【土木計画学研究・論文集 No.8 1990年11月】

対話型システムにおける代替案評価モデル

Altanatives Evaluation Model for Interactive Computer Systems

福島　徹*，坂井　信行**

By Thoru Fukushima ,Nobuyuki Sakai

It is necesarry to support planners evaluating altanative plans scientificaly and efficiently. We discuss an altanatives evaluation model for interactive computer systems. The analytic hierarchy prosess(AHP) is a convenient decision analysis technique. However, realistic decision problems usually involves large number of pairwise comparison at each level of the decision hierarchy.
As the number of judgements increases, the estimated weights can be expected to be less reliable. This paper presents a method to reduce the number of pairwise comparison.

1．はじめに

本研究は，都市計画の策定段階にプランナーが迫られる種々の意思決定をより科学的，効率的に行うために対話型の支援システムを導入することを考え，意志決定支援のための代替案評価モデルの提案を行おうとするものである．

意思決定が要請される問題では通常多数の目的が存在するため，それぞれの目的に対する代替案の「好ましさ」を評価しなければならない．このとき各代替案に対する評価はできる限り客観的な情報に基づいて行われることが望ましい．代替案の「好ましさ」が定量的な指標によって評価される場合には，評価関数の設定や数値的なカテゴリー分割が容易であり，数学的な取り扱いが可能である．しかし，非定量的・定性的な指標によって代替案を評価しなければならない場合には数学的な取り扱いが困難であり，客観的な情報に基づきながらも，評価の多くは意思決定者の主観によることになる．従ってこのような場合には代替案評価における意思決定者の主観的な評価をいかに計量するかが問題となる．

本研究では，対話型システムの特長を生かすことが期待できる，このような主観的評価手法について検討し，代替案評価を行うモデルの提案を行う．

2．代替案の主観的評価モデルと対話型システム

（1） 対話型の意志決定モデル

代替案の主観的評価モデルを検討する前に，このような意志決定のモデルが備えていることが望ましい性質を整理すると，1）定量的な要素のみならず，定性的な要素をも合理的に処理できること，2）目的間の非通約性に対処するため，単一の評価尺度の構成が工夫されていること，3）目的間のトレードオフを調整する過程が含まれていること，4）あい

* 正会員　工修　神戸大学講師　総合情報処理センター（〒657　神戸市灘区六甲台町）
** 正会員　工修　地域計画・建築研究所

まいな判断を取り扱えること，５）試行錯誤的，発見的な過程の導入により，意思決定者の学習効果が考慮されていること，６）構造化された問題を取り扱うための手続きを有すること，等をあげることができる．

一方，対話型システムにおいて最も重要なことは，人間とコンピュータとの役割分担をいかに行うかということである．すなわち，人間とコンピュータとが持つそれぞれの能力の特長を十分に活用することが肝要となる．このようなマン・マシンシステムの特質を踏まえ，対話型の評価モデルに望まれる性質をまとめると，１）求められる判断が容易なものであること，２）操作や手続きが簡単であること，３）提示される情報が理解し易いものであること，４）結果が意思決定者にとって納得できること，５）対話過程を通じ発見，学習できること，などである．

対話型システムにおける代替案評価モデルを考えるときには，これらの性質を考慮に入れて検討する必要がある．

（２） 代替案の主観的評価モデル

代表的な代替案の主観的評価モデルとして多属性効用関数モデルがある．その特徴は尺度の構成において多大な労力が払われることである．効用関数の同定では常に原点と単位を明かにし，厳密な間隔尺度を構成する．さらに単一の評価尺度，すなわち全ての属性を考慮した多属性効用関数に対し，単一属性効用関数による分解表現がなされるため，複雑な問題の構造化という観点からも厳密なアプローチがとられている．従って解析的な局面に対しては極めて有力なモデルといえるが，この厳密さは同時に意思決定者に対して大きな負担にもなる．多属性効用分析では判断のあいまいさを取り扱う手続きが確立されていないため，意思決定者は常に整合性のある判断を要求される．また，効用関数の同定におけるくじを用いた一般的な方法は，現実の代替案から離れた属性空間上で行われるため，直観的にイメージするのが難しく，自己の選好に照らし合わせて確信できるような判断を下すことは難しい．

このように多属性効用分析は，理論的な整合性を追求するあまり手続きが煩雑になり，反復的な操作，あるいは意思決定者の学習効果の面からも対話型の意思決定モデルとしては不利と言えよう．

これに対し，ＡＨＰに代表される選好強度付きの一対比較を行う方法[1) 2)]がある．選好強度付一対比較による代替案の主観的評価手法の特徴は手続きの簡易さにある．意思決定者に求められる判断は現実の代替案に対する評価のみであるためイメージし易く，判断も比較的簡単である．また，最初からは整合性のある判断は要求されず，反復によって整合性のある判断に収束していくという過程を有するため，対話型としての特長を生かすことができる．

しかし，冗長な一対比較が行われるため，要素の数が多くなれば行うべき判断の数は急激に増大し，整合性のある回答が困難になる．判断の修正においても整合性を乱す原因となる部分が示されないため，結局全ての判断をやり直さなければならず極めて非効率的である．従って操作性を高めるために一対比較を効率的に行う手続きが開発されれば，問題構造を数学的に定式化することの困難な，いわゆる悪構造の問題に対する対話型手法として極めて有力なものとなることが期待される．そこで，本研究では選好強度付き一対比較法を対話型の代替案評価モデルとしてとりあげ，パスを許した場合の結果の平均化手法と対話において参考となる回答の整合性，頑健性の尺度について提案し，システムの開発も行う．

３．選好強度付き一対比較モデルの改良

（１） 一対比較の冗長性と結果の頑健性

選好強度付一対比較モデルの特徴の１つは，意思決定者に冗長な判断を求めるという点にある．つまり後述する基数推移性を仮定する場合，n個の代替案に対する判断が完全に整合性を持っていれば，その比較はn－１回でよい．この手法では非整合性を許す代わりに冗長な判断を求め結果の平均化を図ろうとしている．一対比較の冗長性は，結果の頑健性(robustness)を高めるという点では望ましいことであるが，一対比較の要素の数が多くなれば逆に整合性のある判断を行うことが困難にもなる．全ての一対比較判断に回答しなければならないならば，判断に確信を持てないような場合問題である．もし判断をいくつか保留にし，回答をパスすることができればこのような問題は改善される．この場合，意思決定者は直接答えにくい判断や，よくわからない判断をとりあえず保留にしてある程度自信のある判断の

みを回答すればよい．そして一対比較を繰り返し行うことによる意思決定者の学習効果を期待すれば，最終的には全ての判断に対して意思決定者自身の確信度が高い回答を効率良く引き出すことができる．また適当な冗長回答で整合性を確保できれば，回答のパスを残して結果を求めることも可能となり，一対比較の労力を軽減できる．しかし不完全な一対比較は，意思決定者の負担を軽減するものではあるが，その分判断の頑健性は低くなる．従って回答のパスに際して，一定の頑建性を保つ配慮が不可欠である．

一対比較判断のパス，保留ができるためには，不完全な結果に基づく平均化の手法が不可欠となる．

（2）　一対比較行列と基数推移性

一対比較の対象となるn個の要素の集合を$A=\{a_1, \cdots, a_n\}$とし，意思決定者によるa_iとa_jについての比尺度上での一対比較判断の値をq_{ij}とする．ここでq_{ij}はa_iに対するa_jの選好の比を表すものとし，

$$q_{ij}=1/q_{ji},\ \forall i, j \tag{3.1}$$

$$q_{ii}=1,\ i=1, \cdots, n \tag{3.2}$$

$$q_{ij}>0,\ \forall i, j \tag{3.3}$$

と定義する．そしてq_{ij}の行列表示$Q=[q_{ij}]$を一対比較行列と呼ぶ．Qが次式を満たすとき基数推移的（cardinally transitive）であるという．

$$q_{ij}=q_{ik}\cdot q_{kj},\ \forall i, j, k \tag{3.4}$$

意思決定者の選好に基数推移性を仮定した場合，式（3.4）が成立することは一対比較判断に完全な整合性があることを意味する．このときa_i（$i=1, \cdots, n$）の比尺度上での相対的な基数評価値を

$x=(x_1, \cdots, x_n)$で表せば，

$$q_{ij}=x_i/x_j,\ \forall i, j \tag{3.5}$$

が成立する．

Qが基数推移的でない場合には，意思決定者の選好を式（3.5）を用いてQから直接基数尺度化することはできない．ここでQが式（3.4）を満たさない理由は二つ考えられる．一つは意思決定者の選好に基数推移性を仮定できないためであり，もう一つは一対比較判断が首尾一貫していないためである．しかしながら，これらを区別して考えることは困難であるため，本研究では意思決定者の選好にある程度の基数推移性を仮定し，式（3.4）が満足されないのは主として一対比較判断が首尾一貫していないためであると考える．そしてこれを判断の非整合性（inconsistency）と呼ぶことにする．

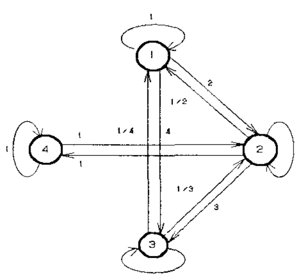
意思決定者がAの要素のある組み合わせにおいて一対比較判断を保留にした場合，対応するQの成分を欠如した不完全な一対比較行列になる．以下では式（3.4）を満たさず，さらに不完全であるような一対比較行列から，Aに対する意思決定者の選好を相対的に基数尺度化し，xを同定することを試みる．

（3）　一対比較行列のグラフ表現と近似値

Aの要素の添字の集合を$I=\{1, \cdots, n\}$とし，一対比較判断の値が得られた添字の対$c_k=(i, j)$（$k=1, \cdots, m$）の集合を$C=\{c_1, \cdots, c_m\}$とする．ただし，$(i, j)\neq(j, i)$とし，Cは(i, i)（$i=1, \cdots, n$）を要素として含んでいるものとする．一対比較行列は，頂点の集合をI，枝の集合をCとし，枝(i, j)にq_{ij}を付与した有効グラフG（Q）として表現することができる．またG（Q）の隣接行列を$D=[d_{ij}]$とし，

$$d_{ij}\triangleq\begin{cases}1, & \text{if } (i, j)\in C\\ 0, & \text{otherwise}\end{cases} \tag{3.6}$$

と定義する．図－1にG（Q）の例を示す．



$$Q=\begin{pmatrix}1 & 2 & 4 & -\\ 1/2 & 1 & 3 & 1\\ 1/4 & 1/3 & 1 & -\\ - & 1 & - & 1\end{pmatrix}$$

図－1　一対比較行列のグラフ表現

一対比較行列Qにおいて$q_{ij}\simeq x_i/x_j$であり，q_{ij}はx_i/x_jの直接的な近似値である．また，

$$q_{ik}\cdot q_{kj}\simeq x_i/x_k\cdot x_k/x_j=x_i/x_j \tag{3.7}$$

であるから，$q_{ik}\cdot q_{kj}$はx_i/x_jの（長さ2のパスに沿った）間接的な近似値である．ただし，この場合のパスの長さとはパスに含まれる枝の数を意味する．パスに沿った間接的な近似値を用いれば，不完全な一対比較行列の欠如した成分を補って完全な一対比較行列をつくることができる．ただし，このような操作が可能であるためにはG（Q）の頂点iと頂点j（$(i, j)\notin C$）の間にパスが存在する必要がある．一般にグラフの頂点iと頂点jの間の

パスの有無は，Dを隣接行列とすると以下に示す可到達行列$R=[r_{ij}]$によって表される．

$$(D^{p-1})_b \neq (D^p)_b = (D^{p+1})_b \triangleq R \quad (3.8)$$

ここで$(\ )_b$はブール代数演算を意味する．もしも$r_{ij}=1$であれば頂点iと頂点jの間にパスが存在し，$r_{ij}=0$であれば存在しない．また$r_{ij}=1$，$\forall i, j$であるようなグラフは連結グラフと呼ばれる．頂点の数がnであるような連結グラフでは，任意の頂点からたかだか長さ$n-1$のパスに沿って全ての頂点に到達することが可能である．このことから，一対比較行列Qが不完全であってもG（Q）が連結グラフである限り，間接的な近似値を用いてQの欠如した成分を全て補うことが可能である．

さて，基数推移的でないQからはそのままでは意思決定者の選好を基数尺度化できないため，何らかの平均化を行う必要がある．ここでQを何らかの方法で平均化することにより求めた基数推移的な行列を$Q^*=[q_{ij}]$とする．x_i/x_jの直接的・間接的な近似値は，またq_{ij}の近似値でもあり，Q^*を求めるための情報として用いることが可能である．また，G（Q）の頂点iから頂点jへ同一の長さで至るパスは複数個あり，それに対応して間接的な近似値も複数個ある．そこでこれらの直接的・間接的近似値を平均することによってQを求めることを考える．

（4） 一対比較行列の平均化

長さpでグラフの頂点iから頂点jへ到るパスの数は隣接行列の累乗$D^p=[d_{ij}^{(p)}]$，すなわち，

$$d_{ij}^{(p)}=\begin{cases} d_{ij} & ,\ p=1 \\ \sum_{k=1}^{n} d_{ik} d_{kj}^{(p-1)}, & p\geq 2 \end{cases} \quad ,\ \forall i,\ j \quad (3.9)$$

で表される．従って長さpのパスに沿ったx_i/x_jの直接的・間接的な近似値は$d_{ij}^{(p)}$個存在することになる．ここで$d_{ij}^{(p)}$個の近似値の積$q_{ij}^{(p)}$を求めると，

$$q_{ij}^{(p)}=\begin{cases} q_{ij} & ,\ p=1 \\ \prod_{k=1}^{n}\{(q_{ik})^{d_{ik}d_{kj}^{(p-1)}}\cdot(q_{kj}^{(p-1)})^{d_{ik}}\} & ,\ p\geq 2 \end{cases}$$
$$,\ \forall i,\ j\ (d_{ij}\neq 0) \quad (3.10)$$

となる．欠如した（$d_{ij}=0$である）Qの成分を，

$$q_{ij}=1,\ (i,\ j)\notin C \quad (3.11)$$

とおけば式（3.10）は次のように書ける．

$$q_{ij}^{(p)}=\begin{cases} q_{ij} & ,\ p=1 \\ \prod_{k=1}^{n}\{(q_{ik})^{d_{kj}^{(p-1)}}\cdot(q_{kj}^{(p-1)})^{d_{ik}}\} & ,\ p\geq 2 \end{cases}$$
$$,\ \forall i,\ j\ (d_{ij}^{(p)}\neq 0) \quad (3.12)$$

長さpのパスに沿った近似値の幾何平均$\overline{q}_{ij}^{(p)}$は，

$$\overline{q}_{ij}^{(p)}=(q_{ij}^{(p)})^{1/d_{ij}^{(p)}},\ \forall i,\ j,\ p\ (d_{ij}^{(p)}\neq 0) \quad (3.13)$$

として求まる．次に，長さp以下のパスに沿った全ての近似値の幾何平均$\tilde{q}_{ij}^{(p)}$は次式で表せる．

$$\tilde{q}_{ij}^{(p)}=\left(\prod_{h=1}^{p} q_{ij}^{(h)}\right)^{1/\sum_{h=1}^{p} d_{ij}^{(p)}},\ \forall i,\ j,\ p\ (d_{ij}^{(p)}\neq 0) \quad (3.14)$$

パスの長さpが長いほど多くの近似値を考慮することになり，基数推移的でないQの平均化という意味からは$p\to\infty$とするのがよい．もし$p\to\infty$のとき$\tilde{q}_{ij}^{(p)}$が収束し，かつその極限値が式（3.4）を満たすことがわかれば，

$$\lim_{p\to\infty} q_{ij}^{*}=\tilde{q}_{ij}^{(p)}=x_i/x_j \quad (3.15)$$

とおくことができる．

一対比較行列Qが完全な場合式（3.9）は，

$$d_{ij}^{(2)}=\sum_{k=1}^{n} d_{ik}\cdot d_{kj}=n$$

$$d_{ij}^{(3)}=\sum_{k=1}^{n} d_{ik}\cdot d_{kj}^{(2)}=\sum_{k=1}^{n} d_{ik}\cdot n=n^2$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\therefore d_{ij}^{(p)}=n^{p-1} \quad ,\ \forall i,\ j,\ p \quad (3.16)$$

となる．これより式（3.12）は，

$$q_{ij}^{(p)}=\prod_{k=1}^{n}(q_{ik})^{n^{p-2}}\cdot\prod_{k=1}^{n} q_{kj}^{(p-1)}$$
$$=(m_i)^{n^{p-2}}\cdot\prod_{k=1}^{n} q_{ij}^{(p-1)},\ p\geq 2$$
$$,\ \forall i,\ j \quad (3.17)$$

ただし，$m_i\triangleq\prod_{k=1}^{n} q_{ik},\ i=1,\cdots,n$

となり，各pについて求めると，

$$q_{ij}^{(2)}=m_i\cdot\prod_{k=1}^{n} q_{kj}=m_i/m_j$$

$$q_{ij}^{(3)}=(m_i)^n\cdot\prod_{k=1}^{n}(m_k/m_j)$$
$$=(m_i/m_j)^n \quad (\because \prod_{k=1}^{n} m_k=1)$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$\therefore q_{ij}^{(p)}=(m_i/m_j)^{n^{p-2}},\ p\geq 2$$
$$,\ \forall i,\ j \quad (3.18)$$

であるから，式（3.14）は，

$$\tilde{q}_{ij}^{(p)}=\left\{q_{ij}\cdot\prod_{h=2}^{p}(m_i/m_j)^{n^{h-2}}\right\}^{1/\sum_{h=1}^{p} n^{h-1}}$$
$$=\left\{q_{ij}\cdot(m_i/m_j)^{\sum_{h=2}^{p} n^{h-2}}\right\}^{1/\sum_{h=1}^{p} n^{h-1}}$$
$$,\ p\geq 2,\ \forall i,\ j \quad (3.19)$$

となる．ここで$p\to\infty$とすれば，

$$\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{p}_{ij}=\lim_{p\to\infty}(q_{ij})^{1/\sum_{h=1}^{p}n^{h-1}}\cdot\lim_{p\to\infty}(m_i/m_j)^{\sum_{h=2}^{p}n^{h-2}/\sum_{h=1}^{p}n^{h-1}} \quad (3.20)$$

である．

$$\lim_{p\to\infty}\left(1/\sum_{h=1}^{p}n^{h-1}\right)=0 \quad (3.21)$$

$$\lim_{p\to\infty}\frac{\sum_{h=2}^{p}n^{h-2}}{\sum_{h=1}^{p}n^{h-1}}=\lim_{p\to\infty}\frac{n^0+\cdots+n^{p-2}}{n^0+\cdots+n^{p-2}+n^{p-1}}=1/n \quad (3.22)$$

より式（3.20）は結局，

$$\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{ij}=(m_i/m_j)^{1/n} \quad (3.23)$$

となる．また，

$$\begin{aligned}\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{ik}\cdot\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{kj}&=(m_i/m_k)^{1/n}\cdot(m_k/m_j)^{1/n}\\&=(m_i/m_j)^{1/n}\\&=\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{ij},\ \forall i,j,k\end{aligned} \quad (3.24)$$

となり，式（3.4）を満たすから，

$$q^*_{ij}=x_i/x_j=\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{ij}=(m_i/m_j)^{1/n},\ \forall i,j \quad (3.25)$$

とおくことができる．さらに式（3.16）より，

$$\begin{aligned}\bar{q}^{(p)}_{ij}&=\{(m_i/m_j)^{n^{p-2}}\}^{1/n^{p-2}}\\&=(m_i/m_j)^{1/n},\ p\geqq 2,\ \forall i,j\end{aligned} \quad (3.27)$$

であるから，

$$\lim_{p\to\infty}\tilde{q}^{(p)}_{ij}=\bar{q}^{(p)}_{ij}\left(=\lim_{p\to\infty}\bar{q}^{(p)}_{ij}\right),\ p\geqq 2,\ \forall i,j \quad (3.28)$$

が成立する．従って，Qが完全な場合式（3.25）を用いることにより基数推移的なQを求めることができる．提案モデルではこのパスに沿った幾何平均を求める方法により基数尺度化を行う評価モデルを構築し，回答のパスを許した場合も含めてその妥当性を検証する．

4．対話型代替案評価システム

提案するモデルに従って，対話型の代替案評価システムの開発を行った．このシステムは意思決定者とコンピュータとの対話過程において評価指標や代替案の一対比較を行い，各評価指標のウエイトや代替案のスコア，そして代替案の総合評価値を求めるものである．

（1） 一対比較の方法

一対比較は，ＡＨＰと同様の言葉に対応させた数値（スケール値）を用いて行う（表－１）．スケール値としてこのような値を用いることの是非についてはいくつかの文献において議論されているが[3)4)]，未だ確固たる結論は出されておらず，またＡＨＰ自体は多くの適用例においてその有効性が報告されており[5)]，本システムでもこれらの値を採用する．

表－１　判断に用いる言葉とスケール値

タ イ プ →	（1）	（2）
同 程 度 に	1	1
同程度に～やや	2	1.5
や や	3	2
やや～かなり	4	2.5
か な り	5	3
かなり～非常に	6	3.5
非 常 に	7	4
非常に～圧倒的に	8	4.5
圧 倒 的 に	9	5

（2） 一対比較の頑健性と非整合性

提案モデルは一定の頑健性を保ちつつ回答のパスを可能にしようとするものでり，不完全な一対比較における判断の頑健性と，非整合性を定量化し，利用者に示しながら代替案の一対比較を進めていく．

１）頑健性の指標

頑健性の指標として次式のようなR．I．(Robustness Index)を定義する．

$$R.I.\triangleq\frac{m-(n-1)}{{}_nC_2-(n-1)} \quad (4.1)$$

ただし，　　m：判断を行った対の数

R．I．はG（Q）が連結グラフになる場合にのみ定義される．連結グラフになるための最小回答数はn－1であり，このときの頑健性を０とする．またn個の要素の全ての対の数は$_nC_2=n(n-1)/2$であり，このときの頑健性を１とする．ただし，ここでいう頑健性とは判断を行った対の数にのみ依存するものであり，意思決定者が自身の判断に対して抱く確信の度合を示すものではない．

２）非整合性の指標

非整合性の指標として次式のようなI.I.(Inconsistency Index)を定義する.

$$\mathrm{I.I.} \triangleq \left(\prod_{i=1}^{n-1}\prod_{j=i+1}^{n} d_{ij}\cdot \varepsilon_{ij}\right)^{1/\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=i+1}^{n} d_{ij}} \quad (\geqq 1) \qquad (4.2)$$

ただし, $\varepsilon_{ij} = \exp|\ln q_{ij} - \ln q^{*}_{ij}|$

$$\forall i,\ j\ (d_{ij} \neq 0) \qquad (4.3)$$

I.I.は,一対比較行列Qが基数推移的なQ^{*}にどれだけ近いかを表すものである.すなわち,判断を行った対についてq_{ij}とq^{*}_{ij}の比($=\varepsilon_{ij} \geqq 1$)をとり,それらの幾何平均値をもって非整合性の指標とする.従って$Q=Q^{*}$のときにI.I.=1となる.また,ε_{ij}は各一対比較判断の非整合量を表すものであり,この値の大きい判断が一対比較の非整合性を大きくする原因となっていると考えられ,判断を修正する有効な情報となる.

3)ランダムな一対比較行列の非整合性

Saatyはランダムな数値を与えた一対比較行列を多数つくり,それによる整合度との比をとることで整合性の尺度としている[3].そこでI.I.に対しても同様に非整合比I.R.(Inconsistency Ratio)として次式の指標を定義する.

$$\mathrm{I.R.} \triangleq \frac{\mathrm{I.I.} - 1}{\widetilde{\mathrm{I.I.}} - 1} \quad (\geqq 0) \qquad (4.4)$$

ただし, $\widetilde{\mathrm{I.I.}}$:ランダムな一対比較行列から求めたI.I.の平均値

I.I.はランダムな数値を与えた一対比較行列を各次数について500個づつつくり,それらの行列のI.I.を平均して求めた(表-2).

表-2 ランダムな一対比較行列の$\widetilde{\mathrm{I.I.}}$例

要素 \ タイプ	(1)	(2)
4	2.864419	2.077551
5	2.994877	2.150612
6	3.193981	2.254831
7	3.334580	2.324985
8	3.470335	2.389482
9	3.556152	2.433090

本システムでは整合性の目安として,後で述べる実験結果からその許容値を0.1以下とする.

(4) 一対比較の手順

一対比較は,順次対を提示していき,意思決定者に判断の回答を求める.判断がつきにくい場合保留にし回答をパスする.全ての対を提示し終った後,G(Q)が連結グラフにならない場合には,G(Q)が連結グラフになるために必要な対のみを提示し回答を求める.次に各要素の基数評価値$x=\{x_1, \cdots, x_n\}$を求め,I.R.が許容値以下であり,かつ未回答の判断が残っていなければ一対比較は終了である.もしも未回答のものがあればそのことを意思決定者に知らせ,さらに一対比較を続けるか,あるいはこのまま終了するかを尋ねる.

I.R.が許容値を越える場合には非整合量ε_{ij}の大きな対から順に修正を求める.この手順をI.R.か許容値以下になるまで繰り返すこととなる.

(4) 代替案の評価手順と機能

本システムを用いて代替案を評価する手順を図-2に示す.以下フローに沿ってそれぞれの機能について簡単に述べる.

1)評価構造の入力

問題の各要素,最終目標,評価指標,および代替案に関わる情報を入力する.入力された評価構造は図-3のように画面に表示される.

2)新規一対比較

入力された評価構造に従い新たな一対比較を評価指標,代替案の順に図-4の画面に従って行う.それぞれの一対比較の終了時点で非整合性,頑健性の情報や代替案のウェイトが,また全ての一対比較が終われば,各評価指標に関する代替案のスコア,および代替案の総合評価値が計算され表示される.

3)一対比較判断の修正

直前に行った一対比較判断,あるいはファイルから読み込んだ一対比較判断を修正する.判断の修正

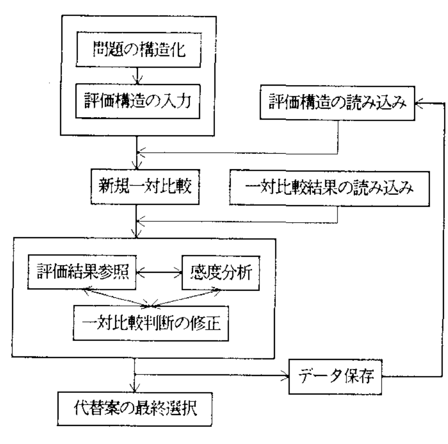


図-2 支援システムを用いた代替案の評価フロー

は任意の評価項目の，任意の対に関して行うことが可能である．

4）評価結果の参照

代替案の総合評価値，各評価指標に関する代替案のスコア，評価指標のウエイト，評価構造（評価構造図）等を必要に応じて表示，参照できる．

5）感度分析

感度分析は，評価指標のウエイトの変化に伴う代替案の総合評価値，あるいは各評価指標に関する代替案のスコアの変化を調べるものである．感度分析を行うことは問題に対する意思決定者の理解や判断の確信を深め，自分自身を納得させるためにきわめて有用な情報となり，意思決定者への学習効果が期待できる．

6）データの保存

入力された評価構造や一対比較の内容をファイルに保存し再利用を可能にする．

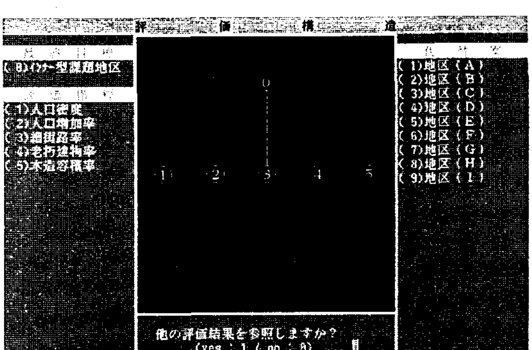
（5） モデルの有意性の検討

判断の回答のパスを可能にする代替案評価モデルの有効性を確認するため，作成したシステムを用いて実験を行った．実験に用いた問題の構造は都市の再開発課題集中地区の選定を人口密度，人口増減，細街路，老朽建物，木造建物の５つの指標により行おうとするもので，９つの地区を選定候補地区（代替案）とする．指標は実験における判断の誤りをなくす目的で数値で計量できるものを採用している．その評価構造を定義した画面が図－３である．

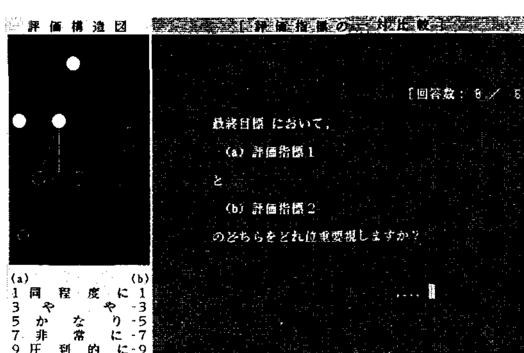
まず，人口密度以外の評価項目は適正に評価が終わっているものとし，人口密度について基数推移性を最も満足する回答の３３％を乱した一対比較行列（case１，表－３）と２０％を乱したもの（case２）を作成する．これに従って一対比較を行うペアを無作為に選びながら順次回答していき，判断のパス（回答の数）が代替案のスコアおよびウェイトにどのように影響するかを調べた．このときの各回答数における代替案の人口密度に関するスコア及びcase１に対応した総合評価値のグラフを図－５，また非整合性および頑健性の尺度を表－４にまとめた．

図を見ると回答数が少ないときには代替案のスコアの変動が大きいが，回答数がある程度以上になればスコアは落ち着いてきて，順位の逆転もほとんどなくなることがわかる．このことは回答数の増加と共に判断の頑健性が増し，しだいに結果が収束していくことを表している．case１とcase２を較べると後者の場合冗長な回答を少し加えるだけで結果が安定してきている．最終的な順位で逆転が起きているのは近接したスコアの２地区だけであった．すなわち，ある程度冗長な一対比較は判断の頑健性を高めるのに有効であるといえる．さらに，必ずしも全ての判断を回答しなくてもある程度安定した結果を引き出すことが可能であることをも意味する．従って，回答のパスを利用した一対比較は特に要素の数が多い場合，行うべき一対比較の回数を減少させることにもなり意思決定者の負担を軽減することができる．ただし，このときには冗長性の持つメリットを損なわないように注意しなければならない．

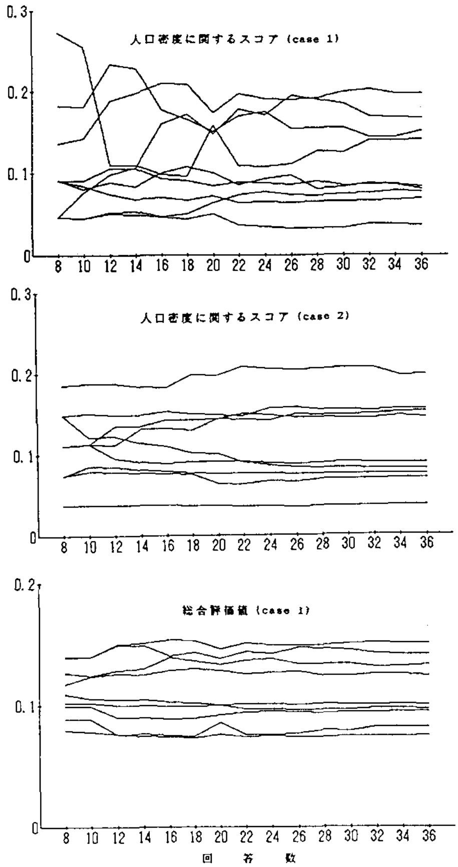
また，総合評価値のグラフを見ると明らかなように人口密度に関する一対比較判断の回答のパスの影響は，代替案の総合評価値にはほとんど現れていない．これらのことから次のようなことが考察できる．



図－３　評価構造の出力



図－４　一対比較メニュー



図－5　回答数と評価値の変化

①冗長な一対比較は判断の頑健性を高め，回答数が多くなるにつれて不安定な結果から安定した結果へとしだいに収束していく．

②ある程度冗長性のある比較を行えば結果の変動も小さくなるため，要素の数が多い場合などでは必ずしも全ての判断を回答しなくてもよい．

①は冗長な一対比較判断を行うことの有効性を，②は冗長性の持つメリットを残しつつ，回答のパスを利用した一対比較を行うことが可能であることをそれぞれ表すものである．

5．終わりに

回答のパスを許して一対比較を行う代替案評価モデルの提案と，そのシステムの開発を行った．その結果，ある程度の冗長な回答を行えば回答のパスを許しても，比較的安定した結果を得る事ができシステムの有効性が確認できた．

表－3　人口密度に関する一対比較行列

1.00	0.50	0.50	0.25	0.25	0.50	0.20	0.25	0.33
2.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.33	0.50	0.33	0.33
2.00	1.00	1.00	1.00	2.00	0.33	0.50	1.00	0.33
4.00	1.00	1.00	1.00	0.50	2.00	0.33	0.33	0.33
4.00	1.00	0.50	2.00	1.00	0.50	0.33	0.33	0.50
2.00	3.00	3.00	0.50	2.00	1.00	2.00	3.00	1.00
5.00	2.00	2.00	3.00	3.00	0.50	1.00	0.50	1.00
4.00	3.00	1.00	3.00	3.00	0.33	2.00	1.00	0.33
3.00	3.00	3.00	3.00	2.00	1.00	1.00	3.00	1.00

表－4　各回答数における非整合性と頑健性

回答数	R. I.	I. I.		I. R.	
		case1	case2	case1	case2
36	1.0000	1.4876	1.1576	0.1908	0.0617
34	0.9286	1.5070	1.1428	0.1983	0.0559
32	0.8571	1.5348	1.1438	0.2092	0.0563
30	0.7857	1.4555	1.1556	0.1782	0.0609
28	0.7143	1.4592	1.1665	0.1797	0.0651
26	0.6429	1.4685	1.1754	0.1833	0.0686
24	0.5714	1.4847	1.1801	0.1896	0.0701
22	0.5000	1.4903	1.1844	0.1918	0.0721
20	0.4286	1.4487	1.1799	0.1755	0.0704
18	0.3571	1.3703	1.1505	0.1448	0.0589
16	0.2857	1.3821	1.1413	0.1495	0.0553
14	0.2143	1.3397	1.1532	0.1329	0.0599
12	0.1429	1.3938	1.1365	0.1541	0.0534
10	0.0714	1.2162	1.0495	0.0846	0.0194
8	0.0000	1.0000	1.0000	0.0000	0.0000

参考文献

1)Saaty, T. L. : The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980

2)中山弘隆：多目的意思決定－理論と応用－Ⅰ　多目的意思決定とＡＨＰ，システムと制御，pp38-46, Vol. 30-7, 1986

3)Saaty, T. L. & Vargas, L. G. : Comparison Of Eigenvalue, Logalithmic Least Squares And Least Squares Methods In Estimating Ratios , Math. Modelling, Vol. 5, pp. 309～324, 1984

4)T. L. Saaty : Inconsistency and Rank Preservation, J. of Mathmatical Psychology, Vol28, pp205-214, 1984

5)大前義次：ＡＨＰと重み付けの評価，オペレーションズ・リサーチ, Vol33-8, pp22-26, 1988