

道路交通流の車群分布モデルに関する研究^{*}

A Study on Bunch Size Distribution Models of Traffic Flow

樗 木 ^{**} 武 ・ 田 村 洋 一 ^{***}

By Takeshi CHISHAKI and Youichi TAMURA

A bunch size distribution models of traffic flow are proposed based on the distinction between leaders and followers in speed distribution. In analysis, a new probabilistic method is applied to decide bunching vehicles instead of usual method of using critical headway.

Then the bunch-speed distribution models are induced by the use of bunch size distribution model.

Consequently, these models can be obtained only by giving traffic volume. Models are also applied to observed data and those appropriateness are examined.

1. ま え が き

道路交通流では、例え低密度であっても高速車が追越し制約を受けることによって車群が形成され、そしてそのことが交通流の諸性質に大きな影響を及ぼす。この意味では交通流における車群の形成とその諸特性を明らかにすることが重要であることはいうまでもない。

ところで、車群に関しその分布モデルの提案というところで従来から多くの研究がある。例えば Miller は文献¹、²)で幾可分布モデル、Borel-Tanner モデルの適用を試みるとともに、いわゆる1-パラメータ、2-パラメータの Miller 分布モデルを提案している。あるいは、Miller と Taylor⁴⁾はこれら諸モデルを比較検討し、結局は2-パラメータ

の Miller 分布モデルが広範な内容の交通流に適用できることを明らかにしている。その他、Drew はその著書⁵⁾で幾可分布モデルについて論じており、また高田他⁶⁾はBorel-Tanner 分布モデルの適用について研究している。

このように、従来から車群分布モデルに関する研究は多いが、それらに関して共通しかつ本質的な問題として次の2点が指摘できる。すなわち、

(1) いずれの研究においても車群の定義が必ずしも明確でなく、したがって、提案モデルの不遍性に疑問がある。

(2) 車群の形成は、その結果として交通流の諸性質を変化させるが、この点について必ずしも明確な関

* キーワーズ：車群，速度分布，車頭時間分布，交通流

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科 (〒812 福岡市東区箱崎6丁目10番1号)

*** 正会員 工修 山口大学助手 工学部建設工学科 (〒755 宇部市常盤台2557番地)

係が誘導できているとはいえない。

そこで本研究は、交通量、車頭時間、速度といった交通特性と車群との関係性に着目しながら、従来と異なる新たな車群分布モデルの提案、構築を試み、諸検討を加えるものであり、具体的には次の2点がテーマである。

(1) 自由車・追従車構成にもとづく速度分布を用いて、新たな車群台数分布モデルを誘導する。

(2) 車群長と速度との関係を表わす車群速度分布モデルを誘導する。

なお、本研究における車群の定義は自由車率・追従車率の概念にもとづく確率論的取扱いによるものであり、このことによって先の問題点 (1) に答えんとするものである。また、研究に用いたデータは郊外2車線追越禁止区間（一般国道）における観測値であり、その概要は表1に示すとおりである。

2. 車群台数分布モデル

(1) 速度分布における自由車・追従車構成

自由車・追従車構成を表現する速度分布モデルについてはすでに文献11)に論じているので、ここでは車群台数分布モデル定式化のために必要な事項のみについて要約する。すなわち、車頭時間分布の確率密度関数を $h(t)$ とし、車頭時間 t で走行する車の速度分布の確率密度関数を $s_t(u)$ とするとき、交通流全体の速度分布 $S(u)$ は次の積分により求められる。

$$S(u) = \int_{t_0}^{\infty} h(t) s_t(u) dt \quad (1)$$

ここに、 t_0 ：最小車頭時間

表1 観測データの概要

データ番号	観測年月日	観測時間	路線	地名	観測台数	交通量
1	53.11.18	14:25~15:25	R.190	小野田市 後 島	416 台	476 台/時
2		15:25~17:00			1353	821
3		10:20~12:00			1004	571
4	53.11.21	12:40~13:45		宇部市 柳ヶ瀬	615	567
5		14:04~16:06			1114	545
6		13:55~15:00			460	437
7	52. 9.11	16:52~18:05	R. 2	小郡町 小郡バイパス	1012	822
8	52.10.28	7:03~ 8:30			1203	854
9		15:45~16:25			307	453
10	52. 9.27	16:37~17:50	R.190	防府市 牟礼江泊	719	602
11	52.10.27	10:43~12:00			908	738
12	52.11.28	11:00~12:00			702	673
13	52.10.28	15:51~16:40	R.190	宇部市 恩 田	518	620
14	52.11.11	15:50~17:35			1338	761

著者らのこれまでの研究^{12), 13)}から $h(t)$ は複合対数正規分布で与えられる。

$$h(t) = P_l h_l(t) + P_f h_f(t) \quad (2)$$

$$h_l(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_l(t-t_0)} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-t_0)-\xi_l}{\zeta_l}\right)^2\right\} \quad (3)$$

$$h_f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_f(t-t_0)} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln(t-t_0)-\xi_f}{\zeta_f}\right)^2\right\} \quad (4)$$

ここで、 $h_l(t)$ 、 $h_f(t)$ は自由車・追従車の車頭時間分布の確率密度関数であり、 P_l 、 P_f は自由車・追従車が全交通流中に占める割合である。分布中の各パラメータおよび P_l 、 P_f は交通量の関数として定式化できる。

一方、 $s_t(u)$ は

$$s_t(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\eta_t} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\lambda_t}{\eta_t}\right)^2\right\} \quad (5)$$

なる正規分布で表わされ、パラメータと車頭時間との間に次式を仮定しうることが確認されている。¹⁴⁾

$$\lambda_t = a + b \ln(t - t_0) \quad (6)$$

$$\eta_t = \text{const} \quad (7)$$

したがって、式 (2)、(3)、(4)、(5)、(6)、(7) を式 (1) に代入し演算整理すると結局速度分布 $S(u)$ が次の複合正規分布により表わされることになる。

$$S(u) = P_l S_l(u) + P_f S_f(u) \quad (8)$$

$$S_l(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\eta_l} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\lambda_l}{\eta_l}\right)^2\right\} \quad (9)$$

$$S_f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\eta_f} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{u-\lambda_f}{\eta_f}\right)^2\right\} \quad (10)$$

ここに、 $S_l(u)$ 、 $S_f(u)$ は自由車・追従車の速度分布を意味し、式中のパラメータはそれぞれ次式により計算できる。

$$\lambda_l = a + b\xi_l \quad \eta_l = \eta_t^2 + b^2\zeta_l^2 \quad (11)$$

$$\lambda_f = a + b\xi_f \quad \eta_f = \eta_t^2 + b^2\zeta_f^2 \quad (12)$$

また $S(u)$ の平均 λ 、分散 η^2 は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= P_l \lambda_l + P_f \lambda_f \\ \eta^2 &= P_l \eta_l^2 + P_f \eta_f^2 + P_l P_f (\lambda_l - \lambda_f)^2 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

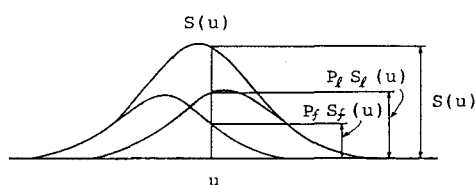


図1. 速度分布の自由車・追従車構成

各データに対する a , b および η_f の値は表 2 に示すとおりであり, また ξ_1 , ζ_1 , ξ_f および ζ_f はすべて交通量の関数として与えられるので, 結局速度分布 $S(u)$ は交通量を与えるのみでただちに計算されることになる。

(2) 基本車群台数分布モデル

速度 u で走行する車の集合に着目する。この集合に属する車を 1 台取り出すときその車が自由車である確率を R_1 , 追従車である確率を R_f とすれば, これらは式 (8) からそれぞれ次式で与えられる。

$$R_1 = \frac{P_1 S_1(u)}{S(u)} \quad (14) \quad R_f = \frac{P_f S_f(u)}{S(u)} \quad (15)$$

そこで, 速度 u で走行する車を 1 台ずつ取り出すならば, 自由車, 追従車が独立に生ずるものと仮定し n 台の車群が形成される確率 $p_n(u)$ が次式のように算定できる。

$$p_n(u) = \left(\frac{P_1 S_1(u)}{S(u)} \right) \left(\frac{P_f S_f(u)}{S(u)} \right)^{n-1} \quad (16)$$

上式は速度 u で走行している車の集合における車群台数分布を表わしているから, 交通流全体における車群台数分布 P_n は $p_n(u)$ に速度分布 $S(u)$ を乗じて u につき積分することにより求められる。すなわち,

$$P_n = \int_{-\infty}^{\infty} p_n(u) S(u) du \\ = P_1 P_f^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(u) \left(\frac{S_f(u)}{S(u)} \right)^{n-1} du \quad (17)$$

上式に式 (8) を代入すれば次式がえられる。

$$P_n = P_1 P_f^{n-1} \int_{-\infty}^{\infty} S_1(u) \left(\frac{S_f(u)}{P_1 S_1(u) + P_f S_f(u)} \right)^{n-1} du \quad (18)$$

したがって, 式 (18) に式 (9), (10) を代入することにより車群台数分布の計算が可能になる。しかしながら式 (18) をこれ以上簡単にするのは困難であり, その計算は数値積分によらざるをえない。なお, 本式において右辺の積分項が 1 に等しい場合は形式的には幾可分布モデルと同形となる。このことから, 本モデルは, 幾可分布モデルを一般化したモデルと考えることもできる。

また, 式 (18) から直接平均車群台数を求めることは困難であるが, これを次のようにして求めることができる。速度 u で走行している自由車 1 台当りの平均追従車台数 n_f は次式で与えられる。

$$n_f = \frac{P_f S_f(u)}{P_1 S_1(u)} \quad (19)$$

したがって, 交通流全体における平均追従車台数 N_f は式 (18) に $S_1(u)$ を乗じてこれを u について積分することにより求められる。すなわち,

$$N_f = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{P_f S_f(u)}{P_1 S_1(u)} \right) S_1(u) du$$

であり, 演算整理することにより結局次式がえられる。

$$N_f = \frac{P_f}{P_1}$$

平均車群台数 N はこの N_f に 1 を加えることにより与えられ次のとおりである。

$$N = \frac{P_f}{P_1} + 1 = \frac{1}{P_1} \quad (20)$$

(3) 簡便車群台数分布モデル

式 (18) で求められた車群台数分布モデルは積分項を含むためその取り扱いがめんどうであるが, $S(u)$ に関し次の近似を行なうことにより簡便化される。すなわち, 速度分布に関するこれまでの研究¹⁴⁾から, 平均, 分散が式 (13) で与えられる正規分布により $S(u)$ が近似できるとするものであり, このとき

$$S(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\eta} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{u-\lambda}{\eta} \right)^2 \right\} \quad (21)$$

である。式 (21) を式 (17) に代入し演算整理すれば次式が誘導できる。

$$P_n = A^{n-1} P_1 P_f^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1+B\eta_1^2} (n-1)!} \exp \left\{ -\frac{B(C-\lambda)^2 (n-1)}{2(1+B\eta_1^2) (n-1)!} \right\} \quad (22)$$

ここで

$$A = \frac{\eta_1}{\eta_f} \exp \left\{ \frac{(\lambda-\lambda_f)^2}{2(\eta^2-\eta_1^2)} \right\} \quad (23)$$

$$B = \frac{\eta^2 - \eta_f^2}{\eta^2 \eta_1^2} \quad (24)$$

$$C = \frac{\eta^2 \lambda_f - \eta_f^2 \lambda}{\eta^2 - \eta_f^2} \quad (25)$$

(4) 車群の定義

上述のモデルを実際の交通流に適用するにあたっては交通流における自由車・追従車を判別する必要がある。本研究では従来の限界車頭時間を用いる方

法とは異なり、著者らが文献12)で定式化した自由車率 $\alpha(t)$ 、追従車率 $\beta(t)$ を導入し新たな車群計算法を採用するものである。すなわち、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\alpha(t)=\frac{D(t-t_0)^2}{D(t-t_0)^2+1} \quad (26) \quad \beta(t)=\frac{1}{D(t-t_0)^2+1} \quad (27)$$

ここに、 $t_0=0.35$ 秒、 $D=0.055$ 秒²であり、 $\alpha(t)$ 、 $\beta(t)$ は車頭時間 t で走行する車の中に自由車、追従車が占める割合である。

観測地点に到着する車に順次1, 2, …… i , ……と番号を付け、 i 番目の車の車頭時間を t_i 、速度を v_i で表わす。このとき車 i を先頭車として n 台の車群が形成される確率を p_{in} とすれば、 $\alpha(t)$ と $\beta(t)$ は車頭時間 t で走行する車が自由車、追従車である確率を表わすと考えてよいから p_{in} は次式で表わされる。

$$p_{in} = \underbrace{\beta(t_{i+1})\beta(t_{i+2})\cdots\beta(t_{i+n-1})}_{n-1 \text{ 台}} \alpha(t_{i+n}) \quad (28)$$

したがって、連続する M 台の車のデータがえられるとき交通流全体において n 台の車群が形成される確率 P_n は次式で与えられる。

$$P_n = \frac{1}{M-n} \sum_{i=1}^{M-n} p_{in} \quad (29)$$

次に n 台の車で構成される車群の平均速度および速度の分散について考える。車 i を先頭に n 台の車群が形成されるときその車群の速度 u_{in} は

$$u_{in} = (u_i + u_2 + \cdots + u_{i+n-1})/n \quad (30)$$

で与えられ、かつ速度 u_{in} が生ずる確率は p_{in} であるから n 台の車で構成される車群全てに対する平均速度 u_n は次式で与えられる。

$$u_n = \frac{\sum_{i=1}^{M-n} p_{in} u_{in}}{\sum_{i=1}^{M-n} p_{in}} \quad (31)$$

一方、速度の分散 η_n^2 は次式で与えられる。

$$\eta_n^2 = \frac{\sum_{i=1}^{M-n} p_{in} u_{in}^2}{\sum_{i=1}^{M-n} p_{in}} - u_n^2 \quad (32)$$

(4) 実測データへのモデルの適用

式26, 27を用いて計算された車群台数分布データへ車群台数分布の基本モデルおよび簡便モデルを適用し、その適合度をK-S検定した結果を表2に示す。この結果より14組の

データ全てに対し、基本モデル、簡便モデルともに採択された(有意水準5%)。図2に両車群台数分布モデルを各車群台数分布データにあてはめた結果を示す。なお、基本モデルと簡便モデルの差は極めて小さく図上に現われないので、図は一本の実線になっている。また、図中には幾可分布、Borel-Tanner分布モデルのあてはめによる結果を併記している。本図からやはり提案モデルの適合が良いことが見てとれる。また、幾可分布モデルと提案モデルとはほとんど差がないことがわかるであろう。Borel-Tanner分布モデルは単独車の割合を過大に、大きな車群の割合を過小に与える傾向があり、最も適合度が悪いといえる。

以上の結果から、本研究で提案したモデルはいずれも現実の車群台数分布を良好に表現し、かつ、基本、簡便両モデルの適合度にはほとんど差がないことが確認された。なお、本研究でモデルの検証に用いられたデータに関する限り、幾可分布モデルと提案モデルとの間には適合上ほとんど差がないといえ、計算上は幾可分布モデルが最も簡便であるといえる。しかしながら、自由車、追従車割合のみでなく、速度分布の平均、分散といった速度分布特性をも考慮でき、またその計算も容易であることを考えれば簡便モデルが推奨されるものである。

3. 車群速度分布モデル

(1) 基本車群速度分布モデル

n 台の車で構成されている車群に着目するとき、各速度 u に対し車群台数が n である確率 $p_n(u)$ が与

表2 a, b, η_t 値および車群台数分布モデルの適合度検定結果

データ 番号	a	b	η_t	K-S検定 限界値	基本モデル		簡便モデル		車群数 (データ数× P_1)
					最大差	判定	最大差	判定	
1	47.19	2.19	5.73	0.102	0.039	Yes	0.037	Yes	177
2	50.54	2.41	6.87	0.066	0.022	Yes	0.021	Yes	420
3	45.22	2.39	5.85	0.069	0.026	Yes	0.025	Yes	383
4	46.32	2.25	5.54	0.087	0.030	Yes	0.030	Yes	239
5	51.96	1.45	6.00	0.064	0.022	Yes	0.022	Yes	446
6	46.81	1.47	5.35	0.095	0.032	Yes	0.032	Yes	203
7	52.99	1.22	6.10	0.078	0.010	Yes	0.009	Yes	303
8	65.45	3.29	7.94	0.072	0.035	Yes	0.035	Yes	349
9	51.51	2.47	5.95	0.118	0.033	Yes	0.033	Yes	132
10	53.59	2.43	7.05	0.038	0.077	Yes	0.076	Yes	264
11	51.79	1.73	5.76	0.079	0.020	Yes	0.024	Yes	295
12	49.64	1.44	5.43	0.087	0.016	Yes	0.016	Yes	244
13	44.78	1.98	5.95	0.099	0.015	Yes	0.014	Yes	186
14	42.59	2.55	6.64	0.065	0.057	Yes	0.058	Yes	425

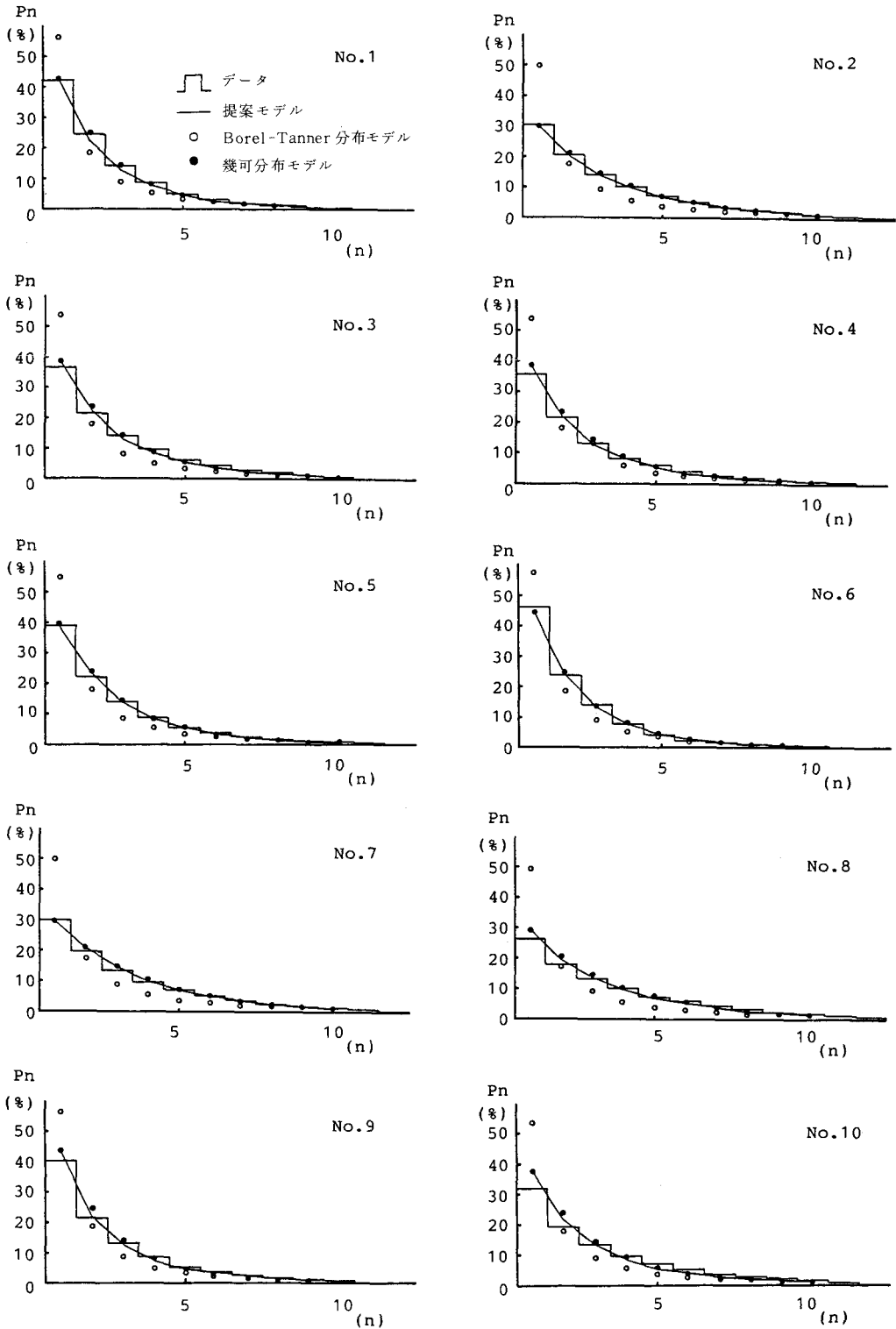


図2 観測データへの車群台数分布モデルのあてはめ

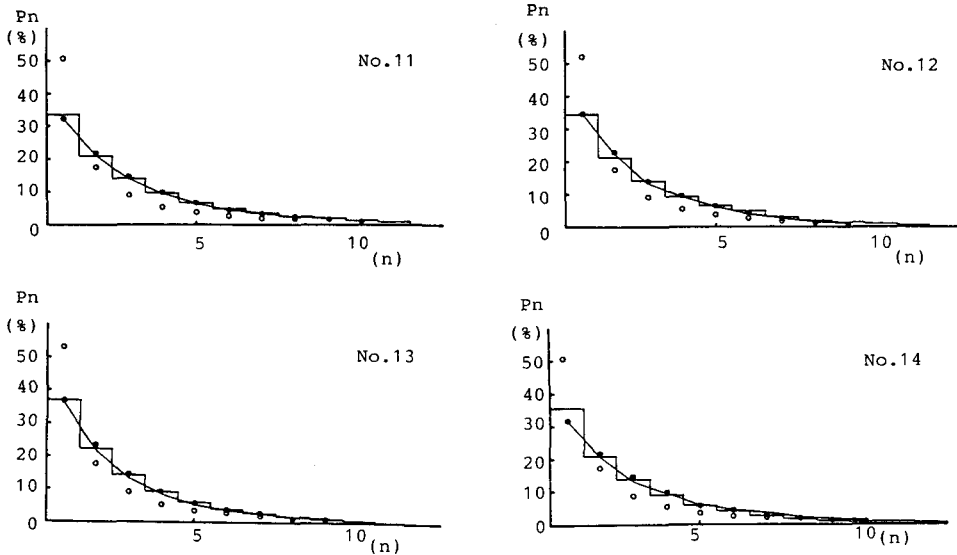


図2 観測データへの車群台数分布モデルのあてはめ（つづき）

えられることから、その速度分布の確率密度関数 $S_{pn}(u)$ は次式で与えられる。（図3参照）

$$S_{pn}(u) = \frac{p_n(u) S(u)}{\int_{-\infty}^{\infty} p_n(u) S(u) du} \quad (33)$$

式(33)に式(10)を代入整理すると結局次式がえられる。

$$S_{pn}(u) = \frac{S_1(u) \left(\frac{S_f(u)}{S(u)} \right)^{n-1}}{\int_{-\infty}^{\infty} S_1(u) \left(\frac{S_f(u)}{S(u)} \right)^{n-1} du} \quad (34)$$

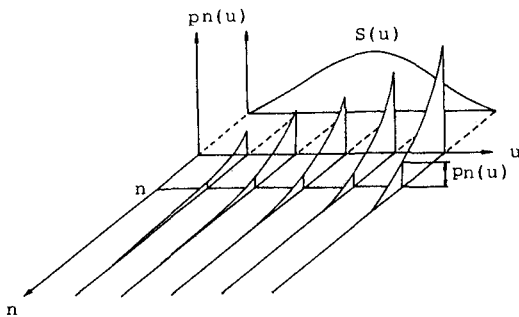


図3 車群速度分布モデルの構築の概念

したがって、式(34)に式(8)、(9)、(10)を代入すれば車群台数と速度の関係を求めることができるが、式(34)はこれ以上簡単にはならず、その計算を行なうには数値積分が必要である。

(2) 簡便車群速度分布モデル

式(34)の基本車群速度分布モデルは車群台数分布の簡便モデルを求めたときと同様な仮定をおくことにより簡便化できる。すなわち、式(34)の $S(u)$ に対して式(21)を代入して演算整理すれば結局次式がえられる。

$$S_{pn}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{\frac{\eta_1^2}{1+B(n-1)\eta_1^2}}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{u - \frac{\lambda_1 + B(n-1)\eta_1^2 C}{1+B(n-1)\eta_1^2}}{\sqrt{\frac{\eta_1^2}{1+B(n-1)\eta_1^2}}} \right]^2 \right\} \quad (35)$$

式形から明らかなように式(35)は正規分布形をしており、車群台数 n が与えられるときこの車群の速度の平均 λ_{pn} および分散 η_{pn}^2 は次式で与えられる。

$$\lambda_{pn} = \frac{\lambda_1 + B(n-1)\eta_1^2 C}{1+B(n-1)\eta_1^2} \quad (36)$$

$$\eta_{pn}^2 = \frac{\eta_1^2}{1+B(n-1)\eta_1^2} \quad (37)$$

以上、基本、簡便車群速度モデルが導かれたが

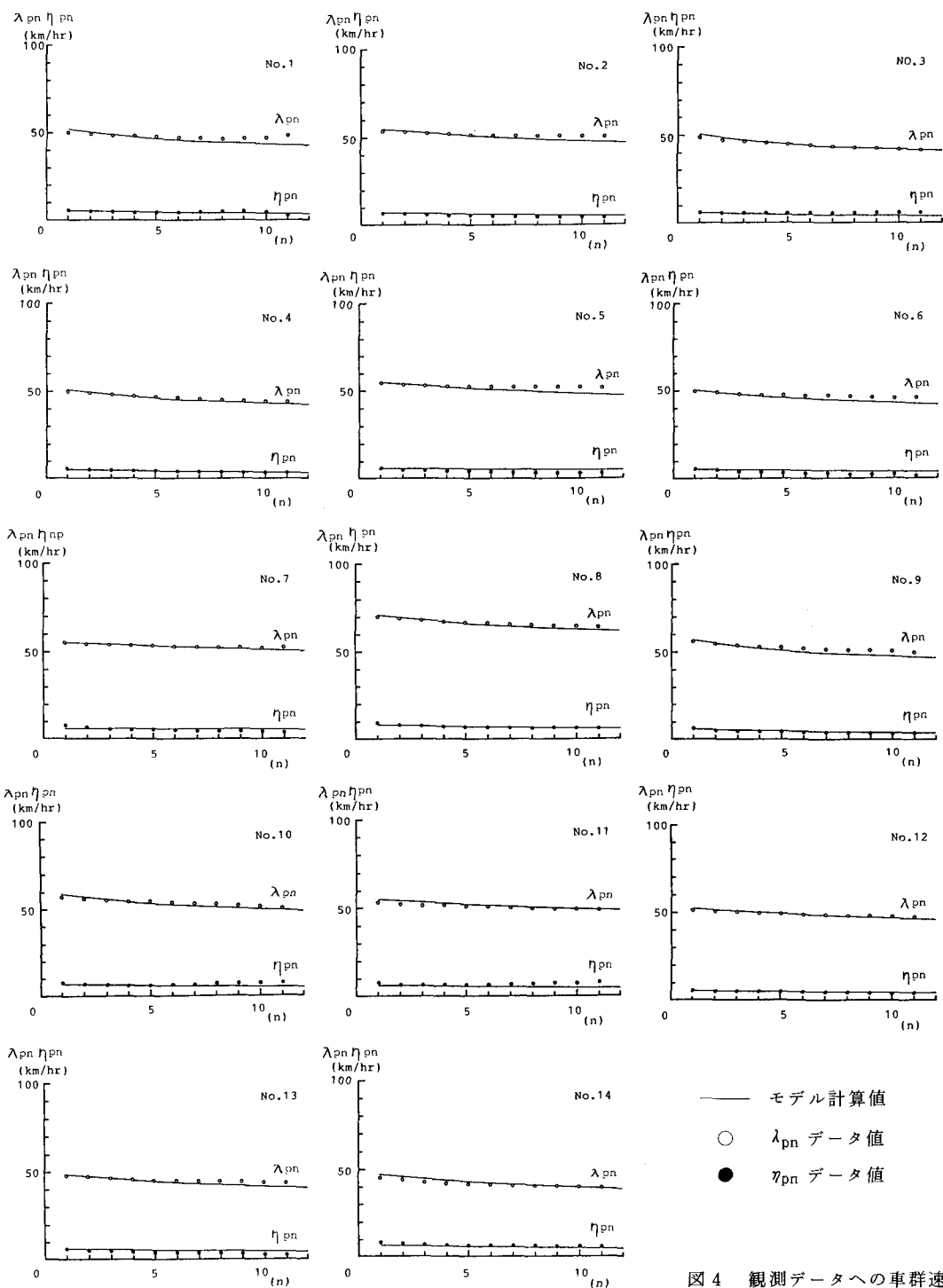


図4 観測データへの車群速度分布モデルのあてはめ

解析的取り扱い易さ、車群速度の平均、分散が直接車群台数の関数として表わされることなどから簡便モデルが実用的であると判断される。

(3) 実測データへのモデルの適用

観測データから式(8), (9)を用いて計算された車群速度の平均値、標準偏差と簡便モデル式(6), (7)との比較を図4に示す。図より、車群台数が増加するにつれ車群速度の平均、標準偏差とも減少すること、モデルがデータの傾向を良好に表現していることがわかる。

4. む す び

郊外2車線追越禁止区間の交通流を対象に、速度分布の自由車・追従車構成にもとづく新たな車群モデルを誘導、提案した。提案モデルは、従来のモデルとは全く異なる考え方にもとづいて定式化されており、車群台数分布のみならず車群台数と車群速度の関係をも表現しうる点を特色とする。また、モデル誘導の過程よりも明らかなように、車頭時間、速度、車群という交通流の基本変量の分布特性を相互に関係づけながら体系的に表現することが可能になったが、これらの過程で明らかになった事項を要約すれば次のとおりである。

- (1) 交通流の車群データの解析に自由車率、追従車率の概念を導入した確率的車群計算法を採用することにより車群計算におけるあいまいさが解消された。
- (2) 車群台数分布モデルとして基本、簡便の2モデルが誘導、定式化されたが、両モデルともデータと良好な一致を示し、またこの点に関し両モデルの間にはほとんど差はない。
- (3) 車群速度分布モデルとして基本、簡便の2モデルが定式化された。このうち簡便モデルは車群台数と車群速度の平均、分散との関係を直接表現しうるものであり、実測データとも良好な適合性を示す。
- (4) 解析的な取り扱い、データとの適合性からみて、車群台数分布、車群速度分布のいずれにおいても簡便モデルが実用的であり推奨される。

おわりに、本研究の遂行にあたりデータ解析上、丸山昭義氏（山口大学大学院生）に多大の御援助を

いただいた。また、研究の一部は昭和58年度トヨタ財団研究助成金の援助を受けた。ここに記して、深甚なる謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Miller, A. J.: Queueing model for road traffic flow, J. Roy. Statist. Soc. Ser. B, 23, 1, pp. 64-75, 1961
- 2) Miller, A. J.: Analysis of bunching in rural two lane traffic, JORSA, 11, pp. 236-247, 1963
- 3) Miller, A. J.: Queueing in rural traffic, Vehicular Traffic Science, pp. 122-137, Elsevier, 1967
- 4) Taylor, M. P. A., Miller, A. J. and Odgen, K. W.: A comparison some bunching models for rural traffic flow, Transpn. Res., 8, pp. 1-9, 1974
- 5) Drew, D. R.: Traffic Flow Theory and Control, pp. 236-240, McGRAW-HILL, 1968
- 6) 高田 弘・栗本 譲：道路交通流における車群の走行特性について，防衛大学校理工学研究報告，2，pp. 175-190, 1964
- 7) Haight, F. A. and Breuer, M. A.: The Borel-Tanner distribution, Biometrika, 47, pp. 143-150, 1960
- 8) Tanner, J. C.: A derivation of Borel-Tanner Distribution, Biometrika, 48, pp. 222-224, 1961
- 9) Underwood, R. T.: Traffic flow and bunching, J. Austral. Road Res., 1, pp. 8-25, 1963
- 10) Daou, A.: On flow within platoons, Austral. Road Res., 1, pp. 4-13, 1966
- 11) 田村洋一・梶木 武：道路交通流の速度分布について，第38回土木学会年講 第4部講演概要集，pp. 345-346, 1983
- 12) 田村洋一・梶木 武：自由車・追従車構成に着目した車頭時間分布モデルに関する研究，土木学会論文報告集，№336，pp. 159-168, 1983
- 13) 田村洋一・梶木 武：道路交通量の変動を考慮した実際車頭時間分布モデルに関する研究，土木学会論文報告集，№346，pp. 141-149, 1984
- 14) 丸山昭義：自由車・追従車構成に基づく速度分布と車群台数分布に関する研究，昭和58年度山口大学工学部建設工学科卒業論文，1984. 3