

利用者均衡配分法による通勤列車運行計画の利用者便益評価

Commuter's Benefit Evaluation of Train Scheduling
by Network User Equilibrium Model

家田 仁*・赤松 隆**・高木 淳***・畠中秀人***

By Hitoshi IEDA, Takashi AKAMATSU, Jun TAKAGI and Hideto HATAKENAKA

Evaluation of train scheduling is an important step for efficient use of restricted transportation facilities to improve the severe congestion in metropolitan area. This paper proposes a method for evaluating train scheduling from the view point of user's benefit. First, we formulate the model which represents a train diagram as a time-space network and explains user's behavior on the diagram network. Next, the criteria for evaluation of train scheduling is presented. This model is applied to a railway in Tokyo metropolitan area, and the applicability is validated. Finally, some train schedulings in Tokyo metropolitan area are evaluated by the method.

keywords: train scheduling, network user equilibrium, disutility function

1. はじめに

大都市における通勤交通混雑の緩和策としては、地下鉄線の新線建設、郊外鉄道の線路増設（複々線化）や車両増設が鋭意進められ、また、本年初めて東京の民鉄5線区に特定都市鉄道整備積立金制度が適用されたところではあるが、長い建設期間、用地取得費の高騰などの問題から、大都市における混雑問題が社会的に絶えず重要視されてきたにも拘らず必ずしも円滑に進んでいるとはいえない現状にある。こうした中で、線路や駅設備など既存の固定設備を前提として、列車の種別の設定、その構成比、停車駅設定、待避関係などによって特徴づけられる列車運行計画（列車ダイヤ）を適切に設定することによって混雑緩和を含めた利用者の受ける便益を向上す

ることも、長期的な大規模投資を補完する中短期的な施策として必要性が高まっている¹⁾。このような背景より、本研究はその一つのステップとして利用者便益評価の立場から列車運行計画即ち列車ダイヤの評価法の提案とその適用を行うことを目的とするものである。

さて、列車ダイヤに関する従来の研究は数多いが、本研究における列車ダイヤの評価に関連のある既往の研究を振り返ると、次の三種に分類することができる。第1は列車ダイヤの作成方法に関する研究である。これは、乗務員運用や車両の運用の効率化を考えた列車ダイヤの作成や頭端駅での能率的な列車の着発シーケンスの決定等に関する基礎的な研究である^{2)~4)}。これらは列車ダイヤを定式的に扱っている点で示唆が多いが、評価という面からみると、評価指標として乗車時間などを単一先験的にとるものであったり、実際の問題には事実上適用の困難な非常に単純な場合についてのモデル解析が多い。第2の分野は列車ダイヤの改善案の提案に関する研究で

* 正会員 工博 東京大学助教授 工学部土木工学科
(〒113 文京区本郷7-3-1)

** 学生員 工修 東京大学大学院工学系研究科 博士課程

*** 学生員 東京大学大学院工学系研究科 修士課程

ある⁵⁾。これは所要時間及び運転時隔を短縮するため列車毎に停車パターンを変化させたダイヤなど種々の提案を行っている研究である。提案の過程では所要時間や待ち時間などの特定の評価要素に着目しているわけだが、列車ダイヤが一般には諸要素のトレードオフを考慮しなければならないことを考えると評価法の面よりは新たなダイヤパターンの提案という点の意義が高い。第3の分野は列車ダイヤの評価に関するもので、現状の列車ダイヤを種々の観点から評価することを試みたものである⁶⁾⁷⁾。これらは利用者の便益評価という観点にたつこと、乗換えや着席可能性などの要素にも着目している点が注目されるが、利用者の行動が内生化されていないこと、評価事項として諸要素の総合化がなされていないこと、これらの結果、利用者全体の便益よりはむしろ個別の事象が重視される傾向があること、異なる線区の列車ダイヤ比較が難しいことなどが課題として残る。

以上のような従来の研究とその問題点を踏まえて、本研究では、第1に、設定された列車運行計画の中で利用者は列車選択行動や乗換え行動などを行っているが、これらの利用者行動がモデルに内生化されること、第2に混雑の要素を取り入れ、フローディペンデントな扱いをすること、第3に利用者便益の評価関数を先験的に与えるのではなく、実際の利用者の行動から推定し、利用者の効用として総合的にとらえること、第4に異なる線区での列車ダイヤを相対的に評価するための指標を用いること、などを基本的方針として研究を進めた。

2. 列車ダイヤとネットワークモデル

(1) 列車ダイヤのネットワーク表現

本研究は、利用者の便益を総合的にとりこみ、ダイヤを一定の客観性をもって評価することを目的としている。そのためには、ダイヤパターンに対応した利用者の列車選択パターンと、各選択に対応して利用者が実際に費した所要時間・混雑によるストレス等の不効用を定量的に把握することが必要である。本章ではこの不効用が利用者の列車選択行動を決定していると仮定することによって、①列車ダイヤパターン→②不効用パターン→③利用者列車選択パターンという連関関係のメカニズムをモデル化し、こ

れらの関係を定量的に把握する方法を提示する。

まず、①～③の関係を記述する「場」を作るために、横軸方向を時間軸（時刻）、縦軸方向を空間軸（駅・駅間）に持つダイアグラムを、時間変化を考えない平面上のネットワークとしてとらえ⁸⁾⁹⁾、このネットワーク上に不効用パターンを埋め込むことを考える。鉄道通勤利用者の列車選択行動に影響を与える不効用として考えられる要因は、具体的には、a)乗車時間、b)待ち時間、c)混雑、d)乗換、等である¹⁰⁾¹¹⁾。これは図1のようにネットワークを乗車リンク・待ちリンク・乗換リンク等で構成すれば、利用者行動の基準となる不効用として、ネットワーク上に取り込むことができる。

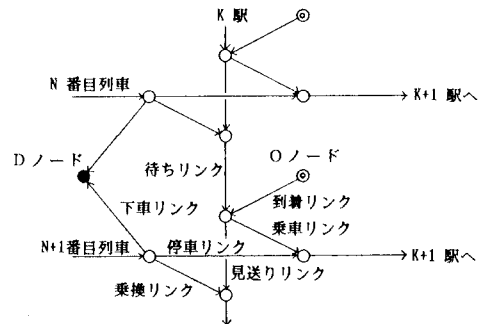


図1 ネットワークの構成例

次に、利用者行動をこのネットワーク上でのフローとして扱うためにはO D ノードの設定が必要である。これは、O ノード（◎）を各駅各列車間に、D ノード（●）を各駅に1つだけ設けることにすればよい。その結果、①～③の関係を記述する「場」ができあがり、ダイヤ上の時刻を追っての列車選択という動的な問題を解析が比較的容易な静的ネットワークフロー問題として取扱うことができることになる。また、ここで駅間乗車リンクは混雑度に依存したコスト関数を持つものとすれば、利用者行動に対する混雑の影響を取込むことができる。

(2) 利用者均衡モデル

本研究は、大都市圏での通勤混雑問題に対する一つのアプローチとして位置づけられるものであり、利用者行動に対する混雑の影響が著しい場合をその対象としているため、利用者行動モデルは混雑不効用を考慮したものである必要がある。そこで本研究では、利用者均衡配分モデルを適用する。このモデ

ルは、どの利用者也それぞれ自分にとって最も不効用の小さな経路を選択しており、自分だけが経路を変えることによってはその不効用を改善することは出来ない状態になっているという仮定にもとづくものである。鉄道通勤利用者が、日々の通勤行動の結果、各列車の混雑度・所要時間等について熟知しており安定した選択行動を行なっていることを考慮すれば、このモデルの適用は妥当なものであるといえるだろう。

よく知られているように、ネットワーク上の利用者均衡フローを求めることは、次の最適化問題を解くことと等価で¹²⁾、Frank-Wolfe法等¹³⁾の適用により解くことができる。

$$\min. \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega) d\omega \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

$$\text{s. t. } x_a = \sum_{rs} \sum_k f_{krs} \delta_{ak}^{rs} \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

$$q_{rs} = \sum_k f_{krs} \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

$$f_{krs} \geq 0 \quad \dots\dots\dots (2.4)$$

ここで、

x_a, t_a : リンク a の交通量、コスト関数、

f_{krs} : ODペア rs の k 番目経路の交通量、

q_{rs} : ODペア rs の交通量、

δ_{ak}^{rs} : リンク a が経路 k 上に {あれば1
ないなら0} である。

(3) リンクコスト関数のパラメータ推定法

ダイヤをネットワーク化したときのリンクコスト関数は、道路網の場合の所要時間特性とは異なり、その値を直接測定できるものではなく、そのコスト関数に含まれるパラメータ値もまた、直接的に推定することは困難である。そこで、本研究では、実際に測定可能な列車乗車人数等のリンク交通量 x とモデルによる推定リンク交通量 $\tilde{x}$ が最も適合するようなパラメータ値をその推定値とする。すなわち、パラメータを未知変数とする次の様な最小化問題を解くことにより、パラメータ推定を行なう。

$$\min. \sum_a (x_a - \tilde{x}_a)^2 / x_a \quad \dots\dots\dots (2.5)$$

s. t. 式(2.1)～(2.4)

ここで、制約条件は、あるパラメータ値に対して最

適化問題(2.1)～(2.4)を解くことにより x が決められることを表している。ただし、この二段階最適化問題は必ずしも解が唯一ではない。複数の局所解を持つ非線形二段階最適化問題において大域解を求める効果的なアルゴリズムは現在まだ見出されていないため、本研究では、初期値を変えながら局所的最適解を求めるアルゴリズムを適用することによって大域解を求めるという方法を取ることにする。

3. モデルの適用とリンクコスト関数の推定

(1) 適用路線の選定

本章では、前章で導入したモデルをダイヤ評価に用いる前に、実際の路線に対して適用し、ダイヤ評価に対する適用可能性の検討と混雑不効用等のパラメータの推定を行なう。

この適用を行なう路線の選択に際して考慮した主な事項は以下のとおりである。

①モデルの入力として詳細ダイヤグラム・時間帯別乗降駅間OD交通量データが必要。また、モデルの検証には各列車別の駅間交通量データが必要。

②ダイヤ評価の意義からは当然のことながら、複数の列車種別をもつことが望ましい。

③本研究で特に評価の対象とするのは、通勤混雑問題をかかえる大都市近郊通勤路線。

本研究では、これらの条件の揃った対象として東武東上線の朝ラッシュ時上り1時間(池袋着 7:30-8:30)のダイヤ(図4-a)を選んだ。

(2) 乗客到着分布と不効用関数形の仮定

適用計算を行なう上では、利用者の到着分布と不効用関数形に関して、以下の様な仮定をおいた。

①駅間時間帯別交通量：時間帯別の乗降駅間交通量に関しては分単位の詳細なデータは得られないが、大都市圏通勤路線では朝ラッシュ時には運転時隔が短いことから「利用者は時間的に一様に到着している」¹⁴⁾との仮定をおいて各列車発車時刻に対応した駅間OD表を作成し、それをモデルの入力とした。

②不効用関数形：利用者の不効用は、ODペア rs の第 k 番目経路に対して次式で表現されるとした。

$$c_k^{rs} = \sum_a \{ t_c(x_a) + \alpha \cdot t_w + \beta \cdot t_n \} \delta_{ak}^{rs}$$

ここで、右辺第一項の t_c は乗車リンクコスト、

第二項の t_w は待ちリンクコスト、第三項の t_n は乗り換えリンクコストを表す。また、混雑による不効用を表しフローに依存する乗車リンクコスト関数には、混雑度に対する単調増加性と列車容量の制約を考慮し、次の様な関数型を仮定した。

$$t_{c_a} = \left\{ 1 + \lambda \cdot \frac{x_a}{\mu \cdot CAP - x_a} \right\} \cdot t_{b_a}$$

ここで CAP : 一両当り列車定員×編成両数

t_{b_a} : リンク a の通過所要時間

ただし、この関数は、着席者・立席者の区別はせず、混雑度とそれに対応した全利用者についての平均的な不効用との関係を表すものである。

(3) パラメータ値の推定とモデルの適合度

以上の条件・仮定のもとに、前章で述べた方法により適用計算を行ない、求められたパラメータの推定値は以下のとおりである。

- ・待ち時間不効用パラメータ: $\alpha = 1.6$
- ・乗換不効用パラメータ: $\beta = 0.15$ (ただし、 $t_n = 30\text{sec}$ と置く。なお、東武東上線の場合、乗換はいずれも同一ホームで行えることを申し添える。)
- ・混雑不効用パラメータ: $\lambda = 0.22$, $\mu = 3.5$

上記パラメータ値のもとでのモデルによる推定フローパターンの部分的な例を示すと図2のようになる。

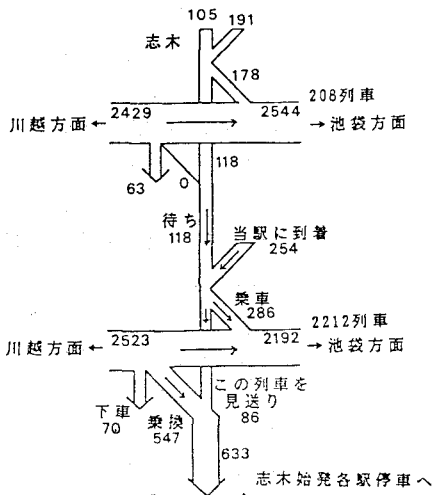


図2 駅間列車別交通量の推定例

この駅間列車別交通量の推定値と実測値との間の相関係数は0.933で、その相関図は図3に示す様にな

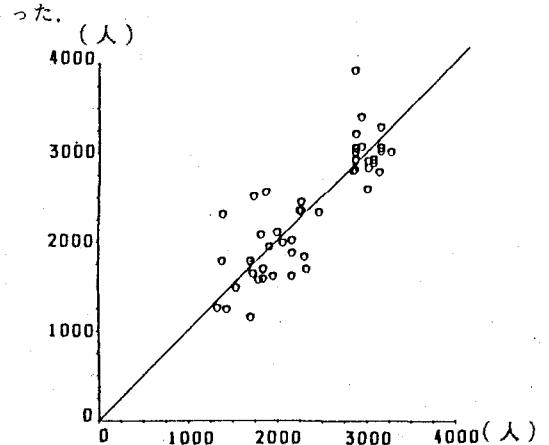


図3 推定リンク交通量と実測リンク交通量

この結果から、モデルの適合度はかなり高く、ダイヤ評価のためのモデルとして十分な精度を持つものと考えられる。

4. 東京圏における各種路線のダイヤ評価

(1) 評価指標の定義

本章では、前章で推定されたリンクコスト関数を用いて東京圏のいくつかの路線の列車ダイヤの評価を行なう。ここで当然のことながら、各路線は路線延長、列車速度、輸送量、ODパターンなど列車ダイヤの前提となる諸条件に差異があるため、まず、各列車ダイヤの相対的評価ができるようにこれらの条件を基準化した指標を定義する。

列車ダイヤを評価する場合、需要(利用者、あるいは社会)サイドと供給サイドからの評価が考えられるが、利用者側からに限っても、評価の視点としては様々なものがあげられる。例えば、利用者全体からみた効率性、利用者間での公平性、また列車ダイヤの頑強性もある。本研究では、このうち、①利用者全体の便益からみた資源配分の効率性と②各利用者間での公平性について列車ダイヤを評価することにし、次にあげるような各指標を定義した。

a) 総不効用指数 Ef

この指数は上記の評価の視点のうち①の資源配分の効率性を示すものであり、次の式で定義される。

$$Ef = \frac{\sum_a c_a x_a}{\sum_{rs} q_{rs} \cdot (L_{rs} / V_{ref})} \dots\dots\dots (4.1)$$

ここで、 c_a, x_a ：リンク a のコスト，フロー

q_{rs} ：ODペア rs 間の交通量

L_{rs} ：ODペア rs 間の駅間距離

V_{ref} ：基本表定速度

式(4.1)の分母は、乗客全員が基本表定速度 V_{ref} で移動をし、その他の不効用(待ち、混雑、乗り換え)は一切被らないとした時の不効用の総和である。このような基準化を行なうことによって各路線の延長や輸送量などの差異を越えて一般的に相对比较ができることになる。

なお、上式の分子に、総コストでなく、待ち時間相当分のコスト、乗車時間相当分のコスト等をとれば、上記効率性指標 E_f に占めるリンクコストの種類別の内訳を算出することが可能である。本研究では、乗車時間(基準運転時分、余裕時分、停車時分)、乗車待ち時間(注1)、乗換待ち時間、乗換不効用、混雑不効用別に内訳を算出することにした。また基本表定速度は便宜的に60km/hとした。

b) 乗降駅間偏差指数 E_{q1} 及び到着時刻間偏差指数

E_{q2}

これらの指数は上記の評価視点のうち②の利用者間での公平性を示す指数であり、それぞれ次の式で定義される。

$$E_{q1} = \text{Var}_{rs} [E(E_{f_{rsj}})] \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

$$E_{q2} = E_{rs} \left[\frac{\text{Var}_j (E_{f_{rsj}})}{E(E_{f_{rsj}})} \right] \quad \dots\dots\dots (4.3)$$

ここで $E_{f_{rsj}}$ とは、 r 駅に第 j 番目の時間帯(注2)に到着し s 駅に向かう乗客の総不効用指数である。

また、 $\text{Var}(\cdot)$ 、 $E(\cdot)$ はそれぞれ添字について分散、平均をとるという意味の演算子である。

E_{q1} は乗降駅間によって利用者の受ける不効用の程度にどのくらいのばらつきがあるかを示し、 E_{q2} はどんな時刻に乗車駅に到着するかによっての不効用の程度のばらつきを示す。

(2) 路線の選定と評価

東京圏の通勤路線の中から、列車ダイヤの形が特徴的な路線と、比較のためにやや性質の異なる全列車各駅停車運転の横浜線を選定し評価を行なった。

評価の対象とした路線と時期は次の通りである。

路線	対象区間	時期
①東武東上線	(小川町→池袋)	1986.11現在
②西武新宿線	(本川越→西武新宿)	1987.12現在
③京王帝都本線	(京王八王子→新宿)	1987.12現在
④J R 横浜線	(八王子→東神奈川)	1987.4 現在
⑤J R 横浜線	(八王子→東神奈川)	1988.3 改正後

(注3)

上記の路線の朝ラッシュ1時間の上り列車ダイヤとOD交通量を評価の対象とした。列車ダイヤを模式的に示した例を図4に示す。(注4)

ここで、東武東上線については、主要駅間における各列車の乗車人員データが得られたため、3章に述べたように、リンクコスト関数を推定することができ、これを用いて各リンクのフローから(4.1)～(4.3)式に定義した各評価指標を算出した。他の線区については、各列車の乗車人員データが得られなかったため、東武東上線で推定されたリンクコスト関数のパラメータを移転し、同様の配分計算によって各リンクフローを推定し評価指標を算出した。ここで、移転可能性の問題がないわけではないが、評価の対象として路線がいずれも東京圏の近郊路線で、しかも朝の通勤時間帯を対象としていることから、利用者層的にみても大略問題はないものと考えた。

各列車ダイヤのリンクフロー推定の結果得られた各路線の総不効用指数とその内訳を図5に示す。また、各駅からターミナル駅への乗降駅間による総不効用のばらつきを、東武東上線と西武新宿線について図6に示す。さらに各路線の乗降駅間偏差指数及び到着時刻間偏差指数の値を図7に示す。

(注1) ここで、乗車待ち時間とは、乗車駅に到着してから最初にその駅に止まる列車が発車するまでの時間のことであり、乗換時待ち時間とは、それ以外の待ち時間のことである。

(注2) 駅への到着時間帯は、その駅を列車が発車する時刻で区切って区間分けをする。

(注3) ⑤の乗降駅間OD交通量はダイヤ改正前のものを用いた。

(注4) ここでは示さないが、横浜線のダイヤ改正では一部の列車の運転区間が延長されている。

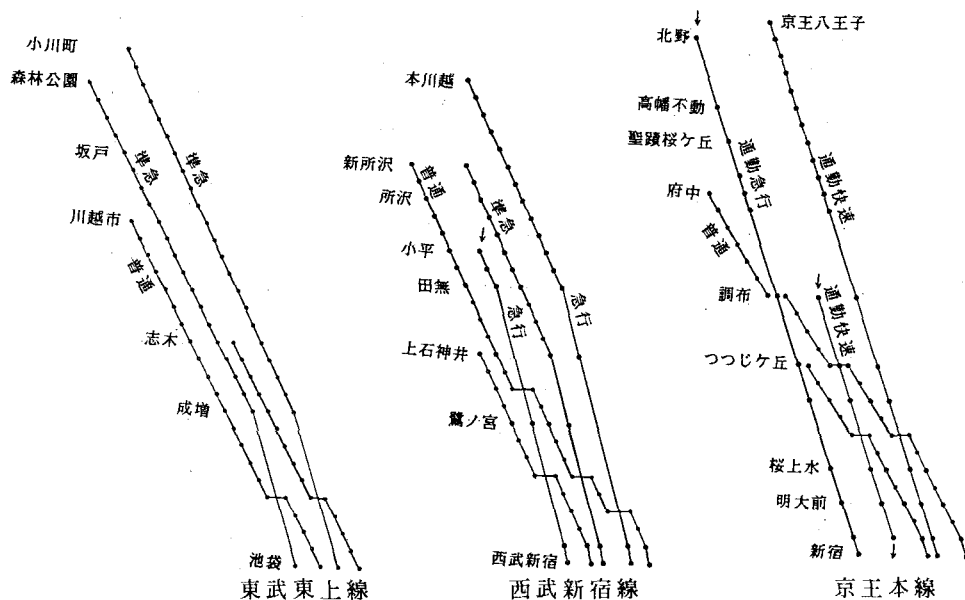


図4：各路線の列車ダイヤ模式図

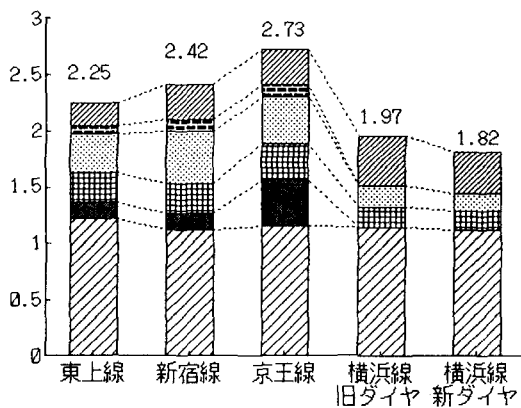
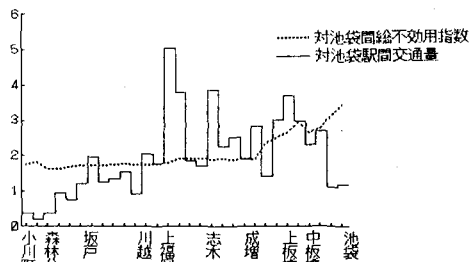


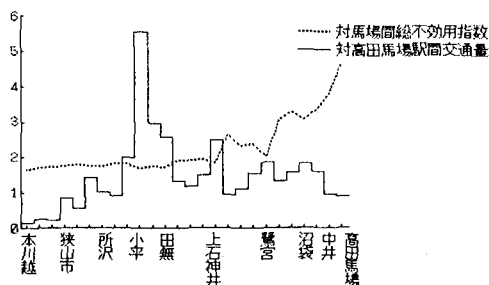
図5：路線別総不効用指数とその内訳

- 乗車待ち時間
- 乗換時等の待ち時間
- 乗り換え不効用
- 混雑不効用
- 停車時分
- 余裕時分
- 基準運転時分

- ・乗換不効用は値微小につき図示不可
- ・横浜線は、基準運転時分の値に余裕時分を含む
- ・表定速度60kmによる運転時分の総和を1とする



東武東上線（対池袋）



西武新宿線（対高田馬場）

- ・縦軸の値：駅間交通量... × 1000 (人)
- 不効用指数... (無次元)

図6：乗車駅対ターミナル駅間における総不効用のばらつき

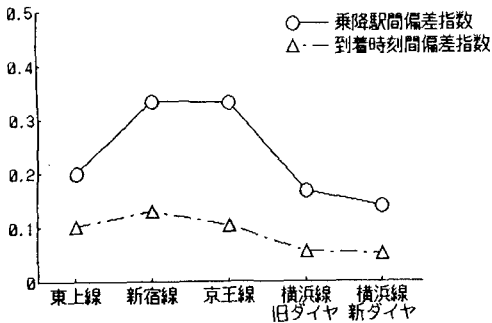


図7：路線別公平性指標

5. 考察

図5の総不効用指数を見ると、まず東上、新宿、京王の三線区に比べ横浜線の値が低く、利用者全体が受ける不効用が相対的に小さいのが目につくが、これは横浜線では前三者に比べて輸送力の余力が大きく混雑不効用が小さくなっていること、駅間距離が長い実質的列車速度を高く設定できることによるものと考えられる。またダイヤ改正により効用の水準が向上しているのがわかる。

次に、前三者では輸送規模がほぼ同程度で何れも快速型の列車を混在させた列車ダイヤが採用されているが、まず東上線の不効用水準が低い点が注目される。特に混雑不効用と待ち時間不効用が小さいが、混雑不効用に相当するリンクコスト関数がフローに対して下に凸の単調増加関数であることから列車毎に均一に乗車するほど総不効用が小さく抑えられる性質を考慮すると、これは東上線の快速型列車が成増・池袋間以外は各駅に停車し混雑の不効用を低下させつつ、適度な快速性を発揮していることによるものと考えられる。反面、新宿線、京王線では快速型列車が重視され基準運転時分も低く設定され、速達性重視のダイヤとなっているわけであるが、その結果、需要がやや快速型列車に集中し過ぎ、全体としては混雑不効用が増大して効用水準が低下している傾向と待ち時間が増大する傾向が否めない。また、京王線の余裕時分が比較的高いのは、オフピーク時に比べてピーク時の列車速度の設定の低下の程度が大きいためと考えられるが、これは反面、異常時等のダイヤ回復の容易さという観点からのメリットも

考えられ特長的となっている。東上線と新宿線の不効用水準は、待ち時間を除くとほぼ同等で、混雑不効用と乗車時間関連不効用とがトレードオフの関係となっているのがダイヤ設定の方針を反映していて興味深い。

次に乗降駅間偏差指数（図7）を見ると快速型列車の重視された新宿線、京王線で高く、これらと全列車各駅停車の横浜線との間に東上線が位置するのがわかる。これは図6に例示した発駅毎に算出した総不効用指数の分布に見られるように、快速型運転の重視された京王線及び新宿線では、快速型列車の停車しない駅が多く、公平性の視点からの指標が低下したもので、いわばマーケティングターゲットが快速型列車停車駅に置かれていることがわかる。また到着時刻間偏差指数（図7）は、各駅停車列車が比較的均一に運行される横浜線で低く、停車パターンがやや複雑な新宿線で到着時刻によって受ける不効用の水準にバラツキの高いものとなっている。ただし、遠方からの乗客により高い効用水準のサービスを提供することも、広い意味で公平であることなどを考えあわせると、列車ダイヤ評価上は第一義的には総不効用指数を低下させる施策を考え、偏差指数により乗降駅間などに著しい不公平のないことを確認するというのが事業経営という面からも妥当な評価法であると考えられる。

以上のように本研究で提案した方法により異なる線区の列車ダイヤを利用者便益の側面から一般的・総合的に評価することができること、列車ダイヤ設定の仕方によって利用者の受ける不効用の大きさ及びその構成やバランスが少なからず影響されることが明らかとなった。また、こうした分析により、より合理的な列車ダイヤ改善の方向付けの検討も可能である。ただ、実際の列車ダイヤ設定には、設備上の制約、車両や乗務員の運用上の問題などもあり、本研究による「評価」と列車ダイヤ変更改善の実施上の可能性とはまた別の議論が必要なことは言うまでもない。

6. 結論と今後の課題

本研究では、列車ダイヤを時空ネットワークとして表現し、利用者列車選択行動を利用者均衡モデルとして記述することにより、利用者便益を総合的に評価する方法を提案した。さらに、首都圏近郊路線

において、その適用性を検討するとともに、各種ダイヤの評価をおこなった。得られた主な成果は以下のとおりである。

① ダイヤ上の利用者行動をネットワーク均衡フロー問題に帰着させる本研究の手法により、種々の条件の異なったダイヤを利用者便益の側面から一般的・総合的に評価することができる。

② この利用者行動モデルは、実際路線への適用の結果、ダイヤ評価のための手法として必要な精度をもつものであることが明かとなった。

③ 混雑・待ち・乗り換え等の不効用関数が実際の路線において定量的に推定された。

④ 効率性・公平性の二つの観点から、利用者の便益を総合的に評価する指標を提案し、これをもとに首都圏近郊路線のダイヤを評価した結果、ダイヤ設定の仕方によって、利用者の受ける不効用の大きさおよびその構成・バランスが少なからず影響されることが明らかとなった。

次に、今後、本研究をさらに発展させるための課題をまとめると以下のとおりである。

① 利用者行動へ影響を与える要因としての着席可能性や駅への利用者の到着分布パターンをモデル内に内生化すること。

② リンクコスト関数のパラメータの効率的推定法とパラメータ変化に対する推定フロー・ダイヤ評価指標の感度を検討すること。

③ 種々の路線へ適用範囲を拡大することによって、推定されたパラメータの空間的・時間的移転可能性について検討するとともにダイヤパターンと効率性指標・公平性指標・各種不効用等との間の一般的关系を見いだすこと。

④ 利用者側からの評価だけではなく、事業者側の便益やダイヤの信頼性・頑強性等をも考慮し、より視野を広げた場合の評価法を検討すること。

謝 辞

本研究の遂行にあたっては、資料収集の面で、東武鉄道、西武鉄道、京王帝都電鉄、東日本旅客鉄道の方々に多くのご協力を頂いた。特に、東武鉄道東上業務部の方々には、細部にわたって非常に懇切な御指導を頂いた。ここに記して深く感謝の意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 川島令三：東京圏通勤電車事情大研究，草思社，1986。
- 2) 横山勝義 編：輸送運搬におけるOR技法，pp. 192-252，培風館，1964。
- 3) 天野光三編：計量都市計画，pp. 251-263，丸善，1982
- 4) 鈴木誠道編：数理計画法の応用，pp. 93-97，産業図書，1981。
- 5) 曾根悟：速達性と着席率向上による通勤輸送の向上，運輸協会誌61-9，pp. 12-16，1986 など多数。
- 6) 曾根悟ほか：新幹線のダイヤパターンの評価と改善，電気学会電気鉄道研究会 RAT85-2，pp. 11-21，1985。
- 7) 曾根悟：61.11ダイヤの評価と問題点，鉄道ジャーナル No. 242，pp. 125-134，1987。
- 8) 高木淳・赤松隆・畠中秀人：鉄道ダイヤの時空ネットワーク化とその自動作成方法，第43回年次学術講演会，1988。
- 9) 赤松隆・古川敦・家田仁：利用者便益からみた列車ダイヤ最適化に関する基礎的研究，土木計画学研究講演集，1988。
- 10) 谷明良・宮武信春：通勤経路選好特性の計量化手法，土木学会論文報告集，第267号，pp. 83-87，1977。
- 11) 天野光三・戸田常一・黒田達郎：利用者からみた通勤交通網の評価に関する研究，土木学会論文報告集，第314号，pp. 111-123，1981。
- 12) Beckmann, M. J., McGuire, and C. B. Winsten: Studies in the Economics of Transportation. Yale University Press, New Haven, Conn, 1956。
- 13) 例えば，Leblanc, L. J., et al: An Efficient Approach to Solving the Road Network Equilibrium Traffic Assignment Problem. Transp. Res. 9(5), pp. 309-318, 1975。
- 14) 家田仁・後藤貞二・松本嘉司・島崎敏一：通勤者における消費時間弁別関の確率的評価，土木学会論文集，第383号，pp. 73-81，1987。