可能解はネットワークに均衡交通量配分を行った時，観測リンクフローに一致するようなリンクフローを与える。

均衡状態では，Nguyenのモデル NPOと線形方程式系LSが等価であることから，Result 4は均衡交通量配分で観測リンクフローを生じるようなすべてのOD交通量が NPOの解集合である凸多面体 Γ^0に含まれていることも表している。これは最適化モデルとしてOD交通量推計を行うための条件にもなっている。

Result 3は観測リンクフローが均衡フローであるかどうかを確認する一つの方法を示している。もし観測リンクフローが均衡フローではなければ，線形方程式系LSは実行可能解を持たず($\Gamma^+=\phi$)，またNPOの解集合Γ^0 は空集合ではないが，ネットワーク均衡による配分リンクフローが観測リンクフローに一致するようなOD交通量を含まない集合になる。

線形方程式系LSが非負解を持つかを確認するために，次の方法[17]が適用できる。

$$\min\ x^T x \quad \text{subject to}\ \triangle^+ f^+ + x = \bar{v},\ f^+ \geqq 0 \quad (16)$$

$x^*=[\cdots, x_a^*, \cdots]^T$を最適残差ベクトルとすると，$x^*=0$ ならば，LSが非負解をもつ，そうでなければ，非負解を持たないことが容易にわかる。

もし観測リンクフローが均衡条件を満足しなければ，ネットワーク均衡に基づく推計モデル[4),15)]からOD交通量を求めるために，観測データに対する前処理を施す必要がある。このためには，$\bar{v}$ の代わりに$\bar{v}-x$を用いることが考えられるが，リンクフロー値の修正に伴ってその走行時間を修正する必要もある。もしこのような修正量が小さく，OD間の最短経路集合が変化しなければ，均衡リンクフローは得られるが，最短経路集合に変化がある場合には，線形方程式系LSに新たな不整合性が生じる可能性がある。このような場合リンクフローに対して反復修正を行っても，その修正が収束するか否かは保証できない。したがって観測リンクフローから均衡条件を満たすようなリンクフローを求めるために，さらに検討する必要がある。

次に線形方程式系LSの性質について具体的なネットワーク構造に基づいて調べよう。いまネットワークのリンク数を L，ODノード(セントロイド)を除いたノード数を N，また観測リンクフローから得られたOD間の最短経路数をHとすると次のことがわかる。

(a) $\triangle^+$は$(L\times H)$行列；

(b) $\mathrm{rank}\triangle^+ \leqq L-N$；

(c) $\mathrm{rank}\triangle^+=\mathrm{rank}[\triangle^+:\bar{v}]$ ならば，$\triangle^+ f^+=\bar{v}$ が実行可能解を持つ；

(d) $\triangle^+ f^+=\bar{v}$ が成立すれば，その自由度(DF) は $DF=H-\mathrm{rank}\triangle^+ \geqq H-L+N \geqq 0$を満たす。

ここで，リンクフローは少なくともセントロイド以外のN 個ノードにおいてフロー保存条件を満たすことから，$\mathrm{rank}\triangle^+ \leqq L-N$が容易にわかる。

いま$\mathrm{rank}\triangle^+=\mathrm{rank}[\triangle^+:\bar{v}]$，$DF \geqq H-L+N \geqq 0$という場合を考えよう。非斉次線形方程式系に関する解定理より，$\triangle^+ f^+=\bar{v}$の一般解は次のように表せる。

$$f^+=Z\lambda+\mu \qquad (17)$$

ここで，Zはrankが DFである$(H\times DF)$行列であり，λ は任意のベクトル，またμは$\triangle^+$と$\bar{v}$より定まる定数ベクトルである。

Result 3により，$Z\lambda+\mu \geqq 0$となるベクトルλが存在すれば，観測リンクフローが均衡状態にあり，OD交通量の解集合Γ^+は次のように表せる。

$$\Gamma^+=\{t:\ t=\Lambda^+ Z\lambda+\Lambda^+\mu,\ Z\lambda+\mu \geqq 0\}. \quad (18)$$

明らかに，$\Lambda^+ Z=0$ならば，ベクトルtがλによらないことから，OD交通量は一意的に定まる。

以上をまとめると，次の結果が得られる。

Result 5：観測リンクフローがネットワーク均衡フローであるための必要かつ十分な条件は，$\mathrm{rank}\triangle^+=\mathrm{rank}[\triangle^+:\bar{v}]$かつ $Z\lambda+\mu \geqq 0$を満たすベクトルλが存在することである。もしこの様な条件が満足さ

れていれば，OD交通量は式(18)で与えられ，また$\Lambda^{+}Z=0$ならば唯一である。

最適化モデルNPOによるOD交通量推計の場合では，複数個の解が存在することは容易に判明できる。しかしOD交通量が一意的に定まる場合もあり，どの様な条件のもとでその解が一個のみであるかを知ることは非常に難しい。Result 5はそのための充分条件を示している。もし均衡OD交通量が唯一であることがわかれば，その唯一のOD交通量は最適化モデルを使わずに簡単に求められることから，多大な計算労力を回避することができる。

5．ネットワーク均衡によるOD交通量推計

Result 4で示したように，観測リンクフローが均衡フローであれば，それを生じるすべてのOD交通量は多面体Γ^{+}によって明示的に表示できる。よって推計問題は凸多面体から特定の点を選ぶことになり，NP1とNP2に対応するモデルは容易に得られる。

Least Squares Estimator (LSE):

$$\min_{t} \sum_{w\in W}(t_w-\bar{t}_w)^2 \quad \text{subject to} \quad t\in\Gamma^{+} \tag{19}$$

あるいは詳しく書けば，

$$\min_{\lambda} (\Lambda^{+}Z\lambda+\Lambda^{+}\mu-\bar{t})^{T}(\Lambda^{+}Z\lambda+\Lambda^{+}\mu-\bar{t}) \quad \text{subject to} \quad Z\lambda+\mu\geqq 0. \tag{20}$$

この問題は通常の凸二次計画問題である。

Maximum Entropy Estimator (MEE):

$$\max_{t} \sum_{w\in W} -t_w\{\log(\frac{t_w}{\bar{t}_w})-1\} \quad \text{subject to} \quad t\in\Gamma^{+} \tag{21}$$

LSEとMEEはシングル凸計画問題であるから，計算量及び数値精度の面からの利点を持つ。特にネットワークの経路数が多くなっても，各ODペア間の最短経路のみを考えれば良いことから，モデルは依然として適用可能であろう。

6．説明例

これまでに述べたことを確かめるために，Fig. 2で示す4リンクと3OD(1→2, 1→3, 2→3)からなる簡単なネットワークを考える。OD交通量を$t=[t_{12}, t_{13}, t_{23}]^T$，OD間の経路を$r_1=\{1\}_{1\to2}$，$r_2=\{1,2\}_{1\to3}$，$r_3=\{1, 3\}_{1\to3}$，$r_4=\{4\}_{1\to3}$，$r_5=\{2\}_{2\to3}$，$r_6=\{3\}_{2\to3}$という順に並べる。またリンク走行時間関数を$c_a(v_a)=\alpha_a+\beta_a v_a$とし，パラメータ$\alpha=[4, 4, 3, 8]^T$，$\beta=[2, 5, 5, 4]^T\times10^{-3}$と仮定する。観測リンクフローを$[\bar{v}_1, \bar{v}_2, \bar{v}_3, \bar{v}_4]=[500, 400, 600, \bar{v}_4]^T$とすると，それに対応するリンク走行時間が$\bar{c}=[5, 6, 6, c_4(\bar{v}_4)]^T$のように求められる。ここでリンク 4の観測フローを異なる値と仮定し，他のリンクフロー観測値を固定して，次の3ケースを考える。

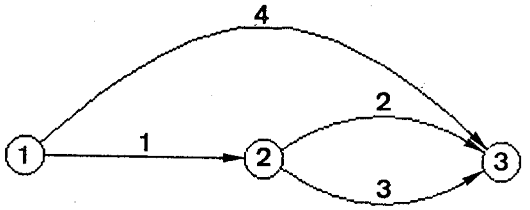

Fig. 2 Network example

ケース 1：$\bar{v}_4<750$, $c_4<11$

ケース 2：$\bar{v}_4=750$, $c_4=11$ $(=c_1+c_2=c_1+c_3)$

ケース 3：$\bar{v}_4>750$, $c_4>11$

ケース1では，$\bar{v}_4<750$ であり，LSに関して次の式が得られる。

$$\Delta^{+}f^{+}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\\0&1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_4\\f_5\\f_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}500\\400\\100\\\bar{v}_4\end{bmatrix}$$

この線形方程式系は非負解を持ち，かつ唯一である。よって観測リンクフローが均衡状態にあり，次の結果が容易に得られる。

$$f^{+}=[500, \bar{v}_4, 400, 600]^T$$
$$t=\Lambda^{+}f^{+}=[500, \bar{v}_4, 1000]^T$$

NguyenのモデルNPOも同じ唯一解を持つことが確認できる。また推計OD交通量がネットワークに均衡配分された時のリンクフローが観測リンクフローに等しいことが確認できる。

ケース2では，$\bar{v}_4=750$であり，次の関係がある。

$$\Delta^{+}f^{+}=\begin{bmatrix}1&1&1&0&0&0\\0&1&0&0&1&0\\0&0&1&0&0&1\\0&0&0&1&0&0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}f_1\\f_2\\f_3\\f_4\\f_5\\f_6\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}500\\400\\600\\750\end{bmatrix}$$

この線形方程式系が複数の非負解を持つため，観測リンクフローは均衡状態にある。

以上の不定線形方程式系に対する一般解は

$$f^{+}=\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_4\\ f_5\\ f_6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 2\\ -1\\ -1\\ 0\\ 1\\ 1 \end{bmatrix}\lambda_1+\begin{bmatrix} 0\\ 1\\ -1\\ 0\\ -1\\ 1 \end{bmatrix}\lambda_2+\begin{bmatrix} 300\\ 100\\ 100\\ 750\\ 300\\ 500 \end{bmatrix}$$

と表すことができ，対応する均衡OD交通量解は次のように表すことができる。

$$t=\Lambda^{+}f^{+}=\begin{bmatrix} -1\\ 1\\ -1 \end{bmatrix}\lambda+\begin{bmatrix} 500\\ 750\\ 1000 \end{bmatrix}\quad 0\leqq\lambda\leqq 500$$

ターゲットOD交通量 $\bar{t}=[400, 700, 850]^{T}$ と仮定すれば，次のTable 1 に示す推計結果が得られる。

Table 1 Solutions for different models

Solution variable	Target values	Estimated values	
		NP1 or LSE	NP2 or MEE
t_{12}	400	433	429
t_{13}	700	817	821
t_{23}	850	933	929

ケース3では，$\bar{v}_4>750$であり，次の関係がある。

$$\triangle^{+}f^{+}=\begin{bmatrix} 1&1&1&0&0\\ 0&1&0&1&0\\ 0&0&1&0&1\\ 0&0&0&0&0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} f_1\\ f_2\\ f_3\\ f_5\\ f_6 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 500\\ 400\\ 600\\ \bar{v}_4 \end{bmatrix}$$

この方程式系は実行可能解を持たないため，観測リンクフローは均衡状態になっていない。ここで，Nguyenのモデルは次の式で示す無数のOD交通量解

$$t=\Lambda^{+}f^{+}=\begin{bmatrix} -1\\ 1\\ -1 \end{bmatrix}\lambda+\begin{bmatrix} 500\\ 750\\ 1000 \end{bmatrix}\quad 0\leqq\lambda\leqq 500$$

を持つが，これらのOD交通量に対して均衡交通量配分を行った時，リンク4のフローは$v_4=750$となり，その観測値 $\bar{v}_4$(>750)に等しくない。よってこの場合，モデル NP0はOD走行時間を生じるものの，観測リンクフローを生じるようなOD交通量を与えない。

7．おわりに

本研究で得られた主な成果をまとめると，以下のとおりである。

(1) 交通ネットワーク均衡に基づく観測リンクフローからのOD交通量推計問題をより一般的に提起し，従来の推計手法を簡単にまとめた。

(2) Nguyenのモデルに基づく均衡OD交通量を決定する従来の2レベル問題は，より簡単に解くことができるシングル凸計画問題に変換することができる。

(3) Nguyenのモデルは均衡交通量配分で観測リンクフローを生じるようなOD交通量を求めようとするものであるが，全リンクでフローが観測され，かつ均衡条件を満たすという同一前提条件のもとで，このモデルは一つの不定線形方程式系と等価であり，より簡単な方法でOD交通量を求めることができる。

(4) リンクフローが観測されれば，ネットワークフローが均衡状態にあるかどうかを確認できることがわかった。したがって，この方法によって現在の交通量配分の基本原則となっている利用者均衡原則の妥当性の検定も可能となる。

(5) 本研究で得られた結論について簡単なネットワーク計算例を示し，それを確認することができた。

本研究ではネットワーク均衡に基づくOD交通量推計問題の性質について詳細に検討したが，さらに以下のようないくつかの研究課題があげられる。

(1) 観測リンクフローとネットワーク均衡条件のみでは，OD交通量が一意的に定まらないため，最大可能相対誤差という概念[19),20)] を用いれば，特定の選ばれたOD交通量に対して誤差の上限を示すことができ，その利用方法も検討できる。

(2) Fisk [15)]は，ネットワーク均衡状態においては，分布・配分統合モデルによる観測リンクフローからのOD交通量推計法 [5)]と Nguyenの方法とが等価であることを証明している。同様に彼女のアプローチと本研究方法との関係を調べることが興味深いと思われる。

(3) 現実にはすべてのリンクフローを観測することがほとんど不可能であり，また観測誤差等も含まれているので，より一般的場合に適用できるような推計モデルを開発する必要がある。

最後に，本研究を進めるにあたり，京都大学工学部飯田恭敬教授より終始有益な示唆を頂いた。また本論文の文書作成にあたって，同大学工学部秋山孝正講師にはご協力を頂いた。ここに記して深く謝意を表する次第である。

Appendices

Result 1の証明：NPOの任意解t^*，f^*，v^*を考える。最適性条件(8)，(9)より，フロー保存条件

$$\sum_{r\in R_w} f_r{}^* = t_w{}^*,\quad \sum_{r\in R_w} f_r{}^*\delta_{ar} = v_a{}^*,\quad f_r{}^*\geqq 0$$

は次のように簡略化できる。

$$\sum_{r\in R_w^*} f_r{}^* = t_w{}^*,\quad \sum_{r\in R^*} f_r{}^*\delta_{ar} = v_a{}^*,\quad f_r{}^*\geqq 0$$

つまりNPOの任意最適解がΓ^0に含まれている。

一方，任意t，$t\in\Gamma^0$に対して，

$$\sum_{w\in W} t_w\bar{u}_w = \sum_{w\in W}\sum_{r\in R_w^*} f_r{}^0\bar{u}_w$$
$$= \sum_{w\in W}\sum_{r\in R_w^*} f_r{}^0\{\sum_{a\in A} c_a(v_a{}^*)\delta_{ar}\}$$
$$= \sum_{a\in A} c_a(v_a{}^*)\{\sum_{w\in W}\sum_{r\in R_w^*} f_r{}^0\delta_{ar}\}$$
$$= \sum_{a\in A} c_a(v_a{}^*)v_a{}^*.$$

そしてNPOの目的関数の最小値が

$$F(v^*, t^*)_{min} = \sum_{a\in A}\int_0^{v_a{}^*} c_a(x)dx - \sum_{w\in W} t_w{}^*\bar{u}_w$$
$$= \sum_{a\in A}\int_0^{v_a{}^*} c_a(x)dx - \sum_{a\in A} c_a(v_a{}^*)v_a{}^*$$

となるから，$t\in\Gamma^0$は目的関数F(t, v)にその最小値を与え，NPOの最適解であることがわかる。◆

Result 2の証明：観測リンクフローがネットワーク均衡フローであれば，$v^*\equiv\bar{v}$が成立するから [3),4)]，$\Lambda^+=\Lambda^0$，$\triangle^+=\triangle^0$。よって，$\Gamma^+=\Gamma^0$。◆

Result 3の証明：まず NPOは凸計画問題であり，最適解をもつことがわかる。Result 1とResult 2より，観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$が均衡フローパターンであれば，線形方程式系LSは実行可能解をもつ。一方，LSが解を持つならば，その任意解は均衡交通量配分で観測リンクフローを生じるようなOD交通量であることを示す。ここでLSを満足する $f_r{}^+, r\in\bar{R}_w$，$w\in W$からなるOD交通量$t\in\Gamma^+$を考える。このOD交通量を経路フロー$f_r=f_r{}^+(\text{if } r\in\bar{R}_w)$，$f_r=0$(その他)，$w\in W$によってネットワークに配分した時，観測リンクフロー$\{\bar{v}_a\}$を与える。また最短経路集合には変化がないことから，この配分は均衡交通量配分でもある。◆

参考文献

1) Cascetta, E. and Nguyen, S. : A unified framework for estimating or updating origin/destination matrices from traffic counts, Transpn. Res. 22B, 437-455, 1988.

2) 飯田・高山：リンクフローによるＯＤ交通量推計モデル，第18回土木計画学講習会テキスト，97-118, 1987。

3) Nguyen, S. : Estimating an O-D matrix from network data:A network equilibrium approach, Pub. 87, Centre de recher che sur les Transports, Universite, de Montreal, 1977.

4) Nguyen, S. : Estimating origin-destination matrices from observed flows, In transportation planning models, 363-380, 1984.

5) Fisk, C. S. and Boyce, D. E. : A note on trip matrix estimation from link traffic count data, Transpn. Res. 17B, 245-250, 1983.

6) 河上・広畠・陸：複数交通手段を考慮した観測リンク交通量に基づくＯＤ交通量推定法，土木計画学研究・論文集，No. 8, 57-64, 1990。

7) Fisk, C. S. : On combining maximum entropy trip matrix estimation with user optimal assignment, Transpn. Res. 22B, 66-79, 1988.

8) 井上：シャドウ・コスト概念による観測交通量からのOD交通量推計，土木学会論文集，No. 401/Ⅳ-10, 41-50, 1989。

9) 楊・飯田・佐佐木：交通ネットワーク均衡を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計，土木学会第46回年次学術講演会，1991。

10) 楊・朝倉・飯田・佐佐木：交通混雑を考慮した観測リンク交通量からのOD交通量推計モデル，土木学会論文集（掲載予定），1991。

11) Gur, et al. :Estimation of an origin destination trip table based on observed link volumes and turning movements: technical report, U. S. Dept. Transpn., 1980.

12) LeBlanc, L. J. and Farhangian, K. :Selection of a trip table which reproduces observed link flows, Transpn. Res. 22B, 83-88, 1982.

13) Sheffi, Y. and Barnhart, C. :XENT: Extended traffic assignment model, Jour. of Transp. Eng., 113(4), ASCE, 450-462, 1987.

14) Sheffi, Y. : Urban transportation networks, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N. J, 1985.

15) Fisk, C. S. :Trip matrix estimation from link traffic counts:The congested network case, Transpn. Res. 23B. 331-356, 1989.

16) Bard, J. F. : Convex two-level optimization, Math. Program. 40, 15-27, 1988.

17) Carey, M. and Revelli, R. : Constrained estimation of direct demand functions and trip matrices, Transpn. Sci. 3, 143-152, 1986.

18) Van Zuylen, J. H. and Branston, D. M. : Consistent link flow estimation from counts. Transpn. Res. 14B, 281-293, 1982.

19) Yang, H., Iida, Y. and Sasaki, T. : An analysis of the reliability of an origin destination matrix estimated from traffic counts, Transpn. Res. 25B (Forthcoming), 1990.

20) 楊・飯田・佐佐木：観測リンク交通量に基づくOD交通量推計の信頼度評価法，土木学会論文集，No. 419／Ⅳ-13, 87-94, 1990。