【土木計画学研究・論文集 No.3 1986年1月】

渋滞した流れを有する道路網における均衡交通配分法 *

EQUILIBRIUM TRAFFIC ASSIGNMENT ON A NETWORK WITH CONGESTED FLOWS

井 上 博 司**

By Hiroshi INOUYE

Equilibrium traffic assignment on a congested network is dealt by considering queues at intersections. The travel time on a link with congested flow is expressed as the sum of running time at non-congested flow regime and imaginary waiting time at the end of link. Traffic volume on links and waiting time in queues are required through equilibrium conditions. The problem is formed as a convex programming, which has explicit capacity restraints. The problem is transformed the ordinary traffic assignment problem by use of interior penalty function method. The solution is required as the limit value of solutions of them. The waiting time on a congested link is equivalent to the derivative of penalty function. A feasible point search using the solution algorithm itself is suggested. In this method, not only traffic volume but also the length and waiting time of stationary traffic congestion can be expected, and the solution algorithm is enough practical.

1. はじめに

将来の適正な道路網を計画し，また道路交通の的確な運用・管理を図るためには，道路網上を自動車交通流がどのように流れるかを解析することが必要不可欠である。このため起終点交通量を道路網に割り当てる様々な交通配分手法が発展してきた。それらのうちで Wardrop[1]によって提唱され，Beckmann[2]，Jφrgensen[3]等によって理論・体系化されてきた交通均衡理論は，最も基礎的でかつ重要な道路交通需要推計理論として認識され，今日に至っている。需要固定型の交通均衡問題は等時間原則による交通量配分とも呼ばれ，その解法は佐佐木[4]，飯田[5] Dafermos[6]，Ruiter[7]，Nguyen[8]，Leblanc et al.[9]井上[10]等によって多くの方法が開発されている。これらのうち，現在最も実用的な方法と考えられているのは，Leblanc 等による非線形計画法の Frank-Wolfe アルゴリズムを用いる方法である。この方法はネットワークが非常に大きくても適用可能であるという長所があるが，欠点は収束性が緩慢な点にあり，相当数の反復を行わないと均衡解に接近しない。このため，Florian[11]，福島[12]などによって計算の能率を向上させるべく，アルゴリズムの改良が図られている。

交通均衡理論に関する最近の研究は，コスト関数にア・シンメトリックな関数を仮定するものに集中している。これは，あるリンクの走行時間はそのリンクの交通量のみならず，他のリンクの交通量の影響も受けるというものであり，Smith[13]，Dafermos[14]によって変分不等式を用いた理論・定式化がなされている。またその解法については Fisk & Nguyen[15]，Lawphongpanich & Hearn[16]，Nguyen & Dupuis[17] 等の多くの研究がある。

ところで，実際の交通量配分においてしばしば問

* キーワーズ：交通需要予測，交通量配分

**正会員 工博 岡山大学助教授 工学部土木工学科 （〒700 岡山市津島中 3-1-1）

題となるのは，朝夕のラッシュ時に見られるような交通渋滞を，交通量配分によって予測することができるかということである。これについては，従来の交通配分モデルは何れも交通流が渋滞していない自由流領域にあることを前提としているため，交通渋滞の予測は困難であった。最近奥谷[18]は，渋滞領域での交通挙動を考慮した均衡配分モデルを提案した。これは走行時間関数を交通量に関する二価関数とするモデルである。しかしこのモデルでは，交通均衡の概念はもはや Wardrop が最初に提案したものとは異なるものとなり，また均衡点は唯一ではないため，実際に起こりうる均衡解を求めるのが難しい。

Newell[19]はフリーウエーのボトルネックで生じる待ち行列が，フリーウエーと街路の間の経路選択にどのように影響するかを分析しているが，この方法は一般の混雑した道路網における交通均衡を取り扱う上で興味深い。一般の道路網においては，交差点を先頭とする待ち行列が発生する。井上[20][21]は，このような渋滞した流れを有する道路網における交通均衡の解析法について，明確な考え方を示した。それは渋滞したリンクの走行時間を，自由流流域での走行時間とリンクの終端での遅れ時間とに分解して取り扱うものであり，この場合の交通均衡は従来の需要固定型交通均衡問題に，リンクでの容量制限式をエクスプリシットに付加することによって求められることを明らかにした。井上はまたこの問題に対するラグランジェ乗数法による解法を示している。この方法では非常に精度の高い解が求められるという長所があるが，ネットワークが相当大きい実際の道路網においては，計算機の記憶容量や演算時間の点で適用することが難しい。このため本研究においては，精度を多少犠牲にしても，大規模な道路網に対しても適用可能な計算方法の開発を行った。この方法は，容量制限式をペナルティー関数として目的関数に加えた拡張目的関数に対して，内点から最適解に接近する内点ペナルティー法を用い，また交通均衡の計算には Frank-Wolfe アルゴリズムを用いるというものである。この方法は，計算結果から十分実用的な方法と考えられ，また道路網計画や道路交通管制に応用することが可能であると思われるので，ここに報告するものである。

2．渋滞流を有する道路網における交通均衡

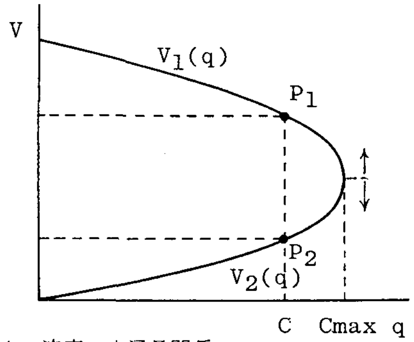

図１　速度－交通量関係

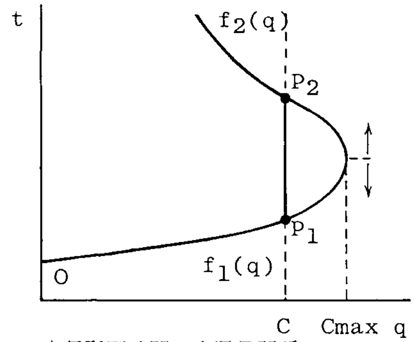

図２　走行所要時間－交通量関係

いま道路網と交通需要が与えられているものとする。道路網での交通流は本来非定常なものであるが，時間帯を適当に区切れば各時間帯の中での変動は比較的小さく，交通流は定常的であるとして取り扱うことができよう。そこでいま短時間の交通需要を対象として，交通流は定常的であるものとする。

ここで任意のリンク (i, j) を考える。リンクでの速度Ｖと交通量 q の関係は，図１に示すように自由流時には単調減少な関数 V_1 (q)，渋滞時には単調増加な関数 V_2 (q) となる。したがって走行所要時間 t と交通量 q の関係は，図２に示すように自由流時には単調増加な関数 f_1 (q)，渋滞時には単調減少な関数 f_2(q)となる。ただし一般には交差点での容量Ｃは単路部の容量Cmaxよりも小さいため，自由流時にはＯP_1間の値をとり，交差点を先頭と

する渋滞が生じたときにはP_1P_2間の値となる。

井上は，交差点を先頭とする渋滞が生じている場合を含むリンクの所要時間－交通量関係を，自由流領域での走行時間関数 $f(q) = f_1(q)$ と，リンクの終端での待ち時間wとの和として表わすことができることを示した。このとき任意のリンクの走行所要時間は

$$t = \begin{cases} f(q) & (0 \leq q < C) \\ f(q) + w & (q = C) \end{cases} \tag{1}$$

と表わされる。ここで $f(q)$ は $0 \leq q \leq C$ において狭義単調増加であるものとする。待ち時間wは長さ

$$l = \frac{w \cdot V_1(C) V_2(C)}{V_1(C) - V_2(C)} \tag{2}$$

の渋滞に相当する。ただし渋滞は1リンクの中に留まる場合を対象としており，数リンクにわたるような渋滞は考慮されていない。

またこのときの交通均衡を求める問題は，次の数理計画問題（P）を解くのと等価であることを明らかにしている。

（P）

$$\text{Min } f = \sum_{ij} \int_0^{X_{ij}} f_{ij}(X)\, dX \tag{3}$$

sub.to

$$X_{ij} = \sum_k x_{ij}^k , \quad (\forall ij) \tag{4}$$

$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = D_i^k , \quad (\forall i, k) \tag{5}$$

$$X_{ij} \leq C_{ij} , \quad (\forall ij) \tag{6}$$

$$x_{ij}^k \geq 0 , \quad (\forall ij, k) \tag{7}$$

ここに，

x_{ij}^k：目的地がkのリンク (i, j) 上のフロー

X_{ij}：リンク (i, j) 上のトータルフロー

D_i^k：iからkへの需要交通量

C_{ij}：リンク (i, j) の交差点容量

である。制約条件(4)～(7)を満足する実行可能解が存在するとき最適解 x_{ij}^{k*} （∀ij, k）が存在し，それらは次のような性質をもつ。

$$\left.\begin{array}{l} f_{ij}(X_{ij}^*) + \mu_{ij} + \lambda_j^k \geq \lambda_i^k , \\ \qquad (x_{ij}^{k*} > 0) \\ f_{ij}(X_{ij}^*) + \mu_{ij} + \lambda_j^k \geq \lambda_i^k , \\ \qquad (x_{ij}^{k*} = 0) \end{array}\right\} \tag{8}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu_{ij} = 0, \ (X_{ij}^* < C_{ij}) \\ \mu_{ij} \geq 0, \ (X_{ij}^* = C_{ij}) \end{array}\right\} \tag{9}$$

ただし，

λ_i^k：制約条件(5)に対するラグランジェ乗数

μ_{ij}：制約条件(6)に対するラグランジェ乗数

である。ここでラグランジェ乗数 λ_i^k はノードiからノードkに至る最短路の所要時間，また μ_{ij} はリンク (i, j) における待ち時間と解釈することができる。したがって式(8)は，利用される経路については所要時間が皆等しく，しかもそれらは利用されないどの経路の所要時間よりも小さいという Wardrop の第一法則を表わしている。

問題（P）の特徴は，渋滞流を有する道路網での交通均衡問題が，従来の需要固定型均衡問題に容量制限式をエクスプリシットに付加するのみで取り扱われているという点にあり，このため問題の凸性や，リンク全交通量に関する解の一意性が保たれ，解析上非常に好都合である。なおリンクの容量制限条件を考慮した需要固定型交通均衡問題の解法は，既に Daganzo[22)23)]により発表されているが，この解法は交通量が容量に近づくと走行時間が無限に大きくなるように走行時間関数を設定することにより容量制限を図るものであり，したがって容量制限条件はエクスプリシットには取り扱われていない。

問題（P）に対して提案されたラグランジェ乗数法による解法は，制約条件(5)～(7)をペナルティー関数としてラグランジェ関数に加えた拡張ラグランジェ関数に対して，主問題および双対問題を順次反復して解いていくことによって最適解に接近していくものである。主問題の解より均衡フローが，また双対問題の解より待ち時間が求められる。この方法では非常に精度の高い解が得られるという長所がある。ただし拡張ラグランジェ関数の最適化は，かなりの精度で行わなければラグランジェ乗数値が収束しないという問題点があり，このため実際の大規模な道路網での交通配分においては，計算機の記憶容量や演算時間の点で制約を受け，適用が難しい。ところで実際の交通需要推計においては，もともとOD交通量や走行時間関数自体の予測精度がそう高いものではない。このため本研究においては，計算精度を多少落としても，大規模な道路網に対しても適用が可能な実用的解法を考える。

3．実用的解法

問題（P）は，従来の需要固定型交通均衡問題に容量制限条件式(6)が付加されたものであるから，この制約条件を内点ペナルティー関数の形で目的関数に加え，この変換された問題を従来の解法によって解くという方法を考える。ここで用いる内点ペナルティー関数法は次のようなものである 。

$$\min \ f(x)$$
$$\text{sub. to} \quad g_i(x) \leqq 0, \ i=1,\cdots,m$$

において，Tを許容領域，また

$$\text{int } T = \{x \mid g_i(x) < 0 \quad i=1,\cdots,m\}$$

とする。ここで，

$$\Phi(x) = \sum_i \Psi(g_i(x))$$
$$\Psi(s) = 1/(-s), \text{ あるいは} -\log(-s)$$

とおく。拡張目的関数を

$$F(x, t^n) = f(x) + t^n \, \Phi(x)$$

とするとき，$\{t^n\}$ $n=0, 1, \cdots\cdots$が狭義単調減少して0に収束する正数列のとき，拡張目的関数に対する最適化問題min F（x，t^n），x∈int Tの最適解の列 $\{x^n\}$ は，$n\to\infty$のとき適当な条件のもとで元の問題の最適解に収束する。

またこのとき，

$$\lambda_i^n = t^n \ \Psi'(g_i(x^n)) \quad i=1,\cdots,m$$

と定義すると，列 $\{x^n\}$ が最適解x^*に収束するならば，λ_i^nは対応する Kuhn-Tucker 乗数λ^*に収束する。

さて問題（P）は凸計画問題であって，x∈int Tが存在するとき，収束のための条件を満足する。ここで，

$$g_{ij}(X_{ij}) = X_{ij} - C_{ij} \tag{10}$$

とし，またペナルティー関数形として

$$\Psi_{ij}(s) = -\log(-s/M_{ij})$$
$$M_{ij} = \sup\{-g_{ij}(X_{ij})\}$$

を採用すると，拡張目的関数は

$$F(X, t^n) = \sum_{ij}\int_0^{X_{ij}} f_{ij}(X)dX - t^n \sum_{ij}\{\log(C_{ij}-X_{ij}) - \log C_{ij}\}$$

となる。式(11)は，あるいは次のように書き表わすことができる。

$$F(X, t^n) = \sum_{ij}\int_0^{x_{ij}} \left\{ f_{ij}(X) + t^n \cdot \frac{1}{C_{ij} - X} \right\} dX \tag{12}$$

このとき問題

（P^n）

$$\min \ F(X, t^n)$$

sub. to

$$X_{ij} = \sum_k x_{ij}^k, \qquad (\forall ij) \tag{13}$$
$$\sum_j x_{ij}^k - \sum_j x_{ji}^k = D_i^k, \quad (\forall i, k) \tag{14}$$
$$x_{ij}^k \geqq 0, \qquad (\forall ij, k) \tag{15}$$

に対する最適解の列 $\{X^n\}$ は$t^n \to 0$のとき，元の問題（P）の最適解に収束する。またこのとき，

$$\mu_{ij} = t^n \Psi'(g_{ij}(X_{ij})) = t^n \cdot \frac{1}{C_{ij} - X_{ij}} \tag{16}$$

は容量制限式(6)に対するラグランジェ乗数値に収束し，したがってリンク (i, j) の待ち時間w_{ij}に一致する。図3は走行時間関数とペナルティー関数を示している。

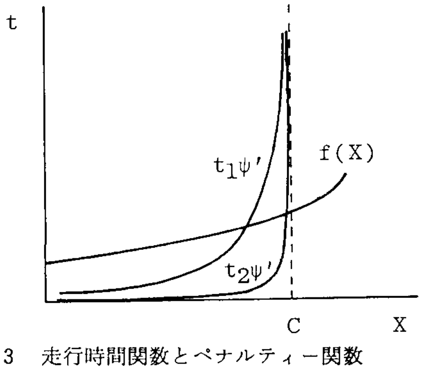

図3　走行時間関数とペナルティー関数

ところで問題（P^n）においては，$f_{ij}(X) + t^n/(C_{ij} - X)$をリンク (i, j) のコスト関数として，交通均衡問題を解けばよい。問題（P^n）の解法には既存の多くの手法を用いることができるが，最も実用的であるとされる Leblanc 等による Frank-Wolfe アルゴリズムを用いる方法を採用する。この方法では，容量制限条件がある場合には探索点が境界を越えてしまう可能性があり，このため一次元最小化において，探索点が境界を越えないようにス

小化において，探索点が境界を越えないようにステップ幅を制限する必要がある。

このときアルゴリズム次のようになる。

アルゴリズム（A）

ステップ0

実行可能内点X^0を選ぶ。n＝1とする。

ステップ1

$X^n = X^{n-1}$とする。

ステップ2

コストを$f_{ij}(X_{ij}^n) + t^n / (C_{ij} - X_{ij}^n)$，$\forall ij$として，すべての起終点間の最短路探索を行い，それらの最短路に全需要交通量を配分したリンク交通量Z_{ij}を求める。

ステップ3

$$d_{ij} = Z_{ij} - X_{ij}^n \quad , \quad \forall ij$$

$$0 \leq \alpha < \min\left(1, \min_{d_{ij}>0} \frac{C_{ij} - X_{ij}^n}{d_{ij}}\right)$$

の範囲で$F(X^n + \alpha d,\ t^n)$を最小にするαの値α^*を求める。

ステップ4

$X_{ij}^n := X_{ij}^n + \alpha^* d_{ij}$

とする。ステップ2～4を一定回数繰り返す。

ステップ5

収束判定基準

$$\left| \frac{P(X^n, t^n)}{F(X^n, t^n)} \right| < \varepsilon$$

を満足するならストップ　さもなければ

$t^{n+1} = \gamma \cdot t^n$

とする。n：＝n＋1とし，ステップ1へ行く。

上記アルゴリズムにおいて，

$$P(X^n, t^n) = -t^n \sum_{ij} \{\log(C_{ij} - X_{ij}^n) - \log C_{ij}\}$$

また，$\gamma = 0.1$，$\varepsilon = 0.01$程度とする。

収束判定基準は，

$t^n \Phi(X) \to 0\ (n \to \infty)$

となることから，拡張目的関数のペナルティー項が目的関数値に較べて十分小さくなったときに収束したと判定するものである。

なおこのアルゴリズムにおいては，最初に実行可能内点を1つ与える必要がある。これは需要量が容量に近接しているとかなり難しい問題であるが，前記の内点ペナルティー法自体を用いて求めることができる。これは変数が境界に接近すると目的関数値が大きくなるため，目的関数の最小化のステップを行うと探索点が境界から離れるように動くという性質を利用して，フローを容量以内に囲い込んでいくものである。そのアルゴリズムは次のとおりである。

アルゴリズム（A^0）

ステップ0

$C_{ij}^* = \infty$，$X_{ij} = 0$，$\forall ij$ とする。

ステップ1

$$F(X, C^*) = \sum_{ij} \int_0^{X_{ij}} \left\{ f_{ij}(X) + t \cdot \frac{1}{C_{ij}^* - X} \right\} dX$$

として，アルゴリズム（A）のステップ2から4を実行する。ただし最初の繰り返しでは，$\alpha^* = 1$とする。

ステップ2

$X_{ij} < C_{ij}$なら$C_{ij}^* = C_{ij}$，さもなければ$C_{ij}^* = X_{ij} + \triangle X$，$\forall ij$とする。

ステップ3

もし$C_{ij}^* = C_{ij}$，$\forall ij$ならストップ。さもなければステップ1へ行く。

$\triangle X$としては0.1位の値を用いる。またtとしては，ペナルティー・パラメーターの初期値t^0を用いる。

4．計算結果

解法の特性及び収束性を検討するため，2，3のテスト問題を解いてみた。

(1)　計算例1

まず図4に示す道路網を用いて計算を行った結果を示す。各リンクの走行時間関数および容量は表1のとおりとし，また需要交通量は表2のとおりとする。

$t^0 = 10^3$としてアルゴリズム（A^0）により初期値を求めたところ，12回の繰り返しによって実行可能内点が求められた。次いでこれを初期値として，アルゴリズムAにより均衡解を求めた。ペナルティー・パラメーターの各値に対する Frank-Wolfe アル

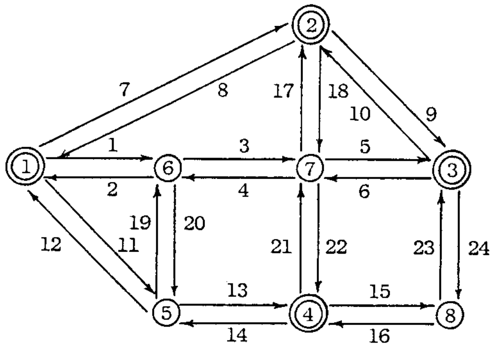

図4　テスト用道路網1

表1　走行時間関数および容量

link No.	f_{ij} (X)	C_{ij}
1,2,4,5	$5\times10^{-6}X^2+5$	1000
3,6	$5\times10^{-6}X^2+5$	800
7,8	$25\times10^{-6}X^2+20$	600
9,10,11,12	$15\times10^{-6}X^2+10$	600
13,14,15,16,17 19,20,22,23,24	$10\times10^{-6}X^2+7$	600
18,21	$10\times10^{-6}X^2+7$	500

表2　需要交通量

O＼D	1	2	3	4
1	-	300	900	400
2	300	-	500	600
3	900	500	-	400
4	400	600	400	-

ゴリズムによる最小化での反復回数を1000回としたときの，計算結果は表3に示すとおりである。

ここで収束判定基準を $\varepsilon=10^{-2}$ とした場合には，ペナルティー・パラメーターの2回の縮小で，また $\varepsilon=10^{-3}$ とした場合には3回の縮小で計算が停止することになる。この段階で変数値はほぼ収束しており，また待ち行列の生じないリンクの待ち時間の値が，.01分程度となっている。待ち時間の値は十分に収束しているとはいえないが，さらに計算を続けていくと，次第に変換された問題の条件が悪くなって数値的に解きにくくなっている。このためペナルティー・パラメーターの縮小は，3回程度が適当である。計算の結果，この道路網では交通渋滞は交差点容量の小さいノード7に流入する4本のリンクおよび需要量の多いノード2，3間のリンクで発生するものと予測される。

(2)　計算例2

次に Leblanc et al. によるテスト用の問題に適用した結果を示す。この問題のネットワークは図5に示とおりである。各ノード・ペアー間の需要交通量および各リンクの走行時間関数は全く同じものを用いている。ただし各リンクの交差点容量は，走行時間関数のパラメーターから妥当な値を設定した。Frank-Wolfe アルゴリズムでの反復数を200回とし，また $\gamma=0.1$，$\varepsilon=10^{-2}$ として計算を行った結果，ペナルティー・パラメーターの3回の縮小で計算が停止した。各リンクの設定した交差点容量および計算の結果得られた各リンクの交通量と待ち時間を表4に示す。この計算例では，12本のリンクで渋滞が予測された。なお Frank-Wolfe アルゴリズムでは，反復を続けると次第にリンク交通量の変化が小さくなり，見かけ上収束したように見えるが，これは収束性が緩慢なためであり，最適解に接近するためには相当数の反復が必要である。ただ，どの程度の反復を行うかは必要とされる数値の精度および計算費用の点から決められるべきであろう。

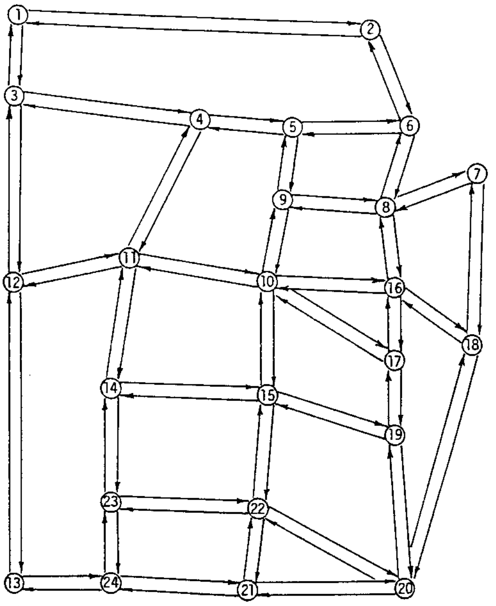

図5　テスト用道路網2

表3　例1の計算結果　単位　X：台／時，w：分

link	initial value X	n=1 (t=100) X	n=1 (t=100) w	n=2 (t=10) X	n=2 (t=10) w	n=3 (t=1) X	n=3 (t=1) w
(1,6)	869.6	809.6	.53	809.7	.05	809.8	.01
(6,1)	847.4	804.7	.51	803.9	.05	803.9	.01
(6,7)	785.8	795.9	24.23	799.5	18.93	799.9	17.83
(7,6)	763.6	791.0	.48	793.7	.05	794.1	.01
(7,3)	791.4	796.8	.49	800.2	.05	800.9	.01
(3,7)	788.7	795.9	24.54	799.5	19.46	799.9	17.83
(1,2)	428.4	362.6	.42	353.9	.04	353.8	.00
(2,1)	442.9	365.0	.43	355.6	.04	355.1	.00
(2,3)	591.2	591.1	11.19	598.4	6.43	599.8	4.98
(3,2)	589.2	591.1	11.20	598.5	6.64	599.8	5.42
(1,5)	500.8	511.1	1.13	498.5	.10	496.4	.01
(5,1)	508.4	513.6	1.16	502.6	.10	501.0	.01
(5,4)	584.6	524.8	1.33	508.7	.11	506.3	.01
(4,5)	592.2	527.3	1.38	512.8	.12	510.8	.01
(4,8)	491.2	545.3	1.83	547.5	.19	546.7	.02
(8,4)	495.9	546.1	1.86	548.1	.19	547.6	.02
(7,2)	505.7	498.9	.99	501.2	.10	501.2	.01
(2,7)	489.1	496.5	28.80	499.5	21.31	500.0	22.30
(5,6)	83.8	13.7	.17	10.2	.02	9.9	.00
(6,5)	83.8	13.7	.17	10.2	.02	9.9	.00
(4,7)	497.5	496.7	30.34	499.5	22.11	500.0	22.13
(7,4)	500.4	498.4	.98	503.0	.10	503.6	.01
(8,3)	491.2	545.3	1.83	547.5	.19	546.7	.02
(3,8)	495.9	546.2	1.86	548.1	.19	547.6	.02
F(X,t)	1.15372×10^5	1.11454×10^5		1.10892×10^5		1.10827×10^5	
P(X,t)	5.77248×10^3	5.85167×10^3		6.96909×10^2		8.28237×10	

表4　例2の計算結果　単位　C：1000台／日，X：1000台／日，w：時間

link	C	X	w	link	C	X	w	link	C	X	w
(7,18)	24	15.53	.0001	(23,24)	10	7.65	.0004	(9,5)	22	17.05	.0002
(10,15)	22	21.98	.0577	(21,22)	22	8.81	.0001	(10,9)	22	21.42	.0017
(3,4)	20	14.68	.0002	(14,23)	10	8.18	.0006	(22,15)	22	17.98	.0003
(1,3)	24	7.82	.0001	(22,23)	10	9.89	.0088	(12,11)	16	8.17	.0001
(1,2)	24	4.24	.0001	(14,15)	20	9.50	.0001	(5,4)	20	18.86	.0009
(3,12)	24	10.67	.0001	(16,17)	12	11.36	.0016	(24,13)	12	11.42	.0017
(12,13)	24	12.86	.0001	(17,19)	12	10.15	.0005	(21,24)	12	10.65	.0007
(18,20)	24	19.43	.0002	(19,20)	12	8.60	.0003	(21,20)	12	6.49	.0002
(10,11)	16	15.98	.0511	(11,14)	10	9.96	.0279	(6,2)	12	6.01	.0002
(16,18)	16	15.33	.0015	(20,22)	10	7.06	.0003	(8,6)	12	11.98	.0562
(15,19)	20	18.15	.0005	(8,16)	12	8.65	.0003	(8,7)	12	11.86	.0074
(10,17)	10	8.29	.0006	(10,16)	16	11.51	.0002	(6,5)	20	8.74	.0001
(8,9)	12	7.51	.0002	(18,7)	24	15.57	.0001	(24,23)	10	7.58	.0004
(4,11)	10	5.81	.0002	(15,10)	22	21.98	.0610	(22,21)	22	8.82	.0001
(5,9)	22	16.93	.0002	(4,3)	20	14.63	.0002	(23,14)	10	8.13	.0005
(9,10)	22	21.27	.0014	(3,1)	24	7.82	.0001	(23,22)	10	9.86	.0072
(15,22)	22	18.01	.0003	(2,1)	24	4.24	.0001	(15,14)	20	9.55	.0001
(11,12)	16	8.15	.0001	(12,3)	24	10.71	.0001	(17,16)	12	11.35	.0016
(4,5)	20	18.74	.0008	(13,12)	24	13.03	.0001	(19,17)	12	10.15	.0005
(13,24)	12	11.36	.0016	(20,18)	24	19.46	.0002	(20,19)	12	8.59	.0003
(24,21)	12	10.56	.0007	(11,10)	16	15.97	.0364	(14,11)	10	9.97	.0337
(20,21)	12	6.57	.0002	(18,16)	16	15.42	.0017	(22,20)	10	7.06	.0003
(2,6)	12	6.00	.0002	(19,15)	20	18.14	.0005	(16,8)	12	8.69	.0003
(6,8)	12	11.98	.0508	(17,10)	10	8.30	.0006	(16,10)	16	11.56	.0002
(7,8)	12	11.90	.0100	(9,8)	12	7.44	.0002				
(5,6)	20	8.74	.0001	(11,4)	10	5.75	.0002				

5．まとめ

本研究においては，先に提案した混雑した道路網における交通均衡の概念にもとづく交通配分の実用的計算法を明らかにし，この計算法に関する種々の検討を行った。本配分法の従来の方法との大きな相異は，コスト関数を走行時間関数とペナルティー関数に分離することによって，混雑したリンクの走行時間の意味を明確にしたという点にある。これによって，混雑した道路網での渋滞の長さあるいは渋滞による待ち時間の予測をも可能とした。ここで，本論文の内容をまとめると次のとおりである。

1） 渋滞した流れを有する道路網における交通均衡問題は，容量制限式を内点ペナルティー関数として目的関数に加えた拡張目的関数の最適化を図る内点ペナルティー関数法によって解くことができる。

2） 拡張目的関数の最小化には，Frank-Wolfe アルゴリズムを用いることができる。

3） 渋滞したリンクでの待ち時間は，ペナルティー・パラメーターを0に近づけたときのペナルティー関数の微係数値によって求められる。

4） 内点ペナルティー法を適用するために必要な初期値は，ペナルティー関数の性質を利用してフローを容量以内に囲い込んでいくアルゴリズムによって求めることができる。

5） 数値計算においては，ペナルティー・パラメーターの縮小は3回程度が適当である。

なお本研究においては交通流は定常的であると仮定しているため，渋滞が徐々に延伸し，あるいは徐々に解消していくような非定常な現象を取り扱うことはできない。また本研究では，渋滞が1リンクの中に留まる場合を前提としており，実現象でしばしば見られる数リンクにわたるような渋滞を取り扱うことはできない。この場合には均衡解は唯一ではなく，また交通信号現示の条件が待ち行列の形成に関与してくる。このような場合に対する理論の拡張が，今後に残された課題である。

最後に本研究を行うにあたり，貴重な御助言および御指導をいただいた京都大学飯田恭敬教授に，深謝の意を表する次第であります。

参考分献

1） Wardrop, J. G. : Some theoretical aspects of road traffic research, Proc, Inst. Civil Engrs., 1, pp. 325～378, 1952

2） Beckmann, M. J., McGuire, C.B. & Winsten, C. B. : Studies in the economics of transportation, Yale University Press, 1956

3） Jorgensen, N. O. : Some aspects of the urban traffic assignment problem, I. T. T. E. Graduate Report, University of California, Berkley, 1963

4） 佐佐木綱：道路網における交通量の配分方法，日本地域学会年報第2号，pp. 19～34, 1963

5） 飯田恭敬：バスフローを用いた等時間原則による交通量配分，土木学会論文報告集第168号，pp. 45～57，1969.8

6） Dafermos, S. C. : An extended traffic assignment model with applications to two-way traffic, Transportation Science, Vol. 5, №4, pp. 366～389, 1971. 11

7） Ruiter, E. R. : Implementation of operational network equilibrium procedures, Transportation Research Record, 491, pp. 40～51, 1974

8） Nguyen, S. : An algorithm for the traffic assignment problem Transpn. Science, Vol. 8, №3, pp. 203～216, 1974. 8

9） Leblanc, L. J., Morlok, E. K. and Pierskalla, W. P. : An accurate and efficient approach to equilibrium traffic assignment on congested networks, Transpn. Research Record, 491, pp. 12～23, 1974

10） 井上博司：道路網における均衡交通量配分の勾配射影法による計算法，土木学論文報告集第313号，pp. 125～133，1981. 9

11） Florian, M. : An improved linear approximation algorithm for the network equilibrium (packet switching) probem, Proc. of the 1977 I.E.E.E. Conf. on Decision & Control, pp. 812～818, 1977

12） Fukushima, M. : A modified Frank-Wolfe algorthm for solving the traffic assignment problem, Transpn. Res., Vol. 18B, №2, pp. 169～177, 1984

13） Smith, M. J. : The existence, uniqueness and stability of traffic equilibria, Transpn. Res., Vol. 13B, pp. 295～304, 1979

14） Dafermos, S. : Traffic equilibrium and valiational inequalities,Transpn. Sci., Vol. 14, pp. 42～54, 1980

15） Fisk, C. and Nguyen, S. : Solution algorithms for network equilibrium models with asymmetric user costs, Transpn. Sci., Vol. 16, №3, pp. 361～381, 1982

16） Lawphongpanich, S. and Hearn, D. W. : Simplicial decomposition of the asymmetric assignment problem, Transpn. Res., Vol. 18B, №2, pp. 123～133, 1984

17） Nguyen, S. and Dupuis, C. : An efficient method for computing traffic equilibria in networks with asymmetric transportation costs, Transpn. Sci., Vol. 18, №2, pp. 185～202, 1984

18） Okutani, I. : Equilibrium flows in a network with congested links, Proc. of the 9th International Sympoium on Tranportation and Traffic Theory, pp. 253～271, 1984

19） Newell, G. F. : The effect of queues on the traffic assignment to freeways, Proc. of the 7th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, pp. 311～340, 1977

20） 井上博司：混雑した道路網における交通均衡―概念および解法―，土木学会第40回年次学術講演会概要集第4部，1985. 9

21） 井上博司：混雑した道路網における交通均衡およびその数値解法，土木学会論文報告集（投稿中）

22） Daganzo, C. F. : On the traffic assignment problem with flow dependent costs-I, Transpn. Res., Vol. 11, pp. 433～437, 1977

23） Daganzo, C. F. : On the traffic assignment problem with flow dependent costs-II, Transpn. Res., Vol. 11, pp. 439～441, 1977

24） 今野浩，山下浩：非線形計画法，日科技連，pp. 217～237，1978. 3