【土木計画学研究・論文集 No.7 1989年12月】

交通ネットワーク均衡問題への神経回路モデルによるアプローチ

A New Approach to Transportation Equilibrium Assignment Problem by Neural Network Model

赤松 隆* ・土屋 雄二**

By Takashi AKAMATSU and Yuji TSUCHIYA

This paper considers the method for calculating the transportation equilibrium assignment problem on the "neural network". The method proposed in this paper represents link flows by many "neurons", which have parallel dynamics. First, the equations of neuron dynamics are derived for deterministic multi-commodity equilibrium assignment problem from the correspondence between Lagrangian of the problem and Lyapunov function of neural network. Next, the method are implemented in a moderately large size network and the numerical properties are investigated. Furthermore, relation between the method and the stochastic equilibrium theory are considered.

Keywords: transportation equilibrium assignment, neural network, Lyapunov function

1．はじめに

交通ネットワーク均衡配分モデルは，Beckmannによる数理計画問題への定式化を経た後，統合交通ネットワークモデル，あるいは，より一般化されたモデルへと発展し，交通計画・交通管理技法上，その重要性が高いモデルの一つとなっている．しかし，このモデルは，実際の交通網に適用すると，非常に多くの変数を含んだ数理計画問題となるのが通常であり，それを解くためには膨大な計算時間を要するという問題点を抱えている．従来，この計算の手間を減らすために様々な手法が開発されてきたが，現在の解法で要する計算時間・コストは，大規模ネットワークにおいては未だ容易に扱いうるレベルとは言い難い．

＊ 学生会員 東京大学工学部土木工学科
（〒113 文京区本郷７－３－１）
＊＊ 学生会員 （同上）

交通ネットワークモデルが膨大な量の変数を含むという点はモデルの目的から生じる避け難い特性であるが，これらの全ての変数が，ほぼ同一の形式で表現されているという点は注目すべき特性である．もし，これらの変数を何等かの方法で並列的に取り扱うことができれば，非常に短い計算時間で計算処理をおこなうことが可能となるであろう．

本研究では，並列計算原理として現在，実現性の高いと思われる神経回路網（ニューラルネットワーク）理論をとりあげ，これが利用者均衡配分の解法にどのように応用できるかを考察する．すなわち，神経回路モデル上での利用者均衡配分問題の表現法，それに対応した並列処理方程式の導出，その数値計算特性の検討をおこなうことが本論文の目的である．

論文の構成は以下の通りである．まず，次章で本研究に関連するニューラルネットワーク理論について簡単にまとめ，３章で，この理論が利用者均衡配分問題にどのように対応付けできるかを示す．これ

は，まず簡単な１ＯＤペア問題で数学的分析と具体的な数値計算例を示した後，多重ＯＤペア問題へと理論を一般化させてゆく．４章では，この解法の実際ネットワークにおける適用計算例が示される．５章では，以上の数学的・数値計算的分析を総合的に議論し，本解法の利点欠点・実用可能性，他の理論との関連性等に関して検討する．最後に，以上の分析・考察のまとめおよび今後の検討課題を提示する．

2．神経回路網理論

本章では，神経回路網理論を本研究に関連する範囲に限って簡単にまとめておく（神経回路網理論の全般・詳細については参考文献3)～8)等を参照）．

(1) 神経回路網モデルとそのLyapunov関数

一般に，生物の脳は単純な機能をもった神経細胞（ニューロン）が相互に結合し回路網を形成している．これをモデル化したものがFIG.1 である．

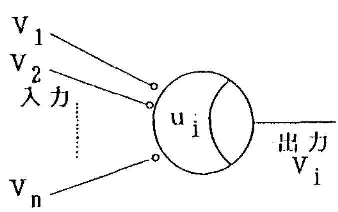

FIG.1 Model of neural network.

この図は，各ニューロンの入力は他の複数のニューロンからの出力であり，これがニューロン内部で変換され，その出力となることを示している．内部変換の形式としては，さまざまなモデルが提案されているが，そのひとつにHopfieldモデル[9]がある．これは，次の式によって表現される．

$$du_i/dt=-u_i+\sum_j T_{ij}V_j+I_i \quad \cdots(1)$$

$$V_i(t)=f(u_i(t)) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

ここで，ui，Vi，Iiは各々，i番目ニューロンの内部状態，出力状態，固有状態，Ｔはニューロン間の結合の強さを表わす行列である．またｆは適当なシグモイド関数で，例えば，次の様なBinary Logit関数を用いる．

$$f(u)=\{1+\tanh(u/\theta)\}/2 \quad \cdots\cdots(3)$$

ここで，θはニューロンの感度を示す正の実数値パラメータで，統計力学との類推で「温度」と呼ばれる．以下では，式(1)-(3)をニューロンの運動方程式と呼ぶことにする．

運動方程式(1)～(3) を解析的に解くことは式(2)の非線形性から不可能であり，運動方程式から直接，神経回路系の大域的な動きを知ることは難しい．このように，解析的に解を求めることが困難な動的な系の大域的な解の運動とその安定性を特徴づける関数としてよく知られているのがLyapunov関数である．ニューロンの運動方程式(1)-(2) の場合，結合強度マトリクスＴが対称であれば，次の様な**V**の関数；

$$E=-\frac{1}{2}\sum_i\sum_j T_{ij}V_iV_j-\sum_i I_iV_i+\sum_i\int_0^{Vi} f^{-1}dV \quad \cdots(4)$$

がLyapunov関数となることがHopfield[9]により示されている．つまり，式(1)-(2) は，Ｅ(**V**)の値の減少する方向に変化し，Ｅが最小化された状態がその安定点となる．なお，式(4) の第３項は，ニューロンが０～１の連続的な状態値をとることによる不確定性を表わす項であり，以下では，ニューロンエントロピー項と呼ぶ．

(2) 最適化問題への応用

上記理論により神経細胞群はＥ(**V**)を最小化する方向に自発的にに変化してゆくわけであるから，もし，ある最適化問題において変数が神経細胞の状態として表現でき，かつ目的関数が式(4) の形式で表現できるなら，式(1)-(2) に従って神経細胞群を非同期・並列的に変化させてゆくことにより，その最適化問題の解を求めることができるであろう．この様な考えに基づいて，Hopfield and Tank[10]はＮＰ完全な組合せ最適化問題の一つである巡回セールスマン問題をニューラルネットワークを用いて効率的に解いてみせた．ただし，この方法は複数の極小値を持つ問題では，初期条件等によっては局所解に落ち込むため，必ずしも最適解は求められず，近似解を効率的に求めるための一方法といえる．

3．交通均衡配分問題への神経回路モデルの導入

交通ネットワーク利用者均衡問題は，よく知られているように，リンク性能関数のヤコビアンが対称であれば最適化問題として表現できる．従って，適

当なデータ表現，Lyapunov関数の設定をおこなえば，前章の考えが適用できる（この問題では解は唯一であるから巡回セールスマン問題の様に局所解に落ち込む心配もない）はずである．本研究では，リンク交通量を複数のニューロンの出力値の和で表現し，交通ネットワーク均衡問題の等価最適化問題に対する拡張Lagrangianをニューラルネットのlyapunov関数とみなすことによって交通ネットワーク均衡問題を解くことを考える．本章では，それに対するニューロンの運動方程式を導き，その並列計算によって利用者均衡フローが求められることを簡単な数値計算例で示した後，一般ネットワークの多重ODペア問題の場合へ理論を発展させる．

(1) 簡単な問題での例

まず，FIG.2 の様にODペアがリンクによって直結された簡単な例で考えてみよう．この場合，利用者均衡問題は，以下の最適化問題と等価である．ただし，ここで，qはOD交通量，x_aはリンクaの交通量，c_aはx_aに関して連続・単調増加なリンク性能関数を表わす．

（P1）

$$\min .\ Z(\mathbf{x})=\sum_a \int_0^{x_a} c_a(\omega)\,d\omega$$

s.t.

$$h(\mathbf{x})=q-\sum_a x_a=0$$

$$x_a \geq 0$$

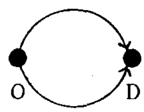

FIG.2 Example network

この問題をニューラルネット上で解くためには，まず，リンク交通量**x**をニューロンによってどのように表現するかを設定しなければならない．このデータ表現法については，さまざまな方法が考えられるが，本研究では，各リンクに割り当てた複数のニューロンの出力状態の和でリンクフローを表現することにする．すなわち，

$$x_a=\sum_n V_{an} \quad \cdots\cdots(5)$$

このとき，FIG.3 をみれば明かなように，問題(P1)は以下の問題で表現できる．

（P1'）

$$\min .\ Z(\mathbf{V})=\sum_a\sum_n c_{an}V_{an} \quad \cdots\cdots(6)$$

s.t.

$$h(\mathbf{V})=q-\sum_a\sum_n V_{an}=0 \quad \cdots\cdots(7)$$

ここで，$c_{an}\equiv c_a(\sum_{k=1}^{n} V_{ak})$

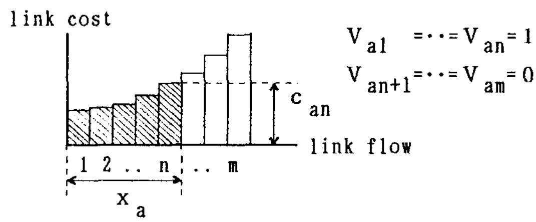

FIG.3 リンク交通量のニューロンによる表現

問題(P1')は制約条件付き最適化問題であるため，直接ニューラルネット理論の考えを用いることができない．そこで，数理計画法の乗数法において制約付き問題を制約無し問題に変換するために用いられる拡張Lagrangian；

$$E=Z(\mathbf{V})+\mu h(\mathbf{V})+\frac{R}{2}\{h(\mathbf{V})\}^2 \quad \cdots\cdots(8)$$

ここでμはLagrange乗数，Rは適当なパラメータ；をニューラルネットのLyapunov関数と対応付けることにする．乗数法の理論[11]によれば，適当な方法で**V**をEの降下方向に改訂し，μを次のような式；

$$\mu^{t+1}=\mu^t+R\cdot h(\mathbf{V}^t) \quad \cdots\cdots(9)$$

ここで上付き添え字は繰り返し計算回数；で改訂してゆけばもとの問題の最適解に収束する．

一方，式(4) に対応するLyapunov関数は，

$$\tilde{E}(\mathbf{V})=-\frac{1}{2}\sum_{anbm}\sum T_{anbm}V_{an}V_{bm}-\sum_{an} I_{an}V_{an} \quad \cdots\cdots(10)$$

となる．$E(\mathbf{V})-$定数$=\tilde{E}(\mathbf{V})$とおき，式(8) の展開式と式(10)の係数を比較すると，

$$T_{anbm}=-R \quad \cdots\cdots(11)$$

$$I_{an}=Rq+\mu-c_{an} \quad \cdots\cdots(12)$$

となるから，リンクaのn番目ニューロンの運動方程式は以下のように得られる．

$$du_{an}/dt=-u_{an}+\sum_{bm}T_{anbm}V_{bm}+I_{an} \quad (13)$$

$$=-u_{an}+R(q-\sum_{bm}V_{bm})+\mu-c_{an} \quad \cdots\cdots(14)$$

$$V_{an}(t)=\{1+\tanh(u_{an}(t)/\theta)\}/2 \quad \cdots(15)$$

μを式(9) により改訂しつつ，ニューロンの状態を運動方程式(14)(15)に従って変化させてゆけば，利用者均衡フローが求まることになる．これを数値的に確認するため，我々は，現在でも簡単に使用できる直列型デジタル計算機でニューロコンピューターの動作をエミュレートすることにするが，時間的に連続な微分方程式(14)(15)をデジタル計算機で確認するのは困難である．また，将来普及するニューロコンピューターはデジタル式になる可能性もある．そこで，以下では運動方程式(14)を次の様な離散的時間刻みの差分方程式におきかえることにする．

$$u_{an}(t+1) = R\{q - \Sigma_{bm} V_{bm}(t)\} + \mu - c_{an} \quad \cdots(16)$$

結局，デジタル計算機上では，式(9)，(16)，(15) に従ってニューロンの状態を変化させれば均衡解が求まることになる．ただし，以上の解析ではLyapunov関数式(4) の第３項（ニューロンが０と１の間で連続的な値をとることによるエントロピー項）は微小で省略できるとして運動方程式を導いたが，これが妥当となるためには，温度パラメータθが均衡時には微小でなければならない．これに対応するため，本研究では，焼鈍し法（物質を結晶化させる際に，最初は高温で物質を溶かすことから始めて徐々に温度を下げてゆき，最終的に秩序だった結晶状態を作り出すための温度の制御法）の考え方との類推で，θを最初は非常に高い値に設定し，徐々に下げてゆき，最終的な状態ではエントロピー項がほぼ０とみなせる程度まで下げるという方法をとることにする．ここでは次のような式；

$$\theta(t) = T0 / \log t \quad (t > 1) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

ここでT0：正の定数，ｔ：繰り返し計算回数；によってθを改訂することにし，式(9)，(16)，(14) に従ってニューロンの状態を変化させて簡単な数値実験を行なってみよう．数値計算の条件は以下のようにする．ただし，θを減少させると，数値計算的に悪条件となるため，罰金パラメータRを，適当な初期値（ここでは50とした）から線形に減少させた．

①リンク数：２　②ＯＤ交通量：20.0

③ﾘﾝｸｺｽﾄ関数：$c_1=200+.02x_1^4$，$c_2=300+.015x_2^4$

④温度パラメータ値：T0＝100

⑤ニューロン初期値：０．５　∀an

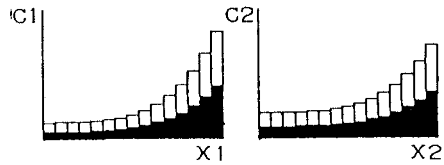

FIG. 4-(a)　t ＝ 1，　R＝45

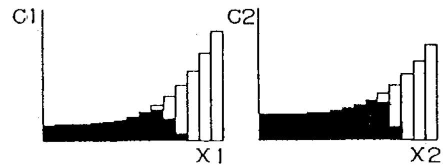

FIG. 4-(b)　t ＝ 3，　R＝35

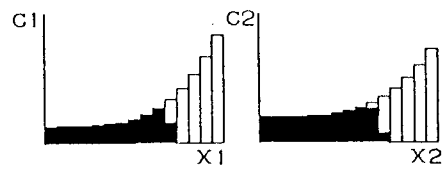

FIG. 4-(C)　t ＝ １０，R＝0

FIG.4 (a)～(c)はニューロンの状態変化を時間を追ってみたものである．短冊状の各部分の幅は１ニューロンによって表現された単位リンク交通量，短冊の高さに対する塗りつぶされた部分の高さの比は各ニューロンの出力状態値（０から１の間の値）を示している．この図から，最初はランダムな値をとっていたニューロンの状態が徐々に利用者均衡状態という秩序状態へ収束してゆくことが確かめられる．

(2) 多重ＯＤペア利用者均衡問題への一般化

次に，前節の簡単な例題での解析を，多重ＯＤペアを持つ一般ネットワークの場合へと拡張する．よく知られているように，この場合の利用者均衡配分問題は以下の最適化問題と等価である．

（Ｐ２）

$$\min.\ Z(x) = \Sigma_{ij} \int_0^{x_{ij}} c_{ij}(\omega)\, d\omega$$

s. t.

$$\tilde{h}^s_k(x) = q_{ks} + \Sigma_i x^s_{ik} - \Sigma_j x^s_{kj} = 0$$

$$\tilde{g}_{ij}(x) = x_{ij} - \Sigma_s x^s_{ij} = 0$$

$$x_{ij} \geq 0$$

ここでq_{ks}：ノードkからノードsへのOD交通量，

x_{ij}，c_{ij}：リンク i → j の交通量，性能関数，

x^s_{ij}：目的地がsでリンク i → j を通る交通量．

ここでも，前節と同様に，ニューロンの発火(出力)状態の和でリンクフローを表現する．そのために，目的地を区別しないリンクフローと目的地別リンクフローの各々に対応したニューロンを考え，各々，$\mathbf{V}^0$，$\mathbf{V}^s$ とする．このとき，リンクフロー$\mathbf{x}$を

$$x_{ij}=\Sigma_n V^0_{ijn} \quad \cdots\cdots(18)$$

と表現すると，目的関数Zは次のように，$\mathbf{V}$についての関数として表現でき，

$$Z(\mathbf{x})=Z(\mathbf{V})=\sum_{ij}\sum_{n} C_{ijn}V^0_{ijn} \quad \cdots\cdots(19)$$

また，目的地別リンクフロー$\mathbf{x}^s$を次式のように

$$x^s_{ij}=\Sigma_n V^s_{ijn} \quad \cdots\cdots(20)$$

表現すれば，制約条件式$\widetilde{\mathbf{h}}$は以下のように表わせる．

$$h^s_k(\mathbf{V})=q_{ks}+\sum_i\sum_n V^s_{ikn}-\sum_j\sum_n V^s_{kjn}=0 \quad \cdots\cdots(21)$$

さらに，制約条件式$\widetilde{\mathbf{g}}$を満たすために，$\mathbf{V}^0$ と$\mathbf{V}^s$の間に次の制約式を導入する．

$$g_{ijn}(\mathbf{V})=V^0_{ijn}-\sum_s V^s_{ijn}=0 \quad \cdots\cdots(22)$$

以上から，この問題の拡張Lagrangianは以下の様な$\mathbf{V}$の関数となる．ただし，$\mathbf{V}=(\mathbf{V}^0,\ldots,\mathbf{V}^s,\ldots)$.

$$E=Z(\mathbf{V})+\sum_s\sum_k \mu^s_k h^s_k(\mathbf{V})+\frac{R_1}{2}\sum_s\sum_k h^s_k(\mathbf{V})^2 + \sum_{ijn}\lambda_{ijn}g_{ijn}(\mathbf{V})+\frac{R_2}{2}\sum_{ijn} g_{ijn}(\mathbf{V})^2 \quad \cdots\cdots(23)$$

ここで，$\boldsymbol{\mu}$と$\boldsymbol{\lambda}$は制約式$\mathbf{h}$と$\mathbf{g}$に対応する双対変数．

一方，式(4) に対応するLyapunov関数は，

$$\widetilde{E}=-\frac{1}{2}\sum_{ijn}\sum_{s}\sum_{i'j'n'}\sum_{s'} T^{ss'}_{ijni'j'n'}V^s_{ijn}V^{s'}_{i'j'n'} - \sum_{ij}\sum_{n}\sum_{s} I^s_{ijn}V^s_{ijn} \quad \cdots\cdots(24)$$

となる．ここで，$E(\mathbf{V})$－定数＝$E(\widetilde{\mathbf{V}})$とおき，式(23)の展開式と式(24)の係数を比較すると以下のような結合強度行列Tと閾値ベクトル$\mathbf{I}$が導かれる．

ただし，δはクロネッカーのデルタである．

<u>(i) s＝0 or s'＝0の場合</u>

$$T^{ss'}_{ijn,i'j'n'}=R_2\,\delta_{ii'}\delta_{jj'}\delta_{nn'} \quad \cdots\cdots(25)$$

$$I^s_{ijn}=-C_{ijn}-\lambda_{ijn}-2R_2V^s_{ijn} \quad \cdots(26)$$

<u>(ii) s≠0 and s'≠0の場合</u>

$$T^{ss'}_{ijn,i'j'n'}=-R_2\,\delta_{ii'}\delta_{jj'}\delta_{nn'} + R_1\delta_{ss'}(\delta_{ij'}+\delta_{ji'}-\delta_{ii'}-\delta_{jj'}) \quad \cdots\cdots(27)$$

$$I^s_{ijn}=R_1\{q_{is}-q_{js}\}+2R_2V^0_{ijn}+\lambda_{ijn}+(\mu^s_i-\mu^s_j) \quad \cdots\cdots(28)$$

この結合強度行列をみると，ニューロン間の結合は(i) の場合，制約条件$\mathbf{g}$に対応して，各 i j nについて，リンクフローニューロンと目的地別リンクフローニューロン間のみとなり，(ii)の場合はフロー保存則条件$\mathbf{h}$に対応して，均衡問題のネットワークの双対グラフに類似した構造を持つことがわかる．

これらの結合強度行列と閾値を各ニューロンの基本運動方程式に代入することによって，以下のような運動方程式が導かれる．

<u>(i) s＝0のとき</u>

$$\frac{du^s_{ijn}}{dt}=-u^s_{ijn}-\{c_{ijn}+\lambda_{ijn}+R_2g_{ijn}(\mathbf{V})\} \quad \cdots\cdots(29)$$

<u>(ii) s≠0のとき</u>

$$\frac{du^s_{ijn}}{dt}=-u^s_{ijn}+(\mu^s_i-\mu^s_j)+\lambda_{ijn} + R_1\{h^s_i(\mathbf{V})-h^s_j(\mathbf{V})\}+R_2g_{ijn}(\mathbf{V}) \quad \cdots\cdots(30)$$

$$V^s_{ijn}(t)=\{1+\tanh(u^s_{ijn}(t)/\theta)\}/2 \quad \cdots\cdots(31)$$

なお，ここでは結合強度行列を係数比較により求めて運動方程式(29)，(30) を導いたが，ニューロンの運動方程式は，そのLyapunov関数の勾配方向への運動を表わすものであることを考えれば，式(23)を$\mathbf{V}$で微分することによっても得られることがわかる．

4．適用計算

本章では，実際規模のネットワークにおいて需要固定型多重ＯＤペア利用者均衡配分をニューラルネットを用いた解法（以下ではＮＮ解法と呼ぶ）と従来解法で計算し，その解の精度・収束度等を調べる．

適用計算は，South Dakota州のSioux Falls 市の道路網を集約化した24ノード（全てＯＤノード），76リンク，529 ＯＤペアのネットワークでおこなう．これは，Leblanc et al [1)]が需要固定型利用者均衡配分を解く Frank-Wolfe法の性能検討に用いたもので，モデルの入力となるＯＤ交通量・リンク性能関数パラメータもLeblanc et al と同じものを用いる．

ＮＮ解法に関する条件は，以下のように設定する．

①１リンクあたりのニューロン数　：30
②温度パラメータθの改訂式：式(17)
③θ改訂式パラメータＴ0　　：10.0
④罰金パラメータＲi(i=1,2)の改訂：
　　　　初期値15から線形に減少
⑤ニューロンの運動方程式：式(29),(30),(31)
⑥Lagrange乗数の改訂式：

$$\mu_k^s\ [t+1] = \mu_k^s\ [t] + R_1 \cdot h_k^s(\mathbf{V}) \quad \cdots\cdots(32)$$

$$\lambda_{ijn}[t+1] = \lambda_{ijn}[t] + R_2 \cdot g_{ijn}(\mathbf{V}) \quad \cdots(33)$$

以上の条件のもとでＮＮ解法を実行した．収束状況をみるため，従来解法（Frank-Wolfe Algorithm）で1000回の繰り返し計算を行なって得られた解を厳密解とみなし，それとＮＮ解との１リンク当り平均誤差の変化を描いたのがFIG.5 である．

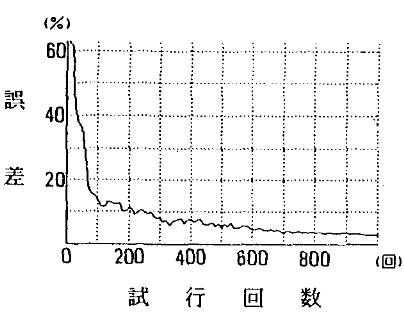

FIG.5 Convergence pattern of neural-net method

ＮＮ解法は，フローの離散化とニューロンエントロピーの存在から理論的には完全な厳密解を求めることができないが，この数値計算例のようにθ下限値を小さくとっておけば厳密解とほぼ一致した結果が得られる．また，参考のため厳密解とニューロン状態変化回数1000回のときのニューラルネット解との相関係数を求めると0.998 となっており，実用的には十分な精度の解が求まると考えて良いであろう．

5．考察

(1)ニューラルネットを用いた解法の利点・欠点

本研究で提案したＮＮ解法では，全ニューロンが状態を変化させることが従来解法の繰り返し計算一回に相当するが，並列処理の可能なニューラルコンピュータが実用化されれば，各繰り返し計算に要する時間は非常に短いものとなり，均衡解を求めるのに要する時間も従来解法に比べて飛躍的に短縮することができるであろう．この長所の他にも，従来解法に無い幾つかの利点が挙げられる．まず，容量制約の有る配分問題でも容易に解くことができるという点である．より具体的に言えば，我々のＮＮ解法では，各リンクにその容量に相当する個数だけのニューロンを設定しておけば，ニューロンとリンクフローの関係から，容量以上の交通量が流れることはあり得ないから，ニューロンの設定個数を調整するだけで容量制約の有る配分問題に対処できるということである．これは，従来解法における容量制約問題に対する煩雑な処理法(例えば，Frank-Wolfe法の場合初期解の求め方と一次元探索に工夫が必要である）と比較すれば大きな利点と言えるだろう．また，アルゴリズムが非常に単純なことも利点のひとつであろう．この単純さ故にニューラルコンピュータ上での計算が可能なわけだが，現在の計算機上でエミュレートする際にも，運動方程式の繰り返し計算を行なうだけであるから計算部分だけならFORTRAN,C,PASCAL等の高級言語を用いた場合，数十行程度のプログラムで記述可能である．従来解法では，最短経路探索，一次元探索等の煩雑なアルゴリズムの記述が必要であることと比較すると大きな違いである．

以上，ＮＮ解法の長所のみをとりあげたが，問題となりそうな点も無いわけではない．

まず，第一に，必要となる変数の個数が膨大とならないかという疑問が考えられよう．しかし，この点に関しては，我々の行なった幾つかの数値計算経

験から判断すれば実用的な精度（2～3桁程度）を得るには1リンクあたり数十程度のニューロンで十分であり，現在既に開発されているエミュレーションシステムでも数十万個以上のニューロンを使用可能[8]であることを考えれば，特に大きな実用上の問題点とはならないであろう．

次に，考えられるのが収束性・収束速度の問題である．NN解法の場合，全てのニューロンが状態を変化させるのに要する時間は，ニューロン運動の並列性から非常に短いため，多少，収束速度が遅くとも致命的な問題にはならないだろう．ただし，収束するかしないかは重要な問題である．確実に収束させるためには，Rをθの値に応じて，ある程度小さくすることが必要であるが，この条件を厳しくしすぎると収束速度が遅くなるという問題が生じる．

最後に，上の問題と関連する解の精度の問題が考えられる．我々の方法では，Lyapunov関数中のニューロンエントロピーに関する項を省略して運動方程式を導いているため，必ずしも理論的厳密解は求められない．しかし，前章の数値実験例からもわかるように，十分な個数のニューロンを用いて，均衡状態においてエントロピー項が0とみなせる程度に温度パラメータθを小さくすれば，実用的にほぼ十分な精度は得られる．ただし，あまりにニューロンの個数を多くし，θの値を小さくすると収束条件が悪くなるから，ニューロン個数とθの値は，精度と収束速度とのトレードオフで決められるものといえる．

最後の2つの問題点は，以下に挙げるような種々の要因の影響を受けると思われる：①ニューラルネット上でのデータ表現法，②Lyapunov関数の設定法，③連続な運動方程式の差分化の方法，④温度パラメータθの絶対値と変化率，⑤罰金パラメータRの絶対値と変化率，⑥ニューロン1単位あたりの表現交通量，⑦交通混雑度，⑧リンク性能関数形状，⑨ネットワーク規模（リンク数・ODペア数），⑩ネットワーク構造．①～③は問題の定式化に関連する問題，④～⑥はパラメータ値と収束性に関する問題，⑦～⑩は従来の解法においても同様に問題となるネットワーク特性と解法との相性に関する問題である．NN解法の実用性に関して，より一般的な結論を下すためには，これらについてのより進んだ理論的考察と数値実験が必要である．我々は，現在，縮小写像定理を用いた理論解析と系統的な数値実験によって検討中であるので，その結果については別の機会にあらためて報告したい．

(2)ニューラルネット解法と他の理論との関連性

本研究で考案したNN解法の手法上の特徴は①リンク交通量を複数のニューロンに分割することによって分散的に取り扱う，②分散化されたニューロン変数を並列的に処理する，③ニューロンのLyapunov関数はもとの問題の拡張Lagrangianとする，④乗数法の理論に従ってLagrange乗数を改訂する，とまとめられるが，これらを吟味すると，他の問題に対する理論との共通点・関連性が目につく．

まず，①②の点から共通性が思い浮かぶのが「費用－効率性理論」である．T.E.Smith[12]は交通量変数を離散的にした場合の確率論的考察(費用-効率性理論)から利用者均衡配分モデルを導いている．我々のNN解法でのデータ表現もリンクフローをニューロンによって「離散化」表現している点や統計力学的考え方の共通性から考えて，NN解法と「費用－効率性理論」とには理論的に関係があると思われる．

次に，③に関連して気がつくのが「確率的利用者均衡配分理論」との関連性である．特に，NN解法のLyapunov関数中に現われるニューロンエントロピー項と確率的利用者均衡の等価最適化問題に現われる経路選択エントロピー項には，なんらかの関連があると考えられる．このことは，1つのリンク交通量を複数のニューロンに分割することは，1つのリンクを複数のリンクに分割表現することと等価であることを考えれば納得できるだろう．このネットワーク変換の考えから，ニューロンエントロピーとリンク選択エントロピーに一定の関係があるのは明かである．さらに，ロジット型配分がなされている場合には経路選択エントロピーとリンク選択エントロピーの間に一定の関係が成立している[2]ことから，ニューロンエントロピー・リンク選択エントロピー・経路選択エントロピーの3者間にも一定の関係が期待できる．これらの関係を明確化すれば，NN解法によって確率的利用者均衡配分の厳密解を効率的に求めることも可能になるのではないかと思われる．

最後に④に関する点であるが，Hopfield[10]が用いた手法ではLagrange乗数に相当するパラメータを

試行錯誤によって決めた定数としており，ニューロンの閾値(I)，結合強度(T)は一定である．それに対して我々の手法ではLagrange乗数μを改訂してゆくため，ニューロンの閾値を変化させてゆく点でより一般化したものとなっている．また，本研究では，簡単のため，フロー変数のみをニューロンにより表現し，コスト変数であるμをニューラルネット上で表現しなかったが，これもニューロンにより表現し，問題を解くことができるだろう．これは，以下のように考えれば良い．フロー変数を表現するニューロン状態$\mathbf{V}$の運動方程式は，拡張Lagrangianの$\mathbf{x}$についての勾配方向への運動となるから，結果として主問題を勾配法で解いていることと等価である．一方，本研究で用いたμの改訂法は，双対問題を勾配法で解いていることと等価である．従って，μの改訂は，主問題と同様，ニューロン状態の運動方程式により記述することができる．つまり，本研究で示した解法では，ニューラルネットで主問題を解くことと，双対問題を通常の勾配法で解くことを交互に繰り返しているが，後者もニューラルネットで解くことが可能となるわけである．従って，フロー変数を表現するニューラルネットとコスト変数を表現するニューラルネットという２つの層別化されたネットワークを作り，相互に情報のやり取りを行ないながら交互に各ネットワーク内ニューロンの状態を変化させれば解が求まることになる．

６．結論と今後の課題

本研究により得られた結果をまとめると以下のとおりである．

(1)交通均衡配分問題の計算法としてニューラルネット理論を用いる並列処理法，より具体的には等価最適化問題の拡張Lagrangianをニューロンのlyapunov関数と対応させて解く方法が提案された．

(2)多重ＯＤペア利用者均衡配分問題について，並列計算に用いられるニューロンの結合強度マトリクスと運動方程式が導かれた．

(3)実際レベルのネットワークへの適用計算によって，解の収束性，精度が調べられ，本解法が有望なものであることが確認された．

(4)ニューラルネットを用いる解法は，T.E.Smith の費用－効率性原理や確率的利用者均衡理論と関連があることが示唆された．

今後，本研究に関連して，さらに研究を進めることが重要と考えられる課題は以下の通りである．

①ニューロン運動方程式中のパラメータ等の条件あるいはネットワーク規模・構造と収束性・精度との関係に関する検討．

②より一般的な交通均衡モデル，例えば，確率的利用者均衡モデルや非対称リンクコスト均衡モデルのニューラルネット解法の検討．

参考文献

1) LeBlanc,L.J.,et al :An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem,Trans.Res.9(5), pp.309-318, 1974.

2) 赤松隆・松本嘉司:需要変動を考慮した確率的利用者均衡モデルとその解法,土木学会論文集,第396号,pp.109-118,1989.

3) グリフィス:数理神経生物学，産業図書,1973.

4) 甘利俊一:神経回路網の数理，産業図書,1978.

5) K・プリブラム,甘利俊一,浅田彰:脳を考える脳，朝日出版，1985.

6) 麻生英樹:ニューラルネットワーク情報処理,産業図書,1988.

7) 特集:ニューロコンピューティング,bit 20 (2),共立出版,1988.

8) 特集:ニューロコンピュータ,ｺﾝﾋﾟｭｰﾄﾛｰﾙ No.24,コロナ社,1988.

9) Hopfield, J.J. :Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons, Proc.Natl.Acad.Sci.USA.81, pp.3088-3092, 1984.

10) Hopfield,J.J. and Tank,D.W. :"Neural" computation of decisions in optimization problems, Biological Cybernetics.52,pp.141-152, 1985.

11) 今野浩，山下浩:非線形計画法,日科技連,1978.

12) Smith,T.E. : A cost-efficiency Theory of dispersed network equilibria,Environ.Plan. A20,pp.231-266,1988.