【土木計画学研究・論文集 No.7 1989年12月】

残流域流出量を考慮した利水用貯留システムの信頼性評価モデル*

Reliability Evaluation Model of the Water Supply Reservoir System with Discharges from Residual Basins Incorporated

多々納裕一**, 岡田憲夫***, 河合 一****
by Hirokazu TATANO, Norio OKADA and Hajime KAWAI

As society advances, a drought causes more serious damages. Therefore, given a current river-basin system, it is extremely important for water resources managers to examine properly its reliability performances against droughts by taking due account of the role of operation. In order to analyze the reliability performances, it is required to construct analitical models which can calculate reliability performances by use of proper indices and which can incorporated the operation scheme in use. A model is proposed to estimate essential spectra of the reliability performances of the assessed river-basin system. The operation scheme commonly used in practice is such that the reservoir in the mainstream is operated by taking account of discharges from the residual basins. Therefore this type of operation scheme is explicitly built in the model. After the above discussions, some numerical examples are provided and the potential of the proposed model is assessed.

1. はじめに

社会の発展に伴って、渇水の地域社会に与える影響は益々増大してきている。従って、水利システムの渇水に対する安全性（信頼性）を適切に評価しておくことは、渇水対策上極めて重要である。水利システムの渇水に対する信頼性を分析するにあたっては、適切な尺度で信頼性を評価することはもとより、現実の水利システムの操作、とりわけ貯水池の操作を的確に反映した評価モデルを用いる必要がある。

流域の渇水に対する信頼性は頻度・期間・規模（深刻さ）という3側面から分析し、それらを総合的に評価することが要請される。岡田・河合ら[1]は評価地点流量が単純マルコフ連鎖としてとらえうる流域について信頼性分析という立場から各種の評価指標を提案している。本研究では、その発展として貯水池による流況調節が残流域流出流量を考慮してなされる場合について信頼性評価モデルを構築した。次いで、小瀬川流域（山口県・広島県）を対象とした実証分析によりモデルの有効性を検証する。

2. 流域のモデル化に関する考え方

既存の水利システムの渇水に対する信頼性指標を算定する手法は次の二つに大別される。すなわち、①貯水池の統計理論等の理論的・解析的なアプローチ（理論モデルによる方法）と②シミュレーション実験の結果を統計的に処理するアプローチ（シミュレーションモデルによる方法）である。①は数学的な仮定のもとで流域を簡単な数学モデルで表現し、流入量の生起確率等を入力変数として、評価地点での渇水生起確率等の算定を確率論的な手法により解析するものである。

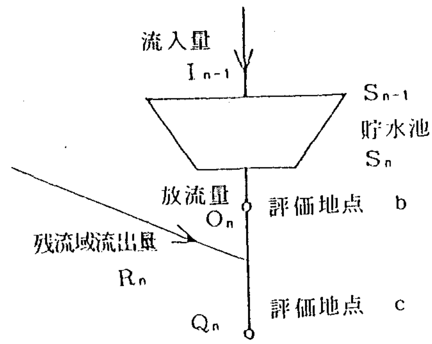
*キーワーズ：水資源、渇水、信頼性
** 正員 鳥取大学助手 工学部社会開発ｼｽﾃﾑ工学科
*** 正員 鳥取大学教授 工学部社会開発ｼｽﾃﾑ工学科
****正員 鳥取大学教授 工学部社会開発ｼｽﾃﾑ工学科
（〒680 鳥取市湖山町南4丁目101）

これは、厳密解を求めることができ、かつ、その計算も比較的簡単に行うことができるが、その適用場面は制限されやすい。一方、②は所与の水利システムを数学的モデルで表し、流入量系列等を模擬発生させて、流域モデルに入力し、出力として得られた評価地点流量等を統計的に処理して流域の信頼性指標を算定するもので、モデルの適用範囲は広いが、系列の模擬発生を多数回にわたって行う必要がある。また、分析を行うにあたっては、莫大な時間と労力を必要とするため、多様な分析ケースを想定する場合には、個別流域の特色に合わせ何らかの簡単化を行うことが必要な場合が多い。

水利システムの渇水に対する信頼性を評価することを目的とする場合、観測データが十分多くないことから生じる流入量系列の確率特性の不安定性の問題や、水需要の変化等に伴う取水パターンの変化による渇水に対する信頼性の変化等の問題が生じる。これらの問題に対処するため、多様な分析が必要となるが、そのような場合には分析の効率上、理論モデルを用いることが望ましい。しかし、後述するように従来の理論モデルは、残流域流出量を考慮しない貯水池操作を前提にしており、現実性に乏しいという問題点がある。したがって、実用上はあまり用いられず、ほとんどの場合シミュレーションモデルによる解析が行われてきた。

従来の水利システムの信頼性評価に関する主要な研究を概観すると以下のようである。シミュレーションモデルを用いた研究としては、Hashimoto[4]、土木研究所[9]等の他、多くの研究が行われている。一方、既往の理論モデルを用いた研究も、貯水池の統計理論を著わした Moran[7]の研究を始め、多くの研究が行われている。Moranは、まず、定常な離散的独立流入量を前提に貯水量状態推移確率を求めて、貯水量の定常分布を導き、貯水池の枯渇あるいは溢水そしてそれらに至る時間の確率を算出するという方法を開発した。これは、さらに離散的状態量として定義された流入量が時間に従属である場合等を扱った Prabhu[8]、長尾[2)3)]らの研究等により受け継がれ発展してきた。一方、貯水池の統計理論によらない研究としては、シフトオペレーションを用いて流域内特定地点の流量状態の生起確率を容易に算出できるようにした池淵・小尻ら[10]の研究や 渇水持続曲線による竹内[5)6)]の研究等がある。

これらの理論モデルによる研究では貯水池のモデル化にあたって、流入量および貯水量からのみ放流量が決定されるという仮定をおいている。したがって、従来の理論モデルでは貯水池下流の評価地点の流量等の情報が貯水池からの放流量の決定に何等反映されていない。故に、貯水池から評価地点までの間の残流域からの流出流量が精度上無視できない場合（これは、現実によくある）には、渇水に対する信頼性を過小評価することとなる。このため、これらのモデルを用いてダム建設等を検討すると、応々にしてダム建設を行っても十分な信頼性を確保しえないという結論を導く場合さえある。これが分析の効率性、解の厳密性等の面でシミュレーションモデルに優る利点を有しながら、理論モデルがあまり実用化されなかった要因の1つになっている。従って、残流域流出流量を考慮した貯水池操作を前提とした理論モデルの開発を行って適用可能性の向上を図ることが望まれる。



図－1　想定した流域モデル

そこで本研究では、残流域を含む流域モデルとして図－1に示すような流域モデルを想定する。本モデルは本流に単一の貯水池および二評価地点を有しており、残流域からの流出流量はすべて1本の支川として本川に流入するものとしている。次いで、従来の理論モデル（貯水池の統計理論）の拡張形として、残流域を含む水利システムの渇水に対する信頼性評価モデルを構築する[11]とともに、モデルの操作性を最大限に利用して残流域を考慮することの影響を多角的に解析する。

3．流域モデルの定式化

（1）モデルの前提条件

モデル化にあたっての仮定を以下に列挙する。

①ダムは水利のみを目的とする単一目的ダムとする。

②流下時間は計算単位時間の内におさまるとする。

③ダムは残流域流出量を考慮して必要水量を充足する

範囲内で可能な限り最小の流量を放流するよう操作されるものとする。

④各地点で取水された水量は単位時間内に同地点に還流される。

⑤流入量・残流域流出量の生起確率については、次の(i)、(ii)に挙げる二つの異なる場合を仮定し、それぞれについて解析する。

(i)流入量・残流域流出量は時間的に独立であり、かつどの時点においても同一の確率分布に従う。

(ii)流入量・残流域流出量の生起確率は一期前の状態にのみ依存し、どの時点においても同一の分布に従う。

⑥流入量・残流域流出量の生起事象は互いに従属である。

⑦流入量および残流域流出量の状態推移確率は時点によらず一定である。つまり、解析にあたっては流量時系列に季節のような周期性は考慮しないですむようあらかじめ処理が施されていると仮定する。

(2)　ダム貯水池操作の定式化

まず、モデルの定式化にあたり水量あるいは流量を以下のように定義する。

I_{n-1}：期間[n-1, n]の流入量（m^3/sec）

S_{n-1}：時点[n-1]の貯水量（m^3/sec）

S_n　：時点[n]の貯水量（m^3/sec）

O_n　：期間[n-1, n]の放流量（m^3/sec）

R_n　：期間[n-1, n]の残流域流量（m^3/sec）

Q_n　：期間[n-1, n]の地点cにおける流量（m^3/sec）

ただし、これらはすべて非負であり、単位は単位時間当りの平均流量で統一されている。したがってダム地点及び合流地点の連続式は(1)式及び(2)式のように表現される。

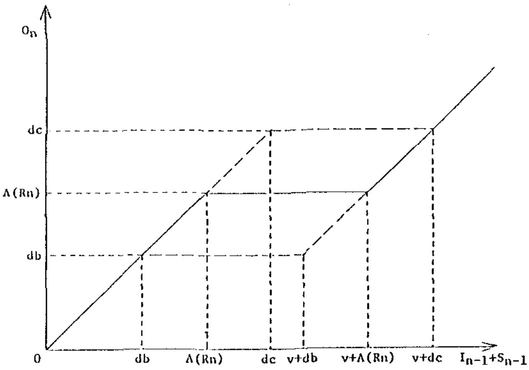
$$S_n - S_{n-1} = I_{n-1} - O_n \tag{1}$$

$$Q_n = O_n + R_n \tag{2}$$

次に、想定するダムの操作規則の定義を行う。本研究では、できるだけ現実の操作モードに即した形で、モデル上のダム操作規則を設定することとする。以下、①～③に想定した貯水池操作を示し、図－２にこれを図示する。

①放流可能量が必要放流量を下まわるとき、放流可能量をすべて放流する。

②放流可能量が必要放流量を上まわり、かつ最大有効水量を下まわるとき、必要放流量だけを放流する。



図－２　想定した貯水池操作

③放流可能量が最大有効水量を超えるとき、放流可能量のうち貯水池利水容量分を貯留し、残りの水量をすべて放流する。

ここで、定式化にあたって用いる記号を以下のように定義する。

貯水容量　　　　　：v

地点bでの必要流量：d_b

地点cでの必要流量：d_c

放流可能量　　　　：$S_{n-1} + I_{n-1}$

必要放流量　　　　：$A(R_n) = \max(d_b, d_c - R_n)$

最大有効水量　　　：$v + A(R_n)$

上述のダム貯水池操作方法①～③を定式化すると、貯水池からの放流量O_nは次式により決定される。

$$\begin{aligned} O_n = {} & \chi(0 \leqq S_{n-1}+I_{n-1} < A(R_n)) \cdot (S_{n-1}+I_{n-1}) \\ & + \chi(A(R_n) \leqq S_{n-1}+I_{n-1} \leqq A(R_n)+v) \cdot A(R_n) \\ & + \chi(A(R_n)+v < S_{n-1}+I_{n-1}) \cdot (S_{n-1}+I_{n-1}-v) \end{aligned} \tag{3}$$

また、連続式(1)及び放流量方程式(3)より、貯水量S_nは次式により定まる。

$$\begin{aligned} S_n = {} & \{1-\chi(0 \leqq S_{n-1}+I_{n-1} < A(R_n))\} \cdot (S_{n-1}+I_{n-1}) \\ & - \chi(A(R_n) \leqq S_{n-1}+I_{n-1} \leqq A(R_n)+v) \cdot A(R_n) \\ & - \chi(A(R_n)+v < S_{n-1}+I_{n-1}) \cdot (S_{n-1}+I_{n-1}-v) \end{aligned} \tag{4}$$

ここで、$\chi(\cdot)$は操作モードを表わす関数であり、次のように定義される。

$$\chi(\kappa) = \begin{cases} 1：式\kappa が真の時 \\ 0：それ以外の時 \end{cases} \tag{5}$$

4．各諸量の確率分布の算定

渇水に関する信頼性を評価するにあたっては、評価のもととなる流量や水量は初期の状態に依存しない定常状態を考えることが適当である。そこで、ここでは、流入量及び残流域流出量の確率分布をもとに貯水量、放流量、地点cでの流量といった確率変数の定常状態

表－1　流入量状態の分類

状態	流入量	
	以上	未満
0	0	0.5
1	0.5	1.5
2	1.5	2.5
⋮	⋮	⋮
$v+d_c$	$v+d_c-0.5$	$v+d_c+0.5$
$v+d_c+1$	$v+d_c+0.5$	∞

(単位：m^3/sec)

表－2　残流域流出量状態の分類

状態	残流域流出量	
	以上	未満
0	0	0.5
1	0.5	1.5
2	1.5	2.5
⋮	⋮	⋮
d_c-d_b	$d_c-d_b-0.5$	$d_c+d_b+0.5$
d_c-d_b+1	$d_c+d_b+0.5$	∞

(単位：m^3/sec)

表－3　放流量状態の分類

状態	放流量	
	以上	未満
0	0	0.5
1	0.5	1.5
2	1.5	2.5
⋮	⋮	⋮
d_c	$d_c-0.5$	$d_c+0.5$
d_c+1	$d_c+0.5$	∞

(単位：m^3/sec)

表－4　貯水量状態の分類

状態	貯水量	
	以上	未満
0	0	0.5
1	0.5	1.5
2	1.5	2.5
⋮	⋮	⋮
v-1	v-1.5	v-0.5
v	v-0.5	v

(単位：m^3/sec)

における生起確率の算定方法について言及する。この際、前節で仮定したような流入量および残流域流出量の生起確率が時間的に独立である場合と一期前の状態にのみ依存する（マルコフ性を持つ）場合の二つの場合について考察する。ただし、いずれの場合も流入量および残流域流出量はどの時点においても同一の確率分布に従うものとする。また、各地点での流量および貯水量の状態については、離散値をとると仮定し、具体的には表－1～表－4に示す値をとるものとした。

（1）　流入量・残流域流出量がともに時間的に独立かつどの時点においても同一の確率分布に従う場合

ａ）　貯水量状態の推移確率　　流入量及び残流域流出量は時間的に独立かつどの時点においても同一の確率分布に従うことから、これらの分布を次のように表わす。

$$\theta(i \mid r) = \Pr(I_{n-1}=i \mid R_n=r) \tag{6}$$

$$\phi(r) = \Pr(R_n=r) \tag{7}$$

式(3)及び式(4)により貯水量状態及び放流量状態の推移確率は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned}
&\Pr(S_n=s \mid S_{n-1}=z, R_n=r)\\
&=\Pr(s=\{1-\chi(0\leqq I_{n-1}<A(r)-z)\}\cdot(I_{n-1}+z)\\
&\qquad -\chi(A(r)-z\leqq I_{n-1}\leqq A(r)-z+v)\cdot A(r)\\
&\qquad -\chi(A(r)-z+v<I_{n-1})\cdot(I_{n-1}+z-v) \mid R_n=r)\\
&=\chi(s=0)\cdot\Pr(0\leqq I_{n-1}\leqq A(r)-z \mid R_n=r)\\
&\quad +\chi(0<s<v)\cdot\Pr(I_{n-1}=A(r)-z+s \mid R_n=r)\\
&\quad +\chi(s=v)\cdot\Pr(I_{n-1}\geqq A(r)-z+v \mid R_n=r)\\
&=\chi(s=0)\cdot\sum_{i=0}^{A(r)-z}\theta(i \mid r)\\
&\quad +\chi(0<s<v)\cdot\theta(A(r)-z+s \mid r)\\
&\quad +\chi(s=v)\cdot\sum_{i=A(r)-z+v}^{v+d_c+1}\theta(i \mid r)
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
&\Pr(O_n=o \mid S_{n-1}=z, R_n=r)\\
&=\Pr(o=\chi(0\leqq z+I_{n-1}<A(r))\cdot(z+I_{n-1})\\
&\qquad +\chi(A(r)\leqq z+I_{n-1}\leqq A(r)+v)\cdot A(r)\\
&\qquad +\chi(A(r)+v<z+I_{n-1})\cdot(z+I_{n-1}-v) \mid R_n=r)\\
&=\chi(0\leqq o<A(r))\cdot\Pr(I_{n-1}=o-z \mid R_n=r)\\
&\quad +\chi(o=A(r))\cdot\Pr(o-z<I_{n-1}<o-z+v \mid R_n=r)\\
&\quad +\chi(A(r)<o\leqq d_c)\cdot\Pr(I_{n-1}=o-z+v \mid R_n=r)\\
&\quad +\chi(o=d_c+1)\cdot\Pr(I_{n-1}>d_c-z+v \mid R_n=r)\\
&=\chi(0\leqq o<A(r))\cdot\theta(o-z \mid r)\\
&\quad +\chi(o=A(r))\cdot\sum_{i=o-z}^{o-z+v}\theta(i \mid r)\\
&\quad +\chi(A(r)<o\leqq d_c)\cdot\theta(o-z+v \mid r)\\
&\quad +\chi(o=d_c+1)\cdot\sum_{i=o-z+v+1}^{v+d_c+1}\theta(i \mid r)
\end{aligned} \tag{9}$$

上記の結果から$\Pr(S_n=s \mid S_{n-1}=z, R_n=r)$及び$\Pr(O_n=o \mid S_{n-1}=z, R_n=r)$は時点nによらず一定であることがわかる。以下、これらを次のように表わすことにする。

$$f(s \mid z, r) = \Pr(S_n=s \mid S_{n-1}=z, R_n=r) \tag{10}$$

$$g(o \mid z, r) = \Pr(O_n=o \mid S_{n-1}=z, R_n=r) \tag{11}$$

ｂ）　定常状態における貯水量状態の生起確率

貯水池の統計理論を用いた研究ではモデル化にあたって残流域からの流出量をダムの操作上考慮しない場合、流入量が時間的に独立であれば、貯水量状態の生起確率はマルコフ性を持つことを利用して定常状態における貯水量状態の生起確率を導出している。本研究では、残流域からの流出量をダムの操作上考慮しているが、この場合も同様に流入量・残流域流出量が時間的に独立であれば、貯水量状態の生起確率は一次のマルコフ性を持つことが保証される[12]。従って、貯水量状態の定常生起確率$\pi(s)$を式(12)のように定義すると$\pi(s)$は式(13)及び式(14)で与えられる連立一次方程式の解として求めることができる。

$$\pi(s) = \lim_{n\to\infty} \Pr(S_n=s) \tag{12}$$

$$\pi(s) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{z=0}^{v} f(s \mid z, r)\,\pi(z)\,\phi(r) \tag{13}$$

$$\sum_{s=0}^{v}\pi(s) = 1 \tag{14}$$

ｃ）　定常状態における放流量の状態生起確率

放流量状態の定常生起確率$\lambda(o)$を式(15)のように定義すると、$\lambda(o)$は式(16)により与えられる。

$$\lambda(o) = \lim_{n\to\infty} \Pr(O_n=o) \tag{15}$$

$$\lambda(o) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v} g(o \mid s, r)\,\pi(s)\,\phi(r) \tag{16}$$

（2）　流入量・残流域流出量がともに一期前の状態にのみ依存し、かつどの時点においても同一確率分布に従う場合（マルコフ性を持つ場合）

流入量および残流域流出量が一期前の状態にのみ依存（マルコフ性を持つ）し、かつ各々が時点によらず

同一の確率分布に従うことから、以下のように推移確率を表記することとする。

$$\alpha(j \mid i, r) = \Pr(I_n = j \mid I_{n-1} = i, R_{n+1} = r) \tag{17}$$

$$\beta(r \mid q) = \Pr(R_{n+1} = r \mid R_n = q) \tag{18}$$

さて、S_nは（S_{n-1}, I_{n-1}, R_n）により完全に規定され、かつI_nは（I_{n-1}, R_{n+1}）にR_{n+1}はR_nにのみ依存する。従って、（S_n, I_n, R_{n+1}）は（S_{n-1}, I_{n-1}, R_n）にのみ依存する。すなわちマルコフ性を持つ。このことから（S_n, I_n, R_{n+1}）の同時生起確率は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}&\Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r)\\ &= \sum_{z=0}^{v} \sum_{j=0}^{v+d_c+1} \sum_{q=0}^{d_c-d_b+1} \Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r \mid S_{n-1} = z, I_{n-1} = j, R_n = q)\\ &\qquad \cdot \Pr(S_{n-1} = z, I_{n-1} = j, R_n = q)\end{aligned} \tag{19}$$

ただし、

$$\begin{aligned}&\Pr(S_0 = s, I_0 = i, R_1 = r)\\ &= \Pr(S_0 = s) \Pr(I_0 = i \mid R_1 = r) \Pr(R_1 = r)\\ &= \pi(s)\, \theta(i \mid r)\, \phi(r)\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}&\Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r \mid S_{n-1} = z, I_{n-1} = j, R_n = q)\\ &= \Pr(S_n = s \mid S_{n-1} = z, I_{n-1} = j, R_n = q)\\ &\quad \cdot \Pr(I_n = i \mid I_{n-1} = j, R_{n+1} = r) \cdot \Pr(R_{n+1} = r \mid R_n = q)\\ &= p(s \mid z, j, q)\, \alpha(i \mid j, r)\, \beta(r \mid q)\end{aligned} \tag{21}$$

ここで、$p(s \mid z, j, q)$を次式のように定義した。

$$p(s \mid z, j, q) = \Pr(S_n = s \mid S_{n-1} = z, I_{n-1} = j, R_n = q) \tag{22}$$

ただし、式(4)より$p(s \mid z, j, q)$は次式を満たす。

$$p(s \mid z, j, q) = \begin{cases} 1 : \text{式(24)が成り立つとき} \\ 0 : \text{その他の場合} \end{cases} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}s = &\{1 - \chi(0 \leqq z+j < A(q))\} \cdot (z+j)\\ &- \chi(A(q) \leqq z+j \leqq A(q)+v) \cdot A(q)\\ &- \chi(A(q)+v < z+j) \cdot (z+j-v)\end{aligned} \tag{24}$$

また、n期における貯水量状態の生起確率は次式のように表される。

$$\Pr(S_n = s) = \sum_{i=0}^{v+d_c+1} \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r) \tag{25}$$

なお、$\Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r)$ は式(19)から求められる。 従って、（S_n, I_n, R_{n+1}）の定常同時生起確率$h(s, i, r)$を式(26)のように定義すると、以下のように貯水量の定常生起確率$\pi(s)$を求めることができる。

$$h(s, i, r) = \lim_{n \to \infty} \Pr(S_n = s, I_n = i, R_{n+1} = r) \tag{26}$$

$$\begin{aligned}&h(s, i, r)\\ &= \sum_{z=0}^{v} \sum_{j=0}^{v+d_c+1} \sum_{q=0}^{d_c-d_b+1} p(s \mid z, j, q)\, \alpha(i \mid j, r) \cdot \beta(r \mid q)\, h(z, j, q)\end{aligned} \tag{27}$$

$$\pi(s) = \sum_{i=0}^{v+d_c+1} \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} h(s, i, r) \tag{28}$$

定常状態における放流量状態の生起確率は(1)で述べた時間的に独立な場合と同様に、式(28)から求めた$\pi(s)$を用いて次式により算出することができる。

$$\lambda(o) = \sum_{r=0}^{d_c-d_b+1} \sum_{s=0}^{v} g(o \mid s, r)\, \pi(s)\, \phi(r) \tag{29}$$

5．渇水に対する信頼性評価の考え方

本研究では、水利システムの渇水に対する安全度を信頼性の観点から評価する。当該水利システムの渇水に対する信頼性の評価方法を考察するにあたり、本モデルでの時点nにおける「正常」状態および「渇水」状態を以下のように定義しておく。図－1において、地点bでの必要流量d_bおよび地点cでの必要流量d_cを共に充足する場合、すなわち$O_n > d_b$かつ$Q_n > d_c$であれば時点nにおいて水利システムはシステム全体として「正常」な状態であり、そうでなければ「渇水」の状態にあるとする。これは各評価地点においても同様に定義できて、各々の評価地点での流量が必要流量を上回るとき「正常」、逆に下回るとき「渇水」と定義する。このとき水利システムの信頼度は、時間の推移の中でそれが「正常」である程度を表すことになる。ここで、渇水によって被る影響の深刻さを反映するため、「渇水レベル」を定義する。すなわち、水利システム内での不足水量が単位時間当りxであるような渇水を「渇水レベルx」の渇水と呼び、「渇水レベル」を単位時間当りの不足水量として定義するのである。「渇水レベルx」を用いることで、以下に示すように、不足水量の規模毎に渇水の頻度や期待継続期間等の指標を求めることができる。

さて、渇水に対する安全度を信頼性という観点から評価するためには、一体どのような尺度を用いれば良いのだろうか。本研究では「渇水は何年に一度生じ、そして生じたとしたらどの程度の規模でどのくらいの期間続くのか」というような観点からの評価が必要であると考えた。すなわち、渇水の頻度・規模・期間といった多元的な尺度で総合的に評価を行うことによって渇水に対する信頼性は適切に評価されると考え、評価指標を以下のように定式化した。

6．信頼性指標の定式化

水利システムの渇水に対する信頼性を渇水に対する頻度・深刻さ・期間といった観点から検討を加え、評価指標の定義を行う。ここで、当該水利システムの長期にわたる信頼性の把握が可能なように定常状態における各評価指標の算定方法について考察する。なお、各評価指標の定式化にあたっては、水利システム全体について言及する。ただし、水利システム全体に対して定式化した指標においてA(r)の代わりに、それぞれd_b, d_cに置き換えれば、地点bおよび地点cにおける各評価指標が算定できることを付記しておく。

（1） 渇水状態生起確率　ＰＦ(ｘ)

水利システムが渇水レベルｘ以上の渇水状態となる確率を示す。これは、任意の期間中に渇水状態となっている時間の割合とも定義することができる。

システム全体での不足水量は０－Ａ（Ｒ）で表わされるから、渇水レベルｘ以上の渇水の生起する確率は次式によって与えられる。

$$PF(x)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{o=0}^{A(r)-x-1} g(o \mid s,r)\,\pi(s)\,\phi(r) \tag{30}$$

（2） 期待渇水継続期間長　ＥＤ(ｘ)

ある時点で初めて渇水レベルｘを上回る渇水状態になったとき、その状態が平均してどれくらいの期間継続するのかを示す。

$$ED(x)=\sum_{t=0}^{\infty}\overline{F}(t,\ x) \tag{31}$$

ここで、$\overline{F}(t,\ x)$は渇水レベルｘ以上の渇水がｔ期間を通じて継続する確率を示す。

ａ） 流入量・残流域流出量が時間的に独立な場合

定義より$\overline{F}(t,\ x)$は、次式で与えられる。

$$\overline{F}(t,\ x)=\{\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{i=0}^{A(r)-x-1}\theta(i \mid r)\,\phi(r)\}^t \tag{32}$$

ｂ） 流入量及び残流域流出流量が１次のマルコフ性を持つ場合

$$\overline{F}(t,x)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{i=0}^{A(r)-x-1}\overline{H}(t-1,x \mid i,r)\,\theta(i \mid r)\,\phi(r) \tag{33}$$

ただし、$\overline{H}(t,x \mid i,r)$は次式から求められる。

$$\overline{H}(0,x \mid i,r)=\begin{cases}1 : i<A(r)-x\text{のとき}\\ 0 : i\geqq A(r)-x\text{のとき}\end{cases} \tag{34}$$

$$\overline{H}(t,x \mid i,r)=\sum_{q=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{j=0}^{A(j)-x-1}\overline{H}(t-1,x \mid j,q)\cdot\alpha(j \mid i,r)\,\beta(q \mid r) \tag{35}$$

（3） 渇水頻度　ＦＲ(ｘ)

水利システムの渇水レベルｘ以上の渇水の発生頻度を示し、次式によって算定される。

ａ） 流入量・残流域流出量が時間的に独立な場合

$$FR(x)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{i=A(r)-x}^{d_c+1}\theta(i \mid r)\,\phi(r)\cdot\sum_{q=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{o=0}^{A(q)-x-1}g(o \mid s,q)\,\pi(s)\,\phi(q) = PF(x)/ED(x) \tag{36}$$

ｂ） 流入量及び残流域流出流量が１次のマルコフ性を持つ場合

$$FR(x)=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{i=A(r)-x}^{d_c+1}\sum_{q=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{o=0}^{A(q)-x-1}\alpha(i \mid j,r)\cdot\beta(r \mid q)\,g(o \mid s,q)\,\phi(q)\,\pi(s) \tag{37}$$

（4） 再現期間　ＲＰ(ｘ)

渇水レベルｘ以上の渇水状態が生じてから再び渇水状態となるまでの平均的な期間を示し、渇水頻度の逆数で表される。

$$RP(x)=1/FR(x) \tag{38}$$

（5） 期待不足水量　ＥＦ

１期当りに不足する水量の平均値を示し、式(39)で与えられる。

$$EF=\sum_{r=0}^{d_c-d_b+1}\sum_{s=0}^{v}\sum_{x=0}^{A(r)}x\cdot g(A(r)-x \mid s,r)\cdot\pi(s)\,\phi(r) \tag{39}$$

７．実証的検討

本研究で提案した信頼性評価モデルは、信頼性指標算出にあたって残流域流出量を考慮して貯水池操作を行うと仮定しているが、先述したように既存の理論モデルでは貯水池操作上残流域流出量を考慮していない。これが、モデルの適用性を狭め、実用化を阻害する要因となっていることを言及した。そこで、実際に残流域流出量を考慮したモデル（残流域考慮型モデル）と考慮しないモデル（残流域未考慮型モデル）の両モデルを用いて、実際に小瀬川流域（流域面積342Km^2、年平均降水量1,930㎜ ）のデータをもとに信頼性指標の算定を行い、両者の出力値の差異について検討を行った。ここで、貯水池の統計理論に基づく残流域未考慮型モデルは、本モデルの放流方程式(式(3))及び貯水量方程式(式(4))におけるA(R_n)の部分で恒等的にR_n＝0とおくことによって求めることができる。従って、各信頼性指標は、式(8)式(9)式(24)においてA(r)=d_cとおくことによって算定される。また、分析にあたっては、

表－５　信頼性指標の算定結果（水利システム全体、渇水レベルｘ＝０）

	v=10		v=15		V=20	
	考慮	未考慮	考慮	未考慮	考慮	未考慮
渇水状態生起確率	0.0076	0.3954	0.0019	0.3247	0.0005	0.2754
期待渇水継続期間長	1.1190	3.0391	1.1190	3.0391	1.1190	3.0391
渇水頻度	0.0064	0.1301	0.0016	0.1068	0.0004	0.0906
再現期間	155.99	7.69	614.14	9.36	2367.72	11.04
期待不足水量	0.0071	1.3215	0.0018	1.0832	0.0005	0.9183

ここに、　考慮　：残流域流出量を考慮したとき
未考慮：残流域流出量を考慮しないとき

表－６　貯水量状態の定常生起確率
（現況ケース、ｖ＝１０）

貯水量状態	Pr（S）	
	考慮	未考慮
0	0.0192	0.4539
1	0.0172	0.0553
2	0.0225	0.0508
3	0.0291	0.0457
4	0.0375	0.0462
5	0.0522	0.0599
6	0.0671	0.0489
7	0.0832	0.0379
8	0.0972	0.0297
9	0.1114	0.0237
10	0.4635	0.1482

計算単位時間を半旬（５日）とし、流入量および残流域流出量がともに独立な対数正規分布にしたがうと仮定して、昭和５３年～昭和６２年の夏期（６月１日～９月３０日）のデータをもとにパラメータを推定し、流入量状態及び残流域流出量状態の生起確率を求めた。

表－５に残流域考慮型および未考慮型のモデルによる各評価指標の算定結果を示す。この際、分析ケースは、貯水池容量が現況の容量である場合(v=10，約4.3 $*10^6$ m^3)、現況の1.5倍の容量に増加させた場合(v=15，約8.6 $*10^6$ m^3)、現況の２倍の容量に増加させた場合(v=20，約12.9 $*10^6$ m^3)の３ケースとし、必要水量はすべてのケースにおいて現況値(d_b=1，d_c=6)とした。

小瀬川流域の現況の渇水頻度は３～４年に１度程度であるが、残流域考慮型モデルを用いた分析結果からは再現期間780日(=155.99*5)とオーダー的に比較的良好な値を示している。しかし、残流域未考慮型モデルでは、渇水状態の生起確率が残流域考慮型モデルに比べて大きく、再現期間も極端に短い値(7.69*5日=約38日，現況ケース)を示す結果となっている。これは、いずれの信頼性指標の算定結果にも当てはまり、残流域考慮型モデルに比べると残流域未考慮型モデルによる算定結果はいずれも極端に流域の渇水に対する信頼性を低く評価している。また、貯水容量の増加に対しては、残流域考慮型モデルでは流域の渇水に対する信頼性がかなり向上するのに対して、残流域未考慮型モデルでは流域の渇水に対する信頼性はほとんど向上がみられない。このことは、残流域流出量を考慮していない既存の理論モデルを用いて解析を行った場合、本流域においては貯水池等の貯留施設の整備を行って流域の渇水に対する信頼性を向上させることは不可能であるという結論が導かれる可能性があることを示している。

表－６に現況施設規模での定常状態における貯水量状態の生起確率を示す。これから、①残流域未考慮型モデルでは、残流域考慮型モデルに比べてその生起確率がＳ＝０付近に集中していること、②残流域未考慮型モデルでは、Ｓ＝ｖすなわち満水になる確率が、残流域考慮型モデルに比べてかなり小さいことが読み取れる。①の結果からは、残流域考慮型モデルと未考慮型モデルの信頼性評価指標値の違いが説明される。す

表－７　渇水状態生起確率（渇水レベルｘ＝０）

μ_I / μ_R	1.5		2.5		3.5	
	残流域流出量		残流域流出量		残流域流出量	
	考慮	未考慮	考慮	未考慮	考慮	未考慮
1.5	0.205	0.51	2.10E-4	0.20	7.03E-10	0.10E-4
2.0	0.034	0.40	2.88E-7	0.14	1.23E-11	0.74E-5
2.5	7.73E-4	0.29	6.42E-10	0.11	1.41E-13	0.82E-5

(v=15，d_b=0，d_c=3，ρ^2=0.40，σ_I^2=2.00，σ_R^2=2.50)

表－８　再現期間（渇水レベルｘ＝０）

μ_I / μ_R	1.5		2.5		3.5	
	残流域流出量		残流域流出量		残流域流出量	
	考慮	未考慮	考慮	未考慮	考慮	未考慮
1.5	11	4	6714	7	1.62E9	1.15E5
2.0	52	4	4.38E6	9	8.62E10	1.40E5
2.5	1850	5	1.82E9	11	7.23E12	1.20E6

(v=15，d_b=0，d_c=3，ρ^2=0.40，σ_I^2=2.00，σ_R^2=2.50)

表－９　期待不足水量（渇水レベルｘ＝０）

μ_I / μ_R	1.5		2.5		3.5	
	残流域流出量		残流域流出量		残流域流出量	
	考慮	未考慮	考慮	未考慮	考慮	未考慮
1.5	0.12	0.32	6.2E-5	0.075	8.1E-11	1.27E-6
2.0	0.013	0.18	4.5E-8	0.028	1.6E-12	1.1E-6
2.5	2.3E-4	0.11	3.8E-11	0.006	1.1E-14	7.7E-7

(v=15，d_b=0，d_c=3，ρ^2=0.40，σ_I^2=2.00，σ_R^2=2.50)

なわち、残流域未考慮型モデルでは残流域考慮型モデルに比べて無効に放流される水量が多くなり貯水量が少なくため信頼性の評価結果は、残流域考慮型モデルに比べて低くなることがわかる。また②の結果より、残流域未考慮型モデルでは満水放流される水量が少ないため、貯水容量の増加によって信頼性の増加があまり望めないという結論を往々にして導く傾向が裏付けられる。従って、今回取り上げた対象流域の検討結果からは、提案した残流域考慮型のモデルでは、比較的良好な適用性を確認できたが、その特殊形であり、従来一般的に用いられてきた残流域未考慮型モデルの適用性は、残流域考慮型モデルよりも、かなり低下することが示されたといえる。

また、この他に仮想的な水利システムを想定するとともに貯水池流入量及び残流域流出量の確率分布を規定するパラメータの値を変化させて両モデルによる信頼性指標の算定を行った。分析の結果の一部[12]を表－7～表－9に示す。これらの結果より、両モデルによる信頼性評価指標の値には大きな開きがあることが分かる。また、貯水池流入量及び残流域流出量の平均値が必要放流量に比して大きい場合には、オーダー的な開きは増大するものの、残流域考慮型と残流域未考慮型の双方の算定結果ともに実質的な差が少なくなることが確認出来る。

8．おわりに

本研究では、貯水池による流況調節が残流域を考慮してなされる場合の渇水に対する信頼性評価指標について考察し、それを分析・評価するモデルを構築した。ついで、実流域を想定して若干の数値計算例を示した。その結果、残流域考慮の有無が流域の渇水に対する信頼性の評価に大きく関係していること、本研究で提案した残流域考慮型の信頼性評価モデルが比較的高い適用性を有していることが確認された。

しかし、モデルを適用したケースが限られていることから、より一般的な適用性についてはさらに実証的に検討する必要がある。また、今回想定したシステムはかなり単純化されたものであったが、今後実用化へ向けて複数の貯水池を含む複雑な水利システムへの適用可能性について検討を加えていきたい。

最後に、本研究遂行にあたり終始貴重なご助言をいただいた鳥取大学工学部小林潔司助教授、事例計算等で御助力いただいた鳥取大学大学院中川浩作氏、広島県土木部上野正和氏、鳥取大学工学部社会開発システム工学科システム計画学研究室の皆様に感謝致します。

参考文献

1)岡田憲夫，河合一，上野正和，浦辻和幸：水利用システムの信頼性評価モデルに関する基礎的研究，第40回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集，pp 340-341，1988.

2)長尾正志：貯水池をもつ河川の渇水確率について，京大防災研年報，第11号B，pp 115-129，1968.

3)長尾正志：利水用貯水池の取水機能の信頼性評価に関するマルコフ連鎖理論の応用，第22回水理学講演会論文集，pp135-137，1979.

4)Hashimoto, T., Stedinger, J. R., Loucks, D. P. :Reliability, Resiliency, Vulnerability Criteria for Water Resource System Performance Evaluation, Water Resources Research, Vol. 18, No.1, pp 14-20, 1982.

5)吉川秀夫，竹内邦良：渇水持続曲線の性質とその応用，土木学会論文報告集第234号，pp 61-71，1975.

6)図師義幸，山田均，竹内邦良：ＤＤＣルールカーブ作成時の条件設定について，第31回水理学講演会論文集，pp 287-292，1987.

7)Moran, P. A. P. : A Probability Theory of Dams and Storage systems, Aus. Jour. Applied Science, Vol. 5, pp 116-124, 1954.

8)Prabhu, N. U.:Time-Dependent Result in Storage Theory, Journal of Applied Probability, Vol. 1, pp 1-46, 1964.

9)建設省土木研究所：渇水時の水管理に関する計画学的研究，建設省土木研究所，1979.

10)池淵周一，小尻利治，飯島健：安全度評価をベースにした最適な水利用システムの構成に関する研究，第29回水理講演会論文集，pp 323-328，1985.

11)中川浩作，上野正和，多々納裕一，岡田憲夫：残流域流出量を考慮した渇水時における利水システムの信頼性評価モデル，第41回土木学会中国四国支部研究発表会講演概要集，pp 402-403，1989.

12)上野正和：利水システムの渇水に対する信頼性の評価法に関する研究，鳥取大学修士論文，1989.