【土木計画学研究・論文集 No.8 1990年11月】

確率的均衡配分のいくつかの計算アルゴリズムとその比較

Some Efficient Algorithms for Stochastic Equilibrium Assignment

赤松 隆* ・土屋 雄二** ・川上喜博**

By Takashi AKAMATSU, Yuji TSUCHIYA and Nobuhiro KAWAKAMI

This paper provides some efficient algorithms for calculating the stochastic network equilibrium (SUE) assignment problem. First, the paper shows the link-based formulation of the SUE problem, which is represented by path variables in conventional formulation. Then, the new solution algorithms are presented and implemented in various network conditions.The numerical results exhibit that the methods achieve fast convergence to rigorous solution. The paper also discusses the reason for efficient calculation of the new algorithms. Finally, the guide lines for selecting an algorithm in practical applications are given.

Keywords: stochastic equilibrium assignment, algorithm, decomposition of entropy

1．はじめに

我国の大都市圏道路網における混雑の増加は，近年，著しいものがある．この交通混雑の緩和策を考えるうえで必要とされる基本的な条件の一つは，現状及び種々の政策実行後のネットワーク交通量を正確に予測することである．その道路網交通量の予測手法としては，従来から様々な手法が提案されてきたが，なかでも確率的利用者均衡(Stochastic User Equilibrium：以下ＳＵＥと呼ぶ)配分モデルは従来の手法の欠点の多くを改善しうる優れた手法といえるだろう．これは①混雑条件を考慮できる Wardrop 均衡モデル，および，②利用者の持つ経路情報の不完全性や経路選択の不確定性を考慮できる確率的配分モデルの両者の長所を合わせ持ったモデルである．また，ランダム効用理論に基づいた利用者行動モデルを採用していることから，統合モデルへの発展[2]や需要予測と便益評価段階との整合性をとることも容易である．更に，理論的に優れているだけではなく，現実ネットワークへの適用計算においても他の手法より適合度が良いことが報告されている[10][12]．

このように，ＳＵＥ配分モデルは，多くの優れた特性を持っているが，従来提案されている計算法では，膨大な計算時間を要するため，実用的には，まだ利用しにくいのが現状である．

そのような背景のもと，我々はＳＵＥ配分モデル実用化へむけて効率的なアルゴリズムの提案をおこなってきた[1][2][3]．本研究は，その成果をさらに発展させ，新たな計算アルゴリズムを提示するとともに，従来解法を含めた各アルゴリズムの特性の比較検討をおこなうことを目的とする．

本論文の構成は以下の通りである．次章ではまず，

＊　正会員　野村総合研究所㈱ システム サイエンス 部
（〒104　中央区新川２－２７－１）
＊＊学生会員　東京大学大学院土木工学専攻
（〒113　文京区本郷７－３－１）

我々によって導かれた[1)2)3)]リンク変数のみを用いた定式化についてまとめる．従来，ＳＵＥ配分モデルの効率的計算が困難であった理由は，このモデルが経路変数によって定式化されていたためであるが，このリンク変数のみを用いた定式化により，様々な解法が可能となる．そこで，この章では，この定式化にともない開発されたいくつかの効率的解法を提示する．第３章では，種々の条件下で数値計算実験をおこない，これらのアルゴリズムの収束性を調べる．第４章では，前章の実験結果をもとに，各アルゴリズムの特性を比較検討し，実際の適用におけるアルゴリズム選択のガイドラインを示す．第５章では，本研究で新たに提示したアルゴリズムの効率性及び他の手法との関連性についての理論的考察を示す．最後に，本研究のまとめが示される．

２．確率的均衡配分の効率的計算法

(1) 経路変数を用いない確率的均衡配分の表現

Logit 型ＳＵＥ配分モデルは，以下の最適化問題と等価であることがFisk[7)]により示されている．

【SUE-PATH】

$$\min_{(\mathbf{f})} ZP = \frac{1}{\theta}\sum_{rs}\sum_{p} f_p^{rs} \ln f_p^{rs} + \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega \tag{1}$$

subject to

$$q_{rs} = \sum_p f_p^{rs} \qquad \forall\ rs \tag{2}$$

$$x_{ij} = \sum_{rs}\sum_p f_p^{rs}\delta_{ij,p}^{rs} \qquad \forall\ ij \tag{3}$$

$$f_p^{rs} \geqq 0 \qquad \forall\ p,rs \tag{4}$$

ただし，q_{rs}：ＯＤペアrsの交通量，

f_p^{rs}：ＯＤペアrsのp番目経路交通量，

$\delta_{ij,p}^{rs}$：リンク・経路結合行列，

x_{ij}：リンクijの交通量，

t_{ij}：リンクijの性能関数

この問題は，目的関数，制約条件に経路交通量を含んだ形で定式化されている．しかし，実際的なネットワークにおいては経路の本数が膨大になるため目的関数の値を計算することができず Wardrop均衡モデルと同様のアルゴリズムを適用して解くことは難しい．そこで，経路交通量を変数とせずに計算する方法として Fisk[7)],Powell and Sheffi [16)17)]により逐次平均法(Method of Successive Averages:以下ではＭＳＡと呼ぶ)が提案されている．この方法は，Frank-Wolfe アルゴリズム[14)]におけるリンク交通量改訂のためのステップサイズを予め決めた定数とするものである．しかし，この方法は収束が非常に緩慢である[10)13)]うえに，必ずしも厳密解に収束しない[3)16)]という問題点がある．このアルゴリズムの収束が遅いことの主な原因は，ステップサイズ決定の際に目的関数値に関する情報を全く用いない（経路が列挙できないため計算できない）ためである．従って，この問題点を解決する最も直接的な方法は，定式化の段階で，経路変数を用いずリンク変数のみによってモデルを表現し，目的関数値を計算可能にすることであろう．この考えに基づき，著者らは，Logit 型ＳＵＥ配分モデルはリンク交通量のみによって表現された以下の最適化問題によって表現できることを示した[2)3)]．

【SUE-ARC】

$$\min_{(\mathbf{x})} ZL = \frac{1}{\theta}\sum_r\{-HL(\mathbf{x}^r)+HN(\mathbf{x}^r)\} + \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} t_{ij}(\omega)d\omega \tag{5}$$

subject to

$$\sum_i x_{ik}^r - \sum_j x_{kj}^r + \sum_s q_{rs}\delta_{rk} - q_{rk} = 0 \qquad \forall\ k,r \tag{6}$$

$$x_{ij} = \sum_r x_{ij}^r \qquad \forall\ ij \tag{7}$$

$$x_{ij}^r \geqq 0 \qquad \forall\ ij,r \tag{8}$$

ここで，目的関数中に現われるＨＬ，ＨＮは，以下のようにリンク交通量を用いて定義されたエントロピー関数である．

$$HL(\mathbf{x}^r) = -\sum_{ij} x_{ij}^r \ln x_{ij}^r \tag{9}$$

$$HN(\mathbf{x}^r) = -\sum_j\{(\sum_i x_{ij}^r)\ln(\sum_i x_{ij}^r)\} \tag{10}$$

x_{ij}^r：出発地がｒでﾘﾝｸi→jを通過する交通量

(2) いくつかの計算法

前章で示したリンク変数のみを用いた最適化問題[SUE-ARC] を解けば，ＳＵＥ交通量を得ることができる．この問題の解法として以下では，a)乗数法，b)凸結合法，c)劣勾配法，の各々に基づいたアルゴリズムを示す．

a) 乗数法

乗数法は，制約条件付き最適化問題を制約条件の無い問題に変換して解く方法の一種である．この方法で，次のような最適化問題：

$$\min. Z(\mathbf{x}) \quad \text{s.t.} \ g_k(\mathbf{x})=0$$

を解く場合，Lagrangianにペナルティー関数項を付加した以下のような拡張Lagrangian：

$$L=Z(\mathbf{x})+\sum_k \mu_k g_k(\mathbf{x}) + R\sum_k\{g_k(\mathbf{x})\}^2$$

ここで，Ｒは適当な値のパラメータ，
を考え，これを$\mathbf{x}$について最小化するステップと，Lagrange乗数μについて最大化するステップを繰り返し，その収束解によってもとの最適化問題を解く．$\mathbf{x}$，μの各々についての最適化は，制約条件なし最適化問題となるから，通常容易に解くことができる．

この方法は制約条件を明示的に列挙することが必要であるから，経路変数により定式化されたＳＵＥモデルへ適用するには経路の列挙を要し，実際規模のネットワークでの適用は不可能である．しかし，リンク変数のみにより表現された問題[SUE-ARC] の場合は，制約条件を列挙してゆくことも可能であるから，この方法を適用することができる．そのアルゴリズムは以下のようにまとめられる．

STEP 0 ：［初期化］

μ，$\mathbf{x}$の初期値を設定．ペナルティパラメータＲの値を設定．繰り返し計算回数 n←1

STEP 1 ：［主問題を解き，リンクフロー改訂］

以下の制約無し最適化問題を$\mathbf{y}$について解き，

$$\min_{(\mathbf{y})}. L=Z(\mathbf{y})+\sum_k \mu_k g_k(\mathbf{y})+R\sum_k\{g_k(\mathbf{y})\}^2$$

ただし，

$$g_k(\mathbf{y}^r)=\sum_i y^r_{ik}-\sum_j y^r_{kj}+\delta_{rk}\sum_s q_{rs}-q_{rk}$$

リンクフローを改訂：$\mathbf{x}^{n+1}\leftarrow\mathbf{y}$

STEP 2 ：［ペナルティパラメータの改訂］

$|g(\mathbf{x}^{n+1})|\geqq\beta\,|g(\mathbf{x}^n)|$の時

ペナルティパラメータＲを以下の式により改訂

$R\leftarrow\alpha R$，　ここで，α，β：定数

STEP 3 ：［Lagrange乗数を改訂］

以下の式によりLagrange乗数を改訂．

$$\mu_k^{n+1}\leftarrow\mu_k^n+2R\cdot g_k(\mathbf{x}^{n+1})$$

STEP 4 ：［収束判定］

収束していなければn←n+1とし，STEP 1へ．

b) 凸結合法

等価最適化問題[SUE-ARC]の場合，目的関数の計算は容易であるので，通常の利用者均衡配分と同様に凸結合法の適用が可能である．詳細については，文献[2][3]に述べられているので，ここでは省略するが，注意すべきは，出発地（目的地）別リンクフローを未知変数とすることである．このアルゴリズムは以下のようにまとめられる．

STEP 0 ：［初期化，初期許容解の計算］

$t^1\leftarrow t(0)$として，Dialのアルゴリズムを行い，初期許容リンク交通量 $\mathbf{x}^1$ を求める．

繰り返し計算回数 n←1

STEP 1 ：［リンクコスト改訂］

$$t^n\leftarrow t(\mathbf{x}^n)$$

STEP 2 ：［補助問題を解き勾配ベクトルを計算］

Dialのアルゴリズムをリンクコストt^nに対して行い，そのリンク交通量を$\mathbf{y}^n$とする．この計算は，発ノードごとに分解し独立に行える．

STEP 3 ：［１次元探索］

以下の１変数最適化問題をαについて解く．

$$\min. Z[\mathbf{x}^n+\alpha(\mathbf{y}^n-\mathbf{x}^n)],\ \text{s.t.}\ 0\leqq\alpha\leqq1$$

STEP 4 ：［リンク交通量改訂］

リンク交通量$\mathbf{x}$を次式により改訂．

$$\mathbf{x}^{n+1}\leftarrow\mathbf{x}^n+\alpha(\mathbf{y}^n-\mathbf{x}^n)$$

STEP 5：[収束判定]

適当な収束条件により収束判定をおこない，収束していなければ$n \leftarrow n+1$とし，STEP 1へ.

c) 劣勾配法

劣勾配法[1]では等価最適化問題の双対問題を解く．その詳細についてはすでに文献1)2)において述べてあるのでここでは省略するが，注意すべきことは明示的未知変数がリンクコストとなることである．このアルゴリズムは以下のとおりである.

STEP 0：[初期化]

初期解$\mathbf{t}^1$を定める．繰り返し計算回数 $n \leftarrow 1$

STEP 1：[補助リンクフローの計算]

Dialのアルゴリズムをリンクコスト$\mathbf{t}^n$に対して行い補助リンクフロー$\mathbf{y}^n$を求める.

STEP 2：[下限値の更新]

主問題の目的関数値を計算することにより目的関数の下限値を更新する

STEP 3：[劣勾配を計算]

補助リンクフロー$\mathbf{g}^n$とリンクコスト関数の逆関数を用いて$\mathbf{t}^n$から得られるリンク交通量$\mathbf{x}^n$の差から劣勾配を求める.

STEP 4：[ステップサイズの決定]

目的関数値と目的関数の下限値からステップサイズαを決定

STEP 5：[リンクコスト改訂]

リンクコストを以下の式により改訂

$$t_{ij}^{n+1} = \max\{c_{ij},\ t_{ij}^n + \alpha g_{ij}^n\}$$

ここで，c_{ij}：t_{ij}の下限値

STEP 6：[収束判定]

適当な収束条件により収束判定をおこない，収束していなければ$n \leftarrow n+1$とし，STEP 1へ.

3．数値実験

本章では，前章で示した３つのアルゴリズムおよび従来解法のＭＳＡ（逐次平均法）を種々の条件のもとでの数値実験により比較し，各アルゴリズムの特性を調べる．収束性に大きな影響を与える要因として，分散パラメータθ・ネットワーク規模・混雑度を取り上げ，具体的な実験条件として以下のように設定した.

1) 分散パラメータθ（５種類）
   0.01，1，10，100，10000
2) ネットワーク規模（３種類）
   小：ノード 3^2，リンク 24，ＯＤペア 9×8
   中：ノード10^2，リンク 360，ＯＤペア36×35
   大：ノード32^2，リンク3968，ＯＤペア36×35
3) 混雑度（３種類）
   標準　：均衡時のコストがフリーフローコストの２倍程度になるように設定
   混雑　：基準となるＯＤ表を1.5倍
   非混雑：基準となるＯＤ表を0.8倍

ネットワークの形状は格子状とした．いづれの場合も，リンクコスト関数はＢＰＲ型で，各リンクをパラメータにより３階級の性能に分類した．詳細なデータは省略するが，リンクコストは概ね10～100程度であり，リンク交通量も10～100程度であった．また，収束性を表わす指標は以下のものを用いた.

$$\varepsilon = \{\sum_{ij} |x_{ij}^n - x_{ij}^*| \,/\, \sum_{ij} x_{ij}^*\} \times 100 \quad (\%)$$

ただし，$\mathbf{x}^*$：厳密解

1) 分散パラメータθの影響

まず，分散パラメータθが変化した場合の収束性の相違を各手法別に図１に示す．但し，ネットワーク規模は中規模，混雑度は混雑とした.

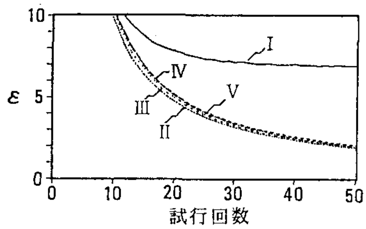
いずれのアルゴリズムにおいても，θが小さいほど収束が速い傾向がある．なお，逐次平均法において，ケースＩの収束度指標が高い値のまま収束している理由は，各繰返し計算でDial配分によって選択される経路集合が，厳密解において選択されている経路集合と異なっていることによって，解が厳密解と異なった点へ収束してしまっているものと思われる．また，乗数法は他の計算アルゴリズムとは違い，Dialのアルゴリズムを用いないため，１回の試行で必要な計算量は異なる．従って，上の図の計算回数のみから他のアルゴリズムと計算量を比較することはできない点に注意を要する.

2) ネットワーク規模の影響

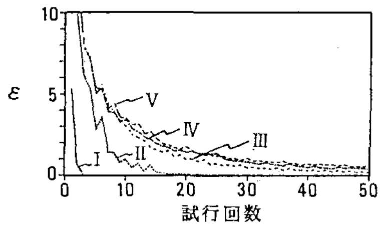
次にネットワーク規模が変化した場合の収束性の相違をＭＳＡ，凸結合法について図２に示す．ただし，$\theta=10$，混雑度は混雑の場合である．いずれの方法に置いても，収束率εが数％程度までの収束回数の変化は，ネットワーク規模の比ほど大きくはなっていない．

3) 混雑度による影響

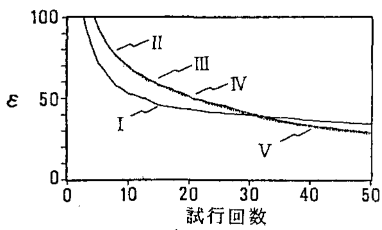
さらに，混雑度による影響をＭＳＡ，凸結合法について図３に示す．ただし，規模＝中規模，$\theta=10$である．



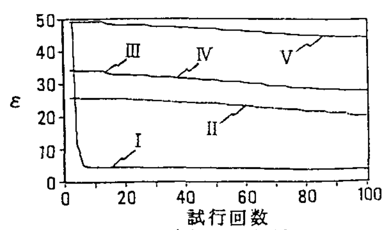
1-(a)．ＭＳＡ



1-(b)．凸結合法



1-(c)．劣勾配法



1-(d)．乗数法

図１．θの変化に対する収束性の変化

Ⅰ：$\theta=0.01$，Ⅱ：$\theta=1$，Ⅲ：$\theta=10$，

Ⅳ：$\theta=100$，Ⅴ：$\theta=10000$

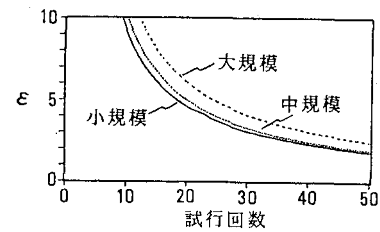
また，中規模，$\theta=10$，混雑の場合について，各εに到達するまでの計算時間（CPU-TIME）を示す．

$\varepsilon=5.0\%$　ＭＳＡ：　9.3(s)　凸結合法：　6.0(s)

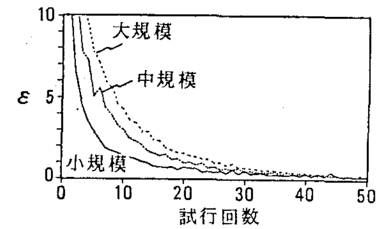
$\varepsilon=1.0\%$　ＭＳＡ：45.0(s)　凸結合法：17.1(s)

高精度の解を要求するほど計算時間の差は大きくなる．また，数値実験の結果から考え，混雑度が低い場合，θが小さい場合にはこの結果より更に計算時間の差は大きくなる．劣勾配法，乗数法については，実用的な計算時間ではεは5.0％に到達しなかった．

ただし，ここでの計算は，東京大学大型計算機センター主システム（M-680）を用いて行なった．

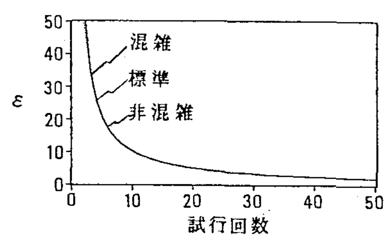


2-(a)．ＭＳＡ

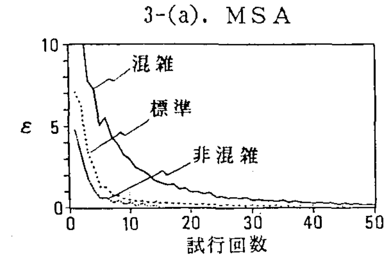


2-(b)．凸結合法

図２．ネットワーク規模と収束性の関係



3-(a)．ＭＳＡ



3-(b)．凸結合法

図３．混雑度による収束性の相違

4．各アルゴリズムの特性の比較検討

各アルゴリズムを実際に適用するには，計算時間だけではなく，その際に必要となる記憶容量も重要なポイントである．表1は，必要記憶容量に最もきいてくる未知変数の個数を各アルゴリズムについてまとめたものである．

表1．各アルゴリズムの未知変数の個数

アルゴリズム	未知変数の個数
逐次平均法	リンク数
凸結合法	リンク数×発（着）ノード数
劣勾配法	リンク数
乗数法	リンク数×発（着）ノード数 ノード数×発（着）ノード数

表1および前章の数値実験結果を考慮して，実際の適用に際してのアルゴリズム選択のガイドラインをまとめてみる．数値実験の結果から，小・中規模のネットワークにおいては，凸結合法を用いることにより，最も効率的に高精度の均衡フローを求めることができることがわかる．しかし，表1からわかるように，凸結合法は逐次平均法，劣勾配法に比べ利用する未知変数が多い．従って，非常に大規模なネットワークでは，計算機の記憶容量の面で問題になる場合もあり得る．そのような場合には計算時間，精度の点で多少劣るが，逐次平均法を用いるのが適当であろう．劣勾配法については，今回の計算実験ではあまり好ましい結果はでていない．このアルゴリズムでは，ＭＳＡと同様，変数改訂のステップサイズ決定のためにパラメータを与える必要があるが，このパラメータの設定が不十分であったと考えられ，今後検討の余地がある．

以上の説明では乗数法についてふれていないが，この手法の特徴を以下に述べる．

乗数法以外の計算アルゴリズムにおいては，いずれもDialのアルゴリズムを利用している．Dialのアルゴリズムでは，出発ノードから常に遠ざかっていく等の基準を満たす経路のみを対象としている．従って乗数法以外の計算アルゴリズムでは，一定の基準を満たす合理的な経路のみに交通量を配分していることになる．一方，乗数法においては，全ての可能な経路を配分対象となる経路集合に含んでいる．従って，乗数法とそれ以外の計算アルゴリズムでは理論的に異なる均衡交通量が得られることになる．このことを以下に簡単な例を用いて説明する．

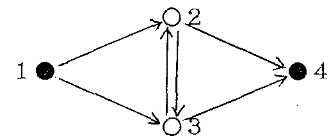


図4．仮想ネットワーク

ここで，このネットワークにおけるＯＤペアはノード１→ノード４のみ，そのＯＤ交通量をｑ，また各リンクのコストをすべて同一でＣとする．

Dialのアルゴリズムの対象となる経路は，その経路選択の定義から考えて１→２→４と１→３→４のみである．従って，その場合の均衡解は以下のようになる．

$$x_{12}=x_{13}=x_{24}=x_{34}=q/2,$$

$$x_{23}=x_{32}=0$$

一方，乗数法では１→２→４，１→２→３→４，１→２→３→２→４，１→２→３→２→３→４，１→２→３→２→３→２→４・・・と理論上無限の経路を考えてることになる．このことを考慮して，全経路に対して交通量を配分することにより，上のネットワークにおける均衡解を解析的に求めると以下のようになる．

$$x_{12}=x_{13}=x_{24}=x_{34}=q/2,$$

$$x_{23}=x_{32}=\frac{q\ \exp(-\theta C)}{2\{1-\exp(-\theta C)\}}$$

ただし，乗数法において対象となる経路でDialのアルゴリズムで対象とならないものは一般に非現実的な経路となることが多い．このため，分散パラメータθが一般的な値の場合，両者により求まった均衡交通量には通常大きな相違は見られない．

5．考察

３章の実験結果からわかるように，各アルゴリズムとも，分散パラメータθの値が大きくなるほど収束までの計算回数が多くなるという傾向が見られる．

以下では，この分散パラメータθと収束性の関係および，その応用について考察する．

ＳＵＥモデルでは，分散パラメータ$\theta \to +\infty$とすると，目的関数中のエントロピー項→０となるから選択行動のばらつきを考えない Wardrop均衡（以下ではＵＥと呼ぶ）モデルと等価になる．また逆に，$\theta \to 0$とすると，目的関数のエントロピー項が支配的になるため経路コストに依存しない全利用可能経路に対する等確率な配分となる．従って，実験結果は，ＵＥ配分モデル→ＳＵＥ配分モデル→等確率配分モデルとなるに従って，収束計算回数が減少することを意味している．

このことは，ＳＵＥ配分は各利用可能経路に以下のようなロジット式に従って交通量を配分していることを考えれば容易に理解できる．

$$f_k = (\text{OD交通量}) \times \frac{\exp(-\theta Ck)}{\sum_{k'} \exp(-\theta Ck')} \quad (11)$$

式(11)から判断して$\theta \to 0$ということは経路コスト Ck が変化してもθCk の変化が微少であるため，経路交通量fk がそれに左右されない．つまり，使用可能な経路すべてに等確率でＯＤ交通量を配分すればよいことになり，配分計算は事実上１回で済むわけである．θが小さいほどこの状態に近づくことを考慮すれば，分散パラメータθと収束回数の関係は納得できるであろう．

さて，$\theta \to \infty$の場合よりも実際的な値のθの場合の方が収束が速いということは，ＳＵＥモデルを解く方がＵＥモデルを解くよりも計算量の節約ができることを意味している．つまり，本研究で提示した凸結合法でＳＵＥモデルを解く場合，非常に少ない繰返し計算回数で収束し，かつ，繰り返し計算一回当りの計算量は，ＵＥ配分問題をFrank-Wolfe 法で解く場合よりわずかに増える（all or nothing配分の代わりにDial配分を行う）程度だから，ＳＵＥ問題の方が全体の計算量は少なくて済むわけである．ただし，従来解法の逐次平均法では，収束性が悪いため，θが小さくても，ＵＥモデルをFrank-Wolfe 法で解く場合より相当多くの繰り返し計算回数を要することになってしまう．

以上のことは，逆に，ＵＥモデル（あるいは数学的には同型のシステム最適配分モデル）を解きたいときにＳＵＥモデルの計算アルゴリズムを利用できることを示唆している．具体的には，θを最初は小さく設定し，次第に大きくしていきながらＳＵＥモデルを解けばよい．この考えは最近，神経回路網理論等で注目を集めた Simulated Annealing法[11] や線形計画問題の内点法（Karmarker法[9]等）と類似する点がある．

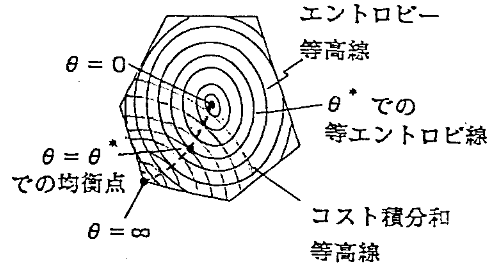


図４．ＳＵＥモデルのθと均衡解の関係

このことを概念的に説明してみよう．均衡配分問題の解の許容領域（制約条件を満たした経路交通量パターン）は，線形計画問題と全く同様の超多面体である．これは図４の多角形の内側の領域として表現されている．この超多面体の端点（多角形の”カド”の点）は，交通量が０の経路がある場合のフローパターンである．ＵＥでは，最短経路しか選ばれないという定義から明らかなように，均衡解はこれらの端点のいずれかの点である．

さて，Karmarker法は，線型計画問題の従来解法であるシンプレックス法が許容領域の端点を順に選んで最適解を求めるのに対して，適当なポテンシャル関数を考えることによって，許容領域の内点から最適な端点へと解を改定してゆくものである．この内点法とシンプレックス法の２つの考え方は，ＵＥ問題，ＳＵＥ問題を凸結合法で解く場合の両者の関係とちょうど対比して考えることができる．つまり，ＵＥ問題の目的関数は，明らかに許容領域の端点で最適となり，また Frank-Wolfe法で解く場合には，最短経路配分による解（これは，明らかに許容領域の端点である）を組み合わせて，解を解訂してゆくから，シンプレックス法にたとえてみることができる．それに対して，ＳＵＥ問題はエントロピー関数により目的関数がなめらかにされていることから，その最適解は許容領域の内点となる．従って，この

ＳＵＥの解をθを大きくしながら移動してゆけば，Karmarker法と同様，内点からＵＥ問題の最適端点に接近することになる．

この方法で実際にいくつかの計算を行なってみたところ，分散パラメータθの変え方に依存はするものの収束性に改善がみられた．今後この方法のより詳細な検討が必要であろう．

６．結論

本研究により得られた結果をまとめると以下のとおりである．

(1) 確率的均衡配分問題の効率的な計算法として，a)乗数法，b)凸結合法，c)劣勾配法，の各々に基づく３つのアルゴリズムが提案された．

(2) 実際規模のネットワークで種々の条件下で数値計算実験をおこない，各アルゴリズムの収束性，解の精度が調べられた．

(3) 実験結果をもとに，各アルゴリズム選択にあたっての適切な適用範囲の方針が明確にまとめられた．

(4) 本研究で提案されたアルゴリズムと線形計画法における内点法（Karmarker法）や Simulated Annealing法との関連性が示された．

参考文献

1) 赤松隆・松本嘉司：需要変動を考慮した交通ネットワーク確率的利用者均衡モデルとその解法，土木学会論文集 第401号/Ⅳ-10, pp. 109-118,1989.

2) 赤松隆：確率的均衡概念に基づいた交通ネットワーク統合モデル,東京大学博士論文,1990.

3) 赤松隆・土屋雄二・川上喜博:確率的均衡配分の効率的計算法の開発，交通工学， 投稿中

4) Ben-Akiva,M., and Lerman,S.R., Discrete Choice Models, MIT press, 1985.

5) Daganzo,C.F. and Sheffi,Y.,"On Stochastic Models of Traffic Assignment",Trans Sci.11(3),pp.253-274,1977.

6) Dial,R.B., "A Probabilistic Multipath Traffic Assignment Algorithm which Obviates Path Enumeration", Trans.Res.5 (2),pp.83-111, 1971.

7) Fisk,C.S., "Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment", Trans.Res. 14B(3), pp.243-255, 1980.

8) Frank,M. and Wolf,P., "An ALgorithm for Quadratic Programming", Naval Research Logistics Quarterly,3, pp.95-110, 1956.

9) Karmarker,N,"A New Polynomial-time Algorithm for Linear Programming",Combinatorica,4,pp.373-395,1984.

10) 加藤晃：交通量配分理論の系譜と展望,土木学会論文集,No.389号/Ⅳ-8,pp.15-27,1988.

11) Kirkpatrick,S, Gelatt,C.D.,Vecchi,M.P., "Optimization by Simulated Annealing", Science,Vol.220,No.4598,pp671-680,1983.

12) 桑原雅夫：交通量配分手法の実証的検討，交通工学 23(2), pp.17-25,1988.

13) 今野浩,山下浩:非線形計画法,日科技連,1978.

14) LeBlanc,L.J.,Morlok,E.K.and Pierskalla, W.P., "An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem," Trans.Res.9(5),pp. 309-318, 1974.

15) 宮城俊彦·小川俊幸·小嶋幸則：均衡確率配分法に関する事例研究，土木学会第40会年次学術講演会概要集，第４部,pp.503-504,1985.

16) Powell,W.B. and Sheffi,Y., "The Convergence of Equilibrium Algorithms with Predetermined Step Sizes", Trans.Sci,16 (1), pp.45-55, 1982.

17) Sheffi,Y. and Powell,W.B.,"A Comparison of Stochastic and Deterministic Traffic Assignment over Congested Networks, Trans.Res.15B(2), pp.53-64,1981.

18) Wardrop,J.G., "Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research", Proc. of the Institution of Civil Enginners, PartⅡ, 1,pp.325-378, 1952.

19) Williams,H.C.W.L., "On the Formation of Travel Demand Models and Economic Evaluation Measures of User Benefit", Environ.Plan.A9, pp.285-344,1978.