

LP問題による道路網容量の算定に関する研究*

A Study on the Calculation of the Road Network
Capacity by A Linear Programming Method

樹 谷 有 三**

By Yuzo MASUYA

The author has already tried to formulate the methodology of the road network capacity as a linear programming method. Based on this formulated methodology, in this paper the following two attempts are made. One is the effects of the change of route choice behavior of OD traffic on the road network capacity. The other is the methodology of the critical road network capacity which is the condition of all trips not generating and attracting. As a result, the former is studied through the slack variables and dual variables of the dual problem. On the other hand, the methodology of the critical road network capacity is attempted as by way of simple matrix calculation based on the OD-cut matrix.

1. まえがき

道路網容量は、一般に各リンク（道路区間）の交通容量が与えられたとき、各OD交通の構成比（OD交通量の相対比）一定のもとで道路網全体で処理できる交通量として定義されており、各種の道路網計画あるいは運用計画を行うときの量的評価要因として、特に道路網の運用効率を表す要因として考えられている。したがって、自動車交通の増大に対する考え方が従来の需要を先取りする需要追従型計画から需要自体をも管理し既存施設を有効に利用しようとする交通管理型計画へ移行しようとする現在において、評価要因としての重要性は一層増してきて

いる。そして、道路網容量は次のような各種の問題を考えるうえで、その実用的意義は大きい。(1) 増大する自動車交通需要に対して既存道路網においてはどの程度まで処理できるのか、(2) 各種の災害に伴って各リンクの交通容量が減少したとき、道路網の交通処理能力はどの程度低下するのか、(3) 一方通行システム、右・左折の禁止などの各種の交通規制の導入は、道路網の運用面においてはどのような効果を発揮するのか、(4) 住宅地開発、工業団地開発あるいは都市活動施設の移転は、既存道路網の交通処理能力にどのような影響を与えるのか、などである。また、これら各種の問題を考えると、道路交通の面からはどのような対策を講ずることができるのかについても合わせて検討することができる。

*キーワード：道路網容量，極限道路網容量，LP問題

†正会員 苫小牧工業高等専門学校助教授

土木工学科

(〒059-12 苫小牧市錦岡443番地)

道路網容量に関する従来の研究としては、実際の交通流に則したときの最大容量を求めようとする点から各種の交通量配分手法を利用した方法^{1)・2)}とLP法²⁾あるいはカット法²⁾のように交通量配分を

経ないで唯一の最適解を得る方法がある。これらの研究に対して、著者等は各OD交通の配分交通量に関する変数としてルート交通量を用いたLP問題（線形計画問題）およびLP問題の双対問題を通して考察を行ってきた。^{4)~6)} その結果、道路網容量の算定とともに、道路網容量を規定する最小カット（すべてのカットのうちでフロー水準が最小のカット）および最小カットを通過するOD交通をも容易に探索できることを明らかにしてきた。本研究は、これらLP問題を通して道路網容量の算定を行ったとき得られた成果を踏まえて、さらに次の点について考察を行ったものである。(1) 各OD交通の配分交通量としてルート交通量を用いたとき、配分対象経路の選定によっては道路網容量も異なったものとなることから、各OD交通の経路選択挙動が道路網容量に及ぼす影響についてLP問題の相補性定理を基礎に考察する。(2) 道路網容量は、一般に最小カットが発生するときの当該カットのフロー水準として求められるが、最小カットを通過しない他のOD交通においてはまだ発生・集中が可能であることから、すべてのOD交通の発生・集中が不可能となるとき道路網容量、いわゆる極限道路網容量の算定手法についてOD-カット行列を基礎に考察する。

2. LP問題による道路網容量の算定^{4)~6)}

いま、対象とする道路網が m 本のリンクと n 個のノードからなるネットワークで、そのネットワーク上に q 個のOD交通が存在するものとし、 k 番目のOD交通の構成比を p_k とする。このとき、各OD交通の配分交通量の変数としてはルート交通量あるいはリンク交通量が考えられるが、次の点からルート交通量を用いる。①すでに多くのOD交通が走行経験を有していること、②事前に各OD交通の経路選択という手間を要するが、ルート交通量は各OD交通の走行可能な経路を選択することができることから、リンク交通量に比べて取り扱う変数を減少させることができるとともに各OD交通の走行便益をも考慮することができる、などである。そして、 k 番目のOD交通の走行可能な経路の本数を n_k 、そのうちあるルート r に配分される交通量を Y_r^k とする。そうすると、道路網容量は式(1)~(3)の制約条件の下で、式(4)の処理可能交通量(道路網容量) F を

最大化するLP問題として定式化することができる。

$$\sum_{r=1}^{n_k} Y_r^k = p_k \cdot F \quad (k=1, 2, \dots, q) \quad (1)$$

$$\sum_{k=1}^q \sum_{r=1}^{n_k} i \delta_r^k \cdot Y_r^k \leq C_i \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (2)$$

$$Y_r^k \geq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$F : \text{最大化} \quad (4)$$

ここで

$i \delta_r^k$; k 番目のOD交通の r 番目のルート交通量がリンク i を通過するとき1、そうでないとき0をとる定数

C_i ; リンク i の交通容量

このLP問題の最適解において各OD交通のルート交通量が求められることから、各リンクの区間交通量もルート交通量から求めることができる。したがって、各リンクの区間交通量が交通容量に達しているかどうかによって各リンクの混雑状況を把握することも可能である。しかしながら、この区間交通量はLP問題(主問題)の結果から得られるひとつの配分結果を通して求められるので、配分のされ方によっては交通容量以下に納まるリンクもある。それ故、道路網容量を規定する最小カット、いわゆる隘路区間の選定はかならずしも正確に選定することはできない。そこで、式(1)~(4)の主問題に対する双対問題を定式化して、最小カットの探索とともに最小カットをかならず通過しなければならないOD交通などについて考察する。

いま、 y_k を式(1)、 w_i を式(2)に対する双対変数とすると、双対問題は式(5)~(7)の制約条件の下で、式(8)の目的関数を最小化する問題として定式化することができる。

$$y_k - \sum_{i=1}^m i \delta_r^k \cdot w_i \leq 0 \quad \begin{pmatrix} k=1, 2, \dots, q \\ r=1, 2, \dots, n_k \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\sum_{k=1}^q p_k \cdot y_k \leq 1 \quad (6)$$

$$w_i \geq 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^m C_i \cdot w_i : \text{最小化} \quad (8)$$

ここで、 y_k は正、負いずれも取り得る自由変数である。そして、式(2)の余裕変数を λ_i とすると、LP問題の相補性定理より双対変数 w_i との間に式

(9) の関係式を得る。

$$\lambda_i \cdot w_i = 0 \quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (9)$$

そうすると、双対変数および相補性定理のもつ経済的な意味から、交通容量一杯に配分交通量が流れて隘路区間として選定されるリンクは、双対変数 w_i が正値を取るリンクである。すなわち、双対変数が正値を取るリンクは、どのような配分方法を考えても交通容量以下に抑えることが不可能なリンクであるとともに、これら正値を取るリンクの集合がカットいわゆる最小カットを構成して道路網容量を規定することとなる。このような議論は、式(1)に対する双対変数 y_k に対しても同様に行うことができるので、最小カットをかならず通過しなければならないOD交通も双対変数 y_k から求めることができる。また、OD交通の走行可能な経路の与え方によっては最小カットを2度通過しなければならないOD交通も考えられるが、このようなOD交通も双対変数 y_k から容易に判断することができる。すなわち、最小カットを2度通過するOD交通に対する双対変数は、最小カットを構成するリンクに対応する双対変数 w_i の2倍の値を取るることとなるからである。そして、このような双対変数による最小カットおよび最小カットを通過するOD交通の探索は、自動車交通需要の増大に伴って生じる各種の道路交通問題に対して道路交通の面から種々の対策を講ずるうえでも有用となってくる。

なお、本研究では道路網容量を各OD交通の走行可能な経路を与えたときの、道路網において物理的に処理可能な交通量として算定している。したがって、自動車交通の増大に伴って発生する各種の交通公害を考慮した道路網容量の算定は、環境要因を新たに制約条件として付加する、あるいは目標計画法を通して考察するなど種々の方法を考えなければならない。^{2), 6)}

3. 各OD交通の経路選択挙動が道路網容量に及ぼす影響

水あるいは電気などのフローは全体としての流れを効率最大化するように個々のフローをコントロールできるのに対して、自動車OD交通の場合は運転者の個々の主観的な判断にまかされていることから、極端に迂回を強いるように流すことは不可能であ

る。すなわち、個々のOD交通は運転者にとって最も都合のような経路を選択して走行すると思われることから、道路網容量の算定の場合もこれら各OD交通の経路選択挙動について考えなければならない。著者等は、この点に対して前述のように各OD交通の配分交通量に関する変数としてルート交通量を用いて、事前に各OD交通の走行可能な経路を選定することによって対処しようとした。しかしながら、ルート交通量を用いたLP問題による道路網容量の算定の場合も、事前に各OD交通の走行可能な経路を選定しているとはいえ、各OD交通の配分対象経路の選定によっては道路網容量も異なったものとなることから、LP問題の解として得られた道路網容量が各OD交通の経路選択挙動を踏えたものかどうか十分に検討する必要がある。すなわち、式(4)の目的関数を最大化するLP問題においては、需要(OD交通)と供給(各リンクの交通容量)がある均衡状態に達するように各OD交通の配分交通量が求められるため、OD交通によっては最短経路以外の経路にすべての交通量が配分されるような事も生じる。そこで、本研究では各OD交通の配分対象経路の選定によっては道路網容量を規定する最小カットが対象道路網を排他的な2つのノード集合に分離する場合と分離しない場合とがあることから、それぞれの場合を通して各OD交通の経路選択挙動が道路網容量に及ぼす影響について考察する。ここでは、図-1の道路網、表-1のOD構成比(右上半分)とリンク距離(左下半分)を例として考えてゆく。なお、OD交通は対称性を仮定して三角OD交通のみについて考え、計算結果の数値も各リンクの片側の値を示す。また、各リンクの車線数は1車線とし、交通容量は12000台とする。

(1) 排他的な2つの集合に分離される場合

ノード集合を排他的な2つの集合に分離する最小カットが発生する場合は、一般に各OD交通に過酷な迂回を強いるような経路までを配分対象経路とする場合である。そして、このとき得られる道路網容量は、道路網において物理的に処理可能な交通量でもあることから、道路網容量の上限値が得られている場合でもある。

いま、各OD交通の走行可能な経路、いわゆる配分対象経路としては表-1の各リンク距離から求め

表-1 各OD交通の構成比とリンク距離(Km)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		0.095	0.097	0.138	0.104	0.109	0.068	0.014	0.017	0.006
2	5.0		0.038	0.022	0.002	0.013	0.006	0.0	0.024	0.001
3	∞	5.0		0.010	0.008	0.005	0.005	0.005	0.0	0.003
4	8.0	∞	3.0		0.028	0.022	0.007	0.004	0.020	0.001
5	∞	∞	∞	3.0		0.068	0.013	0.003	0.0	0.0
6	8.0	∞	∞	5.0	4.0		0.017	0.003	0.004	0.002
7	∞	∞	∞	∞	∞	2.0		0.013	0.005	0.001
8	∞	∞	∞	∞	∞	5.0	6.0		0.011	0.001
9	5.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	5.0		0.004
10	4.0	∞	∞	∞	∞	∞	∞	∞	7.0	

表-2 各OD交通の配分対象経路と配分交通量

OD交通	経路	経路(経由リンク)	経路距離	図-1の配分結果における各OD交通量
1-6	$\frac{1}{2} \frac{3}{4}$	$\frac{2}{4} \frac{8}{14} \frac{10}{12}$	6km $\frac{1}{16} \frac{6}{16}$	1810台 0 5851
1-7	$\frac{1}{2} \frac{3}{4}$	$\frac{2}{4} \frac{8}{14} \frac{11}{13}$	8 $\frac{1}{16} \frac{6}{16}$	1651 0 2284
2-6	$\frac{1}{2} \frac{3}{4}$	$\frac{1}{8} \frac{3}{7} \frac{9}{8} \frac{10}{10}$	$\frac{1}{16} \frac{6}{16}$	91 0
2-7	$\frac{1}{2} \frac{3}{4}$	$\frac{1}{8} \frac{3}{7} \frac{9}{14} \frac{11}{13}$	$\frac{1}{22} \frac{2}{22}$	42 0

た最短・次最短経路を中心に2～4本選定した例を通して考える。式(1)～(4)のLP問題によって道路網容量を求めると70278台となり、さらに式(5)～(8)の双対問題を通して最小カットを求めると、図-1に示すリンク1,2,3,14からなるカット1を得た。このとき、カット1は道路網を排他的な2つの集合に分離していることから、道路網容量の上限値が得られている場合である。そして、このような最小カットが発生する場合、各OD交通がどのような経路選択挙動を行っても道路網容量をより増加させることはできない。一方、LP問題から得られる各OD交通の配分交通量は、道路網容量を最大化するように求められるため、OD交通によっては最短経路以外の迂回を強いられるような経路に配分されることがある。そして、このような迂回を強いられているOD交通が、より走行経路の短い経路を走行するようになると道路網容量は減少することとなる。具体的には次のような2つのケースが考えられる。ひとつは、表-2に示すOD 2-6、2-7のように配分結果として最小カットを通過しない最短経路以外の経路にすべてのOD交通が配分される場合である。表-2に示すように3～4本の経路を選定しているが、図-1の配分結果においてOD 2-6、2-7はいずれも表-2の経路2(図-2参照)の迂回経路にしか配分されていない。他のひとつは、OD 1-6、1-7

のように当該OD交通のすべての配分対象経路は最小カットを通過しているが、表-2に示すOD 1-6の経路4(図-2参照)のように相当過酷な経路にも配分される場合である。

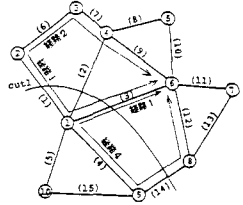


図-2 OD1-6,2-6の配分対象経路

。したがって、LP問題を通して道路網容量の算定を行ったときには、このような配分結果が実際に各OD交通の経路選択挙動として容認しうるかという点について検討する必要がある。そこで、迂回を強いられているOD交通があるとき、各OD交通がより短い経路を走行するような経路選択挙動をしたとき道路網容量がどの程度減少するかについて考える。まず、前者の場合は式(5)の余裕変数 μ_{kr} を通して考えることができる。この余裕変数は各OD交通のルート交通量 Y_r^k との間に式(9)と同様にLP問題の相補性定理から式(10)の関係式を得る。

$$Y_r^k \cdot \mu_{kr} = 0 \quad \left(\begin{matrix} k=1,2,\dots,q \\ r=1,2,\dots,n_k \end{matrix} \right) \quad (10)$$

この余裕変数は経済的な意味において機会費用(opportunity cost)あるいは損失費用(reduced cost)といわれている。式(10)は各変数の非負性もあることから、主問題と双対問題において対応する変数のどちらか少なくとも一方は0でなければならないという条件を示している。そして、変数 Y_r^k と μ_{kr} の取り方としては、式(11)の3つの組合せが考えられる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{(i)} \quad Y_r^k > 0, \quad \mu_{kr} = 0 \\ \text{(ii)} \quad Y_r^k = 0, \quad \mu_{kr} > 0 \\ \text{(iii)} \quad Y_r^k = \mu_{kr} = 0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

式(11)において(i)の場合、ルート交通量が正値を取るから最適解においてk番目のOD交通が

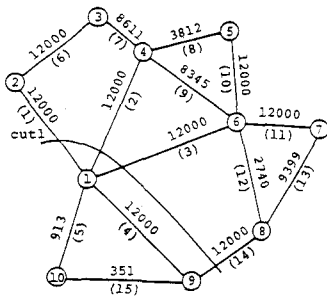


図-1 対象道路網(カッコ内はリンク番号)およびリンク1,2,3,14からなる最小カットと配分結果

r 番目の経路を走行している場合である。一方、(ii)、(iii)の場合は最適において走行していない場合である。しかしながら、(ii)の場合は損失費用を表す余裕変数 μ_{kr} が正値を取ることから、変数 Y_r^k を基底変数として組み込むと (k 番目のOD交通が r 番目の経路を走行するようにする)、組み込まれたルート交通量 1 台当り μ_{kr} の割合で道路網容量を減少させることを意味している。すなわち、迂回を強いられているOD交通においてはより短い経路に対応する余裕変数 μ_{kr} が正値を取るならば、そしてその r 番目の経路を k 番目のOD交通が走行するようになれば、道路網容量は 1 台当り μ_{kr} の割合で減少する。OD 2-6、2-7においては表-2の最短経路である経路1に対応する余裕変数が2.93を取るから、それぞれのOD交通が最短経路を走行するようになると 1 台当り2.93台の割合で道路網容量を減少させることとなる。たとえばOD 2-6が 400台、OD 2-7が 200台それぞれ最短経路を走行するようになると、道路網容量は1905台 $(= (400+200) \times 2.93)$ 減少して 68373台となり、すべてが走行するとしたときには 66574台に減少する。なお、この場合それぞれの経路1は最小カットを2度通過することから、余裕変数の値も最小カットを構成するリンクに対応する双対変数の2倍となっている。

次に、OD 1-6、1-7のように同じカットを通過する経路とはいえ相当過酷な経路にも配分されている場合について考える。この場合は、いずれの経路も最小カットを通過していることから、最小カットを構成する各リンクに対応する双対変数を通して考察することができる。すなわち、迂回経路を走行しているOD交通がより短い経路（たとえば最短経路）を走行するようになると、最短経路のルートとなっているリンクには当該リンクの交通容量以上の交通量が流れることとなることから、当該リンクに対応する双対変数 w_i の割合で道路網容量は減少する。たとえば、OD 1-6、1-7がそれぞれ最短経路により多くの交通量が流れるとしたとき、いずれの最短経路もリンク3を通過することから、1台当りリンク3に対応する双対変数の値1.46台の割合で道路網容量を減少させる。

(2) 排他的な2つの集合に分離されない場合
交通容量に達したリンクの集合がノードを排他的な

2つの集合に分離させないで走行不可能なOD交通を出現させる場合である。そして、各OD交通の配分対象経路として迂回経路を考慮して、最短経路を中心とした経路を選定したときこのような場合が考えられる。そして、このとき道路網容量は各OD交通の配分対象経路の選定にもよるが、一般に道路網容量の下限値に近いものが得られる。

いま、OD 1-6、1-7がそれぞれ表-2の最短経路だけを配分対象経路としたとき、図-3に示すリンク 1,2,3からなるカット2が最小カットとして発生して道路網容量は 57600台となる。このとき、カット2は排他的な2つの集合に分離していないので、カット2を通過するOD交通に対してカット2を通過しない迂回経路にも走行させるようにすると、道路網容量は当該OD交通の双対変数 y_k の割合で増加する。この例においては、OD 1-6、1-7に対して最小カットに含まれていないリンク14を走行経路とするように迂回させると、OD 1-6、1-7に対する双対変数がそれぞれ1.60であることから、1台当り1.60台の割合で道路網容量は増加する。そしてOD 1-6、1-7に対して迂回交通を増加させるようにすると図-1のカット1が発生することから、道路網容量は 70278台まで増加可能ということになる。一方、この場合も3 (1)と同様に最短経路に対応 μ_{kr} が正値を取るOD交通があるとき、当該OD交通が最短経路を走行するとともに道路網容量は減少する。この例においては、3 (1)と同様にOD 2-6、2-7が該当し、これらOD交通がすべて最短経路を走行するとしたとき、道路網容量は 59900台に減少する。したがって、各OD交通の容認しうる経路選択挙動を考慮すると、図-1の道路網、表-1のOD構成比における道路網容量の上限値として

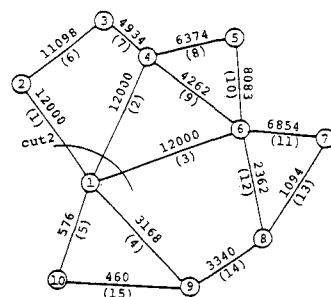


図-3 リンク1,2,3からなる最小カットと配分結果

70278台、下限値として 59900台がそれぞれ考えられる。

4. 極限道路網容量の算定手法について

(1) 極限道路網容量の算定手法

道路網容量は3. で述べた計算例でも示されているように、特定のOD交通に関しては選定された配分対象経路においてどのような経路選択を行っても交通量が容量に達したリンクを通過しないことには発生・集中できない状態である。しかしながら、他のOD交通においては、容量に余裕のあるリンクを走行して発生・集中が可能な状態でもある。そこで、ここではすべてのOD交通の発生・集中が不可能となるとき道路網容量、いわゆる極限道路網容量の算定手法について考察する。先に述べた道路網容量が現状道路網における円滑な走行状態を表す指標であるのに対して、極限道路網容量は自動車交通需要が増加していけば次第にこの状態に近づいていくことを示唆するものである。したがって、需要（OD交通）と供給（リンク交通容量）のバランスを考えたとき、いずれのOD交通を対象に発生・集中の抑制あるいは他種交通機関への転換をはかるべきなど、長期的観点から交通計画を行ううえで有用な情報を提供することができる。^{7)・8)}

極限道路網容量の算定手法としては、すべてのOD交通が上限に達するまで交通量配分手法を繰り返して算定する手法も考えられているが、⁷⁾ 本研究においては著者等が道路網の感度分析で考察したODーカット行列を基礎に簡単な行列演算によって算定する手法を考える。⁵⁾ そして、ここでは次のような点を前提として極限道路網容量の算定手法を考察する。①各OD交通が発生・集中が不可能となる、すなわち抑制対象となるのは当該OD交通が通過する多くのカットのうち、最もフロー水準の小さいカットを構成するリンクの交通量が交通容量に達したときである。②したがって、各OD交通の発生・集中可能な交通量は、当該OD交通が通過するカットのうち、最もフロー水準の小さいカットを通過する交通量がカット容量（カットを構成するリンクの交通容量の和）に達するときに得られる。③そして、極限道路網容量は各OD交通の発生・集中可能な交通量の和として求める。また、フロー水準を小大順に

並びかえた式(12)のODーカット行列 K は、道路網の感度分析を通して得られているものとする。式(12)の行列 K の要素 K_{ij} はカット i を j 番目のOD交通が通過するとき1、そうでないとき0をとる。また、 l はカットの本数、 r はOD交通の個数である。なお、極限道路網容量に達したときの各OD交通の発生・集中可能な交通量は、ODーカット行列を作成されるときに選定されたルート of どれかのルートに配分されるものとする。

$$K = \begin{matrix} \text{OD} \backslash \text{リンク} & 1 & 2 & \cdots & r \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ l \end{matrix} & \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & \cdots & K_{1r} \\ K_{21} & K_{22} & \cdots & K_{2r} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{l1} & K_{l2} & \cdots & K_{lr} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (12)$$

そうすると、極限道路網容量の算定手順は次の通りである。

(1) 行列 K において、各OD交通が最もフロー水準の小さいカットにだけ属するとした行列を L とする。

(2) 行列 L の各行(カット)において、すべての要素が0となる行を除いた行列を L' とする。 n 個のノードからなる道路網では、一般に行列 L' は $(n-1) \times r$ の行列となる。

(3) 行列 K においても、行列 L から除かれた行を除いて $(n-1) \times r$ の行列 K' を作成する。以下、 $l' (=n-1)$ 本のカットを対象に計算を行う。

(4) 極限道路網容量の状態において発生・集中可能な各OD交通の交通量を q_k とし、この交通量 q_k を要素とする列ベクトル q を式(13)とする。そして、列ベクトル q の要素 q_k は初期値としてすべて0とする。なお、 t は転置を表す。

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_r]^t \quad (13)$$

(5) 行列 K' の l' 行の行ベクトルを K'_i として、式(14)で各カットにおいて処理可能な交通量 G_i （各カットの残余容量でもある）を求める。ここで、 R_i はカット i を構成するリンクの集合である。

$$G_i = \sum_{i \in R_i} C_i - K'_i \cdot q \quad (14)$$

(6) 各OD交通の構成比を要素とする列ベクトル P を式(15)、行列 L' の l' 行の行ベクトルを L'_i とする。そして、カット i において抑制対象となるOD交通の構成比の和 P_i を式(16)で求め、さらに式(17)で当該カットで抑制対象となるOD交通の q_k

を求める。ここで、 r_1 はカット1で抑制対象となるOD交通の数である。

$$p = [p_1, p_2, \dots, p_r]^t \quad (15)$$

$$P_i = L'_i \cdot p \quad (16)$$

$$q_k = p_k / P_i \cdot G_i \quad (k=1, 2, \dots, r_i) \quad (17)$$

(7) 式(17)で求められた q_k をそれぞれ列ベクトル q に代入して手順(5)へ行く。

(8) 手順(5)～(7)を順次フロー水準の小さいカットから計算対象とする1本のカットまで繰り返す。そうすると、極限道路網容量 N は式(18)で求めることができる。なお、行列 L' において列要素がすべて0のOD交通があれば、当該OD交通の発生・集中交通量を N に加える。

$$N = \sum_{k=1}^r q_k \quad (18)$$

ここで述べた手順は、基本的には各カットごとに当該カットで抑制対象となるOD交通の極限道路網容量における発生・集中可能な交通量 q_k を求めることである。そして、式(14)の右辺の第1項はカット容量であり、第2項は当該カットよりフロー水準の小さいカットで抑制を受けたOD交通が通過する交通量の和である。なお、手順(2)、(3)においてノードが n 個のとき、行列 K 、 L' は $(n-1)$ 本のカットからなると述べているが、この事は、一般に n 個のノードからなるネットワークのOD-カット行列 K の階数(rank)が $(n-1)$ であるからである。また、行列 L' において列要素がすべて0となるOD交通は、道路網の感度分析でも述べたようにカットの探索においていずれのカットにも含まれないリンクが生じるためである。しかし、一般にこのようなOD交通の構成比の値は小さい。

表-4 各OD交通の発生・集中可能な交通量

OD交通	1-4	2-4	3-4	4-5	4-6	4-9
行列 K における列要素の数	123456	1	0	0	0	1
抑制対象となるカット	1	2	5	6	4	1
OD構成比	0.135	0.022	0.010	0.029	0.022	0.020
道路網容量(70278)のときの交通量	9487	1546	703	2038	1546	1406
極限道路網容量のときの交通量	9487	2290	1666	7669	2047	1406

(2) 計算例

ここでも、3(1)と同様に図-1の道路網および表-1のOD構成比を対象に行う。また、各OD交通の配分対象経路も3(1)と同じとする。図-4に示すカットは、著者等が道路網の感度分析で考察したOD-カット行列の作成手法並びに手順(1)、(2)を通して求めたものである。したがって、行列 K 、 L' は図-4に示す6本のカットを対象に作成することができる。表-4には、ノード4を中心とした行列 K の一部を示す。また、各カットのカット容量、フロー水準等を表-3に示した。そして、カット1から順次フロー水準の小さい順に手順(5)～(7)を行うと、表-3の各カットの処理可能交通量および表-4の各OD交通の発生・集中可能交通量を求めることができる。カット1は道路網容量を規定する最小カットであることから、通過するカットのうちカット1を最もフロー水準の小さいカットとするOD交通は、表-4のOD1-4、4-9のように道路網容量のときと同じ交通量しか発生・集中できない。一方、カット2以上を最もフロー水準の小さいカットとするOD交通は、表-4に示すように道路網容量のときより多くの交通量が発生・集中可能である。たとえば、カット2を最もフロー水準の小さいカットと

表-3 各カットのフロー水準および処理可能な交通量 G_i

カット	カット容量 (台)	各ノードを通るOD構成比の和	フロー水準 (台)	各カットにおいて各ノードのOD構成比の和 P_i	各カットにおいて処理可能な交通量 G_i (台)
1	48000	0.683	70278	0.683	48000
2	48000	0.644	74534	0.081	8433
3	48000	0.644	74534	0.000	0
4	48000	0.631	76070	0.132	12281
5	24000	0.294	81632	0.016	2665
6	24000	0.225	106667	0.029	7669

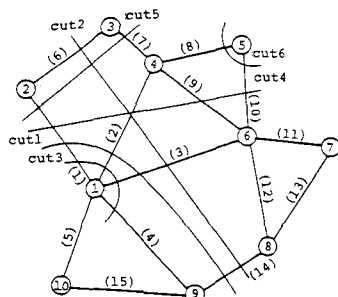


図-4 極限道路網容量の算定において計算対象とするカット

するOD 2-4は、カット2の処理可能交通量が8433台であることから、2290台($=8433 \times 0.022/0.081$)発生・集中可能となる。ここで、0.081はカット2で抑制対象となるOD交通(2-3, 2-4, 2-5, 2-6, 2-7の5つ)の構成比の和である。また、カット2のカット容量は48000台であるが、カット1で抑制を受けたOD交通が39567台($=70278 \times (0.644 - 0.081)$)通過することから、処理可能交通量(残余容量)が8433台となる。そして、この計算例においては、まずカット1から6において抑制を受けたOD交通の発生・集中可能な交通量の和として79048台(表-3の各カットの処理可能交通量の和でもある)を得る。次に、行列 L において列要素がすべて0を取るOD交通(1-9, 1-10, 6-7, 6-8, 6-9, 9-10)があることから、これらのOD交通の発生・集中交通量を6293台(カット6のフロー水準程度まで交通需要があるとして)とすると、極限道路網容量として85341台を得る。なお、表-3においてカット3における抑制対象OD構成比が0となっているが、この事は当該カットを通過するOD交通がすでにカット1、2において抑制を受けているためである。このような事は、カット3のように排他的な2つの集合に分離しないときに生じる。

5. あとがき

以上、本研究はLP問題を通して道路網容量の算定を行ったときに得られた成果を踏まえて、各OD交通の経路選択挙動が道路網容量に及ぼす影響および極限道路網容量の算定手法について考察を行ってきた。本研究をまとめると以下ようになる。

(1) 各OD交通の配分対象経路の選定によっては、道路網容量を規定する最小カットもノードを排他的な2つの集合に分離する場合と分離しない場合とがあるが、これらいずれの場合も双対変数を通して最小カットおよび最小カットを通過するOD交通を探索することができる。

(2) 各OD交通の配分交通量としてルート交通量を用いた場合でも、LP問題の解として得られる各OD交通の配分交通量はある目的関数を最適化するように求められるため、必ずしも各OD交通の経路選択挙動を反映したものとはならない場合もある。

(3) そこで、各OD交通がLP問題から得られる

配分交通量とは異なる経路選択挙動を行ったとき、道路網容量がどのような影響を受けるかは、損失費用を表す双対問題の余裕変数ならびに各リンクの容量制限式に対する双対変数を通して考察することができる。

(4) また、道路網の効率的な運用の面から道路網容量をより増加させるためには、各OD交通にどのような経路選択挙動が望まれるかについても、各OD交通の連続条件に対する双対変数を通して考察することができる。

(5) すべてのOD交通の発生・集中が不可能となるような状態の道路網容量、いわゆる極限道路網容量も道路網の感度分析から得られるOD-カット行列を基に簡単な行列演算によって算定することができる。

以上、LP問題およびLP問題の相補性定理を基礎に道路網容量に係わる問題について考察を行ってきたが、今後は他の道路網容量に関する問題と同様に大規模な道路網への適用について考察を進めて行く。最後に、本研究を進めるにあたり御指導いただいた北海道大学工学部加来照俊教授に深く感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 飯田恭敬：道路網の最大容量の評価法、土木学会論文報告集、第205号、1972
- 2) 西村 昂：道路網容量理論に関する一考察、土木学会論文報告集、第249号、1976
- 3) 三好逸二・山村信吾：道路網における最大総トリップ数について、土木学会第23回年講、1968
- 4) 榎谷・加来：道路網容量増強問題に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第323号、1982
- 5) 榎谷・加来：道路網容量による道路網の感度分析について、土木学会論文報告集、第343号、1984
- 6) 榎谷有三：LP問題による道路網容量の算定について、苫小牧高専紀要、第20号、1985
- 7) 飯田恭敬：道路網の合理的運用について、第12回日本道路会議論文集(特定課題)、1975
- 8) 交通工学研究会：交通工学ハンドブック(第5章 交通流理論)、技報堂、1984