

交通流理論における意識尺度の導入に関する研究

INTRODUCTION OF CONSCIOUS FACTORS INTO THE TRAFFIC FLOW THEORY

長瀬 龍彦 *

By Tatsuhiko NAGASE

Speed and its fluctuations in traffic flow are significant factors investigating road traffic conditions and traffic flow stability.

This paper describes a new model of the traffic flow.

The following conclusions were developed.

- 1) The regular fluctuation of speed can be modelled by introducing human conscious factors into the car-following model.
- 2) It has proposed a new concept of time-allowance connection between two cars on the basis of speed observation at a fixed point.
- 3) A new model of the speed distribution which is considering the regular fluctuation has proposed.

1. はじめに

道路における交通流の性質を研究する方法は2種類に大別される。ひとつは交通量、平均速度、密度等の巨視的状態量に着目し、これらの相互関係を仮定した決定論的モデルを研究する方法である。今ひとつは、車頭間隔、個々の車の速度等の微視的状态量に着目し、これらの分布形等に基づいて、交通流を確率的事象として研究する方法である。

以上2つの研究方法の内、決定論的モデルを用いる方法は、交通流を圧縮流体として取り扱うものと、車相互間の関係を解析し、これを発展させて交通流全体の性質にまで言及しようとするものがある。それらは初期においては、Hermanによって提唱された追従方程式¹⁾の特殊解が主に用いられたが、今日ではその一般解としてより適合性の高いものが

導出されている。²⁾³⁾ 一方、確率論的モデルを用いる方法は、交通流が多数の固有な性質をもつ車から構成され、各車の動きは時間的にも空間的にも変動している点に着目したものであって、交通流の基本的な変数、すなわち前記の車頭間隔、速度等を確率的な値として把握し、各種の状態別に様々な確率分布関数を当てはめることによって交通流を記述しようとするものである。

しかし、前者においては、交通流がある程度安定した状態にあることを前提としているために、ある範囲の時間または空間において、車頭間隔や速度等を平均化して取り扱わねばならず、実際の観測データにおいて常に見られる大きなバラツキを説明することが困難である。

又、後者においては、各状態量の値のバラツキを確率的事象としてそれらを究明しようとしているが、そこで用いられる理論的確率分布については、概ね経験的にその適合性が判断されており、交通現象の

* 正会員 工修 長岡技術科学大学助教授 建設系
(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

内部構造そのものとの関係は十分解明されていない。

本研究はこの様な背景を踏まえ、交通流が単なる物理的現象ではなく、その構成主体は自動車を操縦する人間であることに着目した。

この認識から、従来は物理的尺度をそのまま用いていた追従方程式に人間の意識を介在させた尺度を導入し、これによって交通流内部に定常的な速度の変動が生じることを示した。

次に、実際の交通流について、前車と後車の速度差及び車間距離によって決まる車間余裕時間の概念を導入して速度の変動状況と交通密度との関係について考察し、更に、速度の変動を単振動に近似させてこれより生じる分散を考慮した新たな速度分布のモデルを構築したものである。

2. 追従モデルへの意識尺度の導入

交通現象は人間の意識的行動の現れであって、単なる物理的現象とはその性格を異にしているものである。⁴⁾ 従って交通現象のモデル化に当たっては、結果としての現象そのものの分析に加えて、その背後に存在する人間の意識あるいはそれに影響をもたらす個人的属性を把握し、これがいかにして現象に現れてくるかを解明することも重要な課題である。

この点を重視した研究は、特に交通機関や経路選択に関する分野において進展しており、実験計画法によって意識調査を実施し、意識尺度と物理的尺度を関係付け、直交多項式モデルやロジットモデルを構築する手法等が、通勤・通学交通や、空港アクセス交通等の予測に極めて有効である事が立証されている。^{5,6,7,8)}

これに対し、交通流理論において従来主として用いられてきた追従モデルは、Hermanによって提示された基本式を基にして様々に展開されたものであって、速度差や車頭間隔等の物理的尺度をそのまま用いたものである。それらの追従モデルは、交通流全体の平均的傾向については的確に示すことができるが、実際の観測データに見られる様な個々の車の速度が非常にバラついており、かつ持続的に変動している状況を再現することは困難であった。

例として、従来の追従モデルのうちで、最も簡単な以下の基本式について考察する。

$$\ddot{X}_{n+1}(t) = \lambda \{ \dot{X}_n(t-T) - \dot{X}_{n+1}(t-T) \} \quad (1)$$

ただし、

$\ddot{X}_n(t)$: 時間 t における n 番目の車の加速度

$\dot{X}_n(t)$: 時間 t における n 番目の車の速度 ($V_{(t)}$)

T : 反応遅れ時間

λ : 感応係数

この式はラプラス変換を用いた解析の結果、次の様な性質を持っていることが明かとなっている。⁹⁾ 即ち、ここに $C = \lambda T$ なる定数 C を導入すると、前車の速度変動に対する後車の速度変動は、以下のようになる。

- | | |
|-------------------|------------------|
| $C > \pi/2$ | ・ 速度は振動し、不安定 |
| $C = \pi/2$ | ・ 速度は一定振幅で振動 |
| $1/e < C < \pi/2$ | ・ 速度は減衰振動 |
| $C \leq 1/e$ | ・ 速度は振動せず前車の値に収束 |

速度 $V_{(t)}$

(km/h)

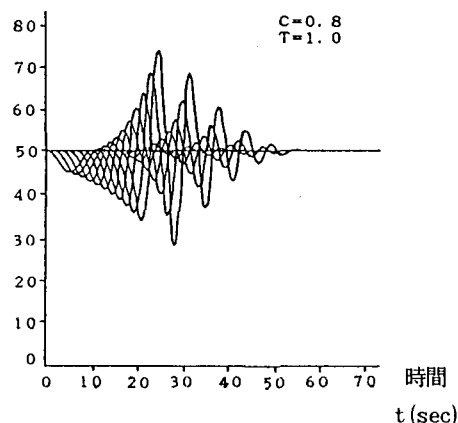


図-1 速度変動図- (1)

しかしながら、これをシミュレートしてみると、減衰する場合でも問題を生じる。図-1は、初速度が50 km/h、車間距離40 mの車群において、先頭車が5 km/h減速した後再び50 km/hまで増速した場合の後続車の速度変動を示している。

これを見ると、 $C = 0.8$ 程度の数学的に安定な場合においても、後続車の速度は一旦前車を上回る変動をした後に急速に減衰する傾向にある。従って、数学的には安定であっても、実際には車の加減速能力の限度をこえてしまい、追突や停止といった状態に至ることが予想される。

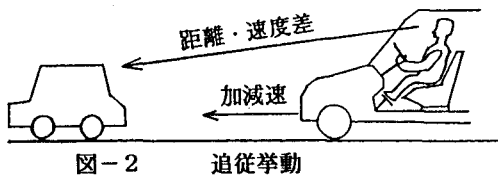
しかし、これだけ大きな変動をしても、減衰の段階ではわずか数回の変動で前車の速度に収束する。

Hermanによって提唱された最も複雑なモデルは、速度差のほか車頭間隔と後車の速度も組み入れているが、それを用いてもほぼ同様の結果となり、追突せずしかも速度が変動し続けるという実際の状況を再現するのは困難である。

この原因として考えられるのは、運転者の意識的挙動の現れである追従現象に、物理的尺度をそのまま用いていることである。

追従現象において運転者は前車との速度差や距離等の物理量を観測し、その結果を意識の中で処理して必要な加減速量を判断し、これを行動に現す。

(物理量) → 視覚(感覚量) → 意識内処理・判断
(物理量) ← 追従挙動 ←



従って、観察した物理量は意識の中で感覚的な量に変換されていると推定される。この変換に関しては、計量心理学の分野で以下のような成果がある。

即ち、人間が一定の差として感じる刺激の変化量は、実は刺激値においては一定の比であるということがWeberによって発見され、さらにそののち、Fechnerにより、感覚量(ψ)は刺激量(I)の対数に比例すると言う、次式の仮説(Weber-Fechnerの法則)が提案された。¹⁰⁾

$$\psi = A \cdot \ln(I) + B \quad (2)$$

ただし、

A, B: 定数

この法則は、日常生活中で受ける範囲の刺激については、人間の全ての感覚(視覚、聴覚、痛覚等)で成立するとされ、交通現象においては、運転者の車間距離認知について成立しているという研究成果がある。¹¹⁾

本研究では、これを追従現象に適用し、追従方程式における物理量をそれぞれ感覚量に変換し、これらの組合せが意識的な挙動を決定するという仮定の

もとに、以下の基本式を設定した。

$$\ln\{|\ddot{x}_{n+1}(t)|+1\} = \frac{\lambda \ln\{|\dot{x}_n(t-T) - \dot{x}_{n+1}(t-T)|+1\}}{\ln\{x_n(t-T) - x_{n+1}(t-T)+1\}} \quad (3)$$

ただし、

$x_n(t)$: 時間 t における n 番目の車の位置

この式においては、加速度の感覚量が速度差の感覚量に比例し、車頭間隔の感覚量に逆比例するという形になっている。

ただし、加速度及び速度差は-の値となる場合があるために、単純な対数変換は不適当である。追従方程式の基本的考え方によると、両変量の関係は絶対値について等しいことから、各々の絶対値を用いた。更に、この様な場合においては、物理量が0になれば感覚量も0となると考えられることから、対数変換に当たり各々1を加えている。

これを変形すると、

$$|\ddot{x}_{n+1}(t)| = \exp\left[\frac{\lambda \ln\{|\dot{x}_n(t-T) - \dot{x}_{n+1}(t-T)|+1\}}{\ln\{x_n(t-T) - x_{n+1}(t-T)+1\}}\right] - 1 \quad (4)$$

さらに、反応遅れ時間について考えると、車頭間隔が大である場合には反応は遅くなり、また速度差が小な場合でも同様であると考えられることから、以下の式を仮定した。

$$T = T_0 + a \frac{\ln\{x_n(t) - x_{n+1}(t) + b\}}{\ln\{|\dot{x}_n(t) - \dot{x}_{n+1}(t)| + d\}} \quad (5)$$

ただし、

T_0, a, b, d : 定数

これらを用いて前記と同様に追従現象をシミュレートすると、図-3の様になった。従来のモデルとの大きな相違点は、激しい増幅と急激な収束というパターンが無くなり、初期の変動の後にやや小さな振幅の変動が長時間持続することになり、実現象により近い形が得られたと言える。

実際の交通流には多種多様の不確定要素が含まれており、それらと図に見られる様な正弦波状の定常的変動とが合成されて、観測データに見られる大きな速度のバラツキが形成されていると考えられる。

物理的尺度をそのまま用いた従来の追従モデルは、多数の車が連なっている状態において、空間平均速度の変動状態等を表すには適しているが、個々の車の挙動を説明するに当たっては、速度が安定かまたは極端な不安定に2極分解してしまい、意識尺度の導入によってこの点が改善されたと言える。

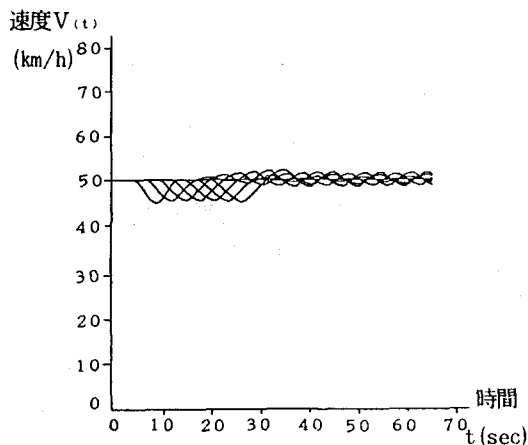


図-3 速度変動図-(2)

3. 速度分布のモデル化

交通流内部における速度の変動は、前述のような要因による定常的な変動とその他の要因による変動との合成されたものと考えられる。

ここで、定常的に速度が変動している交通流を定位置で観測した場合の速度分布は、以下のように導出される。まず、速度測定における階級の幅を Δv 、速度変動の周期を T とおけば、速度が v と $v + \Delta v$ との間になる確率は次式で与えられる。

$$F(v + \Delta v) - F(v) = \frac{|V^{-1}(v + \Delta v) - V^{-1}(v)|}{T} \quad (6)$$

ただし、

$F(v)$: 速度の確率分布関数

$V(t)$: 時間 t における速度

$V^{-1}(v)$: 速度 v となる時間 ($V(t)$ の逆関数)

ここで、両辺を Δv で除し、 $\Delta v \rightarrow 0$ とすれば、

$$f(v) = \frac{dV^{-1}(v)}{dv} \cdot \frac{1}{T} \quad (7)$$

ただし、

$f(v)$: 速度の確率密度関数

ここで、速度の変動を以下の単振動で近似させる。

$$V(t) = v_0 + r \sin(\omega t) \quad (8)$$

ただし、

r : 振幅 v_0 : 個々の車の平均速度

ω : 角速度

(8)式に代入すると、

$$\begin{aligned} f(v) &= \frac{d[(1/\omega)\sin^{-1}\{(v-v_0)/r\}]}{dv} \cdot \frac{1}{(\pi/\omega)} \\ &= \frac{1}{\pi r \{1 - (v-v_0)^2/r^2\}^{1/2}} \quad (9) \end{aligned}$$

となり、これを図示すると、図-4の様になる。

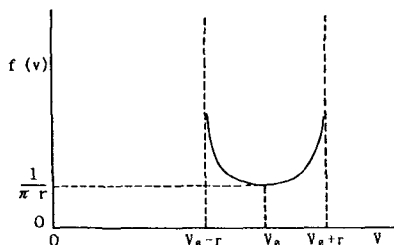


図-4 (9)式の確率分布

実際には様々の不確定要因による変動が加わり、それにより v_0 が正規分布していると仮定すると、

$$\begin{aligned} f(v) &= \int_{v-r}^{v+r} \frac{\exp\{-(x-\bar{v}_t)^2/2\sigma^2\}}{\pi r \{1 - (x-v)^2/r^2\}^{1/2} (2\pi)^{1/2} \sigma} dx \\ &= \frac{1}{(2\pi^3)^{1/2} \sigma r} \int_{v-r}^{v+r} \frac{\exp\{-(x-\bar{v}_t)^2/2\sigma^2\}}{\{1 - (x-v)^2/r^2\}^{1/2}} dx \quad (10) \end{aligned}$$

ただし、

$\bar{v}_t$: v_0 の平均値 (時間平均速度)

σ : v_0 の標準偏差

ここで、 r/σ を変化させると、 $f(v)$ は図-5の様になり、 σ が大となるに従い、2つのピークをもつ形から次第に1つのピークをもつ形へ変化する。

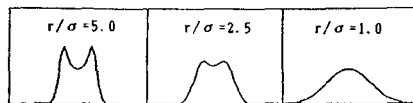


図-5 分布形の変化

次に、速度分布の全分散を σ_a^2 とおけば、

$$\sigma_a^2 = \sigma^2 + (\alpha r)^2 \quad (\alpha = \sqrt{0.5}) \quad (11)$$

であるから、

$$\sigma = \{\sigma_a^2 - (\alpha r)^2\}^{1/2} \quad (12)$$

となり、(10)式を実際の分布形に当てはめるにあたって最適値を定めるべきパラメータは r のみとなり、

空間平均速度

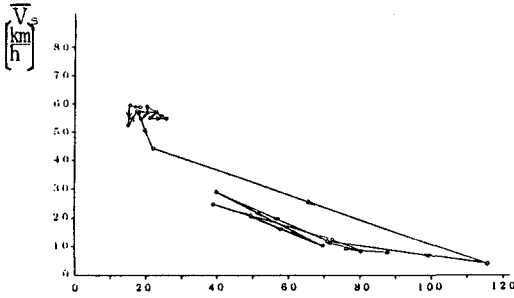


図-6 K-V時系列図 密度 K (台/km)

空間平均速度

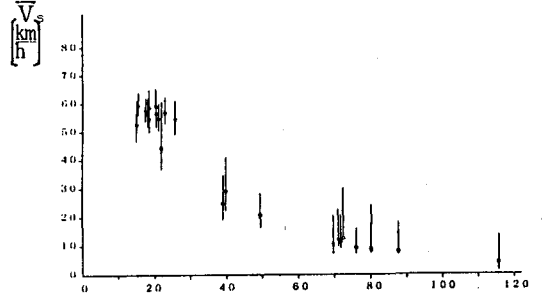


図-9 速度偏差 (K-V) 密度 K (台/km)

空間平均速度

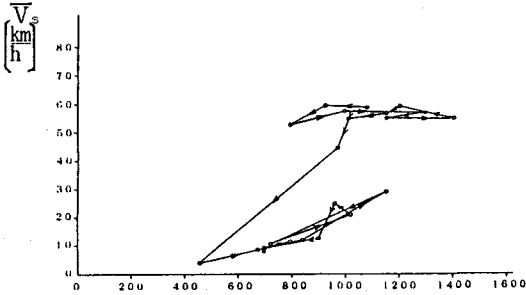


図-7 Q-V時系列図 交通量 Q (台/h)

空間平均速度

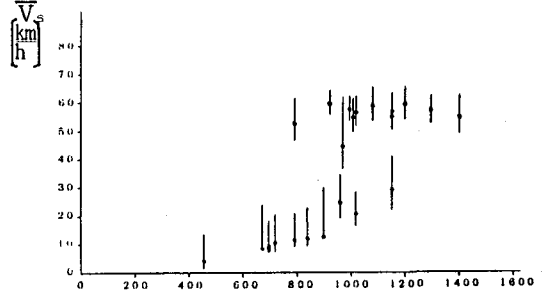


図-10 速度偏差 (Q-V) 交通量 Q (台/h)

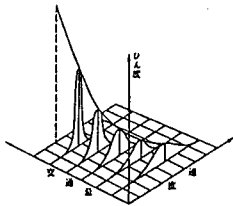


図-8 交通量と速度分布の変化

結局、(10)式は以下になる。

$$\frac{1}{[2\pi^3\{\sigma_a^2-(\alpha r)^2\}]^{1/2}r} \int_{-r}^{r} \frac{\exp\left[-\frac{(x-\bar{v}_t)^2}{2\{\sigma_a^2-(\alpha r)^2\}}\right]}{\{1-(x-v)^2/r^2\}^{1/2}} dx \quad (13)$$

4. 観測データにおける速度変動

以上の結果を、実際の観測データによって検証した。使用したデータは、北海道開発局開発土木研究所（旧土木試験所）が測定したものであり、摘要は以下のとおりである。

1) 測定年月日： 昭和60年9月16日

- 2) 測定時間： 14時57分～16時57分
- 3) 測定箇所： 一般国道230号札幌市定山溪
- 4) 測定方向： 札幌方面（片側一車線）
- 5) 測定方法： 同軸ケーブルによる検知方式
（ケーブル間隔30m）

尚、測定箇所の前後2km以内に信号はない。

このデータについて、5分集計値を示したものが図-6及び図-7である。隣接した時間帯の点は矢印で結んでいるが、前半が自由流で、後半で渋滞流の領域へジャンプしていることが明確に見られる。

従来、速度分布に対する考え方は、図-8の様な概念図に表されてきた。これは、交通量が増加してくると、平均速度が低下するのにとともに、速度分布もまた変化して、そのバラツキが次第に小さくなる傾向を示すというものである。^{12,13,14)}

これは、交通量が大であるほど車相互の拘束が強くなるということから考えられたものである。

これに対し、図-9及び図-10は、速度の標準偏差を縦線で示したものである。

これによれば、速度のバラツキは中間的な密度において大となり、交通流との関係では、自由流の場合、交通量の増加に対してバラツキの減少は顕著ではなく、渋滞流の場合には、交通流の増加に伴いバラツキは大きくなる傾向すら見られる。これらの事実は、交通流内の速度変動が大であり、交通量の増加は直ちにバラツキの減少をもたらさない事を示している。

次に、この変動をより詳細に分析するために、以下に示す様な概念を導入する。

今、 i 番目と $i+1$ 番目の車に速度差があれば、両車の間における時間的余裕は、次式で表される。

$$TA_{i,i+1} = \frac{S_{i,i+1} - L_i}{\dot{X}_{i+1} - \dot{X}_i} \quad (14)$$

ただし、

$TA_{i,i+1}$: $i, i+1$ 車の車間余裕時間 (sec)

$\dot{X}_i$: i 車の速度 (m/sec)

$S_{i,i+1}$: $i, i+1$ 車の車頭距離 (m)

L_i : i 車の車長 (m)

これは別の表現をすると、ある時点における2車の速度を固定した場合に、速度差があるため追突に至るまでの時間を表している。従って、後車の方が速度が大ならば $TA > 0$ となり、速度差0では $TA = \infty$ 、後車の方が速度が小ならば $TA < 0$ となる。

よって TA は交通流の安定性を示す指標の1つと考えられ、絶対値が大(速度差小)な程安定であって、絶対値が小(速度差大)で符合が+ならば危険側に不安定、-ならば安全側に不安定と言える。

運転者は、 $|TA|$ が小になれば、追突の危険または前車から急激に引き離されることを知覚し、これに対して $|TA|$ を出来るだけ大(速度差小)とすべく意識的な操作を行うこととなる。

このため、 $|TA|$ が小であるほど加速度の絶対値は大となり、これが前記の(3)式に反映されている。

次に、連続した N 台の車において、前・後車のペアは $N-1$ 個であるから、 TA が+となっているものの数を n^+ とおき、全ペアにおける割合を P^+ 、 TA が-となっているものの割合を P^- とおくと、

$$P^+ = \frac{n^+}{N-1} \quad (15)$$

であり、 P^+ が大の時は全体として速度は減少傾向、小のときは増加傾向にあると言うことができる。

TA の累積度数及び P を密度別に算定した結果が、

車間余裕時間

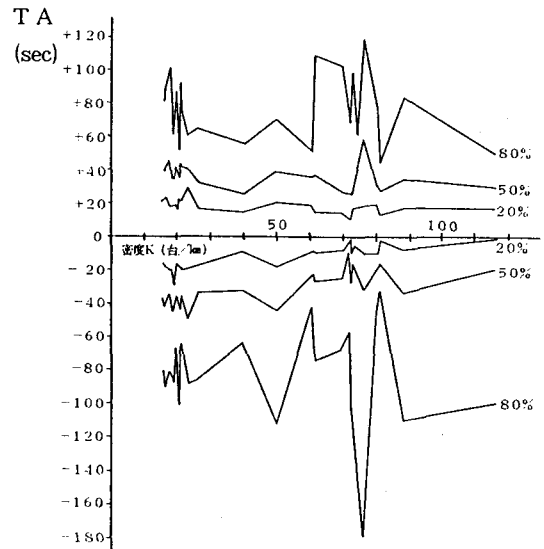


図-11 TA累積度数

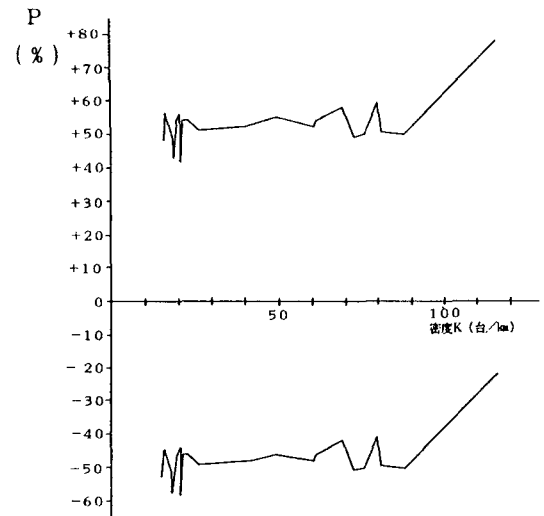


図-12 P値

図-11及び図-12である。ただし、車頭距離は前車と後車の平均速度に車頭時間を乗じて推定した。

これによると、例えば $K=50$ (台/km) 付近では、 P^+ は55%であり、 $TA=39$ sec までの累積値は50%であるから、各車がこの時点での速度を固定すれば、 P^+ の内の50%、つまり全体の4分の1以上のペアが39sec以内に追突を起こす。

しかし、この追突が実際には全て回避されていることから、交通流内部において各車の速度変動が定常的に生じていることは、定点観測によっても確認される。また、速度変動とTAとの関係を概念的に示すと、図-13の様になる。

次に、+側のTAの変化状況については、密度が15台/km程度（平均車頭距離66.7m）から上限付近の115台/km程度（平均車頭距離8.7m）まで変化しているが、TAの20%及び50%累積値にはこれに対応した顕著な増加あるいは減少傾向が見られず、-側については、20%及び50%累積値が密度の増加に伴い明らかに減少している。

これらの現象から追従の挙動を推定すると、前車との距離を縮めるべく加速する場合、その大きさは平均車間距離とバランスしており、そのためにTAが変化しにくいと考えられる。逆に危険を感じて減速する場合は、平均車間距離の減少に対して減速の大きさは減少せず、従ってTAの絶対値が減少し、安全側ではあるが不安定性が増加すると考えられる。

相対速度

$(\dot{X}_{i+1} - \dot{X}_i)$

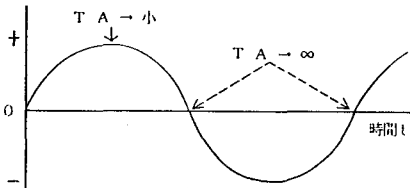


図-13 相対速度とTAの変化

5. 速度分布の検証

式(13)に示された分布形（以下揺動分布という。）を観測データにあてはめ、適合性を正規分布と比較すると表-1の様になった。

対数尤度は24組のデータ中12組について正規分布のそれを上回り、内6組はAICに換算しても正規分布より良好であり、¹⁵⁾他のデータは概ね正規分布と等しい対数尤度となっている。

尚、パラメータは、非線形回帰計算法の一種であるシンプレックス法を用いて推定した。¹⁶⁾

揺動分布は正規分布に比べてパラメータは1個増えているが、以上の結果から考えて正規分布をあて

表-1 分布形対比

K [台/km]	V [km/h]	σ_a	揺動分布			正規分布	
			σ	r	対数尤度	対数尤度	
15.1	53.6	7.4	7.4	0.2	-225.5	-225.5	
15.7	60.4	8.6	8.6	0.2	-278.7	-278.7	
17.4	57.5	4.2	4.2	0.2	-236.6	-236.6	
18.2	56.6	5.0	3.8	4.6	-257.5	-257.7	
18.5	58.9	5.6	5.6	0.2	-283.1	-283.0	
18.5	55.2	5.7	5.7	0.2	-265.7	-265.7	
20.4	59.5	5.7	5.7	0.2	-315.7	-315.7	
20.4	57.0	5.7	4.8	4.3	-303.1	-303.1	
21.1	55.0	4.5	4.5	0.2	-281.4	-281.4	
22.0	48.9	12.4	8.1	6.3	-319.1	-319.1	
22.9	57.1	4.7	2.8	5.4	-319.3	-321.2	
25.8	55.3	6.5	4.4	6.8	-384.8	-385.7	
39.1	26.6	7.8	5.6	7.7	-277.3	-277.5	
39.9	31.4	9.3	9.3	0.2	-305.5	-305.5	
49.6	22.2	5.8	3.1	6.8	-267.3	-269.5	
69.7	13.6	6.4	2.9	8.1	-194.7	-196.9	
71.1	15.9	6.5	5.3	5.2	-230.0	-230.1	
71.8	14.7	5.7	2.9	7.1	-206.8	-209.4	
72.5	21.5	8.1	8.1	0.1	-263.4	-263.4	
76.1	11.3	4.5	2.9	4.8	-168.4	-169.1	
80.0	12.4	5.0	4.6	2.8	-175.8	-175.8	
80.2	16.1	7.6	4.4	8.8	-191.8	-193.0	
87.7	12.2	5.4	3.1	6.3	-178.9	-180.0	
115.7	7.1	6.0	3.6	6.7	-121.4	-121.8	

はめにくいものまで適用することができ、汎用性のある確率分布モデルであると言えよう。

従来、速度分布には主に正規分布が適合すると言われてきたが、¹⁷⁾速度は単なる偶然では決まらず、ある程度定常的な変動をしているものであって、確率分布のモデルを構築するに当たっては、この振動を構造的にとり込んでゆくことが、データへの適合性を高めてゆくうえで重要であると考えられる。

速度分布は、追従状態にある交通流においては、平均車間距離という拘束性の強い要因の影響をうけている。しかし、その拘束の範囲内における追従挙動は、自動車と運転者、すなわちマン・マシンシステムの特徴である「ゆらぎ」が常に生じ、追突せずに速度が変動し続けている。又、一方では、偶然的要素による影響や、個人差あるいは車の性能の差等により、この調整作用には常に不均一性が生じる。

従って、速度の変動は、これら様々な要因に基づく各種の変動が合成されたものであり、理論分布を考える場合には、これらの内から定式化可能なものを分離し、前述のようにあらかじめ理論分布の中へ構造的に組み入れるのが望ましいと考えられる。

6. まとめと今後の課題

本研究において、従来物理量をそのまま用いていた追従モデルに人間の意識尺度を導入することによって、従来のモデルでは困難であった速度の定常的な変動を再現することができた。

又、交通現象を記述する指標として、新たに車間余裕時間の概念を導入し、これによって交通流の安定性や車の追従現象が定点の速度観測データから読みとることができることを示した。

次に、交通流内部の定常的な変動を速度分布のモデルへ構造的に組み入れることによってモデルの適合性を向上させることができた。

今後の課題としては、マクロ的な記述に適した従来の追従モデルと、ミクロ的な記述に適した当該モデルとの統合を図り、それにより従来別個に研究されてきた決定論的な考え方と確率論的な考え方を同一の場で論じられるようにすることが挙げられる。

又、個々のモデルについても、より広範なデータに基づき、改良してゆく必要があろう。

謝 辞

本研究を進めるに当たっては、北海道大学工学部土木工学科・交通計画研究室の五十嵐日出夫教授、佐藤馨一助教授に終始懇切なるご指導をいただいた。

また、データ収集については、北海道開発局開発土木研究所（旧土木試験所）交通研究室長阿部芳昭氏並びに同函館開発建設部江差道路事務所技官阿部幸康氏に多大のご協力をいただいた。

さらに、データ整理並びに解析作業については、藤田裕二君（現大木建設）、五十嵐隆宏君（現地域振興整備公団）、小川宜志君（大学院生）の協力によって実施したものであり、ここに深く謝意を表する次第である。

参 考 文 献

1) D.C.Gazis, R.Herman, R.W.Rothery : Nonlinear Follow the Leader Model of Traffic Flow, J. Operations Research Society of America No.4, 1961.

- 2) 佐藤馨一、五十嵐日出夫：非線形交通流モデルに関する研究、土木学会論文報告集第258号、昭和52年2月。
- 3) 阿部幸康、高森衛：追従方程式から得られる交通流モデルの一般解に関する研究、土木学会第42回年次学術講演会概要集、昭和62年。
- 4) 伊吹山太郎、伊吹山四郎：増補道路の人間工学、技術書院、昭和49年改訂。
- 5) 田村享・佐藤馨一・五十嵐日出夫：意識調査データによるモーダルスプリットモデルの構築に関する研究、地域学研究、第12巻、昭和57年。
- 6) 佐藤馨一・五十嵐日出夫：実験計画モデルによる交通機関選択行動の事前・事後分析、土木学会論文報告集第343号、昭和59年。
- 7) 原田昇・太田勝敏：非集計ロジットモデルの適用性に関する研究、交通工学、No.3、Vol.17、昭和57年。
- 8) 鈴木聡・原田昇・太田勝敏：道路計画における時間評価値に関する研究、高速道路と自動車、第30巻、第10号、昭和62年。
- 9) 佐々木綱：改訂交通流理論、技術書院、昭和48年。
- 10) 田崎京二、大山正、樋渡涓二：視覚情報処理、朝倉書店、昭和52年。
- 11) 村田隆裕：自動車運転者の車間距離認知、交通工学、Vol.22、No.6、昭和62年。
- 12) (社)交通工学研究会：交通工学ハンドブック、技報堂、昭和59年。
- 13) 田村洋一、樗木武：道路交通流の速度分布モデルについて、土木学会第38回年次学術講演会概要集、昭和58年。
- 14) 岩崎征人、山本莊輔：道路交通流の追従特性と粗密波に関する研究、土木学会第35回年次学術講演会概要集、昭和55年。
- 15) 坂元慶行、石黒真木夫、北川源四郎：情報量統計学、共立出版、昭和58年。
- 16) L.C.W. ディクソン、松原正一訳：非線形最適化計算法、昭和49年。
- 17) 米谷栄二、定井喜明：交通工学のための推計学、国民科学社、昭和49年。