【土木計画学研究・論文集 No.8 1990年11月】

不完備情報下における交通均衡に関する研究*

TRAFFIC EQUILIBRIA WITH INCOMPLETE INFORMATION

小 林 潔 司**
by Kiyoshi KOBAYASHI

This paper presents a new analytical framework for traffic equilibria with incomplete information. The basic element of our approach is differential information; different drivers have different information about their environment; they choose the routes based on their private (differentiated) information. Our purpose is to develop a general equilibrium model that makes explicit the information or the beliefs that a driver has as part of his primitive characteristics. The model we present is a reinterpretation of Harsany's model of incomplete information game. The difference from Harsany's approach is the explicit consideration of the rational expectation formation by drivers. A numerical illustration may provide us a pedagogical insight on traffic equilibria with incomplete information.

1．はじめに

近年、需要・パフォーマンス均衡モデル、動的均衡モデル等に代表されるように交通量配分モデルの分析枠組の拡張がなされている。また、変分不等式や相補性理論の導入など配分理論の一般化、精緻化が進展しつつある[1)2)]。これら確定論的な交通量配分理論は、ドライバーが選択すべき経路に関する完全情報を有するという前提に立脚している。

一方、ドライバーが認知する経路情報に不完全性が存在する場合を対象とした確率論的な交通量配分理論に関する研究も発展した[2)3)4)]。確率均衡配分(stochastic user equilibrium:SUE)モデルの特徴は、ドライバーが認知する各経路に対する効用が確率的に変動することを前提にしている点である。

* ｷｰﾜｰｽﾞ:交通量配分、不完備情報、合理的期待均衡

**正員 工博 鳥取大学助教授 工学部社会開発ｼｽﾃﾑ工学科（〒680 鳥取市湖山町南4-101）

近年、経路情報の不確実性に着目した経路選択行動モデルに関する研究が進展してきた[5)-8)]。経路情報の不確実性に着目した経路選択行動に関する研究は、道路網の信頼性や経路誘導策を検討するための基礎研究となろう。しかし、これら既存の研究は不完備情報下におけるドライバーの期待形成に関して十分な考察を行っておらず、不完備情報下における交通均衡理論は十分に発展しているとは言いがたい。

本研究では、不完備情報下でのドライバーの期待形成行動を明示的に考慮した新しい交通量配分モデルを提案する。その際、「ドライバーは主観的な経路情報に基づいて各経路の走行状態を合理的に予測し、その予測結果に基づいて期待効用を最大にするような経路を選択する」という行動仮説(以下、合理的期待仮説と呼ぶ)を設ける。さらに、合理的期待仮説に基づいた新しい交通均衡分析の枠組を提案し、交通均衡解を求めるための合理的期待均衡(Rational Expectation Equilibrium:REE)モデルを提案する。

2．本研究における基本的な考え方

(1) 経路情報とその種類

経路選択に直面しているドライバーは、実現する経路の走行条件を確定的に把握できない。彼は、経路選択に先立って、獲得可能な各種の情報や過去の経験に基づいて各経路の走行条件の分布を主観的に予測する。このように事前に想定した期待に基づいて、期待効用を最大にする経路を選択すると考える。

ドライバーが走行条件の予測に用いた情報を経路情報と呼ぶ。経路情報を1)道路網の物的特性や機能に関する情報、2)公共主体が提示する経路情報、3)天候、曜日等の外的条件、4)ドライバーが持つその時々の私的な情報、5)各経路の走行状態に関する過去の経験に分類する。1)2)3)に関しては、ドライバーは事前にかなり正確な情報を持ちえる。一方、4)5)はドライバーが私的に占有する情報であり、他人にその内容は判らない。さらに、経路情報を共有情報と私的情報に区別しよう。共有情報とは1)2)3)のように複数の交通主体が共有する情報である。共有情報とはその情報を他のドライバーも知っていることを当該ドライバーが知っており、同時にそのことがすべてのドライバーの共有情報になっていることを意味する[9]。一方、私的情報は個人だけが持ちえる情報であり上述の4)5)が該当する。他人(観測者も含めて)が私的情報を知ることは不可能であるが、彼の行動から間接的にその内容を推察することはできる。

(2) 情報の不完備性

情報の不完全性と不完備性の概念を区別する。経路選択にあたって各経路の走行条件を確定的に把握できない場合、経路情報が不完全であると言う。一方、経路情報が不完全であり、かつその一部が他人に知られない私的情報により構成されている場合、経路情報が不完備[10]であると言う。道路網のように、それを利用するドライバーの数が非常に多い場合、他人の行動様式をすべて記憶することは不可能である。この場合、ドライバーは自分だけが知りえる私的情報を有していると考えることが妥当であろう。ドライバーが私的情報に基づいて行動する場合、各ドライバーは他人の行動を事前に確定的に把握できない。このような情報の私的性が原因となって生じる情報の不確実性を情報の不完備性と呼ぶ。

(3) 合理的期待(ＲＥ)仮説

ドライバーは不確実な環境の下で経路選択を行うが、その際、彼は不確実な走行条件に関して何らかの期待を形成する。Muth[11],Lucas[12]等は「合理的主体の長期的な学習行動の結果、彼の主観的な期待は客観的な実現値に一致する」という合理的期待（以下、ＲＥと略す)仮説を提唱した。その後、ＲＥ仮説に関する研究[13)14]が進展し、不確実性下での合理的行動に関する行動仮説として定着しつつある。ドライバーが合理的主体であると仮定しよう。彼は、利用可能な経路情報に基づいて、他人の経路選択行動を主観的に想定するとともに、選択可能な経路の走行条件を主観的に予測する。経路を選択することより獲得した新しい情報は、過去の経験として蓄積される。ドライバーは日々の経路選択行動を通じて彼の予測メカニズムを逐次修正していく。この時、一つの長期的な交通均衡概念として、「ドライバーが考える主観的な経路条件の変動が実際に実現する変動と一致する」ような状態を考えることができる。すなわち、ドライバーは経路条件に関して合理的な期待を形成すると考える。合理的期待の下では、ドライバーは予測メカニズムを修正する誘因を持たない。このような均衡状態を合理的期待均衡(Rational Expectation Equilibrium：以下REEと略す)と呼ぶ。

3．不完備情報と経路選択行動

(1) 情報構造の定型化

経路情報の内2)3)4)に着目しよう。これらの情報はドライバーが認知する外生的状況や嗜好の状態を示すものであり、その内容はある状態変数で表されると考える。ある時点でドライバーが利用したすべての情報(状態変数)の集合をμと定義し、可能なすべての情報集合μの集合をΨと定義する。ドライバーの集合を$T=\{1,---,Q\}$と表そう。ドライバー$t\in T$が利用した経路情報を示す対応関係$\Phi_t: \mu\rightarrow\{\mu_t\}\in\mu$を定義する。$\Phi_t$は任意の情報集合$\mu$の部分集合を指定する対応関係である。任意の$t\in T$と$\mu\in\Psi$に対して$\mu-\Phi_t(\mu)\neq\phi$の時、経路集合$\Phi_t(\mu)$は不完備であると定義する。経路情報に不完備性が存在する場合、ドライバーは$\Phi_t(\mu')\neq\Phi_t(\mu'')$である場合に限って、$\mu'\neq\mu''$であると判断できる。つぎに、情報集合$\mu$に含まれる情報を排他的な二つの

情報集合η(共有情報集合)とξ(私的情報集合)に分類する。$\eta\cap\xi=\phi$, $\eta\cup\xi=\mu$である。共有情報集合ηはすべての部分集合$\Phi_t(\mu)$ $(t\in T)$に含まれる。個人の私的情報集合は互に排他的であり、任意のt, $t'\in T(t\neq t')$に対して$\Phi_t(\xi)\cap\Phi_{t'}(\xi)=\phi$が成立する。ここでドライバーが有する情報の組$\omega\in\Omega$を

$$\omega=\{\mu,(\Phi_1(\mu),\cdots,\Phi_Q(\mu))\} \quad (1)$$

と定義する。Ωはωの集合である。$\omega\in\Omega$は個々のドライバーの私的情報の不完備性を明示的に表現した情報集合であり情報構造と呼ぶ。ドライバーtが利用した経路情報の実現値を$\overline{\omega}_t(=\Phi_t(\overline{\mu}))$、情報構造を$\overline{\omega}=\{\overline{\mu},(\Phi_t(\overline{\mu}))_{t\in T}\}\in\Omega$と表そう。彼が利用可能な経路情報は$\overline{\omega}_t$だけであり、どのような情報構造$\overline{\omega}$が実現しているかは誰も知らない。

（2）不完備情報下での経路選択行動

不完備情報下におけるドライバーの経路選択行動を期待効用最大化問題として定式化する。ドライバー$t\in T$が選択可能な経路集合をθ_tと定義する。すべてのドライバーが利用可能な経路集合の集合をΘと表そう。具体的には、ドライバーが利用可能な経路の集合はODペアによって異なる。ここでは、表記方法の簡略化を図るために、ネットワーク構造を明示的に表現せずに議論を進めることとする。

ドライバーtが利用可能な経路情報を$\overline{\omega}_t$とする。彼が考える経路$a\in\theta_t$の走行時間の主観的確率分布を条件付き確率密度関数$\pi_{at}^e(\tau_a|\overline{\omega}_t)$により表現しよう。ドライバーtは情報システム$\chi_t=\{\overline{\omega}_t,\pi_t^e(\tau|\overline{\omega}_t)\}$を用いて経路の走行状態を主観的に予測する。$\pi_t^e(\tau|\overline{\omega}_t)=\{\pi_{at}^e(\tau_a|\overline{\omega}_t)\}_{a\in\theta_t}$である。情報システムとは経路情報$\omega_t$を入力情報として経路条件を予測するメカニズムを意味する。RE仮説の下では、ドライバーの主観確率π_t^eは「彼がそれを修正する意志を持たない」ような合理的期待確率ϕに一致する。ドライバーが合理的期待を用いて経路情報を予測する時、彼は合理的情報システム$\chi_t^*=\{\omega_t,\phi(\tau|\omega_t)\}$を有すると考える。

ドライバーtが経路情報$\overline{\omega}_t$と情報システムχ_tの下で主観的に想定する経路aの期待効用V_{at}^eを

$$V_{at}^e=E^e[U(-\tau_a,\overline{\omega}_t)|\overline{\omega}_t] = \int_\Omega U(-\tau_a,\overline{\omega}_t)\pi_{at}^e(\tau_a|\overline{\omega}_t)d\tau_a \quad (2)$$

と定義する。ここに、$E^e[\cdot|\overline{\omega}_t]$は主観的な条件付確率密度関数$\pi_{at}^e(\tau_a|\overline{\omega}_t)$に関する期待値を意味する。Uはノイマン=モルゲンシュテルン型効用関数であり、$\partial U/\partial\tau_a\leqq 0$, $\partial^2U/\partial\tau_a^2\geqq 0$を仮定する。ドライバーは同一の効用関数を持っていると仮定しよう。この仮定は5.(2)で述べるようにドライバーを層化することにより緩めることができる。各経路の効用水準は経路情報に影響を受けると考え、効用関数(2)は経路情報$\overline{\omega}_t$を変数として含んでいる。

ドライバーは期待効用(2)を最大にする経路を選択する。ドライバーtが経路情報$\overline{\omega}_t$、情報システムχ_tの下で選択した経路は以下のように表せる。

$$\gamma_t^*(\overline{\omega}_t:\chi_t)=\arg\max_a E^e[U(-\tau_a,\overline{\omega}_t)|\overline{\omega}_t] \quad (3)$$

記号argは、式(3)の右辺を最大にするような経路を指示している。情報構造$\overline{\omega}$の下で、すべてのドライバーが選択した経路の集合を$\gamma^*(\overline{\omega}:\chi)=\{\gamma_t^*(\overline{\omega}_t:\chi_t)_{t\in T}\}$と定義する。式(3)において情報システム$\chi_t$は個々のドライバーの私的情報であり、観察者を含めて他人がその内容を知ることはできない。したがって、このままでは式(3)を用いてドライバーの経路選択行動を予測することは不可能である。

（3）合理的期待均衡(REE)

ドライバーは日々の学習過程により情報システムχ_tを更新する。長期的な均衡状態としてすべてのドライバーが合理的情報システム$\chi_t^*=\{\omega_t,\phi(\tau_a|\omega_t)\}$を獲得した場合を考えよう。この時、ドライバーが主観的に想定する各経路の走行時間の確率密度関数$\pi_t^e(\tau|\omega_t)$は実際に実現する走行時間の確率密度関数$\phi(\tau|\omega_t)$に一致する。式(3)を

$$\gamma_t^*(\omega_t:\chi^*_t)=\arg\max_a E^*[U(-\tau_a,\omega_t)|\omega_t] \quad (4)$$

と書き直そう。なお、$E^*[\cdot|\omega_t]$は合理的期待$\phi(\tau_a|\omega_t)$に関する期待値を意味する。

以上では、情報構造$\overline{\omega}$が確定的に実現しているが、ドライバーはどの情報構造が実現しているかを知らないことを想定していた。いま、情報構造ωが確率的に実現するとしよう。情報構造の実現値$\overline{\omega}$と合理的情報システムχ^*の下でドライバーが選択した経路の集合を$\gamma^*(\overline{\omega}:\chi^*)$と定義する。この時、経路$a\in\Theta$の走行時間$\tau_a$は集合関数$\tau_a(\gamma^*(\overline{\omega}:\chi^*)):\Omega\to R$により表現できる。一方、ドライバーtは経路情報$\omega_t$とその生起分布$\overline{\psi}(\omega_t)$を知ることができる。この時、情報構造$\omega$の客観的な同時生起確率密度関

数$\Pi(\omega)$と$\overline{\varpi}$の間に次式が成立しなければならない。

$$\phi(\omega|\omega_t)=\Pi(\omega)/\overline{\varpi}(\omega_t) \quad (5)$$

ここに、$\overline{\varpi}(\omega_t)=\int_{\omega^t\in\Omega^t} d\Pi(\omega^{t\cdot}\omega_t)$、$\omega^t=\{\omega/\omega_t\}$である。ドライバーが経路の走行時間についてＲＥを形成する時、彼が予測する各経路の走行時間の分布は客観的に実現する経路の走行時間の確率分布に一致する。この時、任意の$\overline{\omega}_t$に対して

$$E^*[U(-\tau_a,\overline{\omega}_t)|\overline{\omega}_t] =\int_\Omega U\{-\tau_a(\gamma^*(\omega:\chi^*)),\overline{\omega}_t\}\phi(\omega|\overline{\omega}_t)d\omega \quad (6)$$

が成立する。式(6)の左辺はＲＥに基づく経路aの期待効用を、右辺は客観的に実現する走行時間分布を用いて算定した期待効用を表している。式(6)の右辺を$E^\cdot[U\{-\tau_a(\gamma^*(\omega:\chi^*)),\overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t]$と書き替えよう。$E^\cdot[\cdot|\overline{\omega}_t]$は確率密度関数$\phi(\omega|\overline{\omega}_t)$に関する期待値を表す。この時、ドライバーがＲＥに基づいて選択する経路は、任意のω_tに対して

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)=\arg\max_a E^\cdot[U\{-\tau_a(\gamma^*(\omega:\chi^*)),\overline{\omega}_t\}|\overline{\omega}_t] \quad (7)$$

と表せる。したがって、ＲＥ仮説の下で経路選択行動の均衡状態を求める問題は、任意の情報構造$\overline{\omega}\in\Omega$に対して常に式(7)を満足するような情報システム$\chi^*$を求める問題に帰着される。

式(7)においてドライバーが$\gamma^*(\omega:\chi^*)$, $\phi(\omega|\overline{\omega}_t)$に関する完全情報を持つ時、ドライバーは式(7)に基づいて経路を選択できる。この時、式(7)を満足する均衡解$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)$は不完備情報ゲームにおけるベイズ＝ナッシュ均衡解[10]に他ならない。しかし、ドライバーの多くは他のすべてのドライバーの行動を考慮して経路を選択しているとは考えにくく、学習行動を通じて各経路の走行時間の分布に関して合理的な期待を形成するにすぎない。本研究で提案するＲＥＥモデルでは、ドライバーのＲＥが任意の$\overline{\omega}\in\Omega$に対して常に式(7)を満足するような$\chi^*$として内生的に求まる点に特徴がある。すなわち、学習行動を通じて均衡条件(7)を満足するようなＲＥを形成し、式(4)により経路を選択すると考える。式(7)は<u>任意の</u>$\overline{\omega}$に対して経路集合$\gamma^*(\overline{\omega}:\chi^*)$の定義を与えると同時に、ドライバーの経路条件のＲＥに関する均衡を定義している。<u>すべての</u>$\omega\in\Omega$に対して式(7)を満足するχ^*が存在する時、均衡解$\{\chi^*,\gamma^*(\omega:\chi^*)\}$を「合理的期待均衡」[14]と呼ぶ。

４．合理的期待均衡（ＲＥＥ）モデル

（1）情報構造の特定化

一般的条件の下でＲＥＥを解析的に導出することは困難である。ＲＥＥを求めるためにはシミュレーションに頼らざるを得ない。個人の私的情報の独立性を仮定すれば、均衡解の導出は容易になる。経路情報$\overline{\omega}_t$と合理的情報システムχ_t^*の下におけるドライバーtの経路$a\in\theta_t$に対する期待効用$V_{at}(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)$を次のように特定化する。

$$V_{at}(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)=\int U(-\tau_a)\phi(\tau_a|\overline{\omega}_t)d\tau_a +\overline{\xi}_{at}+\overline{\eta}_a \quad (8)$$

τ_a:経路ａの走行時間である。$E[\xi_{at},\xi_{a't'}]=0$、$E[\xi_{at},\eta_{a'}]=0$、$(a,a'\in\Theta;t,t'\in T)$を仮定する。私的情報が独立な場合、私的情報は他人の行動に関する情報を伝達しない。情報構造の生起状態に関する客観的な条件付き確率密度関数$\phi(\omega|\omega_t)$を

$$\phi(\omega|\omega_t)=\Pi_{t\in T}\rho_t(\xi_t+\eta|\eta) =\Pi_{t\in T,a\in\theta_t}\rho_{at}(\xi_{at}+\eta_a|\eta_a) \quad (9)$$

と表現する。経路ａの私的情報を確率変数ξ_{at}で表し、その生起確率密度関数$\overline{\varpi}(\xi_{at})$が分散$1/\lambda^2$のワイブル分布$f(\xi_{at})=\lambda\exp(-\lambda\xi_{at})\exp(-\exp(-\lambda\xi_{at}))$に従うと仮定しよう。経路情報$\omega_t$の下で$\tau_a$に関するＲＥが平均$\mu_a(\omega_t)$,分散$\sigma_a^2(\omega_t)$の正規分布$\phi$に従うと仮定する。のちに、線形走行時間関数の下ではτ_aに関するＲＥが正規分布に従うことを示す。危険回避度一定の効用関数$U(-\tau)=-\exp(\xi\tau)$を仮定する。この時、ドライバーｔの経路$a\in\theta_T$に対する期待効用(8)を次式のように変形できる[14]。

$$V_{at}(\omega_t:\chi_t^*)=-\mu_a(\omega_t)-\nu(\sigma_a(\omega_t)^2) +\xi_{at}+\eta_a \quad (10)$$

$\nu(\cdot)$はリスクプレミアムであり$\nu(\sigma_a^2)=\sigma_a^2U''/2U'(>0)$と定義する。絶対危険回避度が一定($\xi=U''/2U'$)の場合、$\nu(\sigma_a^2)=\xi\sigma_a^2/2$(定数)となる。ドライバーｔの経路情報$\overline{\omega}_t=\overline{\xi}_t+\overline{\eta}$が実現した時に彼が選択する経路$\gamma_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)$は

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)=\arg\max_a\{V_{at}(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)\} \quad (11)$$

となる。式(11)の右辺に含まれるμ_a, σ_a^2は各リンクの走行時間のＲＥ値とその分散を示しており未知数である。ＲＥ仮説の下では、その値はそれぞれ実際に実現する値と一致する。すなわち、式(7)より任意のtと$\overline{\omega}_t$に対して

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)=\arg\max_a\left\{\int U[-\upsilon_a(X(\omega:\chi^*))\phi(\omega|\overline{\eta})]d\omega+\xi_{at}+\overline{\eta}_a\right\} \quad (12)$$

が成立するようなχ^*が存在しなければならない。換言すれば、ＲＥＥを求める問題は任意の$\overline{\omega}_t$に対して常に式(12)が成立するような$\mu_a(\overline{\omega}_t)$, $\sigma_a(\overline{\omega}_t)^2$を求める問題に帰着する。なお、$\upsilon_a(\cdot)$：経路ａの走行時間関数、$X(\omega:\chi^*)$：合理的情報システム$\chi^*$と情報構造$\omega$の下での経路交通量ベクトルである。

（２）ＲＥＥモデルの導出

都市内のODペアkの集合をΔとし、その総数をNとしよう。ODペアk間を走行するドライバーの集合をT^k、その総数をQ^kとする。ODペアk間でドライバーが選択可能な経路の集合をθ^k,その数をM^kと表そう。ODペアkの経路交通量ベクトルを$q^k=(q_1^k,\cdots,q_{Mk}^k)$と表記する。本項の議論はすべてある特定の$\overline{\eta}$に対する議論であり、当面パラメータ$\eta$を省略する。

式(11)において私的情報ξ_{at}が独立なワイブル分布に従って分布するとしよう。この時、ドライバーがODペアkの経路ａを選択する確率P_a^kは任意のηに対してそれぞれ独立に以下のように表せる。

$$P_a^k=\mathrm{Prob}\{EU_a^k\geqq EU_b^k;b\in\theta\}=\frac{\exp\{\lambda EU_a^k\}}{\sum_{b\in\theta}\exp\{\lambda EU_b^k\}} \quad (13)$$

$EU_a^k=-\mu_a-\xi\sigma_a^2/2+\eta_a$である。すべてのドライバーの私的情報がそれぞれ独立なワイブル分布に従って分布すると考えよう。この時、経路交通量が$q=(q^1,\cdots,q^N)$となる同時生起確率は

$$P(q)=\Pi_{k\in\Delta}Q^k!\,\Pi_{a\in\theta^k}(p_a^k)^{q_a^k}/q_a^k! \quad (14)$$

となる[2)]。ＯＤ交通量が十分多い場合、経路交通量の分布は期待値Ｅ［ｑ］、共分散行列Σを持つ正規分布ＭＶＮ（Ｅ［ｑ］,Σ）より近似できる[2)]。$E[q]=\{E[q_a^k]\}$であり、その各要素は

$$E[q_a^k]=Q^kP_a^k \quad (15)$$

となる。共分散行列の各要素は次のようになる。

$$VAR[q_a^k]=Q^kP_a^k(1-P_a^k) \quad (16)$$

$$COV[q_a^k,q_{a'}^k]=-Q^kP_a^kP_{a'}^k \quad (a\neq a')$$

$$COV[q_a^k,q_{a'}^{k'}]=0 \quad (k\neq k') \quad (17)$$

各リンクの走行時間τ_zを以下のように表そう。

$$\tau_z=\alpha_z+\beta_z(\Sigma_k\Sigma_{a\in\theta^k}\delta_{a,z}q_a^k) \quad (18)$$

$\delta_{a,z}$は経路aがリンクzを通過する時1、そうでない時0を取る変数である。この時、客観的に実現するリンク走行時間の期待値$\overline{\mu}_z$およびその分散$\overline{\sigma}_z^2$は

$$\overline{\mu}_z=\alpha_z+\beta_z\Sigma_kQ^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a^k$$

$$\overline{\sigma}_z^2=\beta_z^2\Sigma_kQ^k\Sigma_a\delta_{a,z}P_a^k(1-P_a^k) \quad (19)$$

となる。経路aの走行時間の期待値$\overline{\mu}_a$, $\overline{\sigma}_a^2$は

$$\overline{\mu}_a=\Sigma_{z\in\kappa_a^k}\delta_{a,z}\overline{\mu}_z$$

$$\overline{\sigma}_a^2=\Sigma_{z\in\kappa_a^k}\delta_{a,z}\overline{\sigma}_z^2 \quad (20)$$

となる。ただし、κ_a^kは経路ａを構成するリンクの集合である。$\overline{\mu}_a$, $\overline{\sigma}_a^2$が選択確率$P=\{P_a^k\}$の関数となることを明示的に示すために$\overline{\mu}_a(P:\eta)$, $\overline{\sigma}_a^2(P:\eta)$と表記する。この時、式(12)より合理的期待($\overline{\mu}_a$, $\overline{\sigma}_a^2$)はすべての$a\in\theta^k,k\in\Delta,\xi_t$に対して

$$\gamma^*_t(\overline{\omega}_t:\chi_t^*)=\arg\max_a\{EU_a^k(P:\eta)+\xi_{at}^k+\overline{\eta}_a^k\} \quad (21)$$

を満足する($\overline{\mu}_z(P^*:\eta)$, $\overline{\sigma}_z^2(P^*:\eta)$)として求まる。$EU_a^k(P:\eta)=\Sigma_{z\in\kappa_a^k}\{-\overline{\mu}_z(P:\eta)-\xi\overline{\sigma}_z^2(P:\eta)/2\}+\eta_a^k$、$P^*(\eta)=\{P_a^{k*}(\eta)\}$である。式(21)がすべての$\xi_t$に対して成立する。式(21)の両辺を$\xi_t$に関して積分しよう。この時、ＲＥＥは

$$P_a^k(\eta)=\frac{\exp\{\lambda EU_a^k(P:\eta)\}}{\Sigma_{b\in\theta^k}\exp\{\lambda EU_b^k(P:\eta)\}} \quad (22)$$

を同時に満足する$P^*(\eta)=\{P_a^{k*}(\eta)\}$ ($a\in\theta^k,k\in\Delta$)として求めることができる。ＲＥＥにおける経路交通量の期待値と分散は以下のようになる。

$$E[q_a^{k*}(\eta)]=Q^kP_a^{k*}(\eta)$$

$$VAR[q_a^{k*}(\eta)]=Q^kP_a^{k*}(\eta)(1-P_a^{k*}(\eta)) \quad (23)$$

以上では、走行時間関数が線形関数であるような特殊な場合を想定していた。一般に走行時間関数は凸の非線形関数により表現できる。この場合、ＲＥＥを解析的に求めることは困難である。ＲＥＥを求めるためにはシミュレーションに頼らざるを得ない。一方、ドライバーが走行時間の確率密度関数に関してＲＥを形成するという仮説は、ドライバーの期待形成に過度の合理性を要求しているという考え方も成立する。例えば走行時間分布の１次、２次のモーメントに関して合理的な期待を形成するという仮説も成立しよう。この場合、一般的な走行時間関数を用いた場合でもＲＥＥを解析的に求めることができる。このようなＲＥＥモデルの実用化に関する議論は本稿の域を越えるので別の機会に発表する。

（３）モデルの拡張

ＲＥＥは共有情報ηのそれぞれについて存在する。ドライバーが利用する共有情報としては、曜日や天候等の外生的条件や公共主体が提供する経路情報等

があげられる。共有情報のうち外的条件の変化はOD交通量自体の変動として現れる。そこで、ドライバーが外生条件の生起状態によって移動するかどうかを決定すると考えよう。ここで、「移動しない」という選択肢を表現する仮想的な経路a_0を想定し、その期待効用を以下のように表記しよう。

$$EU_0{}^k = U_0 + \xi_0{}^k + \eta_0{}^k \quad (24)$$

ここに、U_0は仮想経路の定数効用である。REEは次の不動点問題の解となる。

$$P_0{}^k(\eta) = \frac{\exp\{\lambda EU_0{}^k(\eta_0)\}}{\Sigma_{b}{}^k \exp\{\lambda EU_b{}^k(P:\eta)\} + \exp\{\lambda EU_0{}^k(\eta_0)\}}$$

$$P_a{}^k(\eta) = \frac{\exp\{\lambda EU_a(P:\eta)\}}{\Sigma_{b}{}^k \exp\{\lambda EU_b{}^k(P:\eta)\} + \exp\{\lambda EU_0{}^k(\eta_0)\}} \quad (25)$$

ただし、$EU_0{}^k(\eta_0) = U_0 + \eta_0{}^k$である。このようなモデルの拡張によりOD交通量に変動がある場合の均衡解を求めることができる。

5．REEモデルの特性

(1) 従来の交通均衡概念との関係

式(8)において、ドライバーが危険中立的($U''/U'=0$)であると仮定しよう。また、共有情報ηを考慮しないこととする。この時、ドライバーは各経路の走行時間の分布を走行時間の期待値のみで判断することになる。この時、REEモデル(22)は簡略化でき、任意の走行時間関数$\upsilon_z(\cdot)$に対して

$$P_a{}^k(\eta) = \frac{\exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_a}{}^k E^\circ[\upsilon_z(X_z(\omega))]\}}{\Sigma_{b\in\theta}{}^k \exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_b}{}^k E^\circ[\upsilon_z(X_z(\omega))]\}} \quad (26)$$

と表現できる。ただし、$X_z(\omega)$は合理的情報システムの下でのリンク交通量であり$X_z(\omega)=\Sigma_{t\in T}\delta_z(\gamma_t(\omega_t:\chi_t{}^*))$と定義できる。

一方、SUEモデルは以下のように表せる。

$$P_a{}^k(\eta) = \frac{\exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_a}{}^k \upsilon_z(X_z)\}}{\Sigma_{b\in\theta}{}^k \exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_b}{}^k \upsilon_z(X_z)\}} \quad (27)$$

なお、$X_z=\Sigma_k Q^k \Sigma_a \delta_{z,a} P_a{}^k$である。式(27)をREEモデルのフレームの中で定式化しよう。効用関数が危険中立型であると仮定し、経路aに関する効用を

$$U_a\{-\Sigma_{Z\in\kappa_a}{}^k \upsilon_z(E^\circ[X_z(\omega:\chi^*)])\} + \xi_a{}^k{}_t + \eta_a{}^k$$
$$= -\Sigma_{Z\in\kappa_a}{}^k \upsilon_z(E^\circ[X_z(\omega)]) + \xi_a{}^k{}_t + \eta_a{}^k \quad (28)$$

と定義する。各経路交通量の期待値が式(23)で求まることに着目しよう。経路交通の均衡解は

$$P_a{}^k(\eta) = \frac{\exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_a}{}^k \upsilon_z(E^\circ[X_z(\omega)])\}}{\Sigma_{b\in\theta}{}^k \exp\{-\lambda \Sigma_{Z\in\kappa_b}{}^k \upsilon_z(E^\circ[X_z(\omega)])\}} \quad (29)$$

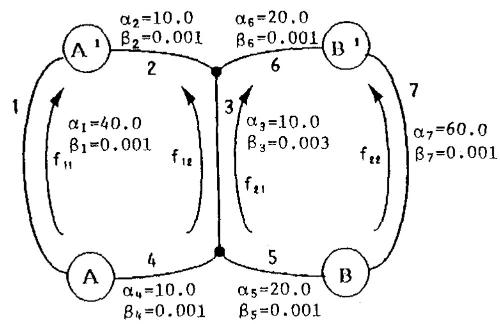
と定義され式(27)と一致する。すなわち、SUEモデルはドライバーが各リンクの交通量の平均値に関してREを形成するモデルと解釈できる。

線形走行時間関数を用いた場合、両者の配分結果は一致する。一般の非線形走行時間関数を用いた場合、$E^\circ[\upsilon_z(X_z(\omega))] > \upsilon_z(E^\circ[X_z(\omega)])$が成立するため、両者の配分結果は一致しない。式(29)により均衡解を求めた場合、$\partial^2\upsilon_z/\partial X_z{}^2$が大きくなる程当該リンクを利用する経路の交通量は式(26)による場合よりも大きくなる傾向が現れる。どちらの配分結果が望ましいかは、ドライバーのREに関する行動仮説の選択の問題に帰着される。この問題の解決に関しては今後の実証的研究の蓄積に期待したい。今後、ドライバーの情報構造と合理的期待形成行動に関する研究の精緻化を図るとともに、実証研究を通じて不完備情報下における交通量配分理論の研究を進展させることが必要であろう。

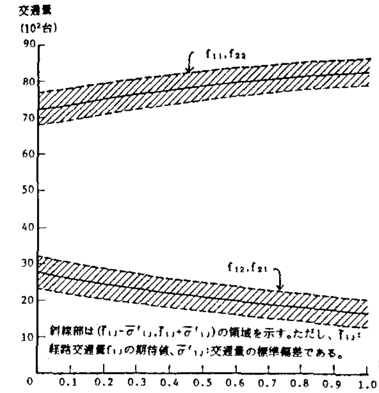
REEモデルでは経路交通量の分布が均衡解として求まる。均衡条件(22)は、ドライバーの走行時間の分布に対する主観的期待が、その客観的な分布状態と一致するための条件を示している。REEではあくまでも事前の期待において均衡が成立している[15]。ドライバーがその時々に実現する(他人に知られない)私的情報に基づいて経路選択する以上、各時点で実現する交通流にWardrop均衡が生じることは期待できない。しかし、長期的には経路交通量の分布に関するドライバーの期待に均衡が生じ、長期的に実現する経路交通量の分布を式(22)を用いて予測することが可能となる。

(2) 数値計算事例の概要

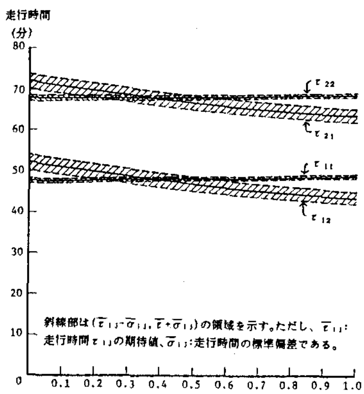
式(22)によって求まるREEの特性を数値計算によって分析しよう。式(22)の右辺を$F(P)=\{f_a{}^k(P^k): a\in\theta^k, k\in\Delta\}$と表記する。この時、$F(P)$はコンパクト集合$D=\{P|\Sigma_a P_a{}^k=1, k\in\Delta\}$上で定義される連続写像である。したがって、Brouwerの不動点定理[16]より式(22)に不動点が存在することが保証される。いま、図－1に示すような道路網を考えよう。簡単のために共有情報ηを考慮しないことにする。リンク走行



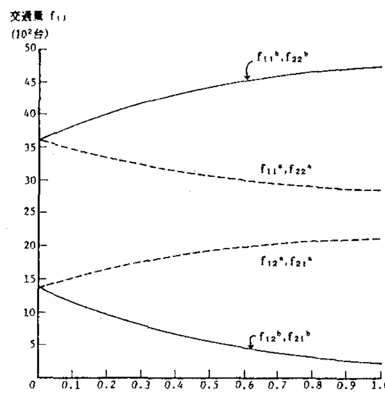
図－1　配分対象ネットワーク



図－2，経路交通量とξの関係 (Case 1: λ=0.3)



図－3　走行時間とξの関係(Case 1: λ=0.3)



図－4　経路交通量とξの関係(Case 2: λ=0.3)

時間関数$\upsilon_z=\alpha_z+\beta_z(\Sigma_{a\in\Theta}\delta_{a,z}q_a)$の各パラメータ値は図－1に示すとおりである。計算ケースとして、1) ドライバーが均質な場合(Case1)、2) ドライバーが均質でない場合(Case2)を考える。Case2ではドライバーをa)危険中立型(a群)、b)危険回避型(b群)の二つのグループに分類する。a群には、不用不急の車に代表されるように、到着時間の確実性を問題としないドライバーが、b群には走行時間の確実性を重要視するドライバーが該当する。配分計算にあたっては式(22)を用いることとした。

（3）計算結果の考察

1）ドライバーが均質な場合 (Case 1)

ODペア(ペア1：A-A')，(ペア2：B-B')のOD交通量をそれぞれ10000台とする。図-1に示すように経路を定義し経路交通量を$f_{11}, f_{12}, f_{21}, f_{22}$と表す。図-2はドライバーの絶対危険回避度$\xi$=-U''/U'とＲＥＥの関係を示している。$\xi$値が大きくなる程、走行時間のリスクが大きい($\beta_z$が大きい)リンク３を含む経路を利用する交通量$f_{12}, f_{21}$が減少する。それに伴って当該経路の走行時間$\tau_{12}, \tau_{21}$が減少する(図-3参照)。ドライバーは各経路の走行時間を確定的に予測できないため等時間配分原則は成立していない。

2）ドライバーが均質でない場合 (Case 2)

ａ群のドライバーは危険中立的であると考えξ^a=0を仮定する。図-4はｂ群のドライバーの絶対危険回避度ξ^bと均衡解の関係を示している。ξ^b値が大きくなる程、確実性を重視するｂ群のドライバーはリンク３を通過する経路を避ける傾向が強くなる。すなわち、経路交通量f_{12}^b, f_{21}^bは減少していく。このことより、ｂ群のドライバーが確実性を重視する程、本来利便性の高いはずの経路が危険中立的なａ群の車両に占拠されていくメカニズムが理解できる。

６．おわりに

本研究では、不完備情報下の交通均衡に関する新しい分析枠組を提案した。本研究の最終的な目的は、ドライバーの経路選択における経路情報の役割を積極的に分析できるような交通量配分理論を開発する

ことにある。このような配分理論は、今後道路網の信頼性解析やドライバーの経路誘導を検討していくうえでの、基礎的な分析枠組を提供しうると考える。

著者の知る限りＲＥ仮説に基づく交通量配分理論は本稿がはじめての試みであり、したがって今後に残された多くの研究課題が存在する。すなわち、1)一般的条件下でのＲＥＥの存在条件[17]と一意性、およびその局所的・大域的安定性に関する理論的検討、2)ドライバーの学習過程とＲＥの形成メカニズムに関する研究、3)一般の非線形走行時間関数を用いた実用的配分手法の開発、4)経路情報提示がドライバーの経路選択行動に及ぼすメカニズムの分析、5)ＲＥ仮説に関する実証研究が必要である。また、6)経路選択の事前の期待に関してのみ均衡が成立する場合、ドライバーの厚生をどのように評価すればいいかという問題が生じる。本稿ではドライバーがＲＥをどのように形成するかに関しては何も言及していない。現在、ドライバーの学習過程に関する研究が実施されている[6)7)]が、今後ドライバーの合理的期待形成過程に関する統一的な分析枠組の開発が不可欠となろう。6)は不完備情報ゲームに共通する問題である[15)]が、道路網の性能や交通制御の方法を検討する際の基本的な研究課題となろう。このように今後に残された研究課題は多いが、本稿で提案した分析枠組は不完備情報下における経路選択行動や交通均衡に関する研究の方向づけに寄与しうると考える。

なお、本研究の実施にあたっては鳥取大学岡田憲夫教授、多々納裕一助手、愛媛大学の朝倉康夫先生との議論を通じて多くの知見を得た。ここに、感謝の意を表します。

参考文献

1)加藤晃:交通量配分理論の系譜と展望、土木学会論文集、第389号/IV-8,pp.15-27,1988.

2)Sheffi, Y.: Urban Transportation Networks, Printice-Hall,Inc., 1985.

3)Daganzo,C.F.and Sheffi,Y.:On stochastic models of traffic assignment,Trans. Sci.Vol. 11(4),pp.253-274,1977.

4)Fisk,C.:Some developments in equilibrium traffic assignment, Trans. Research, Vol.14 B(3),pp.243-255,1980.

5)柴田哲史、佐藤馨一、五十嵐日出夫:経路走行時間の標準偏差を考慮した配分交通量推計法に関する研究、土木学会第42次年次講演概要集,1987.

6)Mahmassani, H.: Dynamic models of commuter behavior, Paper presented at International Conf. on Dynamic Travel Behavior Analysis, Kyoto, 1989.

7)Iida,Y., Akiyama, T., and Uchida, T.:Experimental analysis of dynamic route choice behavior, Paper presented at International Conf. on D.T.B.A.,Kyoto, 1989.

8)朝倉康夫、柏谷増男、熊本仲夫:交通量変動に起因する広域道路網の信頼性評価、土木計画学研究・論文集、No.7,pp.235-242,1989.

9)Aumann, R.: Agreeing to disagree,Annals of Statistics,Vol.4,pp.1236-1239,1976.

10)Harsanyi, J.C.:Games with incomplete information played by Baysian' players, Management Science, No.I,II,III, Vol.14, pp.159-182;320-334,486-502, 1967-1968.

11)Muth, J. F.: Rational expectations and the theory of price movements,Econometrica, Vol. 29,pp.315-335,1961.

12)Lucas,R.E.Jr.:Asset prices in an exchange economy, Econometrica, Vol.46,pp.1429-1445, 1978.

13)Sheffrin, S. M.: Rational Expectations, Cambridge University Press,1983.

14)Lippman,S.A.et al.:Economics of Uncertainty, in Arrow,K.J. et al.eds, Handbook of Mathematical Economics,Vol.I,pp.211-278,1982.

15)Groves, T.et al.eds.:Information,Incentives, & Economic Mechanisms, Basil Blackwell,pp. 330-348, 1987.

16)Takayama,A.:Mathematical Economics, Chapter 4,The Dryden Press, Hinsdale,Ill,1974.

17)Kobayashi,K.:Incomplete information and logistical network equilibria, Paper presented at the Intern. Collo. on Creativity and Logistical Dynamics, Kyoto, 1990.