

水需要変動モデルに関する研究

MODELING OF WATER DEMAND VARIATION

高橋 裕*・小池俊雄**・那須清吾***・埋田敏行****

By Yutaka TAKAHASI, Tosio KOIKE, Seigo NASU and Tosiya UMETA

Two new models, for domestic water demand and the effect of water price on demand, respectively, are presented. The first is based on the multiple regressive analysis of data from 43 cities for a period of rapid increase of water demand and the second is based on the characteristics of price elasticity on the water demand. These models are successfully applied to a period of fluctuating low growth of water demand following the rapid growth period. Major findings are: (1) the structure of domestic water demand has not changed; (2) the domestic demand is inelastic with respect to price.

1. はじめに

昭和30年代後半より急増した都市用水の需要は『石油ショック』を期に複雑な挙動を見せ始め、水需給のバランスを保ち水道事業のタイムスケジュールを決定する上で不可欠な水需要予測は困難となってきた。水需要の増大要因としては、用水機器の普及や生活水準の向上などの影響が考えられる。一方、需要抑制効果としては、節水キャンペーンや水道料金値上げに対する節水機器の整備や漏水防止工

事などが考えられる。本研究では、家庭用水を対象として、水需要構造の変化に対応し得る予測モデルの開発を目的とする。そこで、まず需要増大期における要因分析により、家庭用水の需要モデルを作成する。次に需要安定期における水道の価格弾力性の検討を踏まえて、料金値上げによる水需要抑制効果をモデル化する。最後に以上の2つのモデルを用いて、家庭用水の需要変動を検討する。

2. 需要増大期の水需要モデル

都市用水の需要予測には、用途別の原単位の積み上げによる方法や時系列傾向線の延長、多変量解析などが用いられてきた¹⁾。これらの手法の多くは、各都市毎に時系列データを分析した場合が多く、需要増大期においては、水需要や各要因のトレンドが類似であるために変数の独立性に問題があった。そこで本研究では、家庭用水の要因分析において、年度別に多数の都市における回帰分析を行い、その結

*正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科
(〒113 文京区本郷7-3-1)

**正会員 工博 東京大学講師 工学部土木工学科
(〒113 文京区本郷7-3-1)

***正会員 本州四国連絡橋公団 第3建設局
(〒722 尾道市新浜1-9-22)

****正会員 山一証券株式会社 債券業務部
(〒104 中央区八重洲2-4-1)

果を考察することにより、わが国の都市において一般的に適用できる家庭用水の需要モデルを提案する。

本研究で対象としたのは、表1に示す43都市であり、昭和40年度から昭和53年度まで毎年、水道統計を用いて、1人1日当りの有収水量から原単位を算出し得ることを条件として、昭和52年度の人口が10万人をこえる126都市の中から抽出した。これらの都市を対象に昭和40年から昭和48年の水需要増大期において年度別に回帰分析を行った。説明変数としては、家庭用水の原単位と関係があると考えられる8個の要因、人口、上水道普及率、気温、実質消費支出、世帯構成人数、風呂の普及率、水洗化率、千世帯当りの洗濯機の台数とした。なお、水道料金については次章で取り扱う。表2は年度別の重回帰分析の結果で、重相関係数は0.78～0.85である。また、図1と図2に各要因の標準化回帰係数と単相関係数の経年変化を示す。これらの結果より、単相関係数は

表一 水需要増大期の解析対象43都市

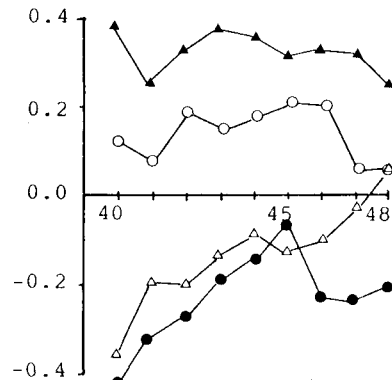
小 樽、旭 川、釧 路、苫小牧、八 戸
盛 岡、秋 田、宇都宮、前 橋、高 崎
川 口、川 越、春日部、狭 山、草 加
横 浜、川 崎、小田原、高 岡、富 山
金 沢、福 井、長 野、浜 松、清 水
名古屋、瀬 戸、一 宮、春日井、鈴 鹿
宇 治、大 阪、枚 方、豊 中、東大阪
守 口、寝屋川、西 宮、和歌山、松 山
今 治、新居浜、佐 賀

表二 年度別重回帰分析の結果

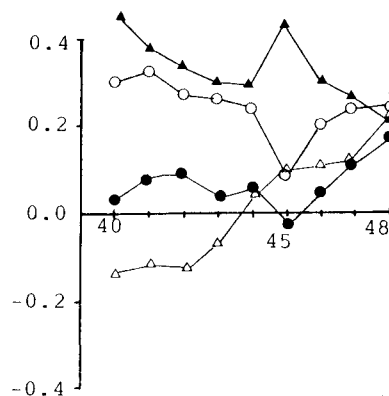
年度	重相関係数	定数項
1965	0.84	96.4
1966	0.79	100.0
1967	0.79	40.5
1968	0.80	-15.8
1969	0.78	-7.5
1970	0.80	195.0
1971	0.83	-236.9
1972	0.85	-228.0
1973	0.85	-487.3

各要因ではば一定となるが、標準化回帰係数や定数項は年毎に著しく変化していることが示されている。これは、標準化回帰係数が他の要因の分布の影響を強く受けるためであり、各要因間の相関が0の場合、標準化回帰係数は単相関係数と一致する²⁾。そこで各要因の特性を単相関係数でみると、気温、水洗化率の相関が比較的高く、また世帯構成人数は負の相関を示し、構成人数が減少すれば使用水量が増加することを示している。

以上の結果をもとに、単相関係数を各要因の重みと考えて、各都市の家庭用水の需要モデルを次式で



a) 人口(△)、気温(▲)、世帯構成人数(●)、
実質消費支出(○)



b) 水道普及率(○)、風呂の普及率(●)、
水洗化率(▲)、洗濯機所有台数(△)

図一 標準化回帰係数の年変動

表した。

$$Q_j = p_j X_j + q_j \quad (1)$$

ただし、

Q_j :都市jの家庭用水の原単位

X_j :都市jの水需要を表す指標、 p_j 、 q_j :定数

ここで、

$$X_j = \sum a_i y_{ij} \quad (2)$$

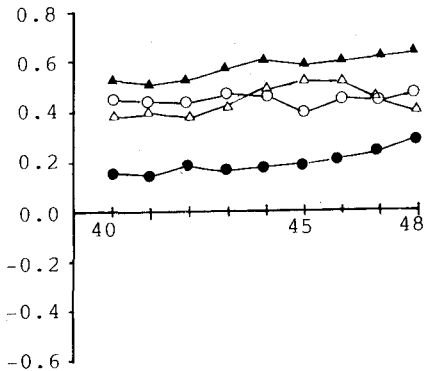
$$y_{ij} = (x_{ij} - \mu_i) / \sigma_i \quad (3)$$

ただし、

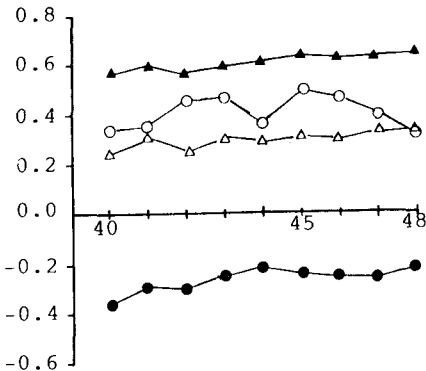
x_{ij} :都市jにおける要因iの値、 a_i :要因iの年度別単相関係数の9年間の平均値、 μ_i :要因iの全

都市の年度別平均値の9年間の平均値、 σ_i :要因iの全都市の年度別平均値の9年間の標準偏差

一つの都市においては、(3)式による標準化された気温、人口の値の経年変動が、全国で見た場合より小さいことを考慮して、これらを除く6要因を説明要因として用いた。表3に各要因の全都市の年度別平均値の平均と標準偏差と、単相関係数の平均値を示す。また、定数 p_j 、 q_j は各都市において、需要増大期に当たる昭和40年から48年のデータより最小自乗法で定めた。表4は、原単位の実績値とモデルによる計算値の相対誤差の絶対値の、昭和40年から4



a)人口(Δ), 気温(▲), 世帯構成人数(●),
実質消費支出(○)



b)水道普及率(○), 風呂の普及率(●),
水洗化率(▲), 洗濯機所有台数(Δ)

図-2 単相関係数の年変動

表-3 各要因の43都市年度別平均値の平均(μ),
標準偏差(σ)と単相関係数の平均(a)

説明要因	μ	σ	a
水道普及率	89.2	4.37	0.45
実質消費支出	83.7	9.97	0.41
世帯構成人数	3.6	0.24	0.27
風呂の普及率	61.4	5.25	0.20
水洗化率	21.9	7.27	0.60
洗濯機所有数	951.2	71.2	0.44

表-4 需要増大期の水需要モデルの同定結果

相対誤差の絶対値の平均の範囲	都 市 名	数
0.0以上2.0未満	福井, 和歌山, 新居浜	3
2.0以上4.0未満	小樽, 旭川, 盛岡, 秋田 宇都宮, 前橋, 川口, 春日部 横浜, 川崎, 高岡, 富山 金沢, 清水, 大阪, 豊中 東大阪, 守口, 西宮, 今治	20
4.0以上6.0未満	釧路, 苫小牧, 川越, 狭山 草加, 小田原, 長野, 浜松 名古屋, 瀬戸, 一宮, 鈴鹿 宇治, 佐賀	14
6.0以上8.0未満	八戸, 高崎, 春日井, 枚方 寝屋川, 松山	6

(単位: %)

8年の9年間の平均値の分布である。2～4%が最も多く、最大でも8%未満と、適合度がよいことが示されている。

3. 水道料金による水需要抑制効果

水道料金が水需要に与える影響を定量的に考慮した分析として、Howeらは³⁾、需要水を家庭用と散水用に分別し、家計状況によって両方の需要水量の特性の差を重回帰式を用いて表している。また、住友は⁴⁾一人当りの需要水量を生活水量と余裕水量に分けて、料金などの外的要因の微小変化に対する需要変動を考察している。本研究では、昭和46年までの水需要の急増期を経て、一件当りの使用水量が昭和50年以降『微増～横ばい～微減』状態のA市を対象に、水道使用量の価格弾力性を検討し、その性質を踏まえて、水道料金値上げによる需要抑制モデルを作成する。

A市の水道料金は昭和43年以降据え置かれていたが、昭和50年より昭和59年まで3年おきに4回値上げされている。昭和50年以降のA市の料金体系は表5に示すように一般家庭用の13mm口径から大口需要者の300mm口径まで、12種類の口径毎に基本料金と従量料金が異なる口径別料金体系が採用されている。料金の計算は、1件1月を単位としている。家庭用水の分析には13～25mmの小口径が相当しているが、図3に示すように、A市の世帯構成人数が経年的に減少しているために、解析の対象としては不適当である。そこで、ここでは都市活動用水に相当する中、大、特大の9口径について、昭和51年以降の価格弾

力性を検討した。なお料金に関しては、昭和55年基準の消費者物価指数で除して用いた。

対応する2種類の变量があって、1つの变量が1%変化するとき他方の变量がE%変化するならば、後者の前者に対する弾力性はEであるという。本研究では使用水量と料金の2变量を取り、料金改定後t年目の弾力性E(t)を次式で求めた。

$$E(t) = \frac{(Q_0 - Q(t)) / Q_0}{(\alpha_0 - \alpha(t)) / \alpha_0} \quad (4)$$

ただし、

Q_0 :改定前年の使用水量、 $Q(t)$:改定後t年目の使用水量、 α_0 :改定前年の水道料金、 $\alpha(t)$:改定後t年目の水道料金

図4は料金改定毎の弾力性の計算結果について、各口径区分毎の代表例を示したもので、これらの結果より、

- (1) 料金が値上げされると、各口径とも価格弾力性が存在し、節水方向へ向かう。
- (2) 値上げの2～3年後に弾力性の増加率が大きくなる。
- (3) 第1の値上げ(昭和50年)よりも第2の値上げ(昭和53年)の弾力性が大きくなり、第3の値上げ(昭和56年)については弾力性は低下している。

という傾向が見られる。(2)は、値上げによる節水効果は、すぐ翌年に現れるのではなく、漏水防止工事や節水機器の普及などの節水準備のために一定の期間が必要であることを示している。また(3)は値上げによる節水の効果は、次の値上げ以降も残り、重ね合わせの効果があることと、料金値上げによっ

表-5 A市における水道の口径分類とおもな用途

口 径		おもな用途
小口径	13, 20, 25mm	一般家庭用
中口径	30, 40mm	小規模事業者
大口径	50, 75mm	大規模事業者・工場・官公署・等の都市活動用
特大口径	100, 150, 200, 250, 300mm	

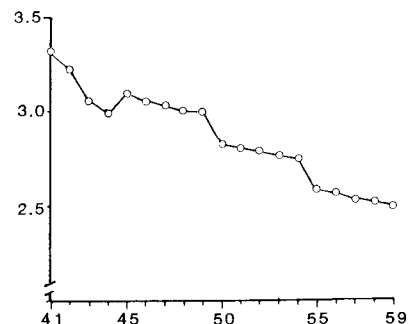


図-3 A市における世帯構成人数の経年変化

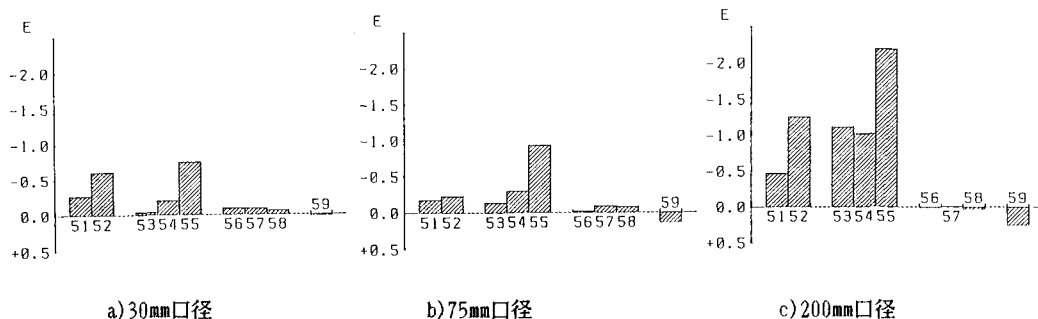


図-4 水需要の価格弾力性(昭和50, 53, 56, 59年に料金改定)

て可能な節水には限界があることを示している。
以上の結果を踏まえ、料金値上げによる口径別の1件1月当りの平均使用水量をモデル化する。図5は料金値上げ後の使用水量の変化の概念図で、値上げ前の使用水量 Q_0 は最終的には $L\%$ だけ減少し、その時間変化は関数 $h(t)$ で表される。

$$Q(t) = Q_0 \{1 - L h(t)\} \quad (5)$$

ここで、1回の値上げによる最終的な需要減少率 L は、料金の値上げ率 $\Delta\alpha/\alpha$ と初期水量からの減少可能率 $(Q_0 - Q_{min})/Q_{min}$ を用いて、

$$L = r \left(\frac{\Delta\alpha}{\alpha} \right) \left(\frac{Q_0 - Q_{min}}{Q_{min}} \right) \quad (6)$$

ただし、 r :定数、 Q_{min} :料金の値上げによって減らし得る最小水量と表す。これは、値上げ率が大いほど需要抑制効果が大きく、料金値上げによる節水量には限界があり、 Q_{min} に近づくほど抑制効果が減ずることを表

している。一方、 $h(t)$ は時間 t の経過とともに減少率が増加し、最大値を迎えた後、減少率は低下していくものとして、次のレーリーの事故率関数を用いた⁵⁾。

$$h(t) = 1 - e^{-kt^2/2} \quad (7)$$

この関数を用いた意味は、微分形であるレーリー事故率密度関数が、図6に示すように、

$$t = \sqrt{(1/k)} \quad (8)$$

で最大値をとり、(2)で示した弾力性の時間遅れの効果を簡便に表すのに有効であると考えられるからである。(3)の重ね合わせの効果については、第 i 回目の値上げの後、第 $i-1$ 回目の値上げの影響が残り、減少量を重ね合わせることが可能であると仮定する。従って、第 $i-1$ 回目の料金値上げ後 $j+1$ 年目に第 i 回目の値上げが行われた場合の t 年目の使用水量は、

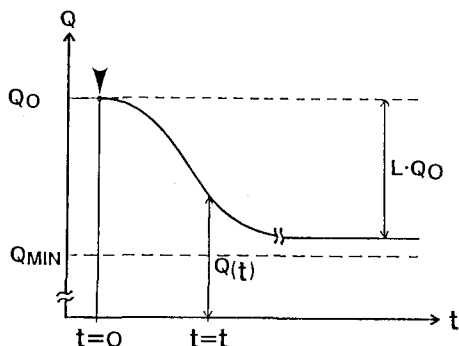


図-5 料金値上げによる水需要変動モデルの概念図

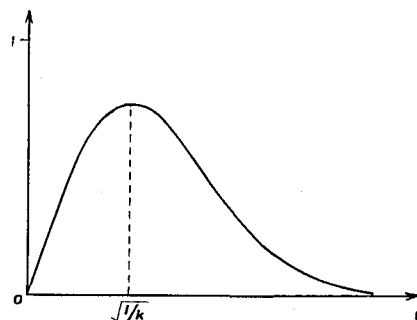


図-6 レーリーの事故率密度関数

$$Q^i(t) = Q_0^i \{ 1 - L^i h(t) \} - Q_0^{i-1} L^{i-1} h(t+j) \quad (9)$$

ただし、

$$Q_0^i = Q^{i-1}(j) \quad (10)$$

と表される。

式(5)～(10)に示す料金値上げに対応する需要変動モデルにおいて、未知量は、 r 、 Q_{min} 、 k である。このうち、料金値上げによる影響の時間遅れを表す定数 k については、弾力性の分析より、3年後に大きな需要抑制効果が現れるとして、

$$k = 1/9 \quad (11)$$

とした。 r と Q_{min} については、実績値と計算値の相対誤差の絶対値の平均が最小になるように同定した。

モデルの適用結果を、表6に示し、各口径区分毎の同定結果の代表例を図7に示す。いずれの口径も、相対誤差の絶対値の9年間の平均は小さく、良好な適合性を示した。また、図8は昭和50年の使用水量を基準とした料金改定による各口径毎の節水可能率を、本研究で得られたモデルを用いて推定した結果であり、30～150mm口径では2～3割、200mm以上の口径では4～5割の節水が、料金値上げにより可能であることが示されている。

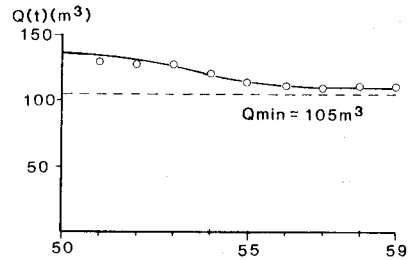
4. 家庭用水の水需要変動のモデル化

本章では、2章で示された水需要増大期のデータ

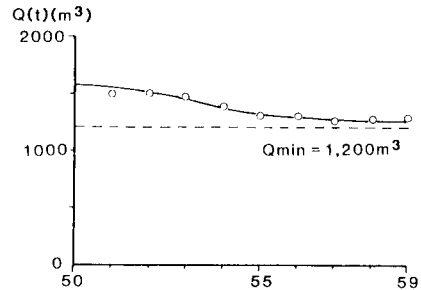
表－6 料金値上げの影響を表すモデルの適用結果

口径 (mm)	Q_{min} (m^3)	r	相対誤差の 絶対値の平均
30	105	0.41	1.5
40	220	0.28	2.6
50	575	0.31	1.5
75	1200	0.37	1.0
100	2250	0.26	1.9
150	7500	0.30	1.5
200	11500	0.24	3.5
250	22000	0.24	2.2
300	40000	0.24	2.5

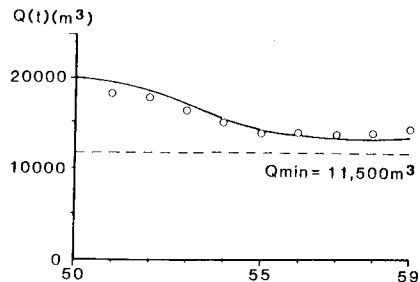
に基づく需要モデルと、3章で示された料金改定による都市活動用水の需要抑制モデルを用いて、A市における家庭用水(小口径)の需要変動のモデル化を検討し、料金値上げの影響を評価する。ただし、式(5)からは1件1月当りの使用水量が算出されるのに対し、式(1)からは原単位が計算されるので、2段階に分けて検討する。



a) 30mm口径



b) 75mm口径



c) 200mm口径

図－7 料金値上げによる需要抑制モデルの適用結果
(白丸:実績値, 実線:計算値)

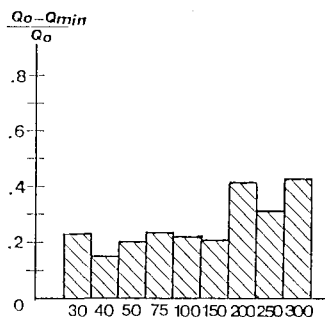


図-8 口径別節水可能率

まず1件1月当りの使用水量については、実績値として、A市の小口径(13, 20, 25mm)の使用水量を小口径の総件数で除した値を用い、推定値としては、

(原単位の推定値) $\times$ (世帯構成人数) $\times 30.4$ (12)を用いた。なお、式(1)のモデルの同定には、昭和41年から昭和48年の8年間のデータを用いた。以上のようにして得られた昭和49年から昭和59年までの11年間の推定結果を図9に示す。実線は式(1)による推定結果であり、実績値(黒丸)を上回っている。一方、白丸は式(1)の結果に昭和50年以降の水道料金値上げの影響を加えたものである。ここで、式(5)の同定結果は、

$$\gamma = 0.31, Q_{min} = 17.1 \quad (13)$$

となり、図中の白丸で表されるように、実績値と良い適合性を示す。

次に原単位について、需要増大期に同定された式(1)を用いて、昭和49年以降を推定した結果を、図10に示す。推定値(実線)は実績値(黒丸)と良く適合しており、需要増大期後も、水需要構造には変化がなく、料金の値上げの影響を加味する必要のないことが示されている。

以上の結果より、1件1月当りの家庭用水の使用水量で見られた水道料金値上げの影響は、世帯構成人数の減少による見かけの効果であり、家庭用水においては、水道料金の値上げによる需要抑制効果は見られないことが示された。

5. 結論

本研究で得られた主要な結論を以下に示す。

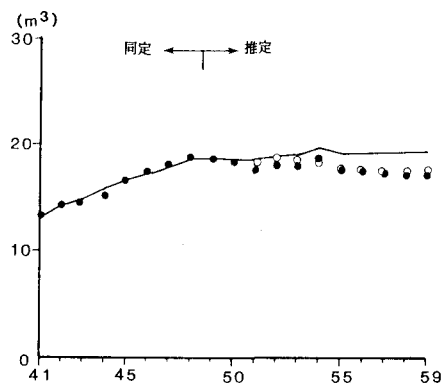


図-9 A市の家庭用水の1件1月当りの使用水量の推定結果(黒丸:実績値, 実線:需要増大期の需要モデルによる計算値, 白丸:料金値上げによる需要抑制モデルによる計算値)

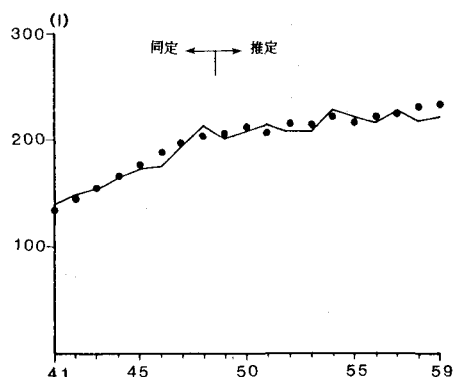


図-10 A市の家庭用水の原単位の推定結果(黒丸:実績値, 実線:需要増大期の需要モデルによる計算値)

- (1) 複数の都市における需要増大期の家庭用水の原単位の年度別回帰分析の結果から、わが国において一般的に適用できる家庭用水の需要モデルが構成された。
- (2) 都市用水の需要が停滞した時期に、連続して水道料金が値上げされたA市において、都市活動用水(30mm~300mmの9口径)の需要の価格弾力性が評価され、その定性的な特徴を踏まえて、料金値上げによる需要抑制モデルが構成された。

- (3) (1)と(2)のモデルを用いて、A市における家庭用水(13mm～25mmの3口径)の原単位を推定した結果、料金値上げによる需要抑制効果は見られず、家庭用水については、需要増大期を経て水需要の伸びが鈍化した時期においても、需要構造に変化がないことが示された。

参考文献

- 1)水資源に関するシンポジウム組織委員会:水資源に関するシンポジウム, pp.134-198, 1979.
- 2)奥野忠一・他:多変量解析法, 日科技連, 1973.
- 3)C. W. Howe and F. P. Linaweaver, Jr.:The Impact of Price on Residential Water Demand and Its Relation to System Design and Price Structure, Water Resources Research, Vol.3, No.1, pp.13-32, 1967.
- 4)住友亘:都市における上水需要量の変動特性について, 土木学会論文集, 第158号, pp.25-36, 1981.
- 5)松本嘉司・伯野元彦:土木解析法(2), 技報堂出版, 1975

参考資料

水道統計, 市町村の合併・境界変更等一覧, 全国人口・世帯数表, 観測所気象年報, 消費者物価指数年報, 小売物価指数年報, 家計調査年報, 住宅統計調査報告, 全国消費者実態調査報告(耐久消費材編)