【土木計画学研究・論文集 No.4 1986年10月】

道路網上の経路誘導に関する基礎的研究

A Mathematical Analysis of Route Guidance in the Network

松井 寛* 丹羽 知紀**

By Hiroshi MATSUI and Tomonori NIWA

Route guidance is a traffic control which aims at achieving an optimum distribution of traffic over alternative routes in the network by recommending the best route from a certain origin to a desired destination. This paper describes a mathematical analysis of the route guidance problem. We characterize the route guidance problem as the problem of dynamic user equilibrium in which some characteristics of route choice vary over time and in which no individual can improve his own travel time by unilaterally changing routes. It is also shown that the route guidance problem can be formulated as the problem of discrete Minimum Principle and some numerical examples are given.

1．はじめに

都市内の幹線道路や都市高速道路を中心に交通混雑が日常的な現象となりつつあるが、一方では財政上及び環境上の制約によって、新たな道路整備に長期間を要したり、建設自体がきわめて困難となってくると、既存の道路網をさらに効率的に活用するための交通運用対策がますます重要となってくる。

他方、近年急速に進みつつある高度情報化社会を迎えて、道路交通情報に対するユーザーの要望も次第に多様化、高度化しつつあり、このような社会的要請に答えていく必要性も高くなってきている。

このような背景のもとに、より高度で効率的な新しい交通管制システムの開発、実用化が期待されているが、その1つに経路誘導システムがある。本研究はこの経路誘導に関する基礎的な理論の開発と、その実用化に向けての課題について考察したものである。

＊正会員 工博 名古屋工業大学教授 工学部社会開発工学科（〒466 昭和区御器所町）

＊＊正会員 工修 東邦ガス（〒456 熱田区桜田町19－18）

2．経路誘導の内容と従来の研究

経路誘導とは一般には道路網の効率的利用、交通渋滞の事前防止、沿道環境の保全等を目的として、競合する経路間の交通量を適正水準に誘導ないし制限するための法的、経済的、及び工学的手法をいい、迂回制御、経路推奨と呼ばれることもある。経路誘導は広義には速度規制、車線規制、右左折禁止規制、一方通行規制、リバーシブルレーン、車種規制などの各種交通規制、及び政策的に定められた通行料金などの法的、経済的手段によって、比較的長期間にわたって道路網の効率的利用、沿道環境の保全を図る方策を含めて考えることができるが、狭義には、ピーク時間など特定時間帯の交通流を対象に、主に工学的手法（信号制御、ランプメータリング、入路

閉鎖、道路交通情報版、路側通信システム、車両内情報表示システムなど）によって、各経路上の交通流を制御し、交通渋滞の事前防止、事故発生や工事中に伴う渋滞の早期回復、及び沿道環境の保全を図るための交通管理手法をいう。ここではこの狭義の意味の経路誘導を中心に考察する。

経路誘導について理論的に取扱った研究例は現在のところ少ない。過去に数理的問題として取扱った研究例[1),2)]、信号制御による経路誘導を扱った研究例[3)]などがあるが、これらはいずれも配分手法に基づいた静的モデルとして扱われており、時々刻々と変動する交通流を扱ったものではない。経路誘導の際の最も一般的な評価基準は最短経路への誘導であるから、何らかの方法で経路の旅行時間の予測ができれば、その結果に基づいて経路誘導が可能となる。たとえば、経路上の存在台数と、経路への流出入交通量とから、経路の旅行時間を予測して、経路誘導を行なう方法を扱った例[4),5)]また統計的手法から旅行時間を予測して、経路誘導を行なう方法を扱った例[6),7)]などがある。このように経路誘導を理論的に扱った研究例は少なく、今後の研究に待つところが多いが、実務段階では例えば成田空港と東京都心間を結ぶ京葉道路と東関東自動車道の間で旅行時間の予測に基づいた経路誘導がすでに実施されており[8)]、他の高速道路にも導入の検討がなされている[9)]。また外国にもいくつかの実施例の報告がある[10),11)]。なお経路誘導全般にわたる研究レビューについてはR.Akcelic の論文[12)]に詳しい。

3　経路誘導のための基礎理論

経路誘導のための評価基準としては、前述のように最短経路への誘導が最も一般的であるから、経路誘導のための基礎理論としては、既に著者が提案している[13)]動的等時間原則配分理論が適用できる。ここに動的等時間原則とは、任意の時刻に出発した車が時々刻々と変動する交通状況のもとで、常に等時間原則に従って流れることである。一般に実際の交通流は過去の学習実験から最短に近い経路選択を行っているといわれているが、すべての利用者が必ずしも完全な交通情報を持ち合わせているわけではないので、現実には等時間原則流が必ずしも実現しているわけではない。しかしこの原則に基づいた経路誘導を実施すれば、人為的に等時間原則流を実現することが可能であり、またこれは利用者にとっても好ましい基準となる。ここではより一般的に多ＯＤ多経路のネットワーク流についてこの配分理論の定式化を行う。

まず次のような変数を定義する

$q^{rs}(n)$＝ｎ段階におけるＯＤ（ｒｓ）をもつ需要交通量

$u_k^{rs}(n)$＝ＯＤ（ｒｓ）をもち経路ｋを利用する車のｎ段階における経路ｋへの流入交通量

$s_k^{rs}(n)$＝ＯＤ（ｒｓ）をもち経路ｋを利用した車のｎ段階における経路ｋからの流出交通量

$\tau_k^{rs}(n)$＝ｎ段階にＯＤ（ｒｓ）の経路ｋに流入した車が目的地に到着するまでの旅行時間

$U_k^{rs}(n)$＝ＯＤ（ｒｓ）をもち経路ｋを利用する車のｎ段階までの経路ｋへの累加流入交通量

$x_k^{rs}(n)$＝ＯＤ（ｒｓ）をもち経路ｋを利用する車のｎ段階における経路ｋ上の存在台数

$\overline{s}_k^{rs}$　＝$\tau_k^{rs}(n)$の時間中のＯＤ（ｒｓ）をもち経路ｋを利用する車の経路ｋからの平均流出交通量

各段階においてＯＤ（ｒｓ）についての各経路への流入交通量の和は、そのＯＤ間の需要交通量に一致するから

$$q^{rs}(n) = \sum_k u_k^{rs}(n) \qquad (1)$$

また各経路への流入交通量は当然非負条件を満足する。

$$u_k^{rs}(n) \geq 0 \qquad (2)$$

いま次式で与えられる評価関数を考えてみる

$$J \equiv \sum_r \sum_s \sum_k \sum_n u_k^{rs}(n)\tau_k^{rs}(n) \qquad (3)$$

すると動的等時間原則配分は、制約条件(1) および(2) のもとで式(3) を最小化することによって与えられることを以下に示そう。

ラグランジュ関数ϕを導入すると

$$\phi \equiv \sum_r \sum_s \sum_k \sum_n u_k^{rs}(n)\tau_k^{rs}(n) - \sum_r \sum_s \sum_n \lambda^{rs}(n)\{\sum_k u_k^{rs}(n) - q_k^{rs}(n)\} \qquad (4)$$

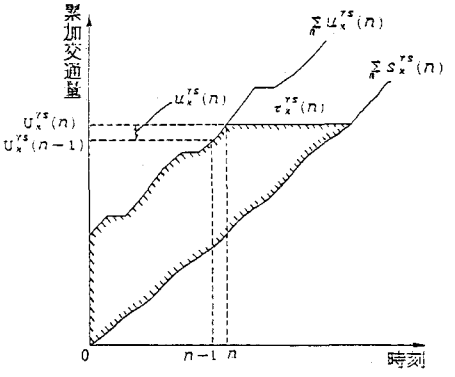
ここで$\lambda^{rs}(n)$はラグランジュの未定乗数である。よって

$$\frac{\partial \phi}{\partial u_k^{rs}(n)} = \tau_k^{rs}(n) - \lambda^{rs}(n) \qquad (5)$$

Kuhn-Tucker の解の存在定理より

$$\left.\begin{aligned} u_k^{rs}(n) > 0 \text{ のとき} \quad & \tau_k^{rs}(n) = \lambda^{rs}(n) \\ u_k^{rs}(n) = 0 \text{ のとき} \quad & \tau_k^{rs}(n) \geqq \lambda^{rs}(n) \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

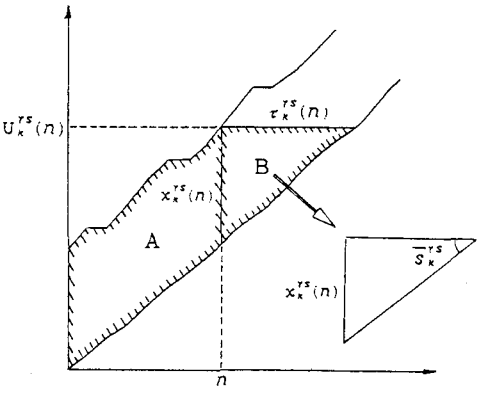
ここで$\tau_k^{rs}(n)$は定義により、n段階に出発地(r)を出た車が経路kを通って目的地(s)に到着するまでの旅行時間であり、かつ式(5)における$\lambda^{rs}(n)$は経路kに無関係であることから、式(6)は等時間原則の定義そのものである。ところで評価関数(3)を図示すると図－1のように表わされる。すなわち



図－1．　評価関数

OD（rs）間の経路kへの流入交通量と流出交通量のそれぞれの累加交通量を図－1のように表わしたとき、この2つの累加交通量曲線に挟まれた横軸に平行な線分の長さが$\tau_k^{rs}(n)$となるから、各段階で評価関数(3)を最小にすることは、図－1に示す影の部分の面積を段階ごとに逐次最小化することを意味している。ところで$\tau_k^{rs}(n)$を直接的に求めることは困難である。そこで数学的取扱いを容易にするため、図－1の影の部分を図－2のように2つの部分からなる面積に分け、さらに部分Bを図のように三角形近似することにしよう。すると評価関数は次のように書き直せる。

$$J'' = \sum_r \sum_s \sum_k \sum_n x_k^{rs}(n) + \frac{1}{2} \sum_r \sum_s \sum_k \frac{x_k^{rs}(n)^2}{\bar{s}_k^{rs}} \qquad (7)$$



図－2．　評価関数の近似

ここに状態変数$x_k^{rs}(n)$はOD（rs）をもち経路kを利用する車のn段階における経路k上の存在台数を意味し、非負条件のほか流体の保存則に基づいて、次の差分方程式を満足しなければならない。

$$x_k^{rs}(n) = x_k^{rs}(n-1) + u_k^{rs}(n) - s_k^{rs}(n) \qquad (8)$$

このように$\tau_k^{rs}(n)$の代わりに$x_k^{rs}(n)$を用いて評価関数を表わすことにより、問題は離散型最小原理の問題として定式化でき、その解法が与えられることになる。

さらに新しい変数を用いて

$$y_k^{rs}(n) = \sum_n x_k^{rs}(n) \qquad (9)$$

$$yy_k^{rs}(n) = x_k^{rs}(n)^2 \qquad (10)$$

と置換えると評価関数はさらに次のように書き直せる。

$$J = \sum_r \sum_s \sum_k y_k^{rs}(n) + \frac{1}{2} \sum_r \sum_s \sum_k \frac{yy_k^{rs}(n)}{\bar{s}_k^{rs}} \qquad (11)$$

新しい変数$y_k^{rs}(n)$および$yy_k^{rs}(n)$については次のような差分方程式が成立する。

$$y_k^{rs}(n) = y_k^{rs}(n-1) + x_k^{rs}(n) \qquad (12)$$

$$yy_k^{rs}(n) = yy_k^{rs}(n-1) + 2x_k^{rs}(n)\{u_k^{rs}(n) - s_k^{rs}(n)\} \qquad (13)$$

いま$x_k^{rs}(n)$の初期値をd_k^{rs}とおけば、$y_k^{rs}(n)$，

$yy_k^{rs}(n)$の初期値は式(9)および(10)よりそれぞれd_k^{rs}，$(d_k^{rs})^2$となる。さて最小原理に従えばハミルトン関数は次のように表わせる。[14]

$$H^n \equiv \sum_r \sum_s \sum_k z_k^{rs}(n)\, y_k^{rs}(n) + \sum_r \sum_s \sum_k zz_k^{rs}(n)\, yy_k^{rs}(n) \quad (14)$$

ここに$z_k^{rs}(n)$，$zz_k^{rs}(n)$は補助変数であり、次の差分方程式を満足する。

$$z_k^{rs}(n-1) = \frac{\partial H^n}{\partial y_k^{rs}(n-1)} = z_k^{rs}(n) \quad (15)$$

$$zz_k^{rs}(n-1) = \frac{\partial H^n}{\partial yy_k^{rs}(n-1)} = zz_k^{rs}(n) \quad (16)$$

また$z_k^{rs}(n)$，$zz_k^{rs}(n)$の終端(n＝N)における境界条件はそれぞれ

$$z_k^{rs}(N) = \frac{\partial J}{\partial y_k^{rs}(N)} = 1 \ ,$$

$$zz_k^{rs}(N) = \frac{\partial J}{\partial yy_k^{rs}(N)} = \frac{1}{2\bar{s}_k^{rs}} \quad (17)$$

であることから、結局

$$z_k^{rs}(n) = 1 \qquad zz_k^{rs}(n) = \frac{1}{2\bar{s}_k^{rs}} \quad (18)$$

となる。離散型最小原理によれば、各段階における最適決定はH^nを最小化することによって求められる。ところで上記の問題のハミルトン関数H^nは、$u_k^{rs}(n)$に対して線形となるため、その最適解はH^nの$u_k^{rs}(n)$に関する偏微分が最小となる経路kにすべての需要交通量を流すというリレー式制御（bang-bang control）となる。これは実際に道路網上で経路誘導を行う立場からいえば好都合である。

ところで

$$\frac{\partial H^n}{\partial u_k^{rs}(n)} = 2\, zz_k^{rs}(n)\, x_k^{rs}(n) = \frac{1}{\bar{s}_k^{rs}}\, x_k^{rs}(n) \quad (19)$$

となり、上式の右辺はn段階におけるOD（rs）の経路kに流入した交通量が、目的地に到着するまでに予想される旅行時間を表わしているから、結局各段階における最適経路誘導は、各段階ごとに予想される最適経路へ需要交通量を流せばよいことが理論的に明らかにされた。

以上の結果をまとめ、求解のための計算手順を以下に示す。

［手順1］　u_k^{rs}を最初の段階から順に1つ仮定する。

［手順2］　仮定したu_k^{rs}と状態変数x_k^{rs}，y_k^{rs}，yy_k^{rs}の初期値を用いて、式(8)、(12)および(13)より　次の段階の状態変数を計算する。

［手順3］　計算されたy_k^{rs}，yy_k^{rs}とu_k^{rs}を用いて、補助変数z_k^{rs}，zz_k^{rs}をそれぞれ式(15)と(16)により逆時間方向に計算する。

［手順4］　計算されたy_k^{rs}，yy_k^{rs}とz_k^{rs}，zz_k^{rs}を用いてハミルトン関数を最小化するu_k^{rs}を決定する。

［手順5］　上で得られたu_k^{rs}が計算前のu_k^{rs}と一致すれば計算終了。一致しなければ上で得られたu_k^{rs}を新しい制御変数として［手順2］に戻る。

［手順6］　以上の計算を制御時間中のすべての段階について繰返す。

なお上記の方法によって最適経路誘導を行なう場合、需要交通量q^{rs}と各経路からの平均流出交通量$\bar{s}_k^{rs}$が外生的に与えられなければならない。しかしこれらはいずれも1時点先の予測値が与えられればよいのであるから、その予測はそれほど困難なことではない。時系列データに基づいたいくつかの実用的な短時間交通量予測法が提案されているので、[15)16)17)]ここでは特に詳しくはふれない

4　交通状態量の数学的表示

以上においては経路上の交通流の状態変数としてx_k^{rs}のみを用いたが、実際には経路を構成する各道路区間（以下セクションと呼ぶ）の道路および交通条件は各セクションごとに異なるので、実際の道路網に適用する場合は、経路上の交通状況をより正確に表現するため、経路を適当な大きさのセクションに区分する必要がある。なおセクション区分にあたっては、同一のセクション内では同じ道路、交通条件をもつように区分することを原則とする。各セクションの交通状況は、セクションごとに集計された交通状態量、すなわち区間密度、区間交通量および平均速度によって表現される。

改めて次の変数を定義する。

$x_{kj}^{rs}(n)$＝OD（rs）をもち経路kを利用する車のn段階におけるセクションj上の存在

台数

$q_j(n)$ ＝n段階におけるセクションjにおける区間交通量

$a_{kj}^{YS}(n)$＝$q_j(n)$のうち OD（rs）の経路kを利用する交通量の占める割合

c_{jj+1} ＝隣接セクション間の流出係数

このとき任意のセクションjにおいて次のような差分方程式が成立する

$$\left.\begin{aligned} x_{kj}^{YS}(n)&=x_{kj}^{YS}(n-1)+u_k^{YS}(n)\\ &\quad -a_{kj}^{YS}(n-1)c_{jj+1}q_j(n-1)\\ &\text{jが経路kの最初のセクションのとき}\\ x_{kj}^{YS}(n)&=x_{kj}^{YS}(n-1)\\ &\quad +a_{kj-1}^{YS}(n-1)c_{j-1j}q_{j-1}(n-1)\\ &\quad -a_{kj}^{YS}(n-1)c_{jj+1}q_j(n-1)\\ &\text{その他} \end{aligned}\right\} \quad (20)$$

また状態変数$x_{kj}^{YS}(n)$は非負条件を満足しなければならない。

$$x_{kj}^{YS}(n) \geq 0 \quad (21)$$

ここにj－1はセクションjの上流側の、またj＋1は下流側の隣接セクションを意味する。流出係数c_{ij}は現実の交通現象にみられる交通渋滞の下流側から上流側への遡上現象を表現するために導入された係数で、この係数は下流側セクションの区間密度が臨界密度を越えると、上流側からの流出量が抑えられる働きをもつ。流出係数は0から1の値をとり、下流側セクションの区間密度を変数とする経験的に与えられる関数形で表される。この関数形に関しては、阪神高速道路の実測データを用いた研究例がある。[18] また$a_{kj}^{YS}(n)$はセクション内での均質流を仮定すれば、次式によって与えることができる。

$$a_{kj}^{YS}(n)=\frac{x_{kj}^{YS}(n)}{\sum_r\sum_s\sum_k \delta_{kj}^{YS}\, x_{kj}^{YS}(n)} \quad (22)$$

ここにδ_{kj}^{YS}はOD（rs）の経路kがセクションjを含むとき1、その他のとき0の値をとるダミー変数である。すなわち式(22)の分母はn段階におけるセクションj上の全存在台数を表わす。

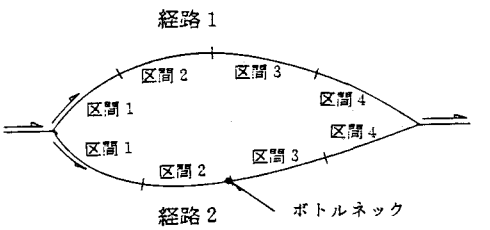
一方セクションjの区間交通量q_jは当該セクションの空間平均速度と区間密度の積で表わされ、さらに空間平均速度は速度－密度曲線の導入によって区間密度の関数形として与えることができるから、結局式(20)はx_{kj}^{YS}を状態変数とする非線形差分方程式で表わされるようになる。よって最適決定によってu_k^{YS}が決まると、式(20)の連立差分方程式が解け、任意の段階のx_{kj}^{YS}が求まると、これをセクション長d_jで割ることにより区間密度が求まり、さらにこの密度から各セクションの交通量、平均速度が計算できるので、経路誘導の対象道路網上の交通状況が時間を追って記述できることになる。

なお式(20)で与えられるセクションごとの状態方程式は、式(8)で与えられる各経路ごとの状態方程式と本質的に同じものであり、離散型最小原理問題の制約条件式に何らの変更を与えるものではない。

また対象道路網上の一部に、渋滞等による待ち行列が存在する場合には、セクションごとに平均化された区間密度だけでは正確に交通流が表現できないので、新たに待ち行列台数を表わす変数を導入して、区間密度とは別に待ち行列に関する状態方程式を立てればよい。

5 計算例 1

図－3に示すような道路網を考える。すなわち一対の交通発ノードと着ノードがあり、この間に利用可能な道路が2本ある。2本の道路の延長はそれぞれ8.4km，8.0kmであり、それぞれ図中に示すように4つのセクションに等区分されている。各経路はいずれも片側3車線道路で、すべてのセクションは同じ道路規格をもち、交通容量を4800台／時／3車線、飽和密度を0.24台／m／3車線と設定する。さらに速度－密度曲線として線形式を用いることとし、各セクション共通に次式で与える。



図－3． 対象道路網

$$q_i = x_j(1333.3-5509.6x_j) \qquad (23)$$

ここに区間交通量(q_j)と区間密度(x_j)の単位はそれぞれ台／分、台／mである。ただし経路2のセクション2の先端部にボトルネックがあるものとし、その交通容量を1800台／時とおく。発ノードから発生する需要交通量のうち75%を固定客（以下基本交通員と呼ぶ）とし、残りの25%が経路誘導の対象となる交通とした。さらに75%の基本交通量のうち、40%が経路1を60%が経路2を利用するものとしてあらかじめ制御とは無関係に各経路に配分しておく。計算にあたって制御切替単位時間（各段階の時間間隔）を1分、状態方程式の演算のための離散化時間間隔を0.2分とした。

計算に際しては$\overline{S}_k^{YS}$をあらかじめ仮定しなければならないが、これは直前の段階で得られた計算値を次の計算の際の仮定値として用いる逐次仮定法によった。

計算の結果最適経路誘導解の一部（制御開始後30分間）を表－1に示す。なお与えた需要交通量は表－1に示すとおりである。表－1で明らかなように、誘導パターンは常にどちらか一方の経路に流れるというbang－bang制御となっていることがわかる。誘導パターンをみてみると、最初需要交通量の少ないうちは短い方の経路2へ誘導しているが、やがて需要交通量が多くなってくるにしたがい、ボトルネックで交通渋滞が発生するようになり、その結果経路1へ誘導経路を切り換えるという常識に合った結果となっている。制御解の妥当性を検証するため、各セクションごとに設定された状態方程式をもとに、シミュレーションにより別に経路の旅行時間を推定したが、これによれば数箇所で旅行時間の長い経路へ交通流を誘導するというミスを犯しているが（表中の＊印）、制御ミスの箇所はいずれも2本の経路の旅行時間差が40秒以下の場合に生じており、実用的にはほぼ満足すべき結果といえよう。

表－1　最適誘導解（計算例1）

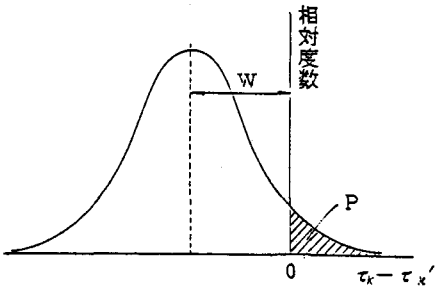
時刻(分)	基本交通量(台／分) 経路1	基本交通量(台／分) 経路2	誘導交通量(台／分) 経路1	誘導交通量(台／分) 経路2	旅行時間(分) 経路1	旅行時間(分) 経路2	旅行時間差	判定
1:00	7	11	0	6	6.56	6.34	.22	OK
2:00	7	11	0	6	6.55	6.35	.20	OK
3:00	7	11	0	6	6.54	6.35	.19	OK
4:00	7	11	6	0	6.54	6.36	.18	*
5:00	7	11	0	6	6.58	6.36	.21	OK
6:00	7	11	6	0	6.61	6.42	.18	*
7:00	12	18	0	10	6.68	6.48	.20	OK
8:00	12	18	10	0	6.71	6.56	.15	*
9:00	15	22	0	12	6.79	6.60	.19	OK
10:00	15	22	0	12	6.83	6.81	.01	OK
11:00	18	27	15	0	6.87	7.11	-.24	OK
12:00	18	27	0	15	6.97	7.22	-.25	*
13:00	21	31	17	0	7.00	7.62	-.62	OK
14:00	21	31	0	17	7.08	7.74	-.66	*
15:00	21	32	18	0	7.06	8.19	-1.12	OK
16:00	21	32	18	0	7.13	8.21	-1.08	OK
17:00	21	31	17	0	7.18	8.29	-1.12	OK
18:00	21	31	17	0	7.21	8.36	-1.15	OK
19:00	21	31	17	0	7.23	8.41	-1.18	OK
20:00	21	31	17	0	7.24	8.45	-1.20	OK
21:00	20	31	17	0	7.25	8.48	-1.22	OK
22:00	20	31	17	0	7.25	8.50	-1.24	OK
23:00	20	30	17	0	7.25	8.50	-1.25	OK
24:00	20	30	17	0	7.25	8.51	-1.26	OK
25:00	20	30	16	0	7.25	8.50	-1.26	OK
26:00	20	30	16	0	7.24	8.49	-1.25	OK
27:00	19	29	16	0	7.22	8.47	-1.25	OK
28:00	19	29	16	0	7.17	8.43	-1.26	OK
29:00	19	29	16	0	7.08	8.18	-1.11	OK
30:00	19	29	16	0	6.91	7.59	-.68	OK

6　速度分布を考慮した確率的制御

前節においては確定的な経路誘導モデルとして考えてきたが、実際の道路においては自動車の速度にはバラツキがあり、したがって経路の旅行時間も車によってそれぞれ異なるため、先に求めた最適制御が一部の車にとって誤誘導となる場合が生じる。加えて、実際に道路網で実施する場合は、次の制御段階における需要交通量を事前に予測しておく必要があるが、その予測にあたっては当然誤差を伴うこと、また目的関数の計算において、各経路からの平均流出交通量$\overline{S}_k^{YS}$を前もって与える必要があるが、$\overline{S}_k^{YS}$の仮定においても当然誤差を生じること等によって、本経路誘導システムに不確実性が存在することになる。そこで経路誘導にあたっては、このような不確実性を考慮しながら、より実用的な経路誘導を行うため、次に各セクションごとの区間速度のバラツキを確率変数としてとらえることにより、確率的制御として取扱うことにする。

さて前節に述べたように確定的経路誘導モデルでは、各経路のハミルトン関数の偏微分値（これがその経路の旅行時間を与えることはすでに明らかにした）が最小となる経路へ誘導される。いまkとk′の2本の経路を考えた場合、その旅行時間差（$\tau_k - \tau_{k'}$）が図－4に示すような確率密度関数で表わされるとする。

このときもし交通流を経路kへ誘導した場合、図中の斜線で示した部分に相当する確率で誤誘導を生じることになる。そこでこの誤誘導確率をPとおき、



図－４．　旅行時間差の分布

一方各経路の旅行時間の平均値の差を$\bar{\tau}_k - \bar{\tau}_{k'} = W$とおいたとき、Pがある許容値以下となるようなWの値を逆に定めることができる。いま許容する誤誘導確率をP_c,そのときのW_cを判定基準値と呼ぶことにすれば、旅行時間差をとったときの確率的経路誘導の判定条件は

$$W_c > \frac{\partial H}{\partial u_k^{ys}} - \frac{\partial H}{\partial u_{k'}^{ys}} \tag{24}$$

のとき経路kへ誘導

$$W_c \leqq \frac{\partial H}{\partial u_k^{ys}} - \frac{\partial H}{\partial u_{k'}^{ys}} \tag{25}$$

のときは無誘導（free operation）と表現できる。なお一般的に競合する経路が３本以上となる場合は、そのうちの最短経路と次短経路について比較すればよいであろう。

次に経路の旅行時間差の確率密度関数について考えてみる。

いま、経路kの旅行時間の確率密度関数を$f_k(\tau)$とし、また経路kとk′の旅行時間差を

$$s_{kk'} = \tau_k - \tau_{k'} \tag{26}$$

とおき、その確率密度関数$f_{kk'}(s)$を求めると、各経路の旅行時間は互いに独立でをあるとすれば、

$$f_{skk'}(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f_k(s+\tau_{k'}) \cdot f_{k'}(\tau_{k'})\, d\tau_{k'} \tag{27}$$

となる。たとえば各経路の旅行時間が次のような正規分布に従うと仮定しよう。

$$f_k(\tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_k} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau-\tau_k}{\sigma_k}\right)^2\right\} \tag{28}$$

ここにτ_k，σ_kはそれぞれ経路kの旅行時間の平均値、標準偏差である。このとき経路kとk′の旅行時間差$s_{kk'}$の確率密度関数$f_{skk'}(s)$も正規分布となり、

$$f_{skk'}(s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{kk'}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-\tau_{kk'}}{\sigma_{kk'}}\right)^2\right\} \tag{29}$$

となる。ここに

$$\tau_{kk'} = \tau_k - \tau_{k'} \tag{30}$$

$$\sigma_{kk'}^2 = \sigma_k^2 + \sigma_{k'}^2 \tag{31}$$

である。よってこのときの判定基準値W_cと誤誘導確率P_cとの関係は

$$P_c = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{kk'}} exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{s-W_c}{\sigma_{kk'}}\right)^2\right\} ds \tag{32}$$

で与えられ、よって政策的に定められた許容誤誘導確率P_cに対し上式より判定基準値W_cが逆算できる。

式(32)から誘導を行うか否かの到定基準となるW_cを求めるためには、各経路の旅行時間の標準偏差σ_kが与えられなければならないが、そのためには経路上の各セクションにおける区間速度の標準偏差を知る必要がある。一般に区間速度の標準偏差は、区間交通量に依存すると考えられる。たとえば阪神高速道路の規制速度60km／時区間の交通データを用いて、区間密度の標準偏差σ_iと区間交通量q_iの関係を回帰したところ次式を得た

$$\sigma_i = 217.08 - 43.68 \ln q_i \quad (F値=180.72) \tag{33}$$

このように各セクションの区間速度の標準偏差を求めることができれば、セクションごとの旅行時間の標準偏差が求まり、さらに各セクションの旅行時間の独立性を仮定すれば、経路の旅行時間の標準偏差も求まることになる。

7　計算例　2

計算例１でとりあげた問題について、速度分布を考慮したときの確率的制御を行った場合について求めてみよう。各セクションの区間速度の標準偏差は式(33)で与えることとし、経路誘導の判定基準として、許容誤誘導確率P_cを20%と仮定したときの最

適制御解を表－２に示す。確率的誘導を行った結果誤誘導することがなくなり信頼性が向上している。

表－２　最適誘導解（計算例２）

時刻（分）	基本交通量（台／分） 経路1	基本交通量（台／分） 経路2	誘導交通量（台／分） 経路1	誘導交通量（台／分） 経路2	旅行時間（分） 経路1	旅行時間（分） 経路2	旅行時間比	判定
1:00	7	11	0	6	6.56	6.34	.22	OK
2:00	10	14	FO		6.55	6.35	.20	
3:00	10	14	FO		6.55	6.35	.20	
4:00	10	14	FO		6.56	6.35	.21	
5:00	10	14	FO		6.57	6.37	.21	
6:00	10	14	FO		6.61	6.42	.20	
7:00	16	24	FO		6.67	6.48	.18	
8:00	16	24	FO		6.72	6.55	.17	
9:00	20	29	FO		6.78	6.69	.09	
10:00	20	29	FO		6.83	6.81	.03	
11:00	24	36	FO		6.89	7.00	-.10	
12:00	24	36	FO		6.95	7.28	-.33	
13:00	28	41	FO		7.01	7.58	-.57	
14:00	28	41	FO		7.04	7.83	-.79	
15:00	21	32	18	0	7.07	8.15	-1.08	OK
16:00	28	43	FO		7.13	8.17	-1.03	
17:00	21	31	17	0	7.13	8.47	-1.34	OK
18:00	21	31	17	0	7.17	8.57	-1.39	OK
19:00	21	31	17	0	7.20	8.64	-1.43	OK
20:00	21	31	17	0	7.22	8.69	-1.47	OK
21:00	20	31	17	0	7.24	8.72	-1.49	OK
22:00	20	31	17	0	7.24	8.75	-1.51	OK
23:00	20	30	17	0	7.25	8.76	-1.52	OK
24:00	20	30	17	0	7.24	8.77	-1.52	OK
25:00	20	30	16	0	7.24	8.76	-1.52	OK
26:00	20	30	16	0	7.23	8.75	-1.52	OK
27:00	19	29	16	0	7.22	8.73	-1.52	OK
28:00	19	29	16	0	7.17	8.69	-1.52	OK
29:00	19	29	16	0	7.08	8.44	-1.37	OK
30:00	19	29	16	0	6.91	7.85	-.94	OK

FO: free operation

8　あとがき

本研究はピーク時などの特定時間帯における道路交通流を対象とした経路誘導理論を論じ、その最適経路誘導を離散型最小原理問題として定式化し、その解法について示した。その結果最適経路誘導解は時々刻々と変動する交通状況のもとで、予想される最短経路へ需要交通量を流せばよいことを理論的に明らかにし、従来経験的に実施されている旅行時間予測に基づく経路誘導の妥当性を裏付ける結果となった。ただ旅行時間を直接的に予測する従来の方法に比べて、本理論によれば評価関数を表わすハミルトン関数の導関数によって誘導経路が指示されるため、計算量が少なくてすむ利点は評価してよい。

本理論によって経路誘導理論が確立されたと考えてよいが、その実用化にあたっては、制御切替単位時間の与え方、基本交通量と誘導交通量の構成比の予測、具体的誘導技法など多くの問題が残されており、理論と実際の間でのキャッチボールがなお不可欠と思われる。これらは今後の課題としたい。

参考文献

1) Pretty R.L : Control of a freeway system by means of ramp metering and information signs,H.R.R.No388 pp.62-72 (1972)
2) Akcelik R.: A mathematical analysis of route control, Proc of the 7th Inter.Sympo.on Transportation and Traffic Theory,pp.491-529 (1977)
3) Maher M.J. and R.Akcelic : Route control—Simulation experiments,Transpn Res.,Vol.11,pp.25-31 (1977)
4) 井上矩之: 経路推奨の方式設計とその効果の推定，文部省科学研究費総合研究(A)最終報告書（代表長尾義三），pp.54-56 (1982)
5) 宮田嘉明，青木勇，永田孝夫: 京葉地区旅行時間予測モデル，高速道路と自動車，第28巻，第10号，pp.37-43 (1985)
6) 川島弘尚，林喜男，辻紘良，高橋理一: 経路誘導における予測システム，計測と制御，Vol.19,No.7, pp.60-64 (1980)
7) 野津原亨政，楠喜税，杉山博士: 京葉地区広域交通管理計画における旅行時間予測システム，高速道路と自動車，第25巻，第５号，pp.20-31 (1982)
8) 日本道路公団千葉管理事務所: 京葉地区道路交通情報提供システム
9) 日本道路公団名古屋管理局: 名古屋管理局管内高速道路の機能分析と交通管制に関する調査，(1985)
10) Berger C.R.,R.L.Gordon and P.E.Young : Single point diversion of freeway traffic,T.R.R.No.601 (1976)
11) Dudek C.L.,W.R.Stocton and D.R.Hatcher : Real-time freeway-to-freeway diversion,The San Antonio experience,T.R.R.No.841,pp.1-14 (1982)
12) Akcelic R and M.J.Maher : Route control of Traffic in urban road networks,Transpn Res.Vol.11,pp.15-24 (1977)
13) 松井寛: 総走行時間最小配分と等時間原則配分の動的化，土木学会論文報告集，第339号 pp.239-242 (1983)
14) Fan L.T and C.S.Wang (高松武一郎他訳) : 離散形最大原理，コロナ社 (1972)
15) Stephanedes Y.J.,P.G.Michalopoulos and R.A. Plum : Improved estimation of traffic flow for real-time control,T.R.R.No.795,pp.28-39 (1981)
16) Okutani.I and Y.J.Stephanedes : Dynamic prediction of traffic volume through Kalman fillering theory,Transpn Res.,Vol.18B,No.1 pp.1-11 (1984)
17) 岩崎征人，千葉利晃，東伸吉，向井英巳: 時系列モデルによる交通流の短期予測，土木計画学研究講演集，No.7,pp.319-324 (1985)
18) 松井寛: 高速道路交通流の動的記述モデル，交通工学，Vol.18, No.2 pp.17-26 (1983)