行列木定理を利用した道路接続性評価に用いる道路ネットワークの集約表現について

川嶋　尭樹[1]・小林　俊一[2]・中山　晶一朗[3]・山口　裕通[4]

[1]非会員　金沢大学大学院　自然科学研究科　地球社会基盤学専攻（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: takatoshiyo5190@stu.kanazawa-u.ac.jp

[2]正会員　金沢大学准教授　理工研究域地球社会基盤学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: koba@se.kanazawa-u.ac.jp

[3]正会員　金沢大学教授　融合研究域融合科学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: nakayama@staff.kanazawa-u.ac.jp

[4]正会員　金沢大学准教授　理工研究域地球社会基盤学系（〒920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: hyamaguchi@se.kanazawa-u.ac.jp

我が国では地震や豪雨等の大規模な自然災害が多数発生しており，迅速かつ円滑な初動対応を行うために，少なくとも地域内の重要な拠点間の接続性を確保することは極めて重要である．ネットワークの形状やトポロジーに着目し，ネットワークの脆弱性を評価する方法がある．この方法を重要な拠点間の接続性評価に用いる場合，ネットワークを集約し，重要な拠点のみをノードとしたネットワークを作成するアプローチが考えられる．しかし，その具体的な方法については議論が進んでいない．そこで本研究では，単調パスの概念を用いた 2 地点間の経路数計算法を拡張したネットワークの集約表現方法を提案する．また，集約後の重要拠点間のみのネットワークにて，全域木を用いたリンク感度分析による接続性評価を行うことで，重要拠点間の接続性を把握できる可能性を示唆した．

Key Words: *road network, connectivity, Steiner tree, node aggregation, monotonic path*

1. 研究背景・研究目的

近年，我が国では気候変動により気象災害は激甚化，頻発化し，さらに，南海トラフ地震などの大規模地震の発生も切迫している．そして，大規模災害が発生するたびに道路ネットワークの接続性が保たれていることの重要性を実感していると言える．もちろん日常的な道路施設の整備が重要であることは言うまでもないが，災害時の避難や支援物資輸送を迅速かつ円滑に行うための道路施設の整備も欠かすことはできない．

災害時においては，初動対応が極めて重要であり，被害の軽減やその後の応急対応に大きな影響を及ぼすと考えられている．阪神淡路大震災では，発生から 24 時間以内に救出された被災者の生存率は約 90%，48 時間だと約 50%，72 時間以内だと約 20%であったが，72 時間以降は大けがをした被災者の 99%が助からないと言われており，生存率が大幅に低下する．また，行政の本格的な支援がはじまるのも災害発生から約 72 時間後と言われており，このようなことから災害時に大けがをした人間の生死を分けるターニングポイントは「災害発生から 72 時間」であり，「黄金の 72 時間」とも呼ばれている．

このように初動対応が人間の生存率に大きく関わっている中で，大規模災害時における道路ネットワークの役割としては迅速かつ円滑な初動対応を支援できることが求められる．このため，少なくとも地域内の重要な拠点間について何らかの接続性を確保する必要があり，接続性の現況を定量的に把握しなければならない．

ここで，既往研究について整理する．道路ネットワークの接続性については数多くの研究が行われてきた．(詳しくは，中山(2011)[1]のレビュー論文を参照)．災害などの低頻度で影響度の大きい事象をどのように扱うのかという課題があり，一つの方向性として，事象の生起確率には重きを置かず，ネットワークの構造にのみ着目したネットワーク脆弱性の考え方が提案されている．瀬戸ら(2011)[2]や原田ら(2014)[3]は OD 間の経路数に着目して議論を行っている．OD 間の接続強度を測る指標として経路数を用いているが，経路の定義として，他の経路とリンクの重複は認めず，全て独立のリンクを経由する経路の数を数え上げている．しかし，実道路ネットワークに

おいて，1 つのノードに接続できるリンクの数は限られており，どれだけ OD 間のネットワークが強靭であろうと，始点ノードや終点ノードに接続するリンク数の値が経路数の最大値となってしまうため，OD 間のネットワークの接続性や冗長性を議論するには不適当である可能性がある．そこで，1 本でも構成するリンクが異なれば，異なる経路数としてカウントするといった，部分的な重複を許した経路，非重複経路に焦点を当てて議論がされているが，全ての非重複経路数の数え上げは，現代の技術をもってしても難しい問題となっている．日本科学未来館と JST ERATO 湊離散構造処理系プロジェクト団体が 2012 年に企画・制作した動画 [4]によると，8×8の規則配列グリッド上の対角方向（例えば左上から右下）に向かう非重複経路数を求めようとすると，当時のスーパーコンピュータで 4 時間，9×9では 6 年，10×10では，なんと 25 万年がかかるという．この規模の増加に伴う計算量の急激な増加を組合せ爆発と呼ぶ．この組合せ爆発に対して，湊(2012)[5]は ZDD と呼ばれる効率的なデータ構造に基づく超高速グラフ列挙アルゴリズムを開発し，部分的な重複を認めた経路（非重複経路）数全てを網羅的に数え上げる解法を提案した．しかし，それでも 26×26のグリッドの計算をするのに，30CPU，メインメモリ 1400GB で 2 日間，その全ての結果を取り出すのに 3 週間を要する．格子状よりも非常に複雑である実道路ネットワークを考えると，単純な非重複経路の数え上げは依然として困難である．

そこで OD ペアを設定しない手法として，光澤ら(2021)[6]は道路ネットワークを行列表現し，全域木の概念を用いて評価を行っている．全域木とは，ネットワーク内の全てのノードを，閉路を作らずに接続するリンクの組み合わせのことであり，行列式を計算することで全域木数が算出される．この行列式を計算することで全域木を算出する定理を行列木定理と言う．ネットワークの全域木の数と各リンクを切断した時の全域木の数の差分を用いてリンク切断前後の減少率を算出し，ネットワークの接続性評価指標に用いている．全域木の数を求める際に，行列の固有値計算しか行わないため，計算コストは非常に小さい．一方で，OD ペアを設定しないため，地域防災拠点間の物資輸送道路などを考慮することはできず，また，ネットワークにおけるノードは全て同じ重みとなるため，端部や郊外のリンクでも接続性の悪いリンクという結果が出てしまうという課題がある．前述の通り，災害時に迅速かつ円滑な初動対応を支援するために少なくとも地域内の重要な拠点間について接続性を確保する必要があるという観点では，必ずしもネットワーク内の全ノードについて接続している必要はないと考える．

そこで，シュタイナー木について考える．ノードV，リンクEからなるネットワークとターミナル$T \in V$が与えられたとき，ネットワーク内のターミナル全てを接続する閉路のないリンクの組み合わせをシュタイナー木と呼ぶ．全ノードは木が必ず通るターミナルとそれ以外の木が通っても通らなくてもどちらでも良いノード（シュタイナー候補点）の 2 つに分類され，全ノードがターミナルとなった時，そのシュタイナー木は全域木となる．

このシュタイナー木の概念を用いると，仮に実道路ネットワークにおいて，地域内の防災拠点をターミナルとすることで，少なくとも防災拠点全てを接続する閉路のない木を考えることができる．

しかし，シュタイナー木の数え上げは前述の非重複経路数の数え上げよりも困難である．なぜなら，非重複経路数はその名の通り経路であるため，OD 以外に次数が 1 となるノードが存在しない（一筆書きで書くことができる）．しかし，シュタイナー木には，次数が 1 のノードが存在してもよく，また，全域木と違い，通っても通らなくてもよいノードが存在するため，計算がかなり困難になる．例えば，図 1 は黒丸がターミナル，黒い太線がシュタイナー木を表している．このシュタイナー木には，OD 以外に次数が 1 となるノードは存在しておらず，1 つの経路として成立していると言える．ここで，赤の太線をこのシュタイナー木に付け加えたとすると，これは別のシュタイナー木としてカウントされてしまう．閉路を作らない限り，この赤い太線のような「枝」が全ノードから自由に生成することができてしまい，それぞれを別のシュタイナー木とカウントするため，ノード数が数百，リンク数が数千になりうる実道路ネットワーク規模でシュタイナー木を数え上げることは現実的に不可能

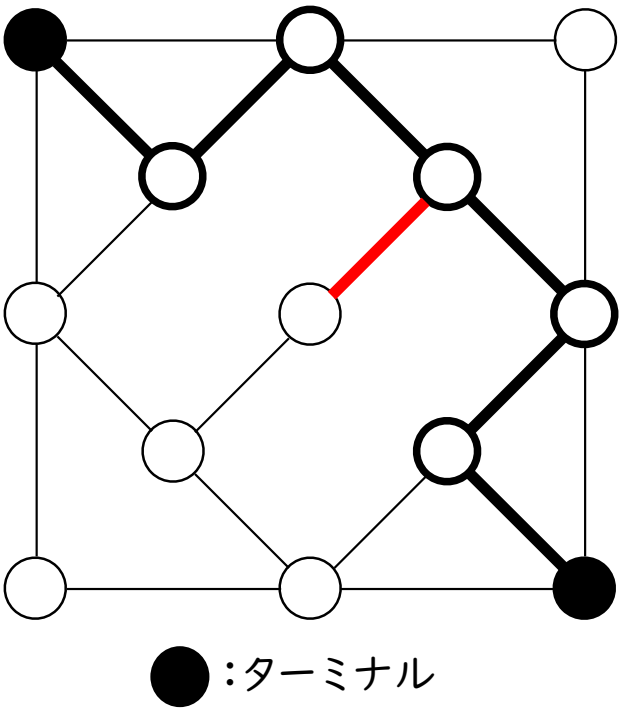


図 1　シュタイナー木と枝の例

であると言える[7].

そこで，ネットワークの簡略化を考える．ネットワークの簡略化についても様々な研究が行われてきているが，北倉らは，木構造を用いたネットワークの近似表現として単調パスと呼称する方法、すなわち OD 間を非閉路有向グラフ化することで、OD 間の全経路数を評価する方法を提案した．本研究では，この経路数計算法を拡張し，道路ネットワーク上の複数地点を O あるいは D とし，これらの地点からの最小距離を利用して全ノードを部分集合に分割し，部分集合間の非閉路有向グラフ化に基づくネットワークの集約表現について提案する．この集約したネットワークを用いて，接続性評価を行うことで，前述の通り，初動対応に欠かせない少なくとも地域内の重要な拠点間の接続性の現況を把握することが可能であると考える．

2. 単調パスの概念を用いた道路ネットワークの集約表現方法

(1) 既往研究の拡張

前章で述べた通り，本研究では，木構造を用いたネットワークの近似表現と単調パスの概念を用いた経路数計算法を拡張して，ネットワークの集約を行うため，まず，この近似表現と経路数計算法について簡単に説明する．

a) 木構造を用いたネットワークの近似表現

道路ネットワークは，地点を表す「ノード」及び 2 地点間の接続する道路を表す「リンク」で構成されており，このリンクとノードの関係は，隣接行列で表現できる．隣接行列$\boldsymbol{A}$の成分a_{ij}は，ネットワークのノードiとノードjがリンクで接続していれば 1，接続していなければ 0 となる．

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & (i,j) \in \boldsymbol{E} \\ 0 & otherwise \end{cases} \qquad (1)$$

ここで，$\boldsymbol{E}$はリンク集合である．また，この隣接行列成分a_{ij}が 1 であったとき，ノードiからノードjに関して，1 本のリンクで構成されている経路が 1 つあることを意味している．ここで隣接行列のべき乗について，隣接行列$\boldsymbol{A}$のm乗$\boldsymbol{A}^m$の成分(i,j)は，ノードiからノードjに至る経路のうち，m本のリンクで構成されている経路数を表している．例えば，$\boldsymbol{A}^4$の成分(i,j)が3であったとき，ノードiからノードjにリンク 4 本で構成される経路数は 3 本である．従って，隣接行列$\boldsymbol{A}$のべき乗和の成分(i,j)は，ノードiからノードjに至る総経路数を表す．

$$\left(i\text{から}j\text{への全経路数}\right) = \sum_{k=1}^{\infty} A^k(i,j) \qquad (2)$$

ただし，式(2)から得られる総経路数には同一ノードを複数回経由するようなループを含むため，この結果を用いて，OD 間の経路数を議論することは難しい．このループを取り除くために，木構造を用いてネットワークを近似的に表現する．木構造とは，全てのノードが閉路を作らずに接続されている構造であり，全域木は木構造の一種である．ネットワークのある始点ノードから各ノードへの最短距離を求める方法にダイクストラ法があるが，これはネットワークを始点ノードから伸びる木構造で表現することと同義である．具体的な近似方法を下記に記す．

- ダイクストラ法を用いて，各ノードに対する O あるいは D からの最短距離と上流側ノードを求め，全ノードを 2 つの部分集合(O 側/D 側)に分割する．
- O 側リンクは O から遠ざかる方向，D 側リンクは D に近づく方向，O 側集合と D 側集合を跨ぐリンクは O から D の方向を満たす有向リンクを作り，それらを合併して非閉路有向グラフを作る．

b) 単調パスの概念を用いた経路数計算法

a)で作成したネットワーク上の全ての経路は，遠回りは許すが，単調性の意味で後戻りを許さない経路であり，これを「単調パス」と定義している．また，このネットワークは単調パスの定義上ループ構造を持たない．従って，この近似表現されたネットワークから得られる隣接行列$\boldsymbol{A}'$を式(2)に用いることで，ループを含む経路を取り除いた総経路数を求めることができる．

$$\left(i\text{から}j\text{への単調パス総経路数}\right) = \left[\sum_{k=1}^{m} (\boldsymbol{A}')^k\right]_{i,j} \qquad (3)$$

ここで，mは近似表現されたネットワークのリンク数である．

(2) 道路ネットワークの集約方法

(1)では，ネットワークの OD 間についてループを含まない経路数の数え上げ方法を示したが，本研究ではこの方法を拡張して，道路ネットワークの集約を行う．以下に集約方法を記す．

a) 始点または終点となる任意のノードの選出

ネットワークの集約をするにあたり，まずは代表となるノードを選出する．なお，本論文では代表となるノードを「ターミナル」と定義する．このターミナルは任意に選出することができる．仮に実道路ネットワークにて，大規模災害時の迅速かつ円滑な初動対応の支援のために地域内の重要な拠点の接続性を把握することが目的であるならば，ターミナル候補には，病院や避難所，警察署などが挙げられるだろう．集約後はターミナルのみのネ

ットワークとなる.

b)　ダイクストラ法による全ノード分割

a)で選出したターミナルを基に，ダイクストラ法を用いて全ノードを部分集合に分割する．分割方法自体は(1)の a)で示したものを使用するが，分割する集合の数が 2 つではなく，ターミナルの数になる．各ノードに対して，最も距離の短いターミナルをダイクストラ法にて求め，全ノードを部分集合に分割する.

そして，ターミナルを用いて，隣接する部分集合間をリンクで接続させることで，ノードがターミナルのみのネットワークを作成することができる．図 2 は選出したターミナルを基に，ダイクストラ法を用いて全ノードを部分集合に分割した例である．集合Bの領域は集合Aと集合Cにそれぞれ隣接しているため，集合Bのターミナルは集合Aのターミナルと集合Cのターミナルにそれぞれ接続させる(図 3)．しかし，同じネットワーク内でも，ターミナルの位置によって部分集合の領域が変化してくることが考えられる．図 4 は図 2 と全く同じ規模・形のネットワークを想定した上で，ターミナルの位置を変化させた図である．この場合，集合 B は図 2 同様に集合 A と集合Cにそれぞれ隣接しているが，集合 A と集合Cも隣接しているため，図 5 のような，それぞれのターミナルがそれぞれのターミナルと接続している形となる．このように，この集約方法は選出してくるターミナルの位置によって，集約後のネットワークの形が変化するという特徴を持っている． この特徴を実道路ネットワークに適用すると，例えば，病院をターミナルとして集約したネットワークを用いて接続性評価を行った場合，病院の接続性を把握，または，強化するべきリンクが分かる.

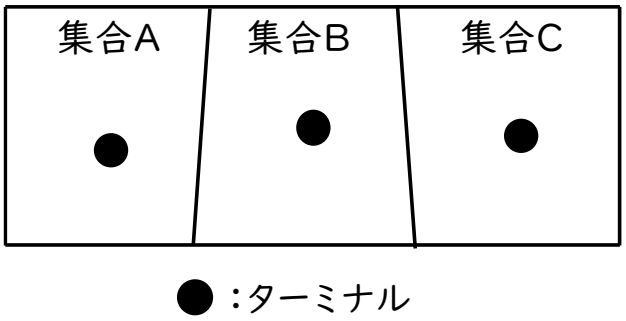


図2　ターミナルとノード分割の例

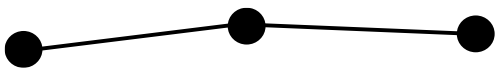


図3　ネットワーク集約後の例

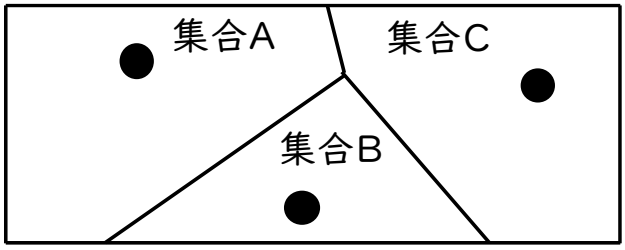


図4　ターミナルとのノード分割の例 2

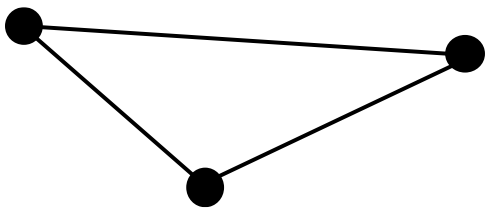


図5　ネットワーク集約後の例 2

このように，ターミナルに設定する施設によって，それぞれその施設の接続性が評価できるネットワークを作成することができる.

c)　単調パスの概念を用いたリンクの重みの決定

b)で作成したノード集約後ネットワークのリンクに重みをつける．リンクの重みの付け方を図 2 を用いて説明する．集合 AB 間のリンクの重みを付ける場合，集合 A のターミナルをO，集合Bのターミナルを Dとし（Oと Dは逆でも良い），集合Aのリンクは Oから遠ざかる方向，集合Bのリンクは Dに近づく方向，集合 AB 間を跨るリンクは O から D の方向を満たす方向へ有向リンクを作る．その後，単調パスの概念を用いて，隣接行列のべき乗和から集合Aと集合Bのターミナル間の総経路数を算出する．この総経路数がリンクの重みとなる．この手順を隣接する部分集合間全てに行い，全リンクの重みを決定する．なお，単調パスの概念を用いた経路数がターミナル間の接続性を表せていることについては，北倉らが金沢市のネットワークを用いて確認している.

d)　集約ネットワークによる接続性評価と感度分析

c)までに求めた集約ネットワークを用いて，接続性評価を行う．本研究では，集約ネットワークを用いた全域木の数を接続性の尺度と考え，各リンクが接続性に及ぼす影響について感度解析を行う．具体的な評価方法の手順を以下に記す.

- 集約したネットワークを行列表現し，行列木定理を用いて全域木数を算出する.
- あるリンク 1 本の重みを一定値変化させたのち，再度，全域木数を算出する.
- 重みを変化させる前後の全域木数から変化率を算出

する．

この手順を全てのリンクに対して行い，変化率を算出することで，リンク 1 本毎の評価を行う．この評価方法では，リンクの重みとそのリンク自体が持つ，ネットワークの全域木の構成に関わる影響度（そのリンクが途絶した時に減少する全域木の割合）を考慮することができる．変化率の大きいリンクは接続性の観点で重要なリンクであることが示唆される．

3. 仮想ネットワークを用いたネットワーク集約及び接続性評価の検証

ここでは，仮想ネットワークを用いて，ネットワーク集約及びリンク感度分析による接続性評価を行い，その結果について考察する．

(1) 仮想ネットワーク A

a) ネットワークの特徴

評価に用いるのは，図 6 にある 64 リンク，111 リンクの仮想ネットワーク A で，赤丸ノードをターミナルとし，ターミナル数は 4 つである．このネットワークの特徴としては，基本的には格子状であるが，ターミナル 1 とターミナル 3 の間のリンクが抜けている．この弱点箇所を設けることにより，ネットワーク集約後の接続性評価において，ターミナル 1 とターミナル 3 の間の接続性が低くなった場合，大まかではあるが，元のネットワークの特徴を集約後のネットワークが反映していると考えられる．

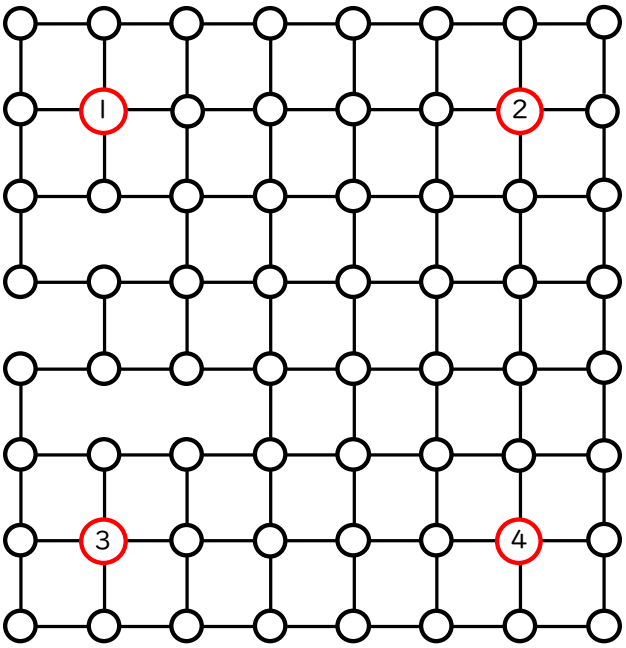


図 6　仮想ネットワーク A

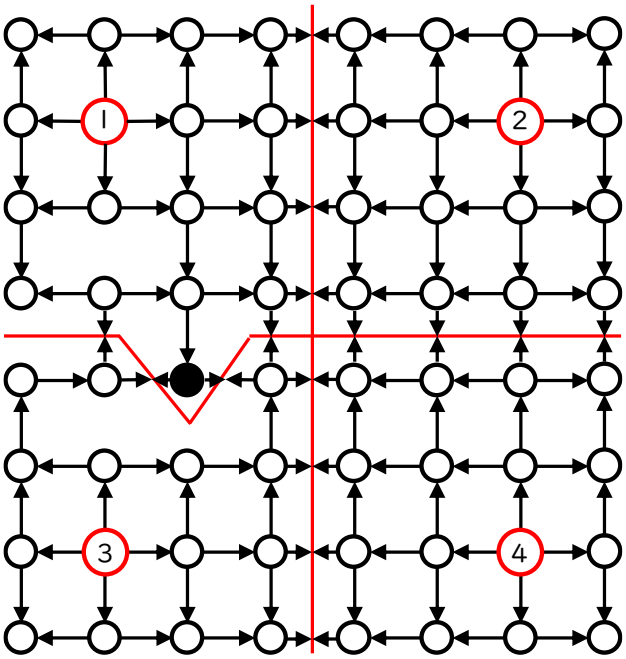


図 7　仮想ネットワーク A のノード分割と近似表現結果

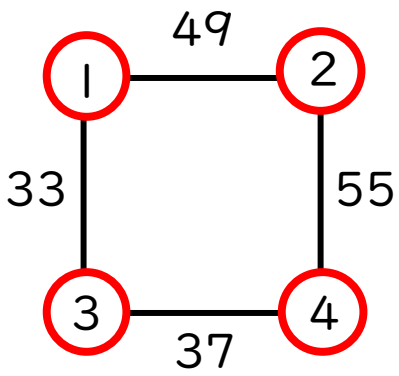


図 8　仮想ネットワーク A の集約結果

b) ネットワーク集約結果

図 7 は，仮想ネットワーク A の全ノードを分割し，木構造を用いて近似表現を行った結果である．赤線にて集合を分割しており，ターミナル 2 の集合を集合 2 と表すと，ネットワーク右側の集合 2 と集合 4 はネットワーク全体を 4 分割した大きさとなったが，ネットワーク左側については，黒丸ノードがネットワークの構造上，最も近いターミナルが 1 であるため，集合 1 に含まれている．また，近似表現した結果である，リンクの矢印の方向については，本来，ターミナルは O（矢印はターミナルから遠ざかる方向）にも D（矢印はターミナルに近づく方向）にもなりうるが，ネットワーク全体を図として載せるために，全てのターミナルを O 扱いした．仮に，ターミナルが D になる場合は集合内の矢印の向きは逆になる．

そして，図 8 が仮想ネットワーク A の集約結果である．ノード間の数字は単調パスの概念を用いて算出した総経路数である．ターミナル 1 とターミナル 3 の間に弱点を

表 1　仮想ネットワーク A のリンク感度分析結果

リンク	変化率
1_2	1.607
1_3	2.073
2_4	1.474
3_4	1.941

設けたため，ターミナル 1 とターミナル 3 の間の経路数が最も多い経路数の 6 割となっている．また，同様にターミナル 3 とターミナル 4 の間の経路数も 37 本と低い値となっている．これは，黒丸ノードが集合 1 に含まれている影響で，黒丸ノードの左右の集合 3 のノードがつながらなくなってしまったからであると考えられる．

c)　リンク感度分析による接続性評価結果

図 8 の集約したネットワークを用いてリンクの感度分析を行った結果が表 1 である．今回，集約したネットワークはリンク 4 本の四角形であるため，それぞれリンクが途絶した時．全域木の減少率は 75%である（全域木 4 個中 3 個途絶）．よって，それぞれのリンクが持つ，ネットワークの全域木の構成に関わる影響度は等しいので，リンクの重みが大きいほど，変化率は小さくなる結果となった．また，仮想ネットワークを作成する際に，ターミナル 1 とターミナル 3 の間の接続性が悪くなるように，弱点を設けたが，本研究の結果では，ターミナル 3 とターミナル 4 の間の接続性も悪化している．このことから，抜いたリンクを格子状に戻す，つまり，ターミナル 1 とターミナル 3 の間を補強することは，ターミナル 1 とターミナル 3 の間の接続性を高める効果があるのはもちろん，同等の効果がターミナル 3 とターミナル 4 の間の接続性にも表れると考えられる．

(2)　仮想ネットワーク B

a)　ネットワークの特徴

図 9 の仮想ネットワーク B は，仮想ネットワーク A とリンクやノードの構造は全く等しく，ターミナルの位置のみを変更したものである．このネットワークを用いて，全く等しいネットワークにおいて，ターミナルの位置のみを変更によるネットワーク集約結果及び接続性評価結果の変化を見ていく．

b)　ネットワーク集約結果

図 10 は仮想ネットワーク B の全ノードを分割し，木構造を用いて近似表現を行った結果である．ターミナルの位置を変更したことで，集合 1 と集合 4 が接する結果となった．また，それぞれの集合の規模も集合 1 が最も

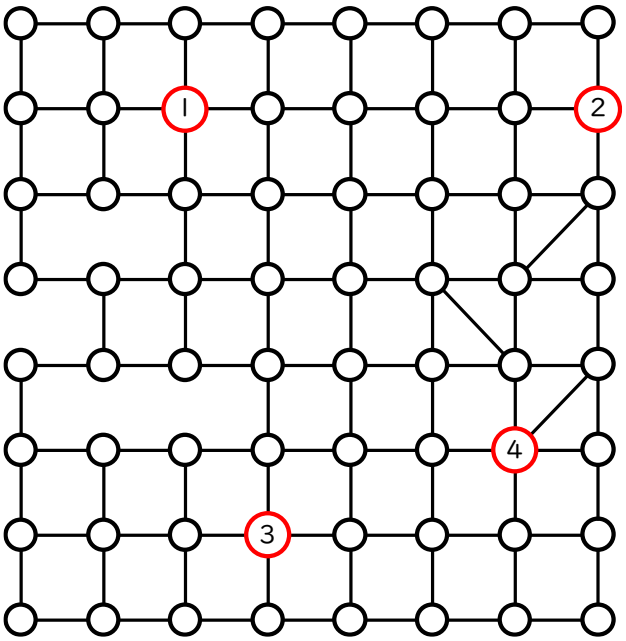


図 9　仮想ネットワーク B

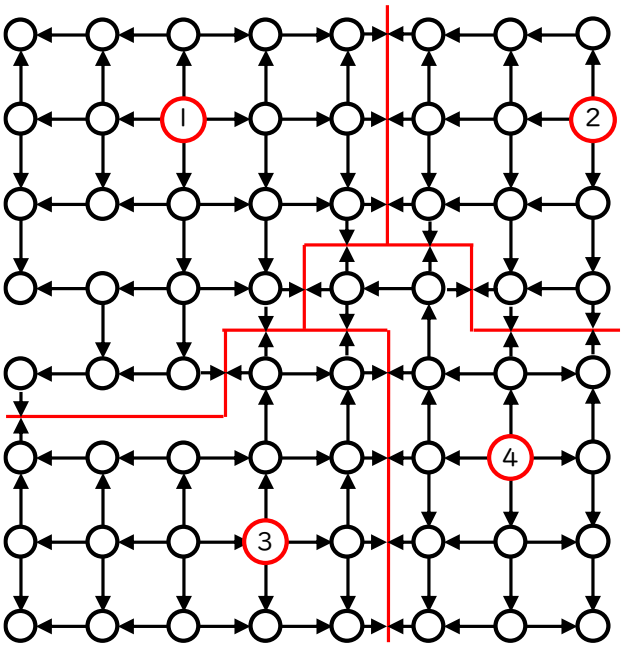


図 10　仮想ネットワーク B のノード分割と近似表現結果

大きく，集合 2 が最も小さくなった．なお，矢印の方向の設定について(1)と同様である．

そして，図 11 が仮想ネットワーク B の集約結果であるが，集合 1 と集合 4 が接したため，ターミナル 1 とターミナル 4 の間にリンクが存在している．結果として，最も経路数が多かったのは，ターミナル 3 とターミナル 4 の間となった．全ターミナル間で最も最短経路が短いのにも関わらず，経路数が最も多かったのは，集合 3 と集合 4 の境界面に跨るリンクの数が最も多かったためであり，同様に理由で，集合 1 と集合 4 の境界面に跨るリンクの数が最も少ないため，経路数も少なくなってしま

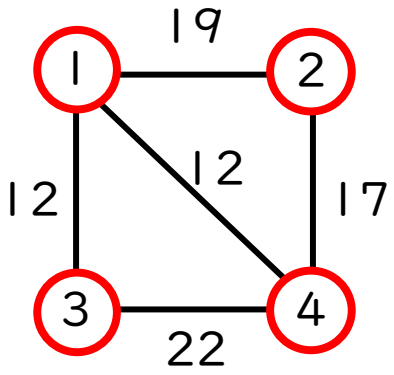


図 11　仮想ネットワーク B の集約結果

表 2　仮想ネットワーク B のリンク感度分析結果

リンク	変化率
1_2	3.554
1_3	4.398
1_4	3.480
2_4	3.747
3_4	3.375

ったと考えられる．また，仮想ネットワーク A で最も経路数が多かったターミナル 2 とターミナル 4 の間に関しては，今回，比較的多いとは言えない結果となった．これについては，ターミナル 2 がネットワークの端に位置しているため，流入リンクが 1 本失われてしまい，経路数が減少したと考えられる．

c)　リンク感度分析による接続性評価

図 11 の集約したネットワークを用いてリンクの感度分析を行った結果が表 2 である．ターミナルの位置の変更により集約したネットワークの構造は変化したものの，(1)と同様に，リンク 1_3 の変化率が最も大きくなり，ターミナル 1 とターミナル 3 の接続性が最も悪いという結果となった．リンクの重みとしては，リンク 1_3 とリンク 1_4 は等しいが，リンク自体が持つ，ネットワークの全域木の構成に関わる影響度がリンク 1_3 の方が大きかったため，変化率が大きくなったと考えられる．また，斜めのリンクを除く 4 つのリンクは，(1)と同様にリンク自体が持つ，ネットワークの全域木の構成に関わる影響度が等しいため，リンクの重みが大きいほど，変化率は小さくなる結果となった．

(3)　2 つの検証結果の整理

(1)と(2) で行った検証の結果を整理する．まず，どちらの検証においても，仮想ネットワークに設けた弱い箇所を見つけ出すことに成功している．これにより，集約後のネットワークは元のネットワークの特徴を反映していると言えるだろう．また，(1)の検証では，弱い箇所の設定によって，予期せぬターミナル間の接続性の低下が見られた．この低下は元のネットワークで接続性評価を行った際には見つけられなかった可能性がある．この点に関しては，本研究手法の利点であると考えている．

そして，ターミナルの位置を変更すると，集約後のネットワークの構造が変化することも確認した．これにより，ターミナルに選出した施設ごとに，接続性評価を行うことが可能である．なお，(2)の検証における経路数の値は，(1)の検証の経路数の値に比べて，全体的に低いものとなっている．低くなった原因は前述の通りだが，経路数の値と変化率は，あくまでそのネットワーク内における相対評価であるため，問題はないと考えている．

(4)　集約の精度

(3)にて，集約後のネットワークは元のネットワークの特徴を反映しているとしたが，その定量的な評価については現状ではできておらず，今後の課題である．集約前のネットワークに対して 4 つのターミナルをつなぐシュタイナー木の数を求めること，また各リンクがシュタイナー木の数に与える影響を求めることは，NP 困難であるため非現実的である．そのため別手法，例えば均衡輸送問題を利用した脆弱性評価 [9]などを利用し，複数の手法で検討することも有用であると思われる．

4.　おわりに

本研究では，単調パスの概念を用いた 2 地点間の経路計算法を拡張して，道路ネットワーク上の複数地点について，全ノードを部分集合に分割し，隣接する部分集合間の非閉路有向グラフに基づく，道路ネットワークの集約表現について議論した．また，その集約ネットワークに基づいて，全域木を用いたリンクの感度分析による接続性評価を行った．ターミナルをつなぐシュタイナー木を数え上げることは，現在のアルゴリズムでは限界があり，より複雑な実道路ネットワークにおいて，厳密解を求めることは非常に困難である．そこで，本研究では，ターミナルのみのネットワークに集約することで，ターミナル間の接続性を求める手法を提案した．

仮想ネットワークを用いたネットワークの集約及び接続性評価では，元のネットワークに設けた弱点を見つけ出すことに成功し，集約後のネットワークが元のネットワークの特徴を反映していることを確認したが，その反映の精度に関しては，今後検討していく予定である．また，ターミナルの位置によって，集約後のネットワーク

の構造が変化することを確認した．これにより，ターミナルに選出した施設ごとに接続性を評価できることが示唆される．

本研究では，大規模災害時において，道路ネットワークが迅速かつ円滑な初動対応を支援できることを背景としているため，もちろん，接続性の悪い箇所を見つけ出し，対策していくことは重要であるが，近年，人口流出や社会規模縮小，少子高齢化などにより，道路基盤の維持困難や不必要な道路施設が生まれる可能性もあると考えられる．本研究で利用した単調パスの概念を用いた経路数計算法では，ケースによっては，全く経路に含まれないリンクが発生する可能性がある．そういったリンクは，重要拠点間の接続性には関与しないため，道路ネットワーク規模の縮小を考えたとき，整備や維持管理の優先度を落とすなどといった対策をとることができる．このように，接続性を高める目的はもちろん，道路ネットワーク規模の縮小を目的とした場合にも，本研究手法を用いることができる可能性を示唆している．この点に関しても今後検討を進めたい．

付録 1

本付録では，本研究手法の道路接続性評価に用いている行列木定理と全域木について式を用いて簡単に説明する．

まず，ネットワークのラプラシアン行列について説明する．道路ネットワークにおけるリンク及びノードの関係性は隣接行列**A**で表現できることは前述の通りである．また，各ノードに接続しているリンクの数は次数と呼ばれ，その数を対角成分とした行列は次数行列**D**と呼ばれる．この 2 つの行列を用いて，ラプラシアン行**L**は以下のように表される．

$$\mathbf{L} = \mathbf{D} - \mathbf{A} \tag{4}$$

次に，ネットワークの全域木とは，ネットワーク内の全てのノードに閉路を作らずに接続するリンクの組み合わせのことであり，この全域木の数N_{sp}は行列木定理によって求めることができる．行列木定理とは，ネットワークの全域木の個数はラプラシアン行列の任意の余因子に等しいという定理である．よって，ノード数nのネットワークの全域木の数は，ラプラシアン行列の固有値λを用いて，以下のように表すことができる．

$$N_{sp} = \bar{l} = \frac{1}{n}\lambda_2\lambda_3 \cdots \lambda_n \tag{5}$$

ここで，$\bar{l}$はラプラシアン行列の任意の要素に関する余因子である．なお，行列木定理の証明には，Binet-Caushy の定理を用いたものなどいくつか存在するが，ここでは割愛する．

参考文献

1) 中山晶一朗：ネットワークレベルでの道路交通の信頼性研究の諸相・展望とその便益評価の一考察，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.2，pp147-166，2011.
2) 瀬戸裕美子，宇野伸宏，塩見康博：非重複経路数を考慮したアクセシビリティ指標に基づく医療施設配置計画，土木学会論文集 D3，Vol.67，No.2，pp57-68，2011.
3) 原田武，倉内文孝，高木朗義：リタンダンシーを考慮したアクセシビリティに基づく道路ネットワークの接続脆弱性評価，土木学会論文集 D3，Vol.70，No.1，pp76-87，2014.
4) MiraikanChannel. (2012, Sep 10).『フカシギの数え方』おねえさんといっしょ！ みんなで数えてみよう！ [Video].YouTube. https://youtu.be/Q4gTV4r0zRs?si=HOz1aWhLPoNeGZ8d
5) 湊真一：BDD/ZDD の技法と離散構造処理系(<特集>離散構造処理系-知能情報処理を支えるアルゴリズムの技法)，人工知能学会誌，Vol.27，No.3，pp232-238，2012.
6) 光澤駿治，中山晶一朗，小林俊一，山口裕通：行列木定理を用いた道路ネットワーク評価方法の検討，土木学会論文集 D3，Vol. 76，No.5，pp. 889-897，2021.
7) 藤田実沙，木村貴幸，神野健哉：媒介中心性を考慮したシュタイナー木構築法(コンピュテーション)，電子情報通信学会技術研究報告，Vol.116，No.116，pp116-136，2016.
8) 北倉大地，小林俊一，中山晶一朗，山口裕通：単調なパスを仮定した 2 ノード間の総経路数の計算手法について，土木学会論文集 D3，Vol. 77，No.5，pp107-115，2022.
9) 中山晶一朗，小林俊一，山口裕通：道路ネットワークの連結性の定量化とその最適補強問題，土木学会論文集 D3，Vol. 77，No.3，pp. 245-259，2021.

(2023.10.13 受付)