

エントロピーモデルのパラメータと都市の特性

Relationships Between the Parameters of Wilson's
Entropy Model and City's Characteristics

黒川 洸* 石田 東生** 藤田 繁人***

by Takeshi KUROKAWA*, Haruo ISHIDA**,
and Shigeto FUJITA***

Present OD table in an urban area is indispensable in travel demand forecasting by four-step method. Generation of present OD table is one of the most expensive and time consuming tasks in the planning process. From this OD table parameters of trip distribution models are estimated. In this study, a method which is simpler than by estimating from the OD table is proposed. Wilson's entropy model was applied to five metropolitans' OD tables of differing sizes and characteristics. Relationships between parameters and characteristics of these areas were examined. The following conclusions were drawn: 1) parameter of work trip in each area are similar, 2) parameters of school, business, and to-home trips are closely related to physical characteristics (such as average distance between zones) rather than to socio-economic indicators.

1. はじめに

都市交通体系の整備のため行なわれているパーソントリップ調査には、膨大な費用・時間・労力が必要である。その大きな原因の一つは、分布交通量の現況推計にある。

本研究では、4段階推定法を前提とし、現況のゾーン別発生・集中量は国勢調査、他都市圏のパーソントリップ調査をベースにすると精度の高い推定値が得られるとしたとき¹⁾、分布交通モデルのパラメータを何らかの方法で求められると、パーソントリップ調査の大巾な簡略化に大きく貢献することが出来るという仮説に基づくものである。

そこで、本研究では、ウィルソンのエントロピーモデルを対象とし、5つの都市圏におけるパラメータを求め、このパラメータのもつ意味を考慮しながら、各都市圏の特性を示す指標との関係を分析し、パラメータを推計する方法を構築するための足がかりとすることを目的とした。

なお、本研究でウィルソンのモデルを対象としたのは以下の理由からである。

- i) 重力モデルのようにパラメータが複数含まれているモデルでは、パラメータと分布交通の形態との関係が複雑で把握することは容易でないが、ウィルソンのモデルはパラメータが1つしか含まれていないこと。
- ii) ウィルソンのモデルは、都市圏間目的間いづれにおいても重力モデルや介在機会モデルよりも適合度の高いことがわかっている²⁾こと。

* 正会員 工博 筑波大学教授 社会工学系
(305 茨城県新治郡櫻村)

** 正会員 工博 筑波大学講師 社会工学系

*** 正会員 学修 フジタ工業株式会社
(151 渋谷区千駄ヶ谷 3-13-18)

2. エントロピーモデルとパラメータの 基本特性³⁾⁴⁾⁵⁾

ウィルソンのエントロピーモデルは、総交通量 T をOD表の各セルであるODペア (i, j) に t_{ij} ずつ割り当てる場合の数 W を目的関数として、発生・集中交通量および総交通費用の制約条件の下で最大化する t_{ij} の組みを求めるもので、次式で表される。

$$W = T! / \prod_{ij} t_{ij}! \longrightarrow \max$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_j t_{ij} = G_i$$

$$\sum_i t_{ij} = A_j$$

$$\sum_{ij} c_{ij} t_{ij} = TC$$
(1)

但し、 G_i はゾーン i の発生交通量、 A_j はゾーン j の集中交通量、 t_{ij} はゾーン i から j へ移動する交通量、 c_{ij} はゾーン i, j 間の交通費用、 TC は総交通費用を表す。

この問題は、次のように解くことができる。

$$t_{ij} = \alpha_i G_i \beta_j A_j \exp(-\gamma c_{ij})$$

$$\alpha_i = 1 / \sum_j \beta_j A_j \exp(-\gamma c_{ij})$$

$$\beta_j = 1 / \sum_i \alpha_i G_i \exp(-\gamma c_{ij})$$
(2)

ここで、 α_i, β_j は調整係数であり、 γ が本モデルに、唯一存在するパラメータである。 γ を都市圏の特性等から推定することができれば、(2)式により分布交通量を推計することができる。このような方法が可能かどうかを検討することも、本研究の目的の1つである。

Evans⁴⁾ は γ と TC の関係について以下のことを証明している(図1参照)。

- i) TC は、 γ の厳密な減少関数である。
- ii) 従って、 TC が決定されれば γ はユニークに求まる。
- iii) $\gamma \rightarrow +\infty$ のとき、 TC はその取りうる最小の値 $TC_{\min}$ に近づき、このときのモデルの解は線形計画法における輸送問題の費用最小化問題の解と一致する。
- iv) $\gamma \rightarrow -\infty$ のとき、 TC はその取りうる最大の値 $TC_{\max}$ に近づき、このときのモデルの解は線形計画法における輸送問題の費用最大化問題の解と一致する。

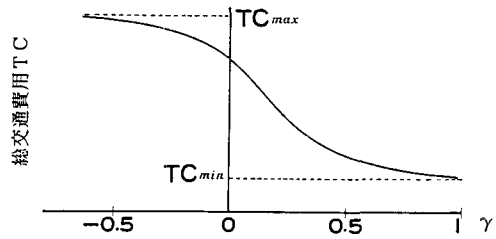


図1 総交通費用と γ の関係

3. 都市圏比較のための基準化

(1) 対象都市圏の選定と都市圏の基準化

本研究では、対象都市圏としてパーソントリップ調査実施都市圏の中から、i) 地方中枢中核都市である、ii) 都市が一体的に機能している、iii) 自然地形等の影響がすくない、iv) 規模・性格が相異なる、v) データの入手が容易である、ことを基準に、仙台・富山・高岡・前橋・高崎・金沢・宇都宮の5都市圏を選定した。

都市内の圏域は、一般的にそれぞれ異なる定義によって設定されている。したがって γ の都市圏間比較をするためには、各都市圏共通の定義により都市圏の圏域を設定する必要がある。

そこで本研究では、都市圏を「パーソントリップ調査区域内の母都市およびその周辺地域」と定義した。ここで、母都市とは、人口15万以上で都市圏の核を形成する都市であり、周辺地域とは、母都市への通勤・通学依存率が20%以上である市町村である。ここで、20%という基準を設定したのは、この基準未満にすると、上記5都市圏ではパーソントリップ調査域外の市町村が含まれ、データの入手

表1 対象都市圏の概要

P T 調査年	都市圏	母都市規模		都市圏規模	
		母都市名	人口 (千人)	人口 (千人)	面積 (km ²)
S57	仙 台	仙台市	680	1,074	1,211
S49	富山・高岡	富山市 高岡市	287 169	749	2,261
S52	前橋・高崎	前橋市 高崎市	255 216	569	529
S49	金 沢	金沢市	383	492	688
S50	宇 都 宮	宇都宮市	344	409	560

ができないという理由からである。

本研究における対象都市圏の概要は、表1に示すとおりである。

(2) ゾーン区分の規準化と交通費用の設定

γ はゾーンの粗さに影響を受けることがわかっている⁶⁾。したがって、 γ の都市圏間比較をするには各都市圏でまちまちなゾーン区分を規準化する必要がある。また、エントロピーモデルは、ゾーン内可住地面積^{注1)}を可能な限り等しくするゾーンニングにおいて適合度が高いことがわかっている⁶⁾。そこで本研究ではゾーンニングの規準化をするため、各都市圏ともゾーン内可住地面積を可能な限り等しくするゾーンニングに組み替えた。

ゾーン組み替えをするために基準となる平均可住地面積(1ゾーン当りの可住地面積)を決定するため、富山・高岡、宇都宮両都市圏でゾーン組み替えを数ケース行い、モデルの現況再現性(RMS誤差で測定)の変化を見た。

図2は、富山・高岡都市圏において γ と平均可住地面積との関係を示している。上述したように、 γ は平均可住地面積(ゾーンの粗さ)が大きい程小さくなる傾向が現れている。これは、ゾーンの大きさの変化が、総交通費用(即ち、平均トリップ長)を変化させ、 γ も変化してしまうからであると考えられる(図3参照)。

図4は、富山・高岡都市圏において平均可住地面積とエントロピーモデルの現況再現性との関係を表わしている。これを見ると、平均可住地面積が小さくなる程モデルの現況再現性が高くなる傾向が現れている。これはゾーンを大きくすることによってゾーンの数が少なくなり、発生・集中交通量の制約条件も少なくなるためと考えられる。

一方、パーソントリップ調査データから得られるゾーンの細かさには限界があり、本研究の場合はゾーンニングの一番粗い宇都宮都市圏の最小ゾーンニングの平均可住地面積をゾーン組み替えをするための基準値とした。

なお、本研究では以下にあげる理由により、交通費用を各ゾーンに設定した代表ノード間の直線距離(km)で設定した。

- i) 都市内における2地点間の道路距離と直線距離の比はほぼ一定である⁷⁾。

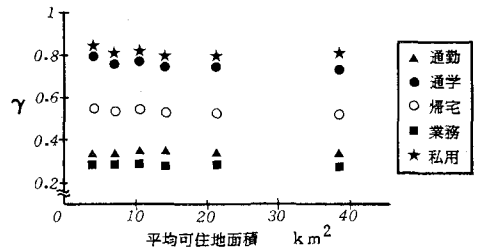


図2 平均可住地面積と γ の関係

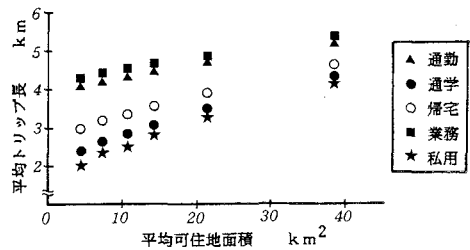


図3 平均トリップ長と γ の関係

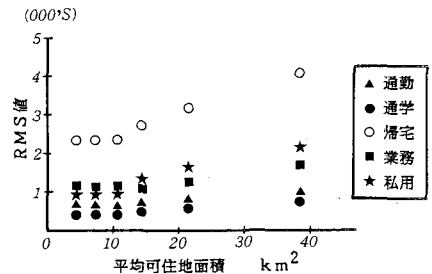


図4 平均可住地面積とエントロピーモデルの現況再現性

- ii) 時間距離、道路距離等に比べ直線距離は算出が容易であり、各都市圏のデータの整合性も図られる。

また、ゾーン内々距離はゾーン内可住地面積を同面積の円に置き換えた場合の半径で定義している⁸⁾。

4. パラメータ γ の算出と感度

(1) 都市圏別目的別 γ の算出と特性

エントロピーモデルの解は、非線形の連立方程式を解くことにより得られる。したがって反復法を用い数理解的に解を求めた。各都市圏別、目的別に算出した γ 値は、表2に示すとおりである。なお、

計算上設定した収束条件は、 α_i 、 β_j 、 γ の変動率0.001未満である。

図5は、 γ の目的間の推移を都市圏別に示している。これを見ると、各都市圏とも通勤、業務目的の γ が小さく、通学、私用目的の γ が大きき値を示している。これは、通勤や業務目的が、学校区の決まっている通学目的や、日常の買物トリップが多く含まれる私用目的に比べて平均トリップ長が大きいためと推察される（図6参照）。また、 γ の都市圏間の変動は、通勤、帰宅、私用、業務、通学の順に高くなっており、目的間の変動よりも小さい傾向が見られる。

(2) γ の感度と都市圏間の差異

現況の分布交通量と、本研究がめざす簡略的方法により推定された γ を(2)式に代入して求められる分布交通量の間に存在する誤差は、

- i) エントロピーモデルが固有に持つ限界誤差
- ii) 収束条件の設定に起因する誤差
- iii) γ の推定方法に起因する誤差

に大別できる。図7は、これらの誤差(%RMSで測定)と γ の関係を示しており、発生・集中交通量および交通費用は一定として求めたものである。図7から、曲線は、下に凸であり、誤差が最小(E1)となる γ が存在する。このE1は、上述のi)の誤差であり、これはエントロピーモデルが社会事象を捕えきれないために生じる。E2は、ii)の誤差である。エントロピーモデルを解くことにより得られる γ は、このときの γ^* である。収束条件を厳しくすることにより、 γ^* を γ に近づけることができる。iii)の誤差は、E3に相当する。都市圏等の特性から推定された γ によって求まる分布交通量の誤差が、E1+E2に比して小さければ、このような分布交通量の簡略推計法は、エントロピーモデルを直接解くことに対して遜色ないものとなる。本研究の目的は、このような方法を構築するための基礎分析にある。

図8は、収束条件を変化させた場合にE1+E2の誤差および計算時間(CPU時間)がどのように変化するかを示している。これを見ると、収束条件を10倍、100倍と厳しくするに従って、計算時間はほぼ比例的に増加し、一方誤差は、逆に減少するものの、徐々に変化の割合が小さくなる傾向が見られる。特に本研究では、設定した 1.0×10^{-3} より

表2 都市圏別、目的別 γ

都市圏	通 勤	通 学	帰 宅	業 務	私 用
仙 台	0.263	0.637	0.455	0.296	0.678
富山・高岡	0.278	0.603	0.412	0.232	0.593
前橋・高崎	0.394	0.914	0.630	0.453	0.636
金 沢	0.339	0.653	0.520	0.353	0.663
宇 都 宮	0.384	0.846	0.637	0.479	0.834

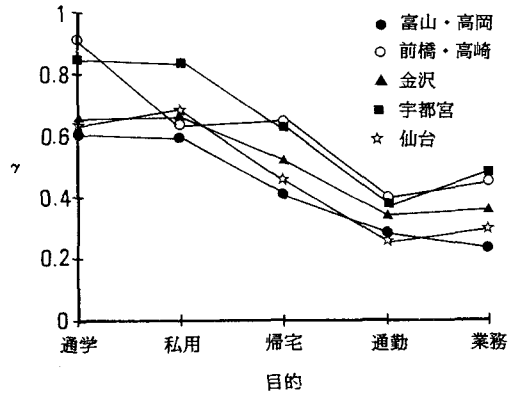


図5 各都市圏の目的別 γ

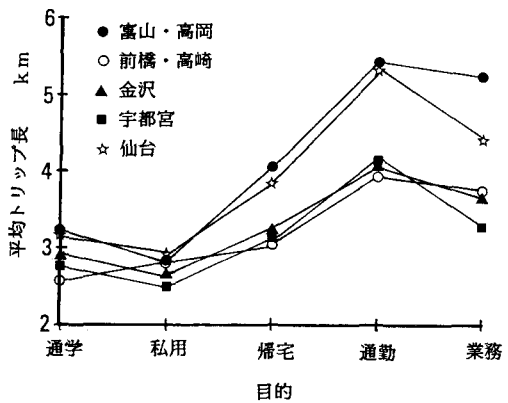


図6 各都市圏の目的別平均トリップ長

も厳しい収束条件では、誤差の変化がほとんど見られないので、このE2の誤差については特に考慮しないことにした。したがって本研究の課題は、交通目的別 γ の値に都市圏間で有意差があるかどうかの判定と、ある場合の、その差の都市圏の特性での説

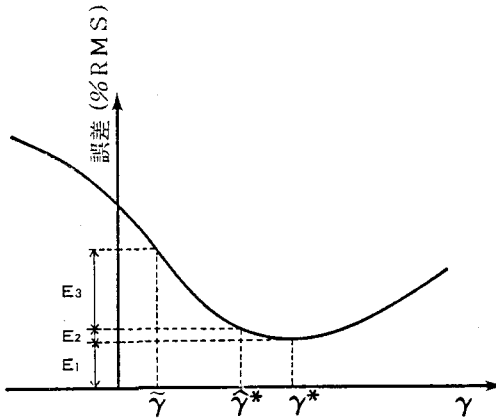


図7 γ と分布交通量の現況再現性の関係
(金沢・通勤)

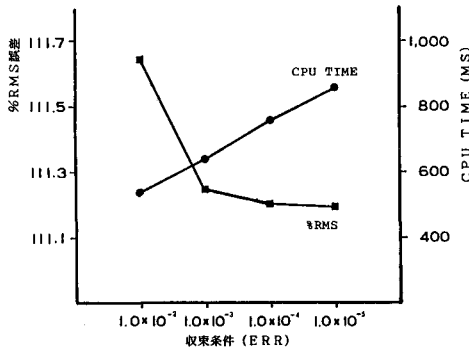


図8 収束条件が分布交通量の現況再現性に
与える影響 (金沢・通勤)

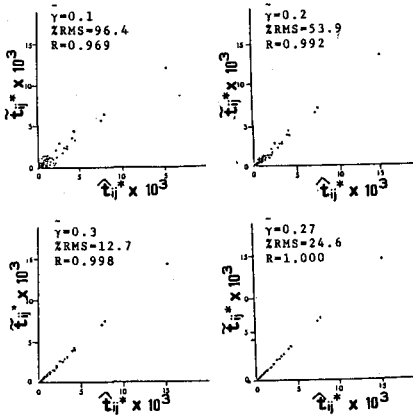


図9 E_3 の誤差と $\hat{t}_{ij}^* - \hat{t}_{ij}$ 図の関係
(金沢・通勤)

表3 $E_1 + E_2$ の誤差 (金沢)

目 的	%RMS誤差
通 勤	111.2
通 学	267.3
帰 宅	217.1
業 務	150.3
私 用	251.7

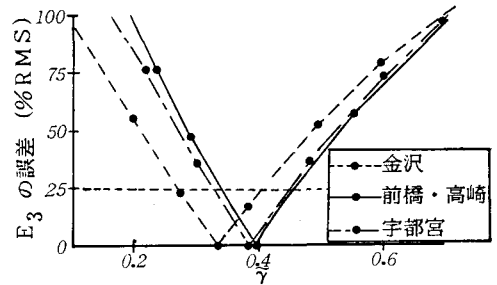


図10 E_3 の誤差と γ の関係 (通勤)

明の可否である。有意差の有無の判定は、任意の γ と γ^* によって求められる分布交通量との誤差(E_3)を、どの程度までは同一の分布交通量とみなせるかの基準設定問題となる。図9は金沢都市圏通勤目的で、エントロピーモデルを解くことにより求めた $\gamma^*(=0.339)$ から求まる分布交通量 $\hat{t}_{ij}^*$ を横軸に、 $\gamma(=0.1, 0.2, 0.37, 0.3)$ と変化させた時の分布交通量 $\hat{t}_{ij}$ を縦軸にとった散佈図である。 $\hat{t}_{ij}^*$ と $\hat{t}_{ij}$ との乖離度(E_3)を相関係数 R および%RMS誤差で表わしている。

この図を見ると、%RMS誤差が25以内では R も非常に高い値を示している。また、この値は表3に示すように、現況の分布交通量と $\hat{t}_{ij}^*$ との誤差($E_1 + E_2$)に比しても小さい値となっている。そこで、 γ の推定方法による誤差(E_3)が%RMS誤差で25以内であるなら、無視することの可能な許容誤差であると考え、この基準を用いて γ の都市圏間の差異の有無を調べた。

図10は、 E_3 の誤差と γ の関係を示している。 E_3 が、25以下である γ の範囲は同一の目的では都市圏間にほとんど差が無く表4の γ の許容範囲に示すようになっている。紙面の都合上図には示して

表4 目的別 γ の許容範囲と都市圏間変動

目 的	γ の許容範囲	γ の都市圏間変動
通 勤	0.14	0.131
通 学	0.18	0.311
帰 宅	0.15	0.225
業 務	0.11	0.247
私 用	0.15	0.241

いないが、目的別には、 γ の変動に対するE3の変動率は通学目的で小さく、私用、帰宅、業務、通勤の順に大きくなる傾向がある。

また、表4の都市圏間変動は、表2の目的別 γ の最大値と最小値の差を示し通勤、帰宅、業務、私用、通学の順に大きくなっていることがわかる。 γ の都市圏間変動が γ の許容範囲内であるなら、 γ の推定誤差による分布交通量の推定精度にほとんど影響を与えないという意味で、都市圏間に差がないものと考えられる。表4からこの条件を満たすのは通勤目的だけである、したがって通勤目的の γ には都市圏の特性による差が無いものと結論付けられるので以下の分析は行なわなかった。

5. パラメータ γ と都市の特性分析

(1) 都市の特性指標の設定

本研究では γ に影響を与える都市の特性を物理的・社会的特性に分類して分析を行なう。ここで物理的・社会的特性とは主に都市圏の交通費用 c_{ij} の大きさやパターンの差に起因する特性で、社会的特性とは主に分布交通量 t_{ij} のパターンの違いに起因する特性であり、都市圏の社会的背景（都市施設の整備水準、人口の集積度等）に起因すると考えられる性質のものである。

a) 物理的的特性を表わす指標

γ は分布交通量 t_{ij} が全く同じ都市圏でも、 c_{ij} の大きさやパターンによって異なる値を示すと考えられる。今、同一の t_{ij} を有する都市圏AとBについて考える。都市圏Aは c_{ij} を持ち、都市圏Bは λc_{ij} ($\lambda > 0$) を持っているものと仮定する。したがって、総交通費用は都市圏AがTC、都市圏Bが λTC となっている。

図11は、実際のデータから、求められた平均ゾーン間距離 $\bar{c}_{ij}$ (1ゾーンペア当りの c_{ij}) と γ の関

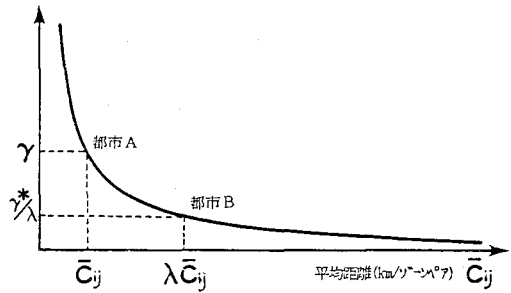
図11 γ と $\bar{c}_{ij}$ の関係

表5 分析に用いた指標

	物理的・社会的特性		社会的特性			
	平均距離 ^{注2)}	面積	人口密度 ^{注3)}	発生交通密度 ^{注4)}	人口集積度 ^{注5)}	主要幹線道路路率 ^{注5)}
通 学	○	○	○	○	○	
帰 宅	○	○	○	○	○	○
業 務	○	○			○	○
私 用	○	○	○	○	○	○

○：分析に使用

係を表わしている。この図から、 γ は $\bar{c}_{ij}$ に反比例する関係があるものと考えられる（他のデータからも同様の結果が得られている）。 $\lambda \bar{c}_{ij}$ をもつ都市圏は、 c_{ij} が直線距離で測定されているため面積 S は λ^2 倍になっている。したがって、 γ は、 S の平方根にはほぼ反比例する関係があるものと推察される。

そこで、物理的的特性を表わす指標として上述した都市圏面積 S と平均距離 $\bar{c}_{ij}$ を設定した。

b) 社会的特性を表わす指標

通学トリップは、学校区の決定された小中学生の生成するトリップの割合が高い。 γ は、先に述べたように平均トリップ長と関係が強いので、学校区の大きさに影響を受けると考えられる。都市の人口の集積度が高ければ、学校区も小さいと考えられるので、人口密度、交通発生密度、人口集積度を指標とした。

帰宅トリップは、他の目的の特徴を合わせ持っていると考えられ、 γ との関係付けは困難である。ここでは、自動車利用のトリップの割合が比較的高いことに着目して、通学目的で用いた指標の他に主要幹線道路路率を指標とした。

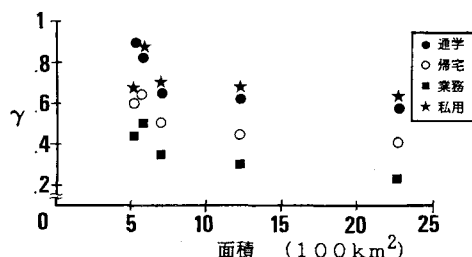


図12 γと都市圏面積（物理的特性）の関係

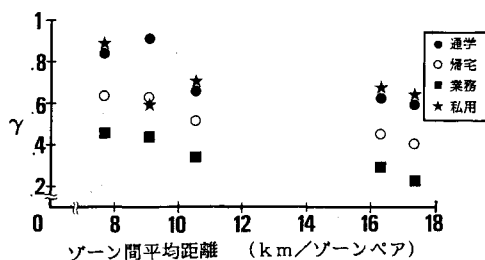


図13 γと平均距離（物理的特性）の関係

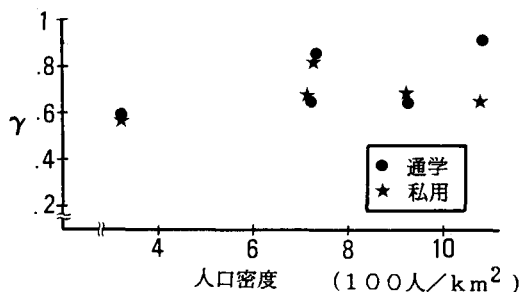


図14 γと人口密度（社会的特性）の関係

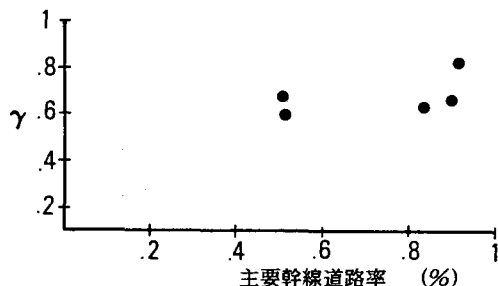


図15 γと主要幹線道路（社会的特性）の関係

業務トリップは、自動車利用の割合が非常に高く主要幹線道路率、人口集積度を指標とした。

私用トリップは、日常品等の買物トリップの割合が高い。都市施設の密度が高い都市では平均アクセス距離である平均トリップ長が小さくなると考えられるので、都市施設の密度と関係が強い人口密度、人口集積度、主要幹線道路率を指標とした。

以上、分析に用いた指標を表5に示す。

(2) γと都市の特性との関係

a) 物理的特性との関係

図12は目的別にγと都市圏面積との関係を示している。平均トリップ長が小さく、内々率の高い特性をもつ私用目的は、あまり関連性が見られないが、その他の目的は、γと面積の平方根との間に反比例の関係が強い。特に、平均トリップ長の大きい帰宅業務目的でこの傾向は顕著である。

図13は目的別にγと平均距離との関係を示している。上述したようにγと平均距離との間には反比例の関係がありそうである。

b) 社会的特性との関係

各目的とも、γは、物理的特性に比べて社会的特性との関係が弱い。ここでは、紙面の都合上、物理的特性と関係の弱いと考えられる通学、私用目的についてとりあげ、その中で比較的关系が強い人口密度、主要幹線道路率との関係を示す（図14、図15参照）。

以上の分析結果は、表6にまとめられる。この表から、γは社会的特性よりも物理的特性との関係が強く、私用目的では、そのどちらにも関連性が薄いことが言えそうである。

表6 γと都市の特性分析の結果

	物理的特性		社会的特性			
	平均距離	面積	人口密度	発生交通密度	人口集積度	道路率
通学	○	×	×	×	△	
帰宅	○	○	×	×	△	△
業務	○	○			△	△
私用	×	△	×	×	×	△

○：関係が強い △：関係があまり無さそう
○：関係がやや有りそう ×：関係がない

6. おわりに

以上の分析結果は、次のようにまとめられる。

(1) 各都市圏の γ が同一と見なせるための分布交通量の誤差水準を設定し、各都市圏の γ （現況値）の変動によって推計される分布交通量がこの誤差水準を満足するか否かにより γ の都市圏間の差異の有無を検討した結果、

i) 通勤目的の γ には都市圏間に差はなさそうである。

ii) 他の通学、帰宅、業務、私用目的の γ には都市圏間に差異が認められる。

(2) γ に影響を与える都市の特性を、物理的特性（交通費用 c_{ij} のパターンに主に起因する）と社会的特性（分布交通量 t_{ij} のパターンに主に起因する）に分類して、 γ と都市の特性分析を行なった結果、

i) 私用目的を除き、各目的とも社会的特性よりも物理的特性の方が γ に影響する度合いが強いである。

ii) 物理的特性と γ との間には、一般的に反比例の関係がありそうである。

iii) 社会的特性と γ との関係は、あまりはっきりしないが、特に私用目的においてこの傾向が顕著である。

本研究では、5つの都市圏をデータとして分析を行なったが、分布交通量を現況推定する簡便な方法が開発できたと断定するのは早計であるが、少なくとも可能性は見出せたと言える。しかし、対象都市圏が少ないため、さらに追試をする必要がある。

最後に、各都市圏の調査データを提供していただいた関係各位に深く感謝するとともに、適切なアドバイスを下さった（株）長大の藤田清二氏に深く感謝の意を表します。

<参考文献>

- 1) 宮崎尚志：パーソントリップの発生・集中量の簡略推計法に関する研究．筑波大学社会学類卒業論文，1983
- 2) 安藤裕之：目的別パーソントリップOD表への適合度から見た分布交通モデルの特性．筑波大学社会学類卒業論文，1984

- 3) A.G.Wilson：Entropy in Urban and Regional Modeling,Pion,London,1970
- 4) Suzanne P.Evans：A Relationship Between The Gravity Model For Trip Distribution And The Transportation Problem In Linear Programming. TRANSPORTATION RESEARCH,Vol.7, 1973
- 5) A.G.Wilson,M.L.Senior：Some Relationships Between Entoropy Maximizing Models, Mathematical Programming Models,And Their Duals. JOURNAL OF REGIONAL SCIENCE,Vol.14, No.2,1974
- 6) 中谷昌弘：ゾーン分割と分布モデルのパラメータに関する研究．筑波大学社会学類卒業論文 1985
- 7) 腰塚武志，小林純一：道路距離と直線距離．昭和58年度第18回日本都市計画学会学術研究発表会論文集
- 8) 土木学会編：交通需要予測ハンドブック．PP.77-78
- 9) その他各都市圏のパーソントリップ調査報告書を参考とした。

注 1) ゾーン面積から、森林、原野、主要湖沼、河川面積を差し引いた面積。

注 2) 平均距離 = $\sum_{ij} C_{ij} / n^2$ (n : ゾーン数)

注 3) 発生交通密度 = 総発生交通量 / 面積

注 4) 人口集積度 = DID 人口密度 / 人口密度

注 5) 主要幹線道路率 = 主要幹線道路(都道府県道以上) 面積 / 面積 * 100