【土木計画学研究・論文集 No. 8 1990年11月】

ベイズ学習過程と確率的利用者均衡モデル

Bayesian Learnig Process and Stochastic User Equilibrium Assignment

宮城俊彦
By Toshihiko MIYAGI

Abstract

This paper aims at developing a new algorithm for probit-based stochastic user equilibrium model (SUE). This will be done by reconstructing the choice behavior of drivers through the Bayesian theory, in which the route choice decisions is characterized as a sort of learning process of acquiring imformation of route travel times through day-by-day route choice experiences. The Bayesian theory provides us a new insight into the underlying behavioral aspects of SUE and a new algorithm involving the traditional procedure for SUE.

1. はじめに

均衡交通配分手法は、大別すると経路時間が確定値（測定値あるいは客観値）として取り扱われる確定モデルと利用者が知覚する所要時間が不確定なものとして取り扱われる確率モデルがある。確定モデルにしろ、不確定モデルにしろ、交通配分手法は、利用者が「最早経路である」と判断する心理的メカニズムと利用者が「これ以上早い経路はないであろう」と判断する心理的メカニズムを組み込む必要がある。そして、後者に至るプロセスは日頃の体験を通じて知覚するいわゆる「学習過程」あるいは「ゲーム論的思考過程」に他ならないであろう。

確定モデルにおいては、利用者は神の声によって最早経路が知らされるので、自分の経験と神からの確実な情報をもとに正確に最早経路を選択することができる。一方、確率モデルでは、利用者は経路に関する自分だけの判断（知覚経路時間）を頼りに行動する。そして、経験や情報をもとに最も早く目的地に着ける経路をより多く選択するようになるであろう。そこには、経験や情報に対する事前の主観的判断と走行経験に基づいて自己の判断を修正していく学習過程が含まれている。

ドライバーの動的な経路選択行動に与える情報の影響分析に関する最近の研究[1, 2]も本研究と同じ視点に基ずくものと思われるが、そこではシミュレーションやアンケート実験といった技法が用いられている。本研究は、確率配分手法において本質的な役割を果たすと考えられる学習プロセスをベイズ流に解釈し、これを数学的に構造化しようと試みたものである。従来の確率配分モデルでは、不確実な経路情報下での経路選択確率に焦点が当てられており、その学習プロセスについては手がつけられないままであった。したがって、均衡によって達成される状態がドライバーのどのような状況を反映し、どのような主観的判断を表現しているかが曖昧であった。

ベイズ理論では利用者の主観的事前確率法則とデータを得たの事後の確率法則を区別する。したがって、利用者が新たな最早経路（利用者のこれまで経験した最早経路よりも早い経路）選択の経験を積むにしたがって、事前の判断を変えていく学習プロセスを表現することができる。本研究は、こうした確率均衡配分に

正会員　工博　岐阜大学助教授　工学部土木工学科

おける学習プロセスに焦点を当て、既存のアルゴリズムの再評価を試みたものでベイズ流の情報更新過程が確率配分法における解の更新過程に合致していること、また、ドライバーの経路に対する不確実を考慮したベイズ学習過程の観点からみれば、従来のアルゴリズムは一つの特殊例であることなどを明らかにする。そして、こうした不確実性を組み込んだより拡張された解釈が可能な確率利用者均衡のアルゴリズムを提案する。

2. 経路情報に関するベイズ学習過程

今一つの起終点間での経路選択行動を考えるものとし、一つの経路に焦点を絞って経路選択の時間的推移を考えてみる。

観測時間を$t=1,2,\cdots\cdot$とし、t期に観測された経路の所要時間をY_tとおく。観測時間間隔は一定である必要はない。また、ここでは確率変量とその実現値を区別しないものとする。すなわち、Y_tはtで観測する前までは確率変量であり、未知変量であるが、観測された時点では既知の確定量になる。

ところで、t時点でトリップメイカーが保有する情報量をD_tで記述する。D_tは経路情報やリンク情報などを含む。たとえば、経路の走行経験によって、新たな情報Y_tを得たならば、D_{t-1}は次のように更新されるであろう。

$$D_t=\{Y_t,\ D_{t-1}\} \tag{2.1}$$

経路の所要時間は次のような観測誤差を含む観測方程式で記述できるもの仮定とする。

$$Y_t=\mu_t+\varepsilon_t \tag{2.2}$$

ここに、μ_tは時間tでの客観的（実際の）走行時間であり、ε_tは観測誤差である。Y_tは経路の物理特性と交通特性によって変動し、リンク容量、交差点の有無等が経路走行時間に与える変動を表現している。このようにY_tは経路のパフォーマンス特性に対応しており、質の高い道路ならば誤差の変動は小さく比較的安定した所要時間で目的地まで到達できるのに比べ、劣悪な道路の場合には、早く行けたり、ある場合にはボトルネックでつかまり非常に時間がかかったりするというように、所要時間の変動が大きく不安定な走行を強いられる。次に、運転者側からみた所要時間の推測を表す次のような経験方程式を導入する。

$$\mu_t=\mu_{t-1}+\omega_t \tag{2.3}$$

すなわち、ドライバーは前の走行経験μ_{t-1}にに基づいてμ_tを予測するが、個人ごとに異なる経験と知覚の仕方により、誤差ω_tを伴う。ω_tは経験誤差と呼ぶことができる。(2.2),(2.3)からY_tは

$$Y_t=\mu_{t-1}+\omega_t+\varepsilon_t \tag{2.2'}$$

と表現できる。すなわち、実際の経路選択の基準となる所要時間は経路のパフォーマンス特性とドライバーの評価特性が結合したものである。このように、Y_tはドライバーの知覚所要時間を表し、知覚所要時間はドライバーの個人的経験、また、実際に走行したときどきの偶然的な変動によって、実際の客観的な走行時間とは異なることを(2.2')は示している。観測誤差と経験誤差は互いに独立であり、時間的にも独立な正規分布に従うと仮定し、次のようにおく。

$$\varepsilon_t\sim N\,[0,v_t] \tag{2.4a}$$

$$\omega_t\sim N\,[0,w_t] \tag{2.4b}$$

また、v_t，w_tは各時間tごとに既知量であると仮定しておく。

以上の条件のもとで、ドライバーが自らの走行経験に基づいて経路の所要時間に関する情報を更新していくプロセスは次のようにまとめられる。

[Bayesian Updating Process : BUP]

(a)μ_{t-1}に対する事後確率分布

$$(\mu_{t-1}\mid D_{t-1})\sim N\,[c_{t-1},V_{t-1}] \tag{2.5}$$

(b)μ_tに対する事前確率分布

$$(\mu_t\mid D_{t-1})\sim N\,[c_{t-1},r_t] \tag{2.6a}$$

$$\text{ここに、}r_t=V_{t-1}+w_t \tag{2.6b}$$

(c)予測値の確率分布

$$(Y_t\mid D_{t-1})\sim N\,[c_{t-1},q_t] \tag{2.7a}$$

$$\text{ここに、}q_t=r_t+w_t \tag{2.7b}$$

(d)μ_tの事後分布

$$(\mu_t \mid D_t) \sim N[c_t, V_t] \tag{2.8a}$$

ここに、

$$c_t = V_t(c_{t-1}/r_t + Y_t/v_t)$$
$$= c_{t-1} + A_t(Y_t - c_{t-1}) \tag{2.8b}$$
$$V_t = 1/(1/r_t + 1/v_t) = r_t v_t / q_t$$
$$= A_t v_t \tag{2.8c}$$
$$A_t = r_t / q_t = r_t / (r_t + q_t) \tag{2.8d}$$

(2.5)〜(2.8)成立することはベイズ理論によって示すことができる[3,6)]。

［ＢＵＰ］で表現されるドライバーの学習（情報更新）過程を考察してみよう。

(a)は、ドライバーの現在の経路情報を表現している。すなわち、t=1とおくならば、そのとき、ドライバーの経験して知っている所要時間は、c_0でそのバラツキがV_0で表される正規分布である。(b)は、現在の情報に基づく経路の事前の推測を表す。期待値はc_0で経験に基づくものであるが、バラツキはドライバーの主観によって異なり、$r_1 = V_0 + w_1$で与えられる。(c)は経路の知覚される所要時間分布であり、したがって、経路の物理的なパフォーマンス特性以外にドライバーの主観的判断のバラツキが加わったものとなる。こうした主観的走行時間に基づき、ドライバーが経路選択を行った後、ドライバーの経路に対する判断は、c_tに変化し、分散はV_tに変化する。その結果が(d)の事後分布であり、この値が、次の経路選択の際の基礎情報となり、t=2の場合として、(a)の値を決定する。

今、簡単のため、w_t=0(for all t),v_t=v(for all t)とおくと、t=0での条件C_0,V_0を用いて、(2.8b)(2.8c)は、

$$c_t = \frac{\frac{1}{V_0} c_0 + \frac{t}{v} \bar{Y}}{\frac{1}{V_0} + \frac{t}{v}} \tag{2.9a}$$

$$V_t = \frac{1}{\frac{1}{V_0} + \frac{t}{v}} \tag{2.9b}$$

と変形でき、t→∞とおくことによって、

$$\lim_{t\to\infty} c_t \to \bar{Y} \tag{2.10a}$$

$$\lim_{t\to\infty} V_t \to 0 \tag{2.10b}$$

を得る。ここに、$\bar{Y}$はY_tの時間平均値である。このように、トリップメイカーの経路所要時間に対する主観値が純粋に走行時間のみによって決定され（すなわち、w=0）、かつ、時間に依らず一定ならば、ドライバーは経験を積むうちに(2.10a)(2.10b)で示すようにその経路の走行時間に関する情報を完全に把握するようになる。したがって真に客観的走行時間に基づく経路選択を行うようになる。この状況でドライバーの最短経路行動を仮定した場合にはWardropの第一原理すなわち、等時間原則が成立する。しかし、経路の選択に関する初期情報がかなり確定的ならば、すなわち、ある経路の走行時間がc_0であるという確信度が高いならば、そのときV_0の値は小さくなる。その結果、時間経過に伴う主観的走行時間のバラツキの減少速度は緩やかになり、したがって、c_tの決定に初期値の値c_0が長い間影響を及ぼすことになる。一方、経路情報が曖昧ならば（V_0が大ならば）、わずかな走行経験でV_t→0,c_t→Y に収束する。

3. 確率的最適化問題としての確率利用者均衡モデル

3.1 確率的最適化問題と確率的近似法

今、次の１変数非線形方程式を解く問題を考えてみよう。

$$g(x) = \alpha \tag{3.1}$$

この問題は通常次のようなNewton-Raphson法により反復的に解かれる。

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x) - \alpha}{g'(x_i)} \tag{3.2}$$

ところで、g(x)が確定項xだけの変数ではなく、確率変数yを含み、その期待値を与える次の関数で定義されているものとする。

$$g(x) = E[\psi(x, y)] \tag{3.3a}$$

ここに、

$$\psi(x, y) = g(x) + \xi(x, y) \tag{3.3b}$$

ξは確率変量であり、その確率分布関数は未知であるが、E[ξ]=0と仮定できるものとする。この場合には、反復公式(3.2)は適用できない。(3.3)で定義される関

数の根を求める問題(3.1)に対し、Robbins and Monro[4]は、反復手法

$$x_{i+1}=x_i-a_i[\psi(x_i,Y_i)-\alpha] \quad (3.4)$$

を用いて逐次、解を更新していく方法を提案した。この方法は確率近似法(Stochastic Approximation:SA)と呼ばれる。彼らは、さらにステップ幅a_iが

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{i=1}^{\infty} a_i=\infty \\ \sum_{i=1}^{\infty} a_i{}^2<\infty\end{array}\right\} \quad (3.5)$$

という条件を満足するならば、SAで与えられる解は確率収束する事を示した。ところで、

$$\min_x g_0(x)=\min_x \int \psi_0(x,y)f_y(y)dy = \min_x E[\psi_0(x,y)] \quad (3.6)$$

で与えられる制約条件なしの確率的最適化問題を考えてみよう。この問題に対応した解は、

$$\nabla g_0(x)=\nabla E[\psi_0(x,y)]=0 \quad (3.7a)$$
$$=E[\nabla\psi_0(x,y)]=0 \quad (3.7b)$$

によって与えられるので、SA法では次のような反復計算で解を得ることになる[5]。

$$x_{i+1}=x_i-a_i\nabla\psi_0(x_i,y_i) \quad (3.8)$$

3.2　確率利用者配分法

ここで、Daganzo[7]によって与えられた確率的利用者均衡問題(SUE)を考えてみよう。ただし、以下に示す式はSheffi[8]によって若干変形されたSUEである。

[SUE]

$$\min\ z(x)=-\sum_{rs} q_{rs}E[\min_k\{C^{rs}{}_k\}\ |\ c^{rs}(x)] + \sum_a x_a t_a(x_a)-\sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)d\omega \quad (3.9)$$

ここに、q_{rs}：ODペアｒｓのOD交通量

x_a：リンクａの交通量

$C^{rs}{}_k$：ODペアｒｓのｋ番目経路の知覚された所要時間（確率変量）

$t_a(x_a)$：リンクａの走行時間関数

$c^{rs}{}_k$：ODペアｒｓのｋ番目経路の客観的所要時間（確定変量）

なお、知覚所要時間$C^{rs}{}_k$は、

$$C^{rs}{}_k=c^{rs}{}_k+\varepsilon^{rs}{}_k \quad (3.10a)$$
$$c^{rs}{}_k=\Sigma_a\delta^{rs}{}_{ak}t_a \quad (3.10b)$$

あるいは、

$$C^{rs}{}_k=\Sigma_a\delta^{rs}{}_{ak}T_a \quad (3.11a)$$
$$T_a=t_a+\nu_a \quad (3.11b)$$

で定義される確率変量である。すなわち、$c^{rs}{}_k$,t_aは各々客観的な（実際の）ＯＤ間所要時間，リンク所要時間を表し、$\{\varepsilon^{rs}{}_k\}$，$\{\nu_a\}$は経路ｋ及びリンクａの所要時間の誤差項である。

ここで、(3.6)と(3.9)を対応させて考えると、(3.9)の第２項以降は確定項なので、その期待値はそのままである。そこで、とりあえず(3.9)の第１項のＥ［･］だけを(3.6)に対応させ、∇g_0を求めてみる。まず、

$$\psi_0(c,\varepsilon)=\min_k\{C^{rs}{}_k\}=\min_k\{c^{rs}{}_k+\varepsilon^{rs}{}_k\} \quad (3.12)$$

とおき、$f_\varepsilon(\varepsilon)$が誤差分布の密度関数であると仮定すると、(3.6)の導関数は、次のようになる。

$$\frac{\partial g_0(c)}{\partial c^{rs}{}_k}=\frac{\partial}{\partial c^{rs}{}_k}\int_\varepsilon \min_k\{C^{rs}{}_k+\varepsilon^{rs}{}_k\}f_\varepsilon(\varepsilon)d\varepsilon \quad (3.13)$$

ここで、$\Gamma_k(\varepsilon,c)$を次に定義する指示関数とすると、

$$\Gamma_k(\varepsilon,c)=\begin{cases}1 \text{ if } C^{rs}{}_k<C^{rs}{}_p & \forall p\neq k \\ 0 \text{ otherwise}\end{cases}$$

微分と積分の入れ換えが可能であり、(3.13)は次のように簡単になる。[7]

$$\frac{\partial g_0(c)}{\partial c^{rs}{}_k}=\int_\varepsilon \frac{\partial}{\partial c^{rs}{}_k}[\min_k\{c^{rs}{}_k+\varepsilon^{rs}{}_k\}]f_\varepsilon(\varepsilon)d\varepsilon$$
$$=\int_\varepsilon \Gamma_k(\varepsilon,c)f_\varepsilon(\varepsilon)d\varepsilon$$
$$=\Pr[c^{rs}{}_k+\varepsilon^{rs}{}_k<c^{rs}{}_s+\varepsilon^{rs}{}_s\ \forall s\neq k]=P^{rs}{}_k \quad (3.14)$$

したがって、［SUE］の目的関数$z(\mathbf{x})$の勾配ベクトルは次式で与えられる。

$$\nabla z(\mathbf{x})=[-\Sigma q_{rs}\mathbf{P}^{rs}\Delta^{rsT}+\mathbf{x}]\nabla_x t \quad (3.15)$$

ここに、$\mathbf{P}^{rs}=\{P^{rs}{}_k\}$はＯＤペアｒｓ間の経路ｋの選択確率ベクトルであり、$\Delta^{rs}=\{\delta^{rs}{}_{ak}\}$はＯＤペアｒｓのリンク・パス指示行列である。そして、$\nabla_x t$はリンク所要時間のヤコビアンである。

ここで、再度、$z(\mathbf{x})$の２項，３項を含めた形でg_0を定義すれば(3.7)の意味するのは、

$$\nabla g_0(\mathbf{x})=E[X_a-\mathbf{x}_a]=E[X_a]-\mathbf{x}_a=0 \quad (3.16)$$

であり、$\Sigma_{rs}\Sigma_k q_{rs}P^{rs}{}_k\delta^{rs}{}_{ak}=X_a$として与えられる確率変量の期待値と配分されたリンク･フローが、一致したとき、SUEの解が得られることを示している。各リンク･フローの実現値$\{X_a\}$をモンテカルロ･シミュレーションによって求めるとき、その期待値の不偏推定量は

$$\mathbf{X}_a=E[X_a]=\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}X^n{}_a \quad (3.17)$$

で与えられるので[5]、SUEに対応した反復式(3.8)は、

$$\mathbf{x}^{n+1}{}_a=\mathbf{x}^n{}_a+\frac{1}{n}[X^n{}_a-\mathbf{x}^n{}_a] \quad (3.18)$$

によって与えればよい。ここで、$a^n=1/n$とおいており、このステップ幅が(3.5)の条件を満足することも明かである。したがって、反復式(3.8)で求められる解は確率収束し、(3.16)を満足することも容易に確かめられる。Sheffi and Powell[9]は(3.18)に基づく確率均衡の求解法を逐次平均化法(Method of Successive Average:MSA)と呼んでいるが、ここで示したように、この方法は確率最適化問題をモンテカルロ法で解く確率近似アルゴリズム(SAA)の一種であると解釈できる。

次に、(3.18)のSAAがベイズ学習過程として表現できることを示そう。SUEでは、(3.10a)に示したように、知覚所要時間は客観的走行時間と誤差項によって構成されていると仮定している。したがって、誤差項の分布が、$\varepsilon^{rs}{}_k\sim N[0,v]$という正規分布に従うならば、ベイズ学習過程(BUP)による所要時間の事後分布は平均値と分散が(2.9)で与えられる正規分布になる。今、ＯＤペアをｒｓに固定して経路ｋについて(2.9)を書き改めると次のようになる（これ以降では走行経験という意味で回数を表現するnを添字して用いる）。

$$\left.\begin{aligned} c^n{}_k&=\frac{\dfrac{1}{V_0}c_{k0}+\dfrac{n}{v}\overline{C}_k}{\dfrac{1}{V_0}+\dfrac{n}{v}} \\ \overline{C}_k&=\frac{1}{n}\sum_{s=1}^{n}C^s{}_k \end{aligned}\right\} \quad (3.19a)$$

$$v^n=\frac{1}{\dfrac{1}{V_0}+\dfrac{n}{v}} \quad (3.19b)$$

(3.19)は各リンクに対しても成立するので、リンク･ベースで表現するならば、

$$t^n{}_a=\frac{t_{a0}+nT_a{}^{(n)}}{1+n}, \quad T_a{}^{(n)}=\frac{1}{n}\sum_{s=1}^{n}T_a{}^{(s)} \quad (3.20a)$$

$$v^n=\frac{\beta L_a}{1+n} \quad (3.20b)$$

を得る。ただし、通常のMSAと同様、$V_0=v=\beta L_k$（L_k：リンク長）とおいている。したがって、(3.20)に基づく確率均衡配分は下に示すようなリンク交通量を求める計算プロセスを与える。

	リンク所要時間		リンク･フロー
n=0	$\{t_{a0}\}$		
n=1	$t_a{}^{(1)}=\dfrac{t_{a0}+\overline{T}_a{}^{(1)}}{2}$	$\searrow$ $\leftarrow$	$x_a{}^{(1)}=X_a{}^{(1)}$
n=2	$t_a{}^{(2)}=\dfrac{t_{a0}+2\overline{T}_a{}^{(2)}}{3}$	$\searrow$ $\leftarrow$	$x_a{}^{(2)}=\dfrac{X_a{}^{(2)}+\overline{x}_a{}^{(1)}}{2}$
			$\overline{x}_a{}^{(1)}=X_a{}^{(1)}$

n=3

$$t_a^{(3)}=\frac{t_{ao}+3\bar{T}_a^{(3)}}{4} \quad \underset{\longleftarrow}{\longrightarrow} \quad x_a^{(3)}=\frac{X_a^{(3)}+2\bar{x}_a^{(2)}}{3}$$

$$\bar{x}a^{(2)}=\frac{1}{2}\left(Xa^{(1)}+Xa^{(2)}\right)$$

すなわち、n=0では初期のリンク所要時間$\{t_{ao}\}$に基づき、経路の所要時間$\{c_{ko}\}$が計算され、モンテカルロ法により、リンク交通量の１つの実現値$\{X_a^{(1)}\}$を得る。それに基づく、ドライバーのリンク所要時間の主観値の更新が$\{t_a^{(1)}\}$で与えられ、そのときの経路の所要時間は$\{c_k^{(1)}\}$で与えられる。そのときのリンク･フローの更新は所要時間と同様に行い、$\{x_a^{(2)}\}$で与えられる。以上の操作を反復していくと、リンク所要時間は、初期の主観値$\{t_{ao}\}$からスタートとし、走行経験を通して客観値$\{\bar{T}_a\}$の方の重みが大きくなっていく。したがって、ある程度の反復計算後は、リンク所要時間の主観値t_a^nは客観値$\bar{T}_a$に近づき、上で示した方法は通常のMSAと同じになる。このとき、リンク･フローの修正式を一般式で表現すれば

$$x_a^n=x_a^{(n-1)}+\frac{1}{n}\left[X_a^n-x_a^{(n-1)}\right] \quad (3.21a)$$

$$x_a^{(n)}=\frac{1}{n}\sum_{s=1}^{n}X_a^s \quad (3.21b)$$

で与えられる。X_a^nはモンテカルロ法によって生成されるリンク･フローの実現値である。したがって、十分大きなnに対し、(3.16)が成立する。このようにベイズ学習過程に基づく経路情報の更新過程はプロビット・ベースの確率的ネットワーク負荷法の解の更新手続きそのものである。基本的に異なる点は、ドライバーの所要時間に対する初期主観値$\{t_{ao}\}$あるいは$\{c_{ko}\}$が考慮されていることであり、この値が客観値$\{\bar{T}_a\}$あるいは$\{\bar{c}_k\}$と大きく異なるときには、主観値は客観値に収束するのが遅い。したがって、有限回数の反復ではドライバーの所要時間の見積りとリンク･パフォーマンス関数で計算される客観的な所要時間は異なっている。同様に前項で示したように、ドライバーの走行経験に基づく評価のバラツキ$\{w_a\}$を加えた場合には、客観値とのかい離はさらに大きくなる。この場合、経験の所要時間そのものが異なってくるので、結果として得られるリンク･フロー･パターンも客観値に基づく計算とは異なったものになる。

4.　BUPに基づく確率均衡配分法

2節に示したBUPでの情報更新の仕方、及び3節での所要時間とリンク･フローの対応関係よりBUPを用いた確率配分法では解の更新には(2.8d)で定義されるA_nを用いる必要がある。BUPの思想に基づく確率配分法をMBUP (Method based on BUP)と呼ぶことにする。MBUPでは次の公式で解を更新する。

$$x_a^{n+1}=x_a^{(n)}+A_n\left[X_a^n-x_a^n\right] \quad (4.1)$$

A_nはその定義式より経路の所要時間に対する事前の不確実性の相対的大きさを表し、解の挙動はA_nの挙動に依存することになるので、A_nの性質を調べておく必要がある。なお、ここでは分散 $\{w_n, v_n\}$ が時間に依らず一定値 $\{w,v\}$ の場合を想定する。このとき、A_nは次のような性質を持つ。

性質 1)　$0<A_n<1$

性質 2)　経路に関する事前の確信度が高く、$r_n<v_n$ならばA_nは0に近い値をもつ。逆に、事前の確信度が低く、$r_n>v_n$ならばA_nは1に近い値をもつ。

性質 3)　$n\to\infty$のとき、$A_n\to A, V_n\to V=Av$となる。ただし、$A=r\{\sqrt{(1+4/r)}-1\}/2$, $r=w/v$

性質 4)　$\sum_{n=1}^{\infty}A_n=\infty$, $\sum_{n=1}^{\infty}(A_n)^2<\infty$

性質1),2)は定義式より直接導かれるものである。性質3)の誘導はWest and Harrison[3]によって与えられている。性質4)は1),3)より演繹される。

性質4)によって、不確実性尺度をステップ幅に用いた場合の(4.1)によって与えられる解は確率収束することが分かる。MSAはw=0とおいた場合のMBUPに相当し、$n\to\infty$のとき、$A_n\to0, V_n\to0$が成立する。このとき(3.18)より$x_a^{n+1}\to x_a^n, x_a^{n+1}=\sum_{s=1}^{n}X_a^s/n$が成立している。また、Sheffiによって明らかにされているように、

$Var[x_a^n] \to 0$となる。したがって、モンテカルロ・シミュレーション法に基づく方法はリンク交通量の不偏推定量を与える。同様にMBUPもそうである。

次に$w \neq 0$の場合について考えてみよう。$w=0$ということはドライバーが自己の走行経験に基づいて経路の判断する際に、すべてのドライバーが、経験した走行時間をそのまま信用する場合に相当し、したがって、不確実性は経路の物理特性それ自信がもつ不確実のみであった。このときには、走行経験を積み重ねれば、次第に経路の特性が明らかになり、$V_n \to 0$となり、ドライバーのもつ経路情報は客観値に近づいていく。しかし、$w \neq 0$のときには、同じ経路を走行してもドライバーによって異なる走行時間を経験したり、同じ所要時間であってもドライバーごとに異なる評価をもつ場合を意味している。このときには、性質3)にみるようにA_n, V_nともに零ではなく一定の値に収束する。したがって、(4.1)に基づく方法はリンク・フローの不偏推定量を与えないように思われる。

ところで、新しい出現値X^nを情報に、前の情報x^nを更新していく手続きを(4.1)のような線形結合によって行う方法は、動的な統計予測理論ではよく知られており、HoltやBrownの指数平滑化法などがそうである[10]。Holtに従えば、A_n, V_nが有限の値をもつ場合でも、$n \to \infty$では(4.1)はやはり漸近的に不偏推定量を与える。すなわち、(4.1)を次のように展開する。（なお、以降では、簡略化のためリンクを表す添字は省略する。また、$n \to \infty$のとき、$A_n \to A$であり、かつ、$0 < A_n < 1, 0 < A < 1$であるので、A_nの添字も除く。）

$$\begin{aligned} x^n &= AX^n + (1-A)\,x^{n-1} \\ &= AX^n + (1-A)[AX^{n-1} + (1-A)x^{n-2}] \\ &= AX^n + A(1-A)X^{n-1} + (1-A)^2 x^{n-2} \end{aligned} \tag{4.2}$$

したがって、より一般的には

$$x^n = A\sum_{j=1}^{n-1}(1-A)^j X^{n-j} + (1-A)^n x^0 \tag{4.3}$$

このとき、

$$A\sum_{j=0}^{n-1}(1-A)^j + (1-A)^n = 1 \tag{4.4}$$

が成立している。ここで $n \to \infty$とすると、

$$A\sum_{j=0}^{\infty}(1-A)^j = 1 \tag{4.5a}$$

$$x^n = A\sum_{j=0}^{\infty}(1-A)^j X^{n-j} \tag{4.5b}$$

が成立する。したがって、Xが平均値μ,分散σをもつ確率変量とするならば、

$$E[x^n] = A\sum_{j=0}^{\infty}(1-A)^j \mu = \mu \tag{4.6a}$$

$$E[x^n - X^n] = 0 \tag{4.6b}$$

となり、(4.1)は漸近的不偏推定量を与える。

以上より、MBUPによる確率利用者均衡計算法は次のようにまとめられる。

step 0) 初期リンク所要時間$\{t_{a0}\}$に基づき、モンテカルロ法でリンク・フロー$\{x_a^{(1)}\}$を生成する。$n=1$とおく。

step 1) $t_a^n = t(x_a^n)$としてリンク所要時間を更新する。

step 2) $\{t_a^n\}$に基づきモンテカルロ法で補助リンク・フロー$\{X_a^n\}$を生成する。

step 3) 新しいリンク・フロー・パターンを次式で求める。

$$x_a^{n+1} = x_a^n + A^n\,(X_a^n - x_a^n)$$

ここに、

$$A_n = \left[\frac{(1-\delta^{2n-2})A + (\delta + \delta^{2n-2})A_1}{(1+\delta^{2n-1})A + (\delta - \delta^{2n-1})A_1}\right] \tag{4.7}$$

$A_1 = (V_0 + w)/(V_0 + w + v)$

$\delta = 1 - A$

V_0, w, v：データに基づいて与えられる分散

A：A_nの極値であり、性質3)の公式で与える

step 4) 前もって与えられている収束基準を満足するならば終了。そうでないならばstep 1)に戻る

step 3)における(4.7)はHarrison[11]によって与えられたA_nの更新式であり、$A_1 < A$ならば単調増加、$A_1 > A$ならば単調減少し、急速に収束する。

5. 結論

確率的利用者均衡(SUE)モデルは、ランダムウォークの経路選択行動から確定的な利用者均衡配分までを幅広く表現できる不偏性のある、合理的なモデルである。しかし、計算の収束性が悪いこと、解の挙動が十分に解明されていないこと、効率的な計算法の開発が遅れていること、など多くの問題点を抱えている。SUEの計算手法として唯一実用化が進んでいる手法は逐次平均化法(MSA)だけである。しかし、MSAによって達成される均衡状態がどのような経路選択行動の帰結なのかは未だに曖昧のままである。これは、SUEモデルによって表現される均衡条件が、ドライバーの重要な意志決定変数である経路所要時間ではなく、フローで表現されいるためである。また、均衡計算プロセスもドライバーのいかなる意志決定行動を記述しているのかが不明瞭である。

以上のように、SUEあるいはMSAで記述される均衡状態そして均衡に至るプロセスは、本来、確率的行動モデルが表現すべきドライバーの主観的判断プロセスが十分構造化できていないという問題点を含んでいた。本研究では、経路選択行動を経路に関するドライバーの動的情報の更新のプロセスとして捉え、主観的判断が走行経験によって逐次変更されていく学習過程として構造化することを試みた。経路情報の逐次更新の過程はベイズ理論で数学的に表現された。そして、MSAの均衡プロセスが、実は、主観的判断に基ずく経路選択から客観的情報に基ずく経路選択行動へ変化していく様子を表現するものであることを明らかにした。同様に、MSAは一つの特殊な状況を記述しているのみであり、実際の交通行動では、ドライバーは時間が経過しても所要時間の真の値は知ることができず、単に、その期待値を知るだけであることも結論ずけられた。言い替えれば、経路の所要時間の不確実性を反映して、分散はゼロにはならず有限のままである。このことは、実際の交通状況ではWardrop均衡は成立しないことを意味する。

以上が本研究の主要な結論であるが、他に、新しいアルゴリズムの提案、確率的最適化問題の観点からのMSAの誘導についても触れた。

本研究では時点tでの情報集合{D_t}は、走行経験だけにもとずいて形成されていくとするclosed systemを考えたが、経路情報システムの発展にみるように、外からの情報が経路選択に与える影響を分析できる枠組みはopen systemであり、今後の課題としたい。

参考文献

1)飯田恭敬、内田敬、宇野伸宏(1989):経路選択行動の動態変化に関するシミュレーション分析、土木計画学研究・講演集、No.12,pp.29-36.

2)飯田恭敬、秋山孝正、内田敬、宇野伸宏(1989):実験による経路選択行動の動態分析、土木計画 学研究・講演集、No.12,pp.37-44.

3)West,M. and Harrison,P.J.(1989):Bayesian Forecasting and Dynamic Models. Spriger-Verlag.

4)Robbins,H. and S.Monro (1951):Stochastic approximation methods. Ann. Math. Stat.,22,pp.400-407.

5)Rubinstein,R.Y.(1986):Monte Calro Optimization, Simulation and Sensitivity of Queueing Networks. John Wiley&Sons.

6)宮沢光一(1971):情報・決定理論序説、岩波書店

7)Daganzo,C.F.(1979):Multinominal Probit. Academic Press.

8)Sheffi,Y.(1985):Urban Transportation Networks. Prentice-Hall,Inc.

9)Sheffi,Y. and W.B.Powell(1981):A comparison of stochastic and deterministic traffic assignment over congested networks. Transpn. Res., 15B(1),pp.53-64.

10)Thomopoulos,N.T.(1980):Applied Forecasting Methods. Prentice-Hall,Inc.

11)Harrison,P.J.(1985):First-oder constant dynamic models. Research Report 67,Dept. of Statistics,University of Warwick.