【土木計画学研究・論文集 No.4 1986年10月】

治水計画における外力の確率評価の可能性について

ON STATISTICAL INFERENCE OF RISK LEVEL IN FLOOD CONTROL PROJECT

中西祐啓

By Masanori NAKANISHI

Fitness of seven distribution functions to annual maximum data of rainfall depth is compared. The distributions include six conventionally used ones and SQRT-ET-max distribution derived by the authors as a distribution function of annual maxima of total depth of a single rainfall. A proceeure to evaluate the fitness, especially in the region of excessively large rainfall, is proposed in view of a theoretical distribution function of average recurrence interval of historical maximum records and the Kolmogorov-Smirnov test. It is applied to annual maximum data of 10-minute to 6-hour rainfall depths observed at observatories in Hokkaido and of daily rainfall throughout Japan.

1．序　論

工学分野で計画・設計を行うとき，色々な不確定要因を持ったまま，意思決定を行わなければならないことがよくある。特に地震・強風・洪水・渇水・波浪等の自然現象を取り扱うとき，どの程度不確定要因（偶然性）による危険性を考慮するかが重要になる。交通流，構造物の材料の強度，施工時の不確実性等を考慮した設計の意思決定においても同様の問題が生ずる。多くの場合，これらの不確定要因に対して，直観的に適当と思われる確率分布関数をあてはめ，これに基づいてリスクとコストのトレード・オフを考慮して各種の計画・設計を行っている。

『用いた確率分布関数は，本当にその母集団を代表しているのだろうか？』　これは多くの研究者・技術者が抱いている疑問であり不安である。しかしながら，用いた分布関数が真に母集団を代表していることを証明することは，不可能であると言ってもよい。したがって，ほとんどの場合，仮定したいくつかの分布関数の適合度を比較することによって，使用する分布関数を決めている。防災計画における確率評価においては，さらに次のような大きな問題点がある。年最大値のような極値の資料を用いた統計解析のために，分布の理論が展開され，広く使用されている。しかし，それでも我々が議論の対象とするのは，数十年に１回というような非常に低い確率の，異常とも言えるような現象である。極値を対象とする分布関数を用いたとしても，さらにその分布関数の裾付近の適合度が問題となる。この極値分布の裾付近で本当に実際の資料に適合しているかどうかを調べるのは非常に困難である。しかも，その分布の裾のほうで適合しているかどうかが，その計画の信頼性を決定してしまう。分布の裾付近の１個の資料，あるいは採用した分布関数の種類により，

* 正会員　工修　近畿大学助手　理工学部土木工学科
（〒577　東大阪市小若江 3-4-1）

計画値が大きな幅で変動することはよく知られている。これは常に計画策定者を悩ませる問題でもある。このような分布の裾付近で適合性の良否を客観的に検定する手法を開発することは，防災計画策定上非常に重要な課題の１つであると考える（補遺１）。

分布の適合度の客観的な検定方法として χ^2 分布検定や，Kolmogorov-Smirnov 検定（以下 K-S検定と呼ぶ）がある。分布の裾の適合度を問題にする場合には，これらの適合度検定についても次に示すような問題点が生ずる。

① χ^2 検定はある階級で分割しなければならない。これを一定値でとると，分布の両裾では期待頻度が非常に小さな値となり，適合度の指標である χ^2 値に大きな影響を与える。期待頻度が一定になるように級間を定めると，分布の両裾での不適合度を無視することになる[1)]。

② K-S 検定も，平均値付近を中心とする全般的な適合度を問題にしており，分布の裾付近の１～２の資料は，検定結果にあまり影響しない。

ここでは，用いた分布関数が既往最大値が位置するような分布の裾付近でうまく適合しているかどうかを，客観的に評価するための一手法を提示する。

降雨の年最大値資料を例として，提示した手法を用いて，各種の確率分布関数による分布の裾付近における，外力の確率評価の可能性について検討した。

提示した手法はもともと洪水（大雨）の頻度分布における Outlierの問題（補遺２）を検討するために開発したものであるが，防災計画全般について広く適用できる可能性がある。

２． 手　　法

既往最大値付近での確率分布関数の適合度の良否を評価する客観的な手法として，既往最大値の再現期間の理論分布を利用した以下の手順を提案する。

①. 統計年数（Ｎ）が同じで，できるだけ長い期間の年最大値資料を，多くの地点について収集する。この場合，各地点間の資料は独立でなければならない。

② ある地点における年最大値資料を training data と checking dataに分ける。すなわち，training data をすでに観測された資料，checking data を未知の資料と考える（補遺３）

③ 分布関数を仮定し，training data でその分布関数の母数を推定する。

④ 推定した母数で checking data の最大値の再現期間を求める。

⑤ 各地点について②～④を行う。既往最大値の再現期間の資料が地点数分だけ得られる。

⑥ これらと次式で表わされる既往最大値の再現期間の標本分布の理論分布との適合度を K-S検定により調べる（補遺４）。

$$F_T(T)=\left(1-\frac{1}{T}\right)^N \qquad (T>1) \tag{1}$$

ここに，Ｔ：既往最大値の再現期間，Ｎ：資料年数，$F_T(T)$：Ｎ年間の資料の最大値の再現期間がＴを越えない確率。

この検定における帰無仮説は，「式(1) の理論式とあてはめた分布関数を用いて評価した既往最大雨量の再現期間の分布は適合している」である。これが棄却された場合，あてはめた分布関数は適合していないということになる。このときの有意水準は，帰無仮説を棄却した場合の危険度である。たとえば，帰無仮説を有意水準 20 % で棄却したなら，その『棄却』に対して 5回に 1回は過誤（第一種の過誤）を犯している可能性があるということを示している。また，有意水準を 1 %にした場合，100 回に 1回は過誤を犯す可能性がある。すなわち，この検定法は，有意水準が高いほど棄却されやすくなっている。

提示した手法は，次の４つの条件を満足する必要がある。

① 各地点の資料は同一の確率分布関数で表わすことのできる資料であること。すなわち，地域ごとに使用する分布関数が異なるような現象に対しては用いることができない。

② 対象とする資料年数（Ｎ）が，各地点について一定であること。

③ 各地点間の資料は独立であること。従属性があれば，式(1) が成立しない。

④ トレンドのような長期変動成分がないこと。

資料を training data と checking data に分割するとき，前半・後半というように分割すると，長期変動成分の影響が現れ，training data と checking data の意味を成さなくなるからである。

以上の条件を満足するなら，提示した手法の特徴

利点は次のようにまとめられる。

① 式(1) は，もとの分布関数としてなにを使うか，母数にどういう値を用いたのか，等とは全く無関係に先見的に決まっている再現期間の理論分布である。前もって正しい解が与えられているから，ある確率分布関数をあてはめて得られた既往最大値の分布と，その理論分布とを比較することによって客観的にその分布の優劣を評価することができる。

② ここで提案した検定法は既往最大値の分布を問題としている。計画上重要な既往最大値付近の分布の適合度が調べられる。したがって，防災計画に対する信頼性を検討する上では最もよいと考えられる。

③ K-S 検定によりある分布関数が棄却されたなら，その分布関数を用いて，training data の資料数から，checking data の資料数に等しい再現期間の各種統計量を推定することは不可能であることが客観的に証明される。

3． 実際の評価の例

（1） 資 料

北海道の年最大 10 分～6時間雨量資料および全国の年最大日雨量資料（表－1）に対して，よく用いられる6種の確率分布関数と著者らが以前提案した平方根指数型最大値分布（表－2）をあてはめ，適合度の良否を調べる。これらの分布関数は，雨量・流量の年最大値分布に適用されることが多い。アメリカの Water Resources Council では，対数ピアソンⅢ型分布を推奨しており，わが国では，ガンベル分布，対数正規分布がよく用いられている。

平方根指数型最大値分布，ガンベル分布については，2つの母数のうち頻度母数をある数値に固定し，尺度母数についての1母数型の推定を行った場合についても検討を行った。

収集した資料は，各地点ごと，各時間単位ごとに資料年数が異なっている。式(1) を適用するには，各時間単位ごとに資料期間 N が一定でなければならない。したがって，各時間単位の雨量資料ごとに資料収集期間の一番短い地点の資料年数に統一した（表－1）。

（2） 資料を使用する地点の決定

雨量資料の場合，地点間距離が短くなると相関が強くなる。前章で示した独立性の条件を満たすためには，独立と見なせるだけ離れた地点の資料しか用いることはできない。地点間の距離がどれだけ離れれば相関がないとみなせるかの判断には，次の方法を用いた。

各地点の資料間の相互相関係数と，距離との関係は指数関数（式(2)）で表わされると仮定する。

$$r = \exp(-\lambda s) \qquad (2)$$

ここに，r：相関係数，s：距離。

地点間の雨量の相関係数は，近似的に距離が大きくなるにつれて指数関数的に減衰すると考えられる。

最小自乗法を用いて，地点間の距離と相関係数との関係に式(2) をあてはめた例を図－1に示す。縦軸に各地点間の資料の相互相関係数，横軸にその距離をとっている。

相関性を判断する場合，一般に相関係数の2乗が実感としての相関の強さに対応しているといわれている。相関係数が 0.3のとき，その2乗は 0.1以下となり，ほぼ相関がないと判断してもよいであろう。

北海道の各時間単位の年最大雨量資料について，

表－1 用いた雨量資料

雨量資料	年数	地点数
（北海道）		
年最大 10 分雨量	38	11
年最大 30 分雨量	32	11
年最大 60 分雨量	46	11
年最大1時間雨量	44	11
年最大2時間雨量	44	11
年最大3時間雨量	44	11
年最大6時間雨量	42	11
全国年最大日雨量	82	30

表－2 検定の対象とした確率分布関数

確率分布関数	母数の数	略称
対数ピアソンⅢ型分布	3	LP3
3母数対数正規分布	3	3LN
ピアソンⅢ型分布	3	P3
平方根指数型最大値分布	2	ET
2母数対数生起分布	2	LN
ガンベル分布	2	GBL
ガンマ分布	2	GAM
平方根指数型最大値分布	1	ET1
ガンベル分布	1	GBL1

最小自乗法を用いて，地点間の距離と相関係数の関係に式(2) をあてはめた。それより，相関係数が 0.3 になる距離を求めた。これを表－3に示す。この距離は，雨量の時間単位が大きくなるに連れて，長くなる。しかし，ある時間単位になると，その距離は一定となる。これを図－2に示す。約5時間より大きな時間単位になると，相関を無視できる距離は時間単位に関係なく一定になる。

全国の年最大日雨量資料を用いて，相関係数が 0.3 になる距離を求めると 88.1km になる。北海道の年最大日雨量資料を用いた結果（ 132.5km) より，かなり距離が短くなっている。現在のところ，この理由については解明できていない。

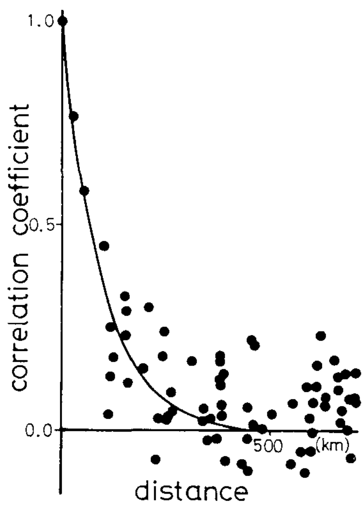
上記の方法で求めた距離より離れた地点については相関を無視できるものとした。すなわちその距離よりも近い距離にある地点の資料は使用しないことにした。

ある観測点を定め，その点から表－3に示した距離を半径とする円を描く。その円内にある観測点を除外する。さらに，その円周外でなるべく近い点を中心として，同様のことを繰り返す。図－3に示しているように，円を描いてゆき，資料を使用する地点を決めていく。

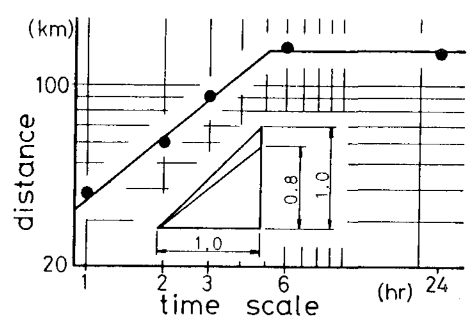
上記の方法で地点数を決定すると，北海道の年最

表－3　相関性を無視できる最低の距離

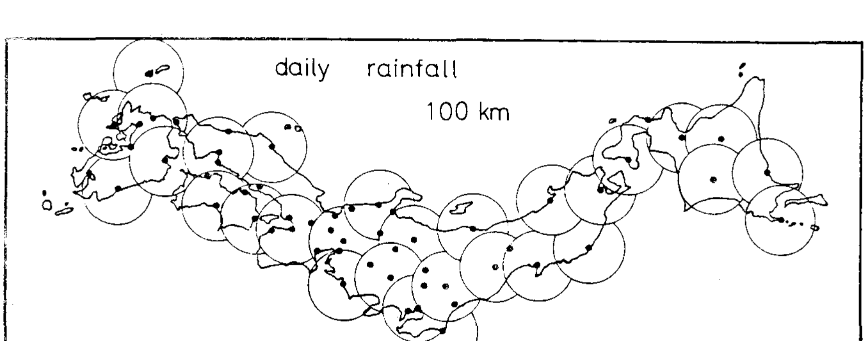
雨量資料	距離(km)
(北海道)	
年最大 10 分雨量	52.4
年最大 30 分雨量	68.3
年最大 60 分雨量	68.6
年最大1時間雨量	38.0
年最大2時間雨量	59.3
年最大3時間雨量	92.0
年最大6時間雨量	140.0
年最大日雨量	132.5
全国年最大日雨量	88.1



図－1　地点間の距離と相関係数の関係



図－2　相関を無視できる距離と時間単位との関係



図－3　資料を使用する観測地点の決定

大３時間雨量，６時間雨量については，地点数が 10 地点以下になり，既往最大値の資料数もその数になる。この場合，統計的に取り扱いが困難となるので，独立性の条件は満たさないが，参考のために年最大３時間，６時間雨量の場合に対しても 11 地点で検定を行い，その結果を示す。

全国の日雨量では 30 地点が選定された。

（３） training data と checking data

雨量資料のような水文資料には，非常に長い周期の変動成分が含まれている可能性がある。すなわち，資料を前半・後半に分割し，それらを training data , checking data にした場合，長期変動成分の影響によって，それぞれの資料の分布が変わる可能性がある。このようにすると， training data , checking data の役割を果さない。ここでは，偶数年・奇数年に分割し，長期変動成分が含まれていたとしても，training data と checking data とに同じように含まれるようにした。

各雨量資料を２分割したので，年最大 10 分～６時間雨量資料については約 20 年間，年最大日雨量資料については約 40 年間の training data と checking data が作成されたことになる。

資料を３分割して，そのうちの１グループを training data とし，あとの２グループをchecking data とするなら，資料を２つおきにピック・アップして，３つのグループに分ければよい。

（４） 確率分布関数のあてはめ

母数の推定法として，一般的には積率法か最尤法が用いられる。本論文では，以下の理由により，最尤法を採用することにした。

① 積率法は，分布の非対称性が強い場合は有効性が悪くなる。また分布の裾の部分での標本に誤差があれば，その誤差は積率値に大きな誤差を与えるので推定の精度が悪くなる[1)]。一方，最尤法は有効性を満足する。一般に積率法よりも推定法としてすぐれていると言われている。

② ピアソンⅢ型分布，３母数対数正規分布等は位置母数を持っている。位置母数を持つ分布関数の場合，それよりも小さな資料の生起する可能性がまったくないことを示している。積率法

表－４ Kolmogorov-Smirnov 検定の結果

a) 有意水準 $\alpha = 0.2$

分布関数	10 分	30 分	60 分	1時間	2時間	(3時間)	(6時間)	日
LP3	×	×*	×	×	×	×	×	○
3LN	×	×	×	×	×	×	×	○
P3	×	×	×	×	×	×	×	○
ET	×	×	×	×	×	×	×	×*
LN	×	×	×	×	×	×	×	×
GBL	×	×	×	×	×	×	×	×
GAM	×	×	×	×	×	×	×	×
ET1	×	×	×	×	×	×	×	○
GBL1	×	○	×	×	×	×	×	○

b) 有意水準 $\alpha = 0.01$

分布関数	10 分	30 分	60 分	1時間	2時間	(3時間)	(6時間)	日
LP3	○	○	×	×	×	×	×	○
3LN	×	○	×	×	×	×	×	○
P3	×	○	×	×	×	×	×	○
ET	○	○	×	×	×	×	○	○
LN	×	×	×	×	×	×	×	×
GBL	×	×	×	×	×	×	×	×
GAM	×	○	×	×	×	×	×	×
ET1	○	○	×	×	×	×	×	○
GBL1	○	○	×	×	×	×	×	○

*) 限界値と微妙な差で棄却されたもの

で母数を推定すると，この位置母数が実際に得られた資料の最小値よりも大きくなる場合がある。

③ 従来，最尤推定量を求めるのは非常に困難であった。しかし，マイコン程度の計算機で最尤推定量を探索することが可能であることがわかった（補遺５）。

（５） 検定例

年最大値雨量資料を２分割し，K-S 検定を行った結果を表－４に示す。北海道の年最大３時間，６時間雨量資料については第３章２節に示したように，独立性の条件を満たしていない。

偶数年を training data とした場合と，奇数年を training data とした場合の両方の結果のうちどちらか一方で帰無仮説が棄却されたら『×』を付けることにした。

表－４.aは有意水準を 20 % とした時の結果である。10 分雨量～数時間雨量に対する分布関数の適合度の検定結果を見ると，ほとんどが棄却されている。すなわち，10 分から数時間単位の年最大雨量に関して，どの分布関数を用いようとも，20 年程度の資料から同程度の再現期間の雨量を予測することは困難であることがわかる。

日雨量の結果を見ると，３母数型の分布関数および２母数型のうち平方根指数型最大値分布は棄却されていない。すなわち，これらの分布関数を用いれば，40 年程度の雨量資料から同程度の再現期間の日雨量を予測できる可能性が残っている。

有意水準を 1 %とした場合（表－4.b）は，10 分，30 分雨量の結果において棄却されない分布関数がある。しかし，20 % の場合と傾向的には大きな差は見られない。

１母数型にした分布関数のうち，平方根指数型最大値分布は２母数型の場合と変わらない。ガンベル分布の場合は１母数型にすると棄却されない場合がでてくる。

第２章ですでに述べたが，帰無仮説は，「式(1)の理論式とあてはめた分布関数を用いて評価した既往最大雨量の再現期間の分布は適合している」である。この帰無仮説を棄却した場合の危険度が有意水準である。したがって，有意水準が 20 % のときのほうが，1 % の時よりも棄却されやすく，厳しい条件となっている。

４． 結　語

防災計画においては，たとえば10年の資料しかないのに10年あるいはそれ以上に１回しか起こらないような外力規模がどのくらいになるかということを推定する必要がある場合がある。『このようなことは可能か』という疑問も多くの研究者・技術者に指摘されてきた。本論文の目的は，この問題に答えるための具体的な方法論を提示することである。

これまで得られた資料になんらかの分布関数をあてはめて，既往最大値程度の大きな外力の生起頻度を推定することが可能かどうかを調べるための一つの客観的な手法を提案した。

１例として雨量の頻度解析に適用した。次のような結果が得られた。

北海道の 10 分～２時間雨量資料について，既存のどのような分布関数を用いてもある地点の，20 年程度の雨量資料から生起頻度が 20 年程度の確率雨量を推定することは難しい。全国の日雨量について，40 年程度の資料から 40 年程度の生起頻度の雨量を推定するのは，適当な確率分布関数を使うことによって，ある程度まで可能であることなどが明らかになった。この結果は，資料年数が十分でない場合に対しては，分布の裾での推定値のばらつき等を考慮した計画基準値推定のための新たな手法の開発の必要性を示唆している。

謝　辞：北海道の年最大雨量資料を提供していただいた北海道開発局土木試験所の星清河川研究室長，全国の年最大雨量資料を提供していただいた国立防災科学技術センター第一研究部の木下武雄部長，米谷恒春主任研究官に深甚の謝意を表する。

補　遺　１

分布の裾付近の推定値のばらつきの問題に対処するために，これまで次のような手法が提案されている。

① 分布の裾付近での推定値のばらつき（たとえば，信頼限界の定数倍）を考慮して，計画基準値を推定する。推定値のばらつきの評価には，理論解析の他に，モンテカルロ・シミュレーシ

ョンが用いられる。

② 種々の分布をあてはめて，得られた計画基準値の最大値を用いる。

③ 上記①②を組み合わせた方法。

④ 1地点のみならず，他の多くの地点での統計解析結果を考慮する方法。これは Regional Analysis と呼ばれる。

以上のような方法の他に，最近では，計画基準値が高くなるとともに，考古学的な資料や歴史的な資料までも考慮して，計画値を定める手法も検討されている。

補 遺 2

雨量や流量の年最大値にある確率分布をあてはめると，分布の中央付近では，どの分布関数も観測値の分布によく適合するが，既往最小値，最大値付近では観測値とあてはめた分布とがみかけ上かなり大きく離れることが多い。しばしば信頼限界の外にプロットされる。このようなデータを Outlier と呼ぶ。工学上特に大きな問題が生ずるのは，Outlier があてはめた分布より大きい側に偏る場合であり，この場合，設計値は過小評価され，危険側の設計を行うことになる。降雨資料が年々蓄積されるにつれ，これまでよく用いられてきたガンベル分布や2変数対数正規分布を用いると，ある種の水文量については，多くの地点について，既往最大値は，推定された分布関数より大きい側にプロットされることが指摘され，大きな問題となってきた。これをOutlier の問題という。

補 遺 3

母数推定に用いたデータで，分布の適合度を検定するには，母数の数だけ自由度を下げて検定するのが普通である。提案する手法では Training data と checking data とに分けて，母数推定に用いた資料は適合度の検定には使わない。その理由は，一つには単純に個人的な性向による。もう一つの理由は，実際 training data と checking data に分けた場合の方が，母数推定に用いた資料で検定する場合より，棄却される例がはるかに多くなる。原因はよくわからないが，結果的に検定力が大きくなる。

一般的にシステム・モデルを構築する場合，モデルの定数推定に用いた資料でモデル・チェックを行うのが普通である。この場合，定数の数を多くすれば，たいがいのモデルは実測資料によくあう。これではモデルの現象合理性をチェックしたことにはならない。一般的にシステム・モデルの作成・評価に当たっては，training data と checking data は必ず別のものとすることを強く主張したい。

補 遺 4

F(x) を年最大値の確率分布関数とするとき，N 年間の最大値が x を越えない確率 p は，

$$p=\{F(x)\}^N \qquad (3)$$

再現期間Tは普通次のように定義される。

$$1-\frac{1}{T}=H(x) \text{ あるいは，} T=\frac{1}{1-F(x)} \qquad (4)$$

これを式(3) に代入すると，

$$p=\left(1-\frac{1}{T}\right) \qquad (5)$$

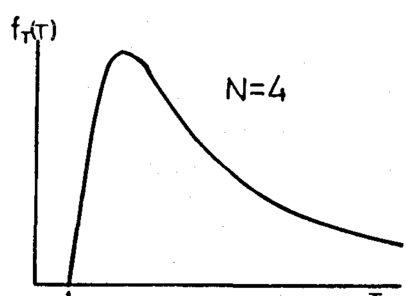
よってこれは再現期間がT以上の量が N 年間に一度も起こらない確率を意味する。逆に1－pは，既往最大値は少なくとも，再現期間がTに対応する量を越える確率，あるいは既往最大値の再現期間がTを越える確率を意味する。よって次式は既往最大値の再現期間の確率分布関数とみなしうる。

$$F_T(T)=\left(1-\frac{1}{T}\right)^N \qquad (T>1) \qquad (6)$$

確率密度関数 f_T (T) は，

$$f_T(T)=\frac{N}{T^2}\left(1-\frac{1}{T}\right)^{N-1} \qquad (7)$$

図－4は f_T (T) を図示したものである。



図－4 既往最大値の再現期間の密度関数の形状

もし，年最大値の分布関数F(x)が正しければ，N年間の既往最大値を式(4)に代入して得られるTは，式(6)の分布関数に従うはずである。ここで注目すべきことは，式(6)には，F(x)を代表する母数は含まれていない。すなわち式(6)は，年最大値分布にどのような分布を仮定したかには無関係に，先見的にかつ理論的に定まっている年最大値の再現期間の確率分布関数である。よって式(6)ははじめに仮定した各地点の年最大値系列の確率分布関数F(x)の既往最大値付近（分布の裾）の適合度検定のための客観的な指標となる。ただし，既往最大値は，各地点について1個しか得られないから，式(6)の分布の適合度検定には，多くの独立な年最大値系列資料が必要となる。

補　遺　5

最尤推定量を求めるには，尤度方程式を作り，それを解く必要がある。多くの分布関数の尤度方程式は一般に非線形方程式になるため，解くことができない。このため最尤法よりも積率法，あるいはその修正法がよく使われてきた。

電子計算機が普及し，最尤推定量を求めることが可能になってはきたが，母数の数が2～3以上になると，電子計算機をもってしても最尤推定量を得るのはかなり困難である。また，ある程度以上の能力をもつ計算機と技術者が必要であり，一般的ではない。しかし，母数が1つになれば最尤推定量を探索することは比較的簡単になる。マイコン程度の計算機でも可能である。

以上の方針で，一般に使用されると考えられる分布関数の尤度方程式を色々と検討した結果，そのいずれもについて最終的に未知母数を1つにすることが可能であることが明らかになった。

本研究で用いた確率分布関数の尤度方程式より未知母数を1つにする。1例として，平方根指数型最大値分布について説明する。

確率分布関数，確率密度関数は次式で現わされる。

$$F(x)=\exp\{-\lambda(1+\sqrt{\beta x})e^{-\sqrt{\beta x}}\} \tag{8}$$

$$f(x)=\frac{\lambda\beta}{2}\exp\{-\sqrt{\beta x}-\lambda(1+\sqrt{\beta x})e^{-\sqrt{\beta x}}\} \tag{9}$$

尤度関数は次式となる。

$$\begin{aligned} l &= \ln\prod_{i=1}^{n} f(x_i;\beta,\lambda)=\sum_{i=1}^{n}\ln f(x_i;\beta,\lambda) \\ &= n\ln\lambda+n\ln\beta-n\ln 2-\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\beta x_i} \\ &\quad -\lambda\left\{\sum_{i=1}^{n}e^{-\sqrt{\beta x_i}}+\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\beta x_i}\,e^{-\sqrt{\beta x_i}}\right\} \end{aligned} \tag{10}$$

尤度方程式は次の連立方程式となる。

$$\frac{\partial l}{\partial \beta}=\frac{n}{\beta}-\sum_{i=1}^{n}\frac{\sqrt{x_i}}{2\sqrt{\beta}}+\lambda\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i}{2}e^{-\sqrt{\beta x_i}}=0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial l}{\partial \lambda}=\frac{n}{\lambda}-\sum_{i=1}^{n}e^{-\sqrt{\beta x_i}}-\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\beta x_i}\,e^{-\sqrt{\beta x_i}}=0 \tag{12}$$

$t_i=\sqrt{\beta x_i}$ とおくと，式(11)より，

$$\lambda=\frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i-2}{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}t_i\exp(-t_i)}$$

これにより，λはβで表わされることがわかる。この他の分布関数についても，同様の手順で，未知母数を1つにすることができる。

参 考 文 献

1)神田徹・藤田睦博：新体系土木工学 26 水文学，技報堂出版㈱，1982.

2)江藤剛治・室田明・米谷恒春・木下武雄：大雨の頻度，土木学会論文集，1986.5.