

年最大降雨に適した情報と母数の数と 最大エントロピー分布

Information, Number of parameters and Maximum Entropy Distribution
Suitable for Annual Maximum Rainfall

寒川典昭*・荒木正夫**・船橋太道***

By Noriaki SOGAWA, Masao Araki and Toizo Funahashi

The information and the number of parameters given to the 1-Variate Maximum Entropy Distribution (1MED) is discussed by using extremal hydrological data. The statistical moments (SM) and the expectation of exponential function (EEF) is employed as the information to the 1MED. The L-L and the AIC is used for evaluating the fitness of the 1MED to the histogram, and the Jackknife method and the data increase method for evaluating the variation of the right tail of the 1MED. The 1MED is applied to annual maximum 1-, 2-, 3-day precipitations at 5 rain gauge stations in Chikuma basin. The 1MED with 2 or 3 parameters, which contains both the 1st order SE information and the 4th order EEF information, is selected as the best to the observed data in many cases.

1. まえがき

一般に、水工計画は計画の重要度に応じて設定したリターンピリオドに対応する確率水文量を用いて策定される。計画の対象となる確率水文量を合理的に推定するためには、当該水文量の母集団を推定しなければならないが、水文量は小標本の場合が多く、この推定には多くの不確定さが内在するものと考えられる。また、対象水文量には、1変数の場合はもちろん、多変数や条件付きのように複雑に絡みあった状況を設定しなければならない場合も多く見

受けられる。著者ら、この問題の解決のために、高棹・池淵¹⁾の研究に端を発して、1変数^{2), 3)}、2変数^{4), 5)}、3変数以上の多変数⁶⁾、及び条件付き最大エントロピー分布⁷⁾を研究してきた(最大エントロピー分布(Maximum Entropy Distribution)をMEDと略記する。1変数の場合は1MEDと書く。)。特に、1MEDの2パラメーター分布については、仮定した母集団と千曲川流域の年最大日降水量を対象として、情報の与え方と分布特性との関係を論じた⁸⁾。

ところが、従来水文統計に利用されてきた分布には2パラメーター分布の他に3パラメーター分布もある。また、千曲川流域の治水計画策定時には年最大1, 2, 3日降水量が、計画対象降雨の候補に挙げられている。さらに、上述の研究では求めた分布の良さの比較に、客観的な規準の導入がなされていない。本研究は、この3点を1MEDについて検討

* 正会員 工博 信州大学助手 工学部社会開発工学科
(〒380)長野市若里500

** 正会員 工博 信州大学教授 工学部社会開発工学科
(〒380)長野市若里500

*** 正会員 工修 矢作建設工業(株)
(〒461)名古屋市中区葵3-22-5

したものであり、次のような構成からなっている。

第2章では、任意関数の期待値で情報を与えた場合の1MEDの密度関数の推定とパラメーター同定について概説する。第3章では、推定分布の良さの判定法として、全体的適合度を見るために対数尤度(L-L)と赤池の情報量規準(AIC)を、右裾部分の安定性を見るためにJackknife法とデータ数増加法を用いることを述べる。第4章では、第2章で示した少数個のパラメーターを持つ1MEDを千曲川流域5地点の年最大1, 2, 3日降水量に適用し、第3章の規準に従って最適な情報の与え方を探索する。第5章では、得られた成果を取りまとめて結論とする。

2. 理論式

(1) 確率密度関数の推定

確率変数 x の確率密度関数を $p(x)$ とすると、エントロピーは次式となる⁹⁾。

$$H(x) = - \int p(x) \ln p(x) dx \quad (1)$$

一方、確率密度関数が具備すべき条件と情報として取り込む任意関数 $g_r(\cdot)$ の期待値は、以下のよう表現される。

$$\int p(x) dx = 1 \quad (2)$$

$$\int g_r(x) p(x) dx = E[g_r(x)], r=1, 2, \dots, N \quad (3)$$

ここに、 $E[\cdot]$ は期待値記号である。

(2), (3) 式を制約条件として(1) 式を最大にする分布、すなわち1MEDはラグランジュの未定乗数法により次のように求められる¹⁾。

$$p(x) = \exp\{-\lambda_0 - \sum_{r=1}^N \lambda_r g_r(x)\} \quad (4)$$

ここに、 λ_r ($r=0, 1, 2, \dots, N$) はラグランジュ乗数である。

従来の研究⁸⁾から、最大値水水量に対しては、 $g_s(x) = x^s$ と $g_t(x) = \exp(-tx/M)$ ($M = E[x]$) の期待値を組み合わせる場合が全体的な適合度のみでなく右裾部分の安定性において優れていることが知られている。両関数を用いると、(4) 式は次のように書き換えられる。

$$p(x) = \exp\{-\lambda_0 - \sum_s \beta_s x^s - \sum_t \gamma_t \exp(-tx/M)\} \quad (5)$$

ここに、 λ_0 , β_s , γ_t (s, t は任意の正の整数) はラグランジュ乗数であり、 Σ は必要な s, t

の値について和をとることを意味する。本研究では、主として次の2, 3個のパラメーターを持つ1MEDを対象とする。

$$p(x) = \exp\{-\lambda_0 - \beta_1 x^s - \gamma_1 \exp(-tx/M)\} \equiv (s, t) \quad (6)$$

$$p(x) = \exp\{-\lambda_0 - \beta_1 x^{s_1} - \beta_2 x^{s_2} - \gamma_1 \exp(-tx/M)\} \equiv (s_1, s_2, t) \quad (7)$$

ここに、 s, s_1, s_2, t は任意の正の整数である。

(2) パラメーター同定

ここでは密度関数式の一般形である(4) 式のパラメーター同定法について説明する⁸⁾。(5) ~ (7) 式の場合は、(4) 式のパラメーター同定式が得られれば、その式の $g_r(\cdot)$ に、対応する関数形を代入すればよい。

いま、(3) 式の右辺を簡略化して ν_r と書き、それに(4) 式を代入して整理すると次式が得られる。

$$\int g_r(x) \exp\left\{-\sum_{r=1}^N \lambda_r g_r(x)\right\} dx = \nu_r \int \exp\left\{-\sum_{r=1}^N \lambda_r g_r(x)\right\} dx, r=1, 2, \dots, N \quad (8)$$

上式は λ_r ($r=1, 2, \dots, N$) を決定する非線形方程式である。 λ_0 は、(4) 式を(2) 式に代入して得られる次式から算定される。

$$\lambda_0 = \ln\left[\int \exp\left\{-\sum_{r=1}^N \lambda_r g_r(x)\right\} dx\right] \quad (9)$$

ただし、上式中の λ_r ($r=1, 2, \dots, N$) には、(8) 式から決定された値を用いる必要がある。

(8) 式の非線形方程式はニュートン法により解かれる^{8), 10)}。この概説は次のようである。

いま、 λ_r の近似値を α_r 、残差を ϵ_r とすると、次式が成立する。

$$\lambda_r = \alpha_r + \epsilon_r \quad (10)$$

上式を(8) 式に代入して、 ϵ_r に関してテーラー展開し、 $(\epsilon_r)^2$ 以上の微小量を無視して整理すると

$$\sum_{j=1}^N (A_{i,j} - \nu_j A_{0,j}) \epsilon_j = A_{i,0} - \nu_i A_{0,0}, \quad r=1, 2, \dots, N \quad (11)$$

$$A_{i,j} = \int g_i(x) g_j(x) \exp\left\{-\sum_{r=1}^N \alpha_r g_r(x)\right\} dx, \quad i=0, 1, 2, \dots, j=0, 1, 2, \dots \quad (12)$$

が得られる。ただし、 $g_0(x)=1$ とする。

従って、(9)～(12)式を用いて具体的なパラメーター同定は次の手順で行う。

1) $\alpha_r=0.0$ と仮定する。著者らの数値計算の経験からすると、この場合が最も収束性が良い。

2) α_r の値を(12)式に代入して、 $A_{i,j}$ を計算する。

3) $A_{i,j}$ の値を(11)式に代入して、 e_r を計算する。

4) $e_r \leq 10^{-8}$ (すべての e_r について) の時、 α_r を解とみなし、(9)式から λ_0 を計算する。

5) $e_r > 10^{-8}$ (少なくともどれか1つの e_r について) の時、(10)式から計算された λ_r を次のステップの α_r とみなし、2)～4)を $e_r \leq 10^{-8}$ を満足するまで繰り返す。

3. 推定分布の良さの判定法

(1) 全体的適合度

分布推定は水文学の母集団分布を推定するのであるから、母集団から得られたデータに良く適合する推定分布を優れた分布と判断するのは妥当な立場である。従来、推定分布とデータとの全体的な適合度を確率紙上でのデータの直線性、及びヒストグラムに対する近似度合から判断していた。宝・高埴¹⁾は、この判断に、客観的な指標の導入を測り、標準最小二乗規準 (S L S C)、対数尤度 (L-L)、赤池の情報量規準 (A I C) を用いた。本稿では、このうち統計学における一般的な概念である L-L と、分布のパラメーター数も評価規準に取り込んだ A I C を用いることにする。

a) 対数尤度 (Log-likelihood, L-L)

L-L は次式から算定される。

$$L-L = \sum_{i=1}^N \ln f(x_i; \xi_j), \quad j=1,2,\dots,k \quad (13)$$

ここに、 x_i は i 番目のデータの値を、 $f(x_i; \xi_j)$ は ξ_j を母数とする確率密度関数を示す。最尤法の立場から判断すると、L-L の値が大きい程優れた分布となる。I M E D のパラメーター同定法は最大エントロピー法であるから、必ずしもこの立場をとることが妥当とは言えないが、将来、最尤法でパラメーター同定した他の分布との適用比較を考えているため、本稿では L-L の大きな値を持つ分布を優れた

分布と判断する。

b) 赤池の情報量規準 (Akaike's Information Criterion, A I C)

一般にパラメーターの数が多い分布程 L-L の値が大きくなることが予想される。しかし、それはヒストグラムに対して過剰適合の問題を生起させる。ここでは、パラメーター数を少数個の場合に固定しているため、その問題は比較的緩和されていると判断されるが、パラメーター数も評価規準に取り込んだ全体的適合度の評価規準として次に A I C を用いることにする。A I C は次式から算定される¹¹⁾。

$$AIC = -2 \times (\text{推定分布の最大対数尤度})$$

$$+ 2 \times (\text{推定分布の自由パラメーター数}) \quad (14)$$

赤池の考え方は、この A I C が小さい程良い分布とするものである。I M E D の場合、推定分布の最大対数尤度は対数尤度に置き換わっているため、ここでは近似的な A I C の利用法となっている。

(2) 右裾の安定性

a) Jackknife 法

極値水文学を扱う場合、計画の性質上分布の右裾が興味の対象となる。このとき、新しいデータが追加されても、対象とする確率水文学量、あるいは、リターンビリオドが大きく変動しないことが望ましい。確率水文学量の変動を評価する手法として宝・高埴¹⁾は Jackknife 法と Bootstrap 法を用いたが、両者は同様な結果を与えること、及び前者が後者に比べてサンプリング回数が少なくすむことの理由で、ここでは Jackknife 法のみを用いることにする。この方法によれば確率水文学量の推定値と推定誤差は次の手順で計算される。

1) n 個 (通常はすべて) のデータを用いて対象とするリターンビリオドの確率水文学量 $\hat{\theta}$ を計算する。

2) n 個のデータから、 i 番目のデータを除外した n 組のデータセットをつくり、それぞれのデータセットから、1)と同じ値のリターンビリオドに対応する n 個の確率水文学量 $\hat{\theta}_{(i)}$ ($i=1,2,\dots,n$) を計算する。

3) $\hat{\theta}_{(i)}$ の平均値 $\hat{\theta}_{(\cdot)}$ を次式から計算する。

$$\hat{\theta}_{(\cdot)} = \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_{(i)} / n \quad (15)$$

4) 以上の値を用いて、確率水文学量の Jackknife 推定値 $\hat{\theta}$ とその分散 $\widehat{\text{Var}}$ を次の2式から計算する。

$$\hat{\theta} = n \hat{\theta} - (n-1) \hat{\theta}(\cdot) \quad (16)$$

$$\widehat{\text{Var}} = (n-1) \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}(i) - \hat{\theta}(\cdot))^2 / n \quad (17)$$

従って、推定誤差($\sqrt{\widehat{\text{Var}}}$)の小さい分布が優れた分布と判断される。推定値の優劣は母集団を既知としたシミュレーションの立場からでないと判断できない。

b) データ数増加法

Jackknife 法は、 $(n-1)$ 個のデータセットごとの確率水文学の変動の挙動を見たものであるが、データの蓄積による水工計画の見直しの立場からすると、現時点のデータ数の半分程度付近からのデータ数の増加に伴う確率水文学、あるいはリターンピリオドの挙動を把握しておく必要がある。そこで、著者らは次のような手順でリターンピリオドの変動を評価した⁸⁾。

1) データを年代の古い順に並べ、前半分のデータの最大値を取り上げる。

2) 前半分のデータにその後のデータを1つずつ追加するごとに、前半分のデータの最大値のリターンピリオドを計算する。

3) 横軸にデータ数を縦軸にリターンピリオドをとり、リターンピリオドの挙動をグラフ化する。

ここではデータ数の増加に伴うリターンピリオドの変動が小さい分布が優れた分布と判断される。リターンピリオドの値自身の優劣はJackknife 法の推定値の場合と同様、シミュレーションの立場からでないと判断できない。なお、この手法では分布の優劣の判定基準が数量化されていないため、幾分判定に主観の入る恐れがあることに注意を要する。

以上、2つの立場での分布の評価法を述べたが、第4章で見るように、上位の分布に対しては全体的な適合度には大きな差異がなく、また最大値水文学の統計解析上右裾部分が重要であるので、本稿では宝・高樺¹¹⁾の立場と同様に、全体的適合度を候補分布のスクリーニングに、右裾の安定性をスクリーニングされた分布の最終判定に用いる立場をとることとする。

4. 実データへの適用例

一般に1~4次モーメントと分布の形状とは明確な対応があり、(8)式の (s, t) 、(7)式の (s_1, s_2, t)

における s, s_1, s_2 は、統計モーメント情報であるので1~4の整数で変動させる。一方、 t は分布の歪の程度と強い関連があるが¹⁰⁾、この値も s, s_1, s_2 の値に準じて1~4の正の整数とする。従って、(6)式では16ケースの分布が、(7)式では24ケースの分布($s_1=s_2$ の場合、及び同じ情報は除く)が対象となる。また、利用したデータは図1に示した千曲川流域における長野、上田、松本、北牧、飯山の年最大1, 2, 3日降水量であり、表1にデータ採用期間を提示している。以下では各時間単位ごとに最適分布の選定を行う。

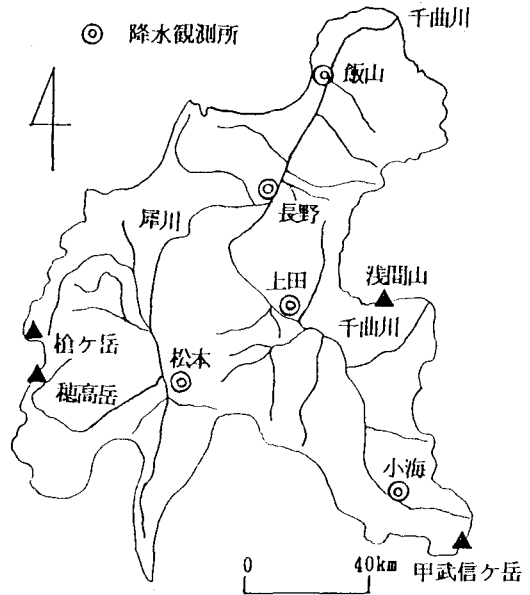


図1 千曲川流域の主要降水観測所

(1) 年最大1日降水量の場合

長野の場合、パラメーターが同定できたのは、2母数で13ケース、3母数で24ケースである。ここで、パラメーターが同定できなかった分布は解の存在条件を満足しなかったためと推察されるが、このような情報の与え方での解の存在条件はまだ明らかにされていないので明言できない。

まず、データとの全体的適合度を判断するために、(13)式より $L-L$ を、(14)式より AIC を計算した。表2の第2列、第3列は、 $L-L, AIC$ の少なくともどちらか一方で上位5位に入った分布の $L-L$ と AIC の値を示したものである。 s あるいは

表1 データ採用期間

観測所	年最大1日降水量	年最大2日降水量	年最大3日降水量
長野	1890～1973	1889～1973	1889～1973
上田	1893～1973 (1897, 1907欠測)	1893～1973 (1897, 1907欠測)	1893～1973 (1897, 1907欠測)
松本	1898～1969	1898～1969	1898～1969
北牧	1920～1973	1918～1969 (1919 欠測)	1918～1973 (1919 欠測)
飯山	1892～1969 (1907 欠測)	1892～1969 (1907 欠測)	1892～1969 (1907 欠測)

は s_1 に 1, t に 4 を含む分布が多く選ばれている。また, $L-L$ で評価すれば 3 母数の分布が, AIC で評価すれば 2 母数の分布が上位にきている。しかし, それらの値には大差がなく, これだけから最良の分布を選定するのは困難である。

そこで次に上述の選定された分布に対して Jackknife 法とデータ数増加法を適用した。表 2 の第 4 列以後は Jackknife 法による $T(30, 50, 100, 200)$ 年確率水文量の推定値と推定誤差を示したものである。推定誤差を見ると, (2, 4) がどの T 年に対しても最も小さく, 続いて (1, 4, 4), (1, 3) が小さいことが読み取れる。一方, 図 2 はデータ数増加法によるリターンピリオドの変動をグラフ化したものである。(1, 4), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (1, 4, 4) はどれも安定しているが, (1, 3), (2, 4), (1, 2, 3) はこれらに比べてやや変動が大きい。結局, データとの全体的な適合度, 分布の右裾部分の安定性を総合的に見て (1, 4, 4) を最良の分布と判断する。

上述の考察を他の 4 地点に対しても行って, 上田では (1, 4, 4), 松本では (1, 4, 4), 北牧では (4, 4), 飯山では (1, 4) を最適とみなした。

(2) 年最大 2 日降水量の場合

千曲川流域では, 治水計画を策定する段階で年最大 1, 2, 3 日流域平均降水量と最大流量との相関が検討され, 最終的に最も相関係数の大きい年最大 2 日降水量を用いた治水計画が実施されている。また, 対象時間単位の変更によりヒストグラムの形状が変化することが予想される。従って, 年最大 1 日で行った検討を 2, 3 日降水量についても行う必要がある。そのため, ここでは年最大 2 日降水量について前述 (1) と同様の考察を行うと次のようになる。

長野の場合パラメーターが同定できたのは, 2 母数で 13 ケース, 3 母数で 24 ケースであった。表 3 は表 2 に対応して $L-L$, AIC より選ばれた分布について記述したものであり, 表 1 の場合とほとんど同様の分布が選定されている。これは, 両者の間のヒストグラムの形状に強い相関があったためと推察される。

Jackknife 法による評価では (2, 4) の推定誤差が最も小さく, (2, 3, 4), (1, 3), (1, 4) がそれに続いている。次に, データ数増加法を検討したところ, 3 組しか結果を得ることができなかった。これらを比較すると, (1, 4) の変動が最も小さく, (2, 4), (2, 3, 4) はこれに比べてやや大きくなっている。以上より, 総合的にみて (1, 4) を最適と判断する。

上述の考察を他の 4 地点に対しても行って, 上田では (1, 4), 松本では (1, 3), 北牧では (3, 4), 飯山では (1, 4) を最適とみなした。

(3) 年最大 3 日降水量の場合

年最大 3 日降水量について前述 (1), (2) と同様の考察を行うと次のようになる。

長野の場合パラメーターが同定できたのは, 2 母数で 13 ケース, 3 母数で 24 ケースであった。表 4 は表 2, 3 に対応した長野の年最大 3 日降水量の場合である。 $L-L$, AIC から選ばれた分布は表 3 と全く同様である。Jackknife 法の結果を見ると (2, 4) の推定誤差が最も小さく, (2, 3, 4), (1, 3) がそれに続いている。一方, データ数増加法を検討すると (1, 3), (1, 4), (1, 2, 4), (1, 3, 4) は安定したりターンピリオドを示し, (2, 4), (2, 3, 4) はこれらに比べてやや変動が大きい。以上より, 総合的に見て (1, 3) を最適と判断する。上述の考察を他の 4 地点に対しても行って, 上田では (1, 4), 松本では

表2 Jackknife 法によるT年確率水文学量の推定値と推定誤差（長野，年最大1日降水量）

p(x)	L-L	AIC	Jackknife法によるT年確率水文学量推定値（推定誤差）(mm)			
			30年	50年	100年	200年
1 4	-356.370	716.739	98.57(5.47)	105.76(6.26)	115.35(7.34)	126.53(8.51)
1 3	-356.919	717.838	97.70(5.17)	103.12(5.87)	112.80(6.83)	121.11(7.77)
2 4	-356.978	717.956	97.33(4.87)	101.54(5.39)	109.94(6.03)	117.17(6.63)
1 4 4	-356.333	718.667	98.65(4.99)	107.44(5.65)	116.35(6.77)	123.68(8.27)
1 3 4	-356.358	718.715	98.48(5.09)	106.93(5.87)	113.70(7.25)	124.24(8.94)
1 2 4	-356.369	718.738	99.02(5.23)	107.86(6.14)	115.84(7.67)	125.08(9.69)
1 2 3	-356.845	719.689	97.68(5.26)	104.40(6.04)	113.14(7.10)	122.36(8.21)

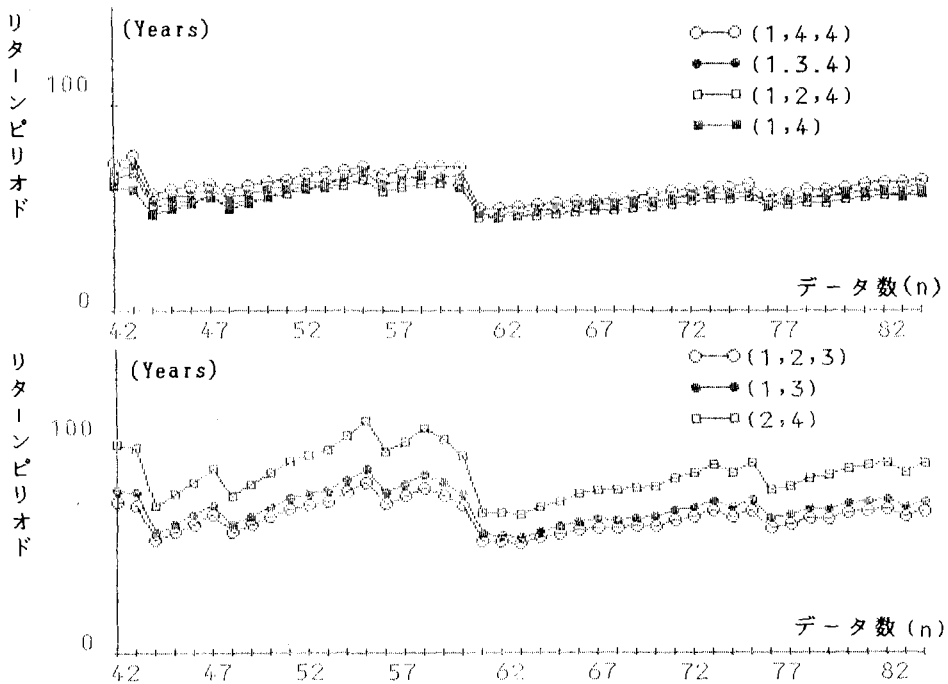


図2 データ数増加法によるリターンピリオドの変動性（長野，年最大1日降水量）

表3 Jackknife 法によるT年確率水文学量の推定値と推定誤差（長野，年最大2日降水量）

p(x)	L-L	AIC	Jackknife法によるT年確率水文学量推定値（推定誤差）(mm)			
			30年	50年	100年	200年
1 4	-389.382	782.765	137.04(7.57)	146.03(8.66)	159.23(10.16)	168.86(11.97)
1 3	-390.061	784.121	132.35(7.23)	141.39(8.15)	154.07(9.50)	165.66(10.54)
2 4	-390.095	784.190	131.94(7.01)	140.67(7.74)	147.48(8.77)	159.45(9.43)
1 4 4	-389.362	784.723	137.27(9.09)	147.17(11.37)	162.64(15.00)	176.14(19.36)
1 3 4	-389.375	784.749	138.45(8.87)	146.93(11.04)	162.63(14.70)	174.92(18.96)
1 2 4	-389.382	784.764	137.01(8.74)	147.27(10.88)	160.82(14.52)	170.74(19.15)
2 3 4	-389.961	785.922	131.57(7.12)	141.54(7.90)	151.30(8.94)	160.60(9.93)

表4 Jackknife 法によるT年確率水文量の推定値と推定誤差(長野, 年最大3日降水量)

p(x)	L-L	AIC	Jackknife法によるT年確率水文量推定値(推定誤差)(mm)			
			30年	50年	100年	200年
1 4	-398.320	800.640	152.07(8.17)	163.08(9.33)	179.40(10.90)	186.50(13.12)
2 4	-398.926	801.853	147.84(7.51)	154.61(8.26)	167.72(9.21)	177.09(10.06)
1 3	-399.016	802.031	147.28(7.81)	158.86(8.83)	171.36(10.23)	184.21(11.49)
1 4 4	-398.270	802.540	150.41(8.37)	161.39(9.93)	178.08(12.58)	189.60(15.81)
1 3 4	-398.297	802.594	150.72(8.52)	164.19(10.22)	177.83(13.16)	190.46(16.77)
1 2 4	-398.316	802.631	151.66(8.66)	162.35(10.56)	177.85(13.72)	192.60(17.63)
2 3 4	-398.816	803.633	147.71(7.55)	155.43(8.33)	169.27(9.37)	179.55(10.35)

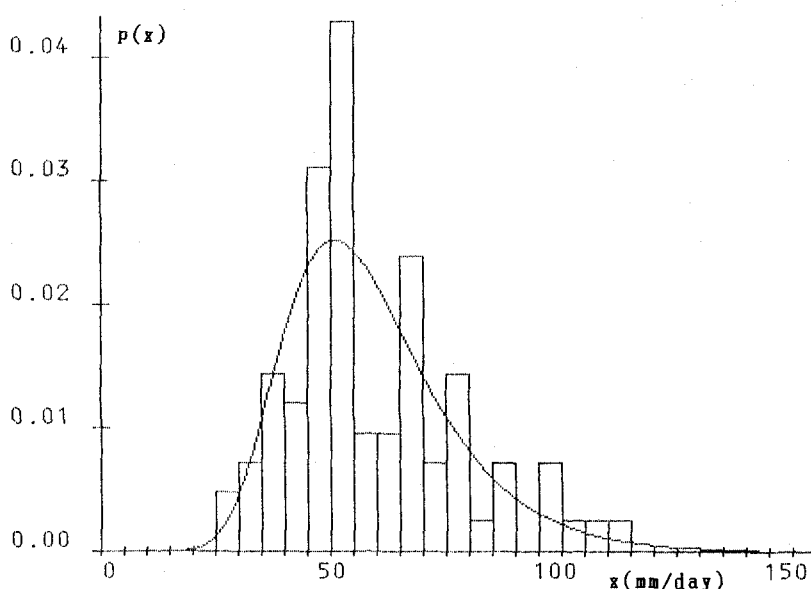


図3 ヒストグラムと最適分布(1,4,4) (長野, 年最大1日降水量)

(1,4,4), 北牧では(2,3), 飯山では(1,2,3)を最適とみなした。

なお, 上述(1)~(3)の考察では, 最終的に絞り込まれた2, 3個の候補分布の間にはあまり差のない場合が多かったことを付言しておく。

また, Wakebyの分布¹²⁾が5母数を持っているため, 統計モーメントの情報に関連した母数の数を増やすことによる改善の余地について松本, 北牧, 飯山の年最大1, 2, 3日降水量で検討してみた。その結果は, 初期の予想通り過剰適合の傾向が始め, 右裾の十分な安定性が得られなかった。

最後に, 参考までに長野年最大1日降水量で最良と見なされた確率密度関数の形状を対応するデータ

のヒストグラムとともに図3に掲載した。

5. あとがき

本稿は著者らが検討してきた1MEDについて, 実用的な側面に焦点を当てながら, 治水計画を対象とした場合の最適な情報の与え方を検討したものである。

本稿をまとめると以下ようになる。

1)対象水文量を千曲川流域内の長野, 上田, 松本, 北牧, 飯山の5地点で観測された年最大1, 2, 3日降水量とし, 1MEDに与える情報を統計モーメントと指数関数の期待値を組み合わせたものとした。

2)最適な分布の判定規準として、全体的な適合度を見るためにL-LとAICを、極値水文量を頻度解析するとき重要となる右裾部分の安定性を見るために、Jackknife法とデータ数増加法を採用した。

3)その結果、観測地点と対象水文量毎に、次表の分布が優れているものとして選定された。ただし、ただ1つの分布だけを選定するのが難しい点もあった。

表5 選ばれた最適な分布

観測所	最大1日	最大2日	最大3日
長野	(1,4,4)	(1,4)	(1,3)
上田	(1,4,4)	(1,4)	(1,4)
松本	(1,4,4)	(1,3)	(1,4,4)
北牧	(4,4)	(3,4)	(2,3)
飯山	(1,4)	(1,4)	(1,2,3)

4)4母数の分布は、データ(ヒストグラム)に対して過剰適合の傾向を示し、右裾部分の安定性に問題を残した。

今後、データ数増加法による分布の選定の客観的指標の導入、データの持つ統計量(例えば、歪係数)と最適情報との関係、従来水文統計に多用されてきた確率分布と1MEDとの適用比較、及び本研究の2変数以上の多変数への拡張について検討したい。

なお、本稿では水文データの独立性、均質性を暗黙の了解事項として頻度解析を行っているが、この仮定の成立を気象学的・統計学的に検討することは重要なことである。また、治水計画が対象とする降雨に、確率水文量的な立場の他に、例えばPMPといった概念^{13),14)}の導入についても検討する必要性を感じている。

なお、本稿第3章及び4章で記述した、L-L, AIC, Jackknife法の適用について、京都大学工学部宝鑒先生に御指導頂いた。計算には信州大学大学院福沢直樹君に御協力頂いた。記して、謝意を表します。

参 考 文 献

1)高棹琢馬・池淵周一:エントロピー的にみた降雨・流出変換特性とそのモデル化,京都大学防災研究所年報,第23号,B-2,pp.193~209,1980。

2)寒川典昭・荒木正夫:水文事象の頻度分析へのMEPの導入について,土木学会論文報告集,第335号,pp.89~95,1983。

3)寒川典昭・荒木正夫・小林紀之:種々の水文量への1変数MEP分布の適用性,信州大学工学部紀要,第58号,pp.27~40,1985。

4)寒川典昭・荒木正夫・寺島 彰:2変数MEP分布とその特性に関する研究,第28回水理講演会論文集,pp.397~402,1984。

5)寒川典昭・荒木正夫・寺島 彰:2変数最大エントロピー分布の適用性,信州大学工学部紀要,第82号,pp.33~48,1987。

6)寒川典昭・荒木正夫・佐藤健次:多変数最大エントロピー分布とその基礎特性に関する研究,土木学会論文集,第375号/II-6,pp.89~98,1986。

7)Sogawa, N., Araki, M. and Imai, T.: Studies on Multivariate Conditional Maximum Entropy Distribution and Its Characteristics, JHHE, Vol.4, No.1, pp.79~97, 1986。

8)寒川典昭・荒木正夫・大原基秀:母集団から得られる情報と最大エントロピー分布,水文・水資源学会誌(投稿中)。

9)例えば,笠原芳郎:情報理論と通信方式,p.150,共立出版,1985。

10)Wragg, A. and Dowson, D. C.: Fitting Continuous Probability Density Function Over $[0, \infty)$ Using Information Theory Ideas, IEEE, Trans. Information Theory, Vol. IT-16, No.2, pp.226~230, 1970。

11)宝 馨・高棹琢馬:水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準,土木学会論文集,第393号/II-9,pp.151~160,1988。

12)Houghton, J. C.: Birth of Parent: The Wakeby Distribution for Modeling Flood Flows, WRR, Vol.14, No.6, pp.1105~1109, 1978。

13)U. S. Department of Commerce, Weather Bureau: Probable Maximum Precipitation in California, Hydrometeorological Report No.36,1961。

14)U. S. Department of Commerce, Weather Bureau: Probable Maximum Precipitation, Northwest States, Hydrometeorological Report No.43, 1966。