共有型自動運転システムの動的最適課金の理論的導出

丸山　稜太[1]・瀬尾　亨[2]

[1]非会員　東京工業大学　環境・社会理工学院（〒 152–8552　東京都目黒区大岡山二丁目 12-1）
E-mail: maruyama.r.ae@m.titech.ac.jp
[2]正会員　東京工業大学准教授　環境・社会理工学院（〒 152–8552　東京都目黒区大岡山二丁目 12-1）
E-mail: seo.t.aa@m.titech.ac.jp (Corresponding Author)

共有型自動運転（SAV）システムが新たな交通手段として期待されている．SAV システムを自由な旅行者や SAV 管理者が利用する場合，その効率的な運用には道路渋滞や駐車場容量不足を防ぐための道路混雑課金等の施策が必要である．本研究では，SAV システムの最適課金額を理論的に導出する方法論を提案する．具体的には，SAV システムの運用とインフラ設計を統一的にモデル化する動的システム最適化問題の双対問題の定式化から，利用者均衡に従う旅行者と SAV 管理者の下でその最適状態を実現するために旅行者，SAV 管理者，道路管理者の間で取引されるべき料金フローを導く．旅行者と SAV がシステム最適状態で均衡を実現する課金手法を理論的に導いた．また，SAV がストックした課金額でインフラ拡張費用を賄えることを理論的に示した．

Key Words: *Shared Autonomous Vehicle system, dynamic optimal pricing, dynamic system optimization problem*

1. はじめに

共有型自動運転 (SAV: Shared Autonomous Vehicle) システムは将来の新しい交通手段として注目されている．SAV システムでは，人々は何らかのアプリケーションで配車予約を行い，社会で共有された自動運転車両が最適な配車配送，ライドシェアマッチングで人々を輸送する．こうした特性から，SAV システムは効率的な交通システムとなりうる．

SAV システムの最適な運用のためには適切な計画と施策が不可欠である．Seo and Asakura[1)] は SAV システムの運用とインフラ設計を統一的にモデル化する動的システム最適化 (DSO: Dynamic System Optimization) 問題を定式化した．このモデルは，最適配車配送問題，最適ライドシェアマッチング問題のみならず，最適車両台数決定問題，最適インフラ投資計画を同時に扱える．こうした DSO モデルは，理想的状況下での SAV システムの運用・計画についての示唆を与えるが，人々が自由に行動する状況下での運用・計画方策は直接的には明らかにしない．仮にある主体が人々の移動を一括で管理するような中央集権的な制度設計の下で SO を達成させようとした場合，一部の利用者に全体最適実現のための追加コストを強いるような不平等が生じうる．そこで，人々が自由に行動選択できる状況下で，システム最適な形で SAV システムを利用するためには最適道路混雑課金等の施策が必要である．

SAV システムへの最適道路混雑課金の導入は，旅行者と SAV 管理者の自由経路選択によるフローを SO フローに同時に一致させる．つまり，旅行者が目的地までの移動で乗車料金を支払いながら，自らの消費コストが最小になるような経路選択で移動した結果，SO フローが自動的に達成されるような課金額を設定する必要がある．また，SAV 管理者が道路料金を支払いながら旅行者に移動サービスを提供し，自らの消費コストが最小 (利潤が最大) になるような経路選択で移動した結果，SO フローが自動的に達成されるような課金額を設定する必要がある．

本研究の目的は以下の二点である．まず，連続動的交通量配分の枠組み内で，SAV システムの旅行者と SAV 管理者に対する動的最適課金額を導出するための理論的枠組みを構築する．そして，構築したモデルから動的最適課金を導入した SAV システムの理論的特性を明らかにする．

本研究が対象とする，道路管理者，SAV 管理者，旅行者を行動主体とした連続変数型の SAV システムへの動的最適課金を理論的に導出する研究は著者らの知る限りにはない．特に，本研究では Seo and Asakura[1] の DSO モデルを活用することで，道路に課された課金額の導出のみならず，SAV の車両導入コストやインフラ拡張コストと最適課金との関係といった SAV システムにおける包括的なコストフローに関する議論が可能なモデルを提案する．

本論文の構成は以下のとおりである．第 2 章では，関連する既往研究をレビューする．第 3 章では，本研究が対象とする問題の詳細な設定を述べる．第 4 章では，動的最適課金が導入された SAV システムの均衡条件をまとめる．第 5 章でモデルとその解法について述べ，第 6 章ではモデルから導かれる理論的特性を説明する．第 7 章では簡単な数値実験を示すことでモデルの妥当性を検証する．最後に第 8 章で結論を述べる．

2. 既往研究レビュー

本研究に関わる最適道路混雑課金額の導出と SAV システムに関する既往研究を整理する．まず，最適道路混雑課金額の導出に関する既往研究をまとめる．最適道路混雑課金額の導出は，Pigouo[3] による先駆的な研究以降，現在までに数多く研究されてきた[2]．Pigouo,[3] Knight,[4] Walters[5] は静的な需要供給均衡モデルにおける社会的限界費用の概念に基づいた最適混雑課金額を導出する限界費用化価格（MCP: Marginal-cost pricing）手法を提案した．また，Yang et al.[6] は実際の交通流を基により実践的な想定で静的混雑料金を導出する trial-and-error アプローチを提案した．静的混雑課金額の導出は動的混雑課金額の導出よりも問題が扱いやすい一方，交通現象は流動的で，時間帯に応じた交通マネジメントのためには動的混雑課金が有効であり，動的混雑課金額の導出は重要である．

本研究で対象とする動的最適課金制度についてレビューする．動的混雑課金額の導出は，一般的なネットワークに対する動的交通配分モデルの解析が困難であるため，単純なネットワーク (ボトルネック) に限られてきた (Arnot et al.,[7] Yang and Huang,[8] Kuwahara[9])．一般的なネットワークに対する動的課金に関する研究例として，De Palma et al.[10] は動的均衡シミュレータを用いて，時間変化する混雑課金が道路ネットワークに与える影響を分析した．また，Yang and Meng[11] は時空間ネットワークにおけるシステム最適化問題を解くことで一般ネットワークの動的最適混雑課金額を導出した．さらに赤松[12] は，DSO モデルの双対問題を解くことで一般ネットワークの動的最適混雑課金額を導出し，その最適課金の下では DSO フローが均衡状態で実現できることを示した．

最適混雑料金とインフラ整備による交通容量拡張の関係も論じられてきた．Mohring and Harwitz[13]，Verhoef and Mohring[14] は最適道路課金から得られる収入は最適交通容量コストと一致すること (self-financing 原則) を示した．また，赤松[12] は理論的に導出した一般ネットワークにおける動的最適混雑課金の下で self-financing 原則が成り立つことを示した．本研究では，赤松[12] の手法を SAV システムに適用し動的最適課金額を導出した後，SAV システムにおける最適交通容量拡張投資を含めた包括的な料金フローを理論的に導く．

次に，SAV システムに関する既往研究をまとめる．SAV システムのシステム最適な運用に関する研究は数多く行われている (Narayanan et al.[15])．Levin[16] は SAV の渋滞を考慮した経路選択に関する線形最適化モデルを構築した．Seo and Asakura[1] は SAV システムとインフラ設計を統一的に扱う多目的線形最適化モデルを構築し，各目的関数の重みづけによりパレート面で解を表現した．

また，モビリティサービス市場における需要・供給の各主体間の相互作用をモデル化し，サービス価格設定を行う研究への関心も高まっている (Wang and Yang[17])．Zha et al.[18] は顧客とドライバーのマッチングを捉えるモデルを分析し，モビリティサービス市場における均衡の存在と安定性を示した．また，Zha et al.[19] はモビリティサービスの顧客と，その近くに位置するドライバーをマッチングする幾何学的マッチングフレームワークに基づくモデルを開発し，サービス価格設定がモビリティサービス市場に与える影響を分析した．

一方で，SAV システムへの混雑課金の導入によって渋滞問題を解決すると同時に，モビリティサービス市場の需給マッチングを行うような研究例は少ない．Simoni et al.[20]，Gurumurthy et al.[21] は異なる課金戦略が SAV システムにどのような影響を与えるかを分析するためにシミュレーションを行った．Salazar et al.[22] は SAV システムと既存公共交通システムのシステム最適な運用を導出し，さらにそれを実現するための最適な静的混雑課金額と運賃を導出した．また，Ke and Qian[23] は TNC(Transportation Network Company) が提供するライドヘイリングサービスのプライシング方式を提案した．この論文では，SO 状態でラ

イドヘイリングサービスを運営させる静的課額を導出する．さらに，車両に対する最適混雑課金額と旅行者に対する最適サービス価格を導出する研究として武田・赤松[24] と和田ら[25] の研究がある．武田・赤松[24] は交通と物流を統一的に扱うモビリティ・サービス (MS) の価格設定を行うモデルを構築した．このモデルは道路利用者である MS 車両と MS 利用者が属性ごとの最適マッチングを実現するための価格と，動的最適混雑課金額を導く．武田・赤松[24] のモデルは MS 車両と MS 利用者をそれぞれ離散的な粒子として表現して扱うが，本研究のモデルでは SAV と旅行者はそれぞれ連続変数として扱う．そうすることで本研究のモデルは最適 SAV 車両台数と最適交通容量拡張を直接求められるようになり，本研究と差別化される．また，和田ら[25] は SAV システムの動的最適混雑課金額と最適サービス価格を導出するモデルを構築した．和田ら[25] のモデルでは SAV プロバイダーが複数の SAV を管理することを想定しているのに対して，本研究では各 SAV がそれぞれ個別の SAV 管理者によって管理される状況を想定している点に違いがある．

3. 本研究が対象とする SAV システム

この章では本研究が対象とする動的最適課金を導入した SAV システムを説明する．

本研究は Seo and Asakura[1] の DSO モデルを基に動的最適課金を導出するため，SAV システムの基本的な運用は Seo and Asakura[1] の DSO モデルと同様である．旅行者と SAV は道路ネットワーク上を移動する．各旅行者は時間帯別 OD を持ち，SAV のみを利用して目的地までライドシェアをしながら移動する．SAV は旅行者の移動需要に応じて配車・配送するか，駐車場で停車する．動的最適課金の導入下では SAV の道路渋滞は発生しない．

以下では，動的最適課金を導入した SAV システムを構成する要素ごとに SAV システムを詳細に説明する．

(1) ネットワーク

図 1 で示されるようなノードとリンクで形成された道路ネットワークを時間拡張した時空間ネットワークを採用する．各ノードとリンクはそれぞれ交通容量を持ち，ノード i のノード車両容量 (駐車場容量) は κ_i，リンク ij のリンク交通容量は μ_{ij} で定義される．ノード車両容量 κ_i，リンク交通容量 μ_{ij} を超過した SAV はそのノードまたはリンクへの進入は不可能である．また，ノード車両容量とリンク交通容量はインフラ拡張費用の投入によって拡張できる．ノード車両容量 κ_i は既存容量を表す $\kappa_i^{\min}$ から最大容量を表す $\kappa_i^{\max}$ まで拡張できる．リンク交通容量 μ_{ij} も同様にして，既存容量 $\mu_{ij}^{\min}$ から最大容量 $\mu_{ij}^{\max}$ まで拡張できる．

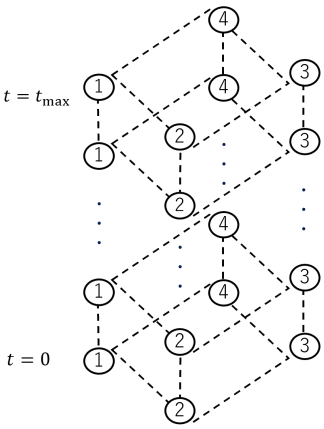


図-1 対象とする時空間ネットワーク

(2) 課金システム

道路管理者，SAV 管理者，旅行者の 3 つの行動主体の間で料金が取引される．図 2 が示すように，旅行者は SAV 管理者に対して乗車料金を支払い，SAV 管理者は道路管理者に対して道路料金を支払う．

乗車料金は，時刻 t のリンク ij における変数 p_{ij}^t として定義される．旅行者の交通需要が SAV の乗客容量を超えた場合，旅行者はノードで待機して次の時刻の SAV を利用するか，乗車料金を支払ってすぐに SAV を利用するかを選択する．乗車料金は旅行者にとっては消費コストとして換算され，SAV 管理者にとっては収入として換算される．

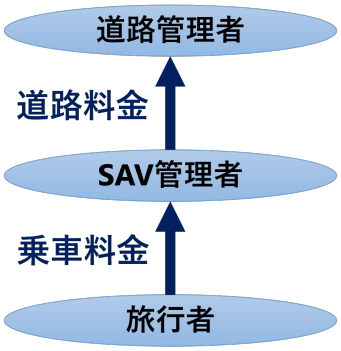


図-2 課金システム

道路料金はリンク及びノードのそれぞれで定義さ

れる．リンクの道路料金は，時刻 t のリンク ij における変数 q_{ij}^t として定義される．また，ノードの道路料金は，時刻 t のノード i における変数 q_{ii}^t として定義される．道路料金は SAV 管理者にとっては消費コストとして換算され，道路管理者にとっては収入として換算される．

(3) 道路管理者

道路管理者は各リンク及び各ノードの時刻ごとの道路料金を設定し，SAV 管理者から徴収する．また，システム最適なリンク交通容量と駐車場容量を求め，整備する．

(4) SAV 管理者

SAV 管理者は自前の SAV を社会に導入し，道路料金を支払いながら旅行者に輸送サービスを提供する主体である．各 SAV は旅行者の移動需要に対して，自らが費やすコスト (定義は後述) を最小化するような経路選択で配車・配送するか，駐車場で停車する．つまり，SAV システムにおいて各 SAV は自らの営利を追求しており，それぞれが独立した SAV 管理者によって運営されている．しかし，全ての SAV 管理者は同一の枠組みの運営コストと収入で営利活動をするため，SAV 管理者は規制下での競争をしている．

SAV 管理者がサービス運営する際の料金フローは車両導入コストとサービス運営収支によって定義される．車両導入コストは SAV1 台当たりの費用を表す α_N で定義される．サービス運営収支はさらにサービス運営コストと収入に区別され，サービス運営コストは走行距離コスト $\alpha_D d_{ij}$ と道路料金 q_{ij}^t の和によって定義される．また，収入は旅行者から乗車料金 $u_{ij}^t p_{ij}^t$ として得られる運賃収入で定義される．ただし，u_{ij}^t は時刻 t のリンク ij における SAV1 台当たりの乗車人数である．したがって，ある SAV 管理者が運営する SAV が全時間通して消費したコストは以下の式で定義される．

$$\alpha_N + \sum_{(ij,t)\in R} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - u_{ij}^t p_{ij}^t) \tag{1}$$

ただし R は，SAV が時刻 $t = 0$ に時空間ネットワーク上に配置されてから最終タイムステップ $t = t_{\max}$ までの間に移動しうる全経路集合である．

SAV 管理者は式 (1) で表される料金フローを最小化することを行動原理とする．

(5) 旅行者

旅行者は乗車料金を SAV に支払いながら，時間帯別 OD に従って目的地まで移動する．その際に，各旅行者は自らが費やすコストを最小化するような経路を選択する．

各旅行者が移動に伴って消費するコストはトリップ時間コスト $\alpha_T t_{ij}$ と乗車料金 p_{ij}^t の和によって定義される．つまり，時刻 k にノード r を出発し，目的地 s を目指すある旅行者が目的地に到着するまでに費やすコストは以下の式で定義される．

$$\sum_{(ij,t)\in R_{rs}^k} (\alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t) \tag{2}$$

ただし R_{rs}^k は，時刻 k にノード r を出発し目的地 s を目指す旅行者が出発地から終点までの間で移動しうる時空間ネットワーク上の全経路集合である．

旅行者は式 (2) で表される消費コストを最小化しながら目的地まで移動することを行動原理とする．

(6) 最適状態の定義

動的最適課金額の導出を議論する前にその制度によって実現する最適状態を提示する．本研究では，SAV システムの最適状態を Seo and Asakura[1] の DSO モデルによって定義する．DSO モデルは以下の通りである．

$$\min \alpha_T T + \alpha_D D + \alpha_N N + C \tag{3}$$

subject to

$$\sum_{ij,s,t,k} t_{ij} y_{s,ij}^{k,t} = T \tag{4}$$

$$\sum_{ij,i\neq j,t} d_{ij} x_{ij}^t = D \tag{5}$$

$$\sum_i x_{0i}^0 = N \tag{6}$$

$$\sum_{ij} c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) + \sum_i c_i(\kappa_i - \kappa_i^{\min}) = C \tag{7}$$

$$\sum_j x_{ji}^{t-t_{ji}} - \sum_j x_{ij}^t = 0 \qquad \forall i, t \in (0, t_{\min}) \tag{8}$$

$$\sum_j y_{s,ji}^{k,t-t_{ji}} - \sum_j y_{s,ij}^{k,t} + y_{s,0i}^{k,t} - y_{s,i0}^{k,t} = 0 \qquad \forall i, s, k, t \in T_k \tag{9}$$

$$\sum_{s,k} y_{s,ij}^{k,t} \leq \rho x_{ij}^t \qquad \forall ij, i \neq j, t \tag{10}$$

$$0 \leq x_{ij}^t \leq \mu_{ij} \qquad \forall ij, i \neq j, t, m \tag{11}$$

$$0 \leq x_{ii}^t \leq \kappa_i \qquad \forall i, t \tag{12}$$

$$y_{s,0r}^{k,k} = M_{rs}^k \qquad \forall rs, k \tag{13}$$

表-1 DSO モデルの文字の定義

文字	定義
T	旅行者の総旅行時間
D	SAV の総移動距離
N	総 SAV 台数
C	総インフラ拡張費用
x_{ij}^t	タイムステップ t にリンク ij を移動開始する SAV の交通量
$y_{s,ij}^{k,t}$	出発タイムステップ k，目的地 s でタイムステップ t にリンク ij を移動開始した旅行者の交通量
t_{ij}	リンク ij の自由流旅行時間 ($i \neq j$)
t_{ii}	ノード i で 1 タイムステップ分待つ待ち時間 (=タイムステップ幅)
d_{ij}	リンク ij 間の距離
c_{ij}	リンク ij の交通容量拡張コスト
c_i	ノード i の待機車両容量拡張コスト
ρ	SAV1 台当たりの乗客容量
μ_{ij}	リンク ij の交通容量
κ_i	ノード i の待機車両容量
$\mu_{ij}^{\max}$	μ_{ij} の最大値
$\kappa_i^{\max}$	κ_i の最大値
$\mu_{ij}^{\min}$	μ_{ij} の最小値
$\kappa_i^{\min}$	κ_i の最小値
M_{rs}^k	出発タイムステップ k，出発地 r，目的地 s の時間帯別 OD
α_T	時間を金銭換算するための定数
α_D	距離を金銭換算するための定数
α_N	SAV1 台当たりの費用
T_k	タイムステップ k の旅行者が移動可能なタイムステップ集合
$t_{\max}$	最終タイムステップ

$$\sum_{t \in T_k} y_{s,s0}^{k,t} = \sum_r M_{rs}^k \qquad \forall s,k \qquad (14)$$

$$\mu_{ij}^{\min} \leq \mu_{ij} \leq \mu_{ij}^{\max} \qquad \forall ij \qquad (15)$$

$$\kappa_i^{\min} \leq \kappa_i \leq \kappa_i^{\max} \qquad \forall i \qquad (16)$$

$$y_{s,ij}^{k,t} \geq 0 \qquad \forall ij,s,k,t \in T_k \qquad (17)$$

$$x_{0i}^0 \geq 0 \qquad \forall i \qquad (18)$$

$$y_{s,s0}^{k,t} \geq 0 \qquad \forall s,t,k \in T_k \qquad (19)$$

DSO モデルの文字の定義は表 1 に表す．

以上のモデルは Seo and Asakura[1] の DSO モデルから目的関数の形式に変更を加えたものである．式 (3) は目的関数を表し，T は旅行者の総旅行時間，D は SAV の総移動距離，N は総 SAV 台数，C は総インフラ拡張費用を表している．T, D, N はそれぞれを金銭換算するための定数 $\alpha_T, \alpha_D, \alpha_N$ によって重み付けされており，目的関数は金銭価値に換算された値で表される．

制約条件は Seo and Asakura[1] の DSO モデルに準拠する．式 (4) は旅行者の総旅行時間の定義，式 (5) は SAV の総移動距離の定義，式 (6) は総 SAV 台数の定義，そして式 (7) は総インフラ拡張費用の定義を表す．式 (8) と式 (9) はそれぞれノードにおける SAV と旅行者の交通量保存則である．式 (10) は乗客容量制約で，式 (11) と式 (12) はそれぞれリンク及びノードにおける SAV の交通容量制約である．式 (13) は旅行者の出発地制約で，式 (14) は旅行者の目的地制約である．式 (15) と式 (16) はそれぞれリンク交通容量とノード待機車両容量の容量制限制約である．式 (17)–式 (19) は変数の非負制約である．

本研究で導出する動的最適課金の導入によって実現する SAV システムの最適な運用は，以上でまとめた DSO モデルを解いて得られる旅行者と SAV のフロー及び最適交通容量である．

4. 最適課金下での SAV システムの均衡条件

この章では，動的最適課金が導入された SAV システムにおいて成り立つ均衡条件を定義する．

(1) 旅行者均衡条件

均衡状態では，同じ時間帯別 OD を持つ旅行者に利用される全ての経路におけるコストは等しい．また，同じ時間帯別 OD を持つ旅行者に利用される経路におけるコストは，利用されない経路におけるコストよりも小さいか，せいぜい等しい．したがって均衡状態では，時刻 t にリンク ij への流入交通流が存在する ($y_{s,ij}^{k,t} \geq 0$)，または時刻 t にノード j で待機する旅行者が存在する ($y_{s,jj}^{k,t} \geq 0$) ならば，時空間ネットワーク上の時刻 t におけるリンク ij 及び待機リンク jj は，時刻 $t + t_{ij}$ 及び $t + t_{jj}$ におけるノード j に到着する旅行者にとって最小コスト経路上になければならない．

ここで，旅行者が目的地までの移動途中で消費するコストは移動中とノード待機中で別々に区別される．旅行者が移動中に消費するコストは時間コスト $\alpha_T t_{ij}$ と乗車料金 p_{ij}^t の和で定義される．一方で，旅行者はノード待機中に SAV を利用しないため，旅行者がノード待機中に消費するコストは時間コスト $\alpha_T t_{ii}$ のみである．

出発時刻 k，目的地 s の旅行者のうち，時刻 t に

ノード i に到着した旅行者が起点から i までに費やす最小経路コストを $\pi_{s,i}^{k,t}$ と定義すると，移動中の均衡条件は以下の式で表現できる．

$$\begin{cases} \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}} = \alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} \geq 0 \\ \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}} \leq \alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} = 0 \end{cases} \tag{20}$$

ただし，この式においてコストは 0 を基準にして，経路コストの絶対値に負の符号をつけた値を加算するものとする．つまり，$\pi_{s,i}^{k,t} \leq 0$ になる．式 (20) の左辺 $\pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}}$ はノード i から j への最小経路コストを表す．時刻 t にリンク ij を利用する旅行者が存在する $(y_{s,ij}^{k,t} \geq 0)$ ならば，この時刻のノード i から j への最小経路はリンク ij となり，最小経路コストはリンク ij のリンクコストと等しくなる．一方で，時刻 t にリンク ij を利用する旅行者が存在しない $(y_{s,ij}^{k,t} = 0)$ ならば，この時刻のノード i から j への最小経路はリンク ij 以外の経路となり，最小経路コストはリンク ij のリンクコストよりも小さくなる．

ノード待機中の旅行者の均衡条件も同様に以下の式で表現できる．

$$\begin{cases} \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,i}^{k,t+t_{ii}} = \alpha_T t_{ii} & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} \geq 0 \\ \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,i}^{k,t+t_{ii}} \leq \alpha_T t_{ii} & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} = 0 \end{cases} \tag{21}$$

(2) SAV 管理者均衡条件

SAV は初期タイムステップにネットワーク上に配置され，最終タイムステップまでそれぞれが自由に移動するため SAV の起終点は定義できない．それにより，SAV ごとの最小コスト経路を比較できないため，図 3 に示すような初期タイムステップと最終タイムステップにそれぞれ起点ダミーノードと終点ダミーノードを加えた時空間ネットワークを考える．各 SAV は初期タイムステップのダミーノードを出発してネットワーク上を移動し，最終タイムステップに終点ダミーノードへ到着する．その間の移動において，各 SAV は最小コストとなる経路を選択する．

均衡状態では，SAV に利用される全ての経路におけるコストは等しい．また，SAV に利用される経路におけるコストは，利用されない経路におけるコストよりも小さいか，せいぜい等しい．したがって均衡状態では，時刻 t にリンク ij への流入交通流が存在する $(x_{ij}^t \geq 0)$，または時刻 t にノード j で待機する SAV が存在する $(x_{jj}^t \geq 0)$ ならば，時空間ネットワーク上の時刻 t におけるリンク ij 及び待機リンク jj は，時刻 $t + t_{ij}$ 及び $t + t_{jj}$ におけるノード j に到着する SAV にとって最小コスト経路上になければならない．

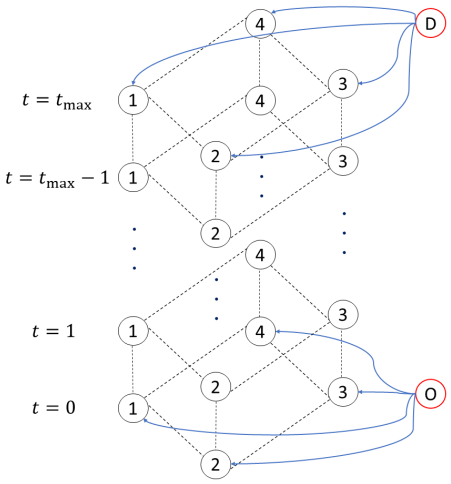


図-3 SAV が移動する時空間ネットワーク

ここで，SAV が移動中に消費するコストは走行距離コスト $\alpha_D d_{ij}$ と道路料金 q_{ij}^t の和から，旅行者から得られる乗車乗車 $u_{ij}^t p_{ij}^t$ を引いた値である．また，SAV がノードで駐車中に消費するコストはノードにおける混雑課金 q_{ii}^t のみである．

時刻 t にノード i に到着した SAV が起点から i までに費やす最小経路コストを ϕ_i^t と定義すると，移動中の均衡条件は以下の式で表現できる．

$$\begin{cases} \phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}} = \alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - u_{ij}^t p_{ij}^t & \text{if} \quad x_{ij}^t \geq 0 \\ \phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}} \leq \alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - u_{ij}^t p_{ij}^t & \text{if} \quad x_{ij}^t = 0 \end{cases} \tag{22}$$

ただし，この式においても式 (20) と同様に，コストは 0 を基準にして経路コストの絶対値に負の符号をつけた値を加算するものとする．つまり，$\phi_i^t \leq 0$ になる．式 (22) の左辺 $\phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}}$ はノード i から j への最小経路コストを表す．時刻 t にリンク ij を利用する SAV が存在する $(x_{ij}^t \geq 0)$ ならば，この時刻のノード i から j への最小経路はリンク ij となり，最小経路コストはリンク ij のリンクコストと等しくなる．一方で，時刻 t にリンク ij を利用する SAV が存在しない $(x_{ij}^t = 0)$ ならば，この時刻のノード i から j への最小経路はリンク ij 以外の経路となり，最小経路コストはリンク ij のリンクコストよりも小さくなる．

ノードで駐車中の SAV に関する均衡条件も同様に以下の式で表現できる．

$$\begin{cases} \phi_i^t - \phi_i^{t+t_{ii}} = q_{ii}^t & \text{if} \quad x_{ii}^t \geq 0 \\ \phi_i^t - \phi_i^{t+t_{ii}} \leq q_{ii}^t & \text{if} \quad x_{ii}^t = 0 \end{cases} \tag{23}$$

5. モデルと解法

この章では，Seo and Asakura[1] の DSO モデルから SAV システムの動的最適課金額を導出するモデルを構築し，その解法を示す．

モデル構築とその解法の手順を大まかに説明する．まず DSO モデルの最適性条件として KKT 条件を導出する．次に，その KKT 条件と第 4 章で示した均衡条件を比較することで，KKT 条件に現れる双対変数が動的最適課金額としての解釈が可能であることを証明し，その動的最適課金額の解釈を基に DSO フローが均衡状態で成り立つことを示す．最後に動的最適課金額を得るために，DSO モデルの双対問題を導出し解くことで，双対変数として動的最適課金額を得る．

(1) KKT 条件

第 3 章で示した Seo and Asakura[1] の DSO モデルの KKT 条件は以下の式で表される．

$$\begin{cases} \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}} = \alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} \geq 0 \\ \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}} \leq \alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t & \text{if} \quad y_{s,ij}^{k,t} = 0 \end{cases}$$
$$\forall k, s, ij, i \neq j, t \in T_k \tag{24}$$

$$\begin{cases} \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,i}^{k,t+t_{ii}} = \alpha_T t_{ii} & \text{if} \quad y_{s,ii}^{k,t} \geq 0 \\ \pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,i}^{k,t+t_{ii}} \leq \alpha_T t_{ii} & \text{if} \quad y_{s,ii}^{k,t} = 0 \end{cases}$$
$$\forall k, s, i, t \in T_k \tag{25}$$

$$\begin{cases} \phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}} = \alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t & \text{if} \quad x_{ij}^t \geq 0 \\ \phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}} \leq \alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t & \text{if} \quad x_{ij}^t = 0 \end{cases}$$
$$\forall ij, i \neq j, t \tag{26}$$

$$\begin{cases} \phi_i^t - \phi_i^{t+t_{ii}} = q_{ii}^t & \text{if} \quad x_{ii}^t \geq 0 \\ \phi_i^t - \phi_i^{t+t_{ii}} \leq q_{ii}^t & \text{if} \quad x_{ii}^t = 0 \end{cases} \quad \forall i, t \tag{27}$$

$$\begin{cases} \pi_{s,s}^{k,t} = \lambda_s^k & \text{if} \quad y_{s,s0}^{k,t} \geq 0 \\ \pi_{s,s}^{k,t} \leq \lambda_s^k & \text{if} \quad y_{s,s0}^{k,t} = 0 \end{cases} \quad \forall k, s, t \in T_k \tag{28}$$

$$\begin{cases} -\pi_{s,r}^{k,k} = \eta_{s,r}^k & \text{if} \quad y_{s,0r}^{k,k} \geq 0 \\ -\pi_{s,r}^{k,k} \leq \eta_{s,r}^k & \text{if} \quad y_{s,0r}^{k,k} = 0 \end{cases} \quad \forall k, s, r \tag{29}$$

$$\begin{cases} -\phi_i^0 = \alpha_N & \text{if} \quad x_{0i}^0 \geq 0 \\ -\phi_i^0 \leq \alpha_N & \text{if} \quad x_{0i}^0 = 0 \end{cases} \quad \forall i \tag{30}$$

$$\sum_j x_{ji}^{t-t_{ji}} - \sum_j x_{ij}^t = 0 \quad \forall i, t \tag{31}$$

$$\sum_j y_{s,ji}^{k,t-t_{ji}} - \sum_j y_{s,ij}^{k,t} + y_{s,0i}^{k,t} - y_{s,i0}^{k,t} = 0 \quad \forall k, s, i, t \in T_k \tag{32}$$

$$\begin{cases} \sum_{s,k} y_{s,ij}^{k,t} = \rho x_{ij}^t & \text{if} \quad p_{ij}^t \geq 0 \\ \sum_{s,k} y_{s,ij}^{k,t} \leq \rho x_{ij}^t & \text{if} \quad p_{ij}^t = 0 \end{cases} \quad \forall ij, i \neq j, t \tag{33}$$

$$\begin{cases} x_{ij}^t = \mu_{ij} & \text{if} \quad q_{ij}^t \geq 0 \\ x_{ij}^t \leq \mu_{ij} & \text{if} \quad q_{ij}^t = 0 \end{cases} \quad \forall ij, i \neq j, t \tag{34}$$

$$\begin{cases} x_{ii}^t = \kappa_i & \text{if} \quad q_{ii}^t \geq 0 \\ x_{ii}^t \leq \kappa_i & \text{if} \quad q_{ii}^t = 0 \end{cases} \quad \forall i, t \tag{35}$$

$$y_{s,0r}^{k,k} = M_{rs}^k \quad \forall k, s, r \tag{36}$$

$$\sum_{t \in T_k} y_{s,s0}^{k,t} = \sum_r M_{rs}^k \quad \forall k, s \tag{37}$$

$$c_{ij} - \sum_t q_{ij}^t - \sigma_{ij} + \widehat{\sigma}_{ij} = 0 \quad \forall ij, i \neq j \tag{38}$$

$$c_i - \sum_t q_{ii}^t - \theta_i + \widehat{\theta}_i = 0 \quad \forall i \tag{39}$$

$$\begin{cases} -\mu_{ij} + \mu_{ij}^{\min} = 0 & \text{if} \quad \sigma_{ij} \geq 0 \\ -\mu_{ij} + \mu_{ij}^{\min} \leq 0 & \text{if} \quad \sigma_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall ij, i \neq j \tag{40}$$

$$\begin{cases} \mu_{ij} - \mu_{ij}^{\max} = 0 & \text{if} \quad \widehat{\sigma}_{ij} \geq 0 \\ \mu_{ij} - \mu_{ij}^{\max} \leq 0 & \text{if} \quad \widehat{\sigma}_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall ij, i \neq j \tag{41}$$

$$\begin{cases} -\kappa_i + \kappa_i^{\min} = 0 & \text{if} \quad \theta_i \geq 0 \\ -\kappa_i + \kappa_i^{\min} \leq 0 & \text{if} \quad \theta_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \tag{42}$$

$$\begin{cases} \kappa_i - \kappa_i^{\max} = 0 & \text{if} \quad \widehat{\theta}_i \geq 0 \\ \kappa_i - \kappa_i^{\max} \leq 0 & \text{if} \quad \widehat{\theta}_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \tag{43}$$

以上で示した KKT 条件の式 (24)，(25)，(26)，そして (27) はそれぞれ第 4 章で示した均衡条件を表す式 (20)，(21)，(22)，そして (23) と一致する．ただし，式 (26) の p_{ij}^t の係数 ρ は SAV1 台当たりの乗客容量を表しており，式 (22) の p_{ij}^t の係数 u_{ij}^t と，SAV1 台当たりの乗車人数を表しているという点で一致していることに注意する必要がある．

したがって，KKT 条件における双対変数 p_{ij}^t, q_{ij}^t はそれぞれ均衡条件における乗車料金，道路料金に一致し，最適フローは均衡フローと一致する．

(2) 双対問題

KKT 条件の双対変数 p_{ij}^t, q_{ij}^t を得るために，DSO モデルの双対問題を解く．双対問題は以下の通りである．

$$\max -\sum_{ij} c_{ij}\mu_{ij}^{\min} - \sum_{i} c_i\kappa_i^{\min} - \sum_{k,s,r} \eta_{s,r}^{k} M_{rs}^{k} - \sum_{k,s} \lambda_s^k \sum_r M_{rs}^k + \sum_{ij} \mu_{ij}^{\min}\sigma_{ij} - \sum_{ij} \mu_{ij}^{\max}\widehat{\sigma}_{ij} + \sum_i \kappa_i^{\min}\theta_i - \sum_i \kappa_i^{\max}\widehat{\theta}_i \quad (44)$$

subject to

$$\phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}} \le \alpha_D d_{ij} - \rho p_{ij}^t + q_{ij}^t \quad \forall ij, i \ne j, t \quad (45)$$

$$\phi_i^t - \phi_i^{t+t_{ii}} \le q_{ii}^t \quad \forall i, t \quad (46)$$

$$-\phi_i^0 \le \alpha_N \quad \forall i \quad (47)$$

$$\pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,j}^{k,t+t_{ij}} \le \alpha_T t_{ij} + p_{ij}^t \quad \forall k, s, ij, i \ne j, t \quad (48)$$

$$\pi_{s,i}^{k,t} - \pi_{s,i}^{k,t+t_{ii}} \le \alpha_T t_{ii} \quad k, s, i \quad (49)$$

$$-\pi_{s,r}^{k,k} \le \eta_{s,r}^k \quad \forall k, s, r \quad (50)$$

$$\pi_{s,s}^{k,t} \le \lambda_s^k \quad \forall k, s, t \quad (51)$$

$$c_{ij} - \sum_t q_{ij}^t - \sigma_{ij} + \widehat{\sigma}_{ij} = 0 \quad \forall ij, i \ne j \quad (52)$$

$$c_i - \sum_t q_{ii}^t - \theta_i + \widehat{\theta}_i = 0 \quad \forall i \quad (53)$$

$$p_{ij}^t \ge 0 \quad \forall ij, i \ne j, t \quad (54)$$

$$q_{ij}^t \ge 0 \quad \forall ij, i \ne j, t \quad (55)$$

$$q_{ii}^t \ge 0 \quad \forall i, t \quad (56)$$

$$\sigma_{ij} \ge 0 \quad \forall ij, i \ne j \quad (57)$$

$$\widehat{\sigma}_{ij} \ge 0 \quad \forall ij, i \ne j \quad (58)$$

$$\theta_i \ge 0 \quad \forall i \quad (59)$$

$$\widehat{\theta}_i \ge 0 \quad \forall i \quad (60)$$

ただし，以上の双対問題に現れる双対変数の定義は以下である．ϕ_i^t は式 (8) の Lagrange 乗数で，時刻 t にノード i に到着した SAV が起点からノード i までに費やす最小経路コストと解釈できる．$\pi_{s,i}^{k,t}$ は式 (9) の Lagrange 乗数で，出発時刻 k，目的地 s の旅行者のうち，時刻 t にノード i に到着した旅行者が起点からノード i までに費やす最小経路コストと解釈できる．p_{ij}^t は式 (10) の Lagrange 乗数で，時刻 t のリンク ij を移動する旅行者が SAV 管理者に支払う乗車料金と解釈できる．q_{ij}^t, q_{ii}^t はそれぞれ式 (11), (12) の Lagrange 乗数であり，q_{ij}^t は時刻 t のリンク ij を走行する SAV に課される道路料金，q_{ii}^t は時刻 t のノード i で停車する SAV に課される駐車料金と解釈できる．$\eta_{s,r}^k$ は式 (13) の Lagrange 乗数で，λ_s^k は式 (14) の Lagrange 乗数である．σ_{ij} は式 (15) のうちの $\mu_{ij}^{\min} \le \mu_{ij}$ の Lagnrage 乗数であり，$\widehat{\sigma}_{ij}$ は式 (15) のうちの $\mu_{ij} \le \mu_{ij}^{\max}$ の Lagrange 乗数である．また，θ_i は式 (16) のうちの $\kappa_i^{\min} \le \kappa_i$ の Lagrange 乗数であり，$\widehat{\theta}_i$ は式 (16) のうちの $\kappa_i \le \kappa_i^{\max}$ の Lagrange 乗数である．

6. モデルから導かれる理論的特性

第 5 章で示した KKT 条件を用いて，動的最適課金を導入した SAV システムで成り立つ理論的特性を導出する．

(1) 道路料金の課金システム

道路料金と SAV 交通量，交通容量の関係を KKT 条件から導ける．KKT 条件の式 (34) は，リンクにおける道路料金が発生する際の SAV 交通量とリンク車両容量の関係を表すと解釈できる．つまり，時刻 t のリンク ij に道路料金が発生する ($q_{ij}^t \ge 0$) 場合，時刻 t のリンク ij における SAV 交通量 x_{ij}^t が道路容量 μ_{ij} と一致し ($x_{ij}^t = \mu_{ij}$)，道路料金が発生しない ($q_{ij}^t = 0$) 場合は供給過剰 ($x_{ij}^t \le \mu_{ij}$) である．

ノードにおける道路料金に関しても同様のことが言える．KKT 条件の式 (35) は，ノードにおける道路料金が発生する際の SAV 交通量と駐車場容量の関係を表すと解釈できる．つまり，時刻 t のノード i に道路料金が発生する ($q_{ii}^t \ge 0$) 場合，時刻 t のノード i における SAV 交通量 x_{ii}^t が駐車場容量 κ_i と一致し ($x_{ii}^t = \kappa_i$)，道路料金が発生しない ($q_{ii}^t = 0$) 場合は供給過剰 ($x_{ii}^t \le \kappa_i$) である．

(2) 乗車料金の課金システム

乗車料金と旅行者交通量，SAV1 台当たりの乗車人数の関係を KKT 条件から導ける．KKT 条件の式 (33) は，乗車料金が発生する際の旅行者交通量と SAV1 台当たりの乗車人数の関係を表すと解釈できる．つまり，時刻 t のリンク ij に乗車料金が発生する ($p_{ij}^t \ge 0$) 場合，時刻 t のリンク ij の旅行者交通量 $\sum_{k,s} y_{s,ij}^{k,t}$ が時刻 t のリンク ij で利用可能な SAV の乗客容量 ρx_{ij}^t に一致し ($\sum_{k,s} y_{s,ij}^{k,t} = \rho x_{ij}^t$)，乗車料金が発生しない ($p_{ij}^t = 0$) 場合は供給過剰 ($\sum_{k,s} y_{s,ij}^{k,t} \le \rho x_{ij}^t$) である．

これにより，SAV 管理者の均衡条件を表現した式 (22) において時刻 t のリンク ij の SAV1 台当たりの乗車人数を表す u_{ij}^t は，乗車料金が発生する場合に SAV1 台当たりの乗客容量に一致する ($u_{ij}^t = \rho$) ため，SAV 管理者の均衡条件を表す式 (22) は KKT 条件の式 (26) に常に一致する．

(3) SAV 管理者の self-financing

SAV 管理者は旅行者に輸送サービスを提供するために車両導入コストを投入し，サービスを提供する中でサービス運営コストを消費すると同時に収入を得ていく．SAV が車両導入からサービス運営をした際に得られる収入と消費したコストの関係に関する定理を KKT 条件から導く．

ある SAV 管理者が車両導入からサービス運営をした際の料金フローを以下の式で表す．

$$\alpha_N + \sum_{(ij,t)\in R_m} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t) \tag{61}$$

ただし，$R_m (m \in \mathbb{R})$ は車両番号 m の SAV が全時間を通して移動した時空間ネットワーク上のリンク集合とする．ある SAV 管理者の全時間通しての料金フローに関して以下の定理が成り立つ．

定理 1　本モデルで導出される最適課金の下では，各 SAV の車両導入コストと輸送サービスの運営コスト・収入の合計はゼロで等しくなる．この関係は以下の式で表現される．

$$\alpha_N + \sum_{(ij,t)\in R_m} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t) = 0 \tag{62}$$

証明　全 SAV が費やす総コストを考えると，以下の式で表される．

$$\sum_i \alpha_N x_{0i}^0 + \sum_{ij,t} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t) x_{ij}^t \tag{63}$$

KKT 条件の式 (26)，(27)，(30) について，それぞれ $x_{ij}^t, x_{ii}^t, x_{0i}^t \geq 0$ の場合に等号が成り立つことから，式 (63) は以下の式変形ができる．

$$\begin{aligned} &\sum_i \alpha_N x_{0i}^0 + \sum_{ij,t} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t) x_{ij}^t \\ =& \sum_{ij,t} (\phi_i^t - \phi_j^{t+t_{ij}}) x_{ij}^t \\ =& -\sum_{i,t} \phi_i^t \Big(\sum_j x_{ji}^{t-t_{ji}} - \sum_j x_{ij}^t \Big) \end{aligned} \tag{64}$$

式 (64) の最終行の式は，2 行目の式を ϕ_i^t でくくりだすことで式変形できる．KKT 条件の式 (31) より，式 (64) はゼロになる．つまり，以下の関係式が成り立つ．

$$\sum_i \alpha_N x_{0i}^0 + \sum_{ij,t} (\alpha_D d_{ij} + q_{ij}^t - \rho p_{ij}^t) x_{ij}^t = 0 \tag{65}$$

均衡状態では，各 SAV が費やすコストは等しくなる．したがって，全 SAV が費やすコストがゼロならば各 SAV が費やすコストもゼロになり，定理 1 は成り立つ．　□

(4) インフラ拡張の self-financing

道路管理者は SAV 管理者から道路料金を徴収し，集めた資金を社会的に最適な道路容量拡張に活用する．インフラ投資費用と徴収した道路料金との関係に関する定理を KKT 条件によって導く．

リンク ij の交通容量 μ_{ij} はインフラ投資によって拡大可能で，$\mu_{ij}^{\min} \leq \mu_{ij} \leq \mu_{ij}^{\max}$ の範囲を推移する．$\mu_{ij}^{\min}$ は既存インフラの交通容量を表し，リンクの交通容量拡張コストを c_{ij} と表すと，既存交通容量から最適交通容量への拡張費用は以下の式で定義される．

$$c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \tag{66}$$

ノード車両容量の拡張費用も同様にして以下の式で表される．

$$c_i(\kappa_i - \kappa_i^{\min}) \tag{67}$$

また，リンク ij 及びノード i で徴収される道路料金はそれぞれ $\sum_t q_{ij}\mu_{ij}, \sum_t q_{ii}^t \kappa_i$ と表される．

あるリンク及びノードでの最適交通容量へのインフラ拡張費用と，そのリンク及びノードで徴収される道路料金総額の関係に関する以下の定理が成り立つ．

定理 2　本モデルで導出される最適課金の下では，全てのリンク及びノードの交通容量拡張費用は，それぞれのリンク及びノードで集められた道路料金総額で賄うことが可能である．この関係は以下の式で表現される．

$$c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \leq \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} \tag{68}$$

$$c_i(\kappa_i - \kappa_i^{\min}) \leq \sum_t q_{ii} \kappa_i \tag{69}$$

証明　式 (68) の証明を示す．式 (69) は式 (68) と同様に証明すればよい．

(i) $\mu_{ij} = \mu_{ij}^{\min}$ の場合

$$\begin{aligned} &\sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} - c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \\ =& \sum_t \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} \geq 0 \end{aligned} \tag{70}$$

よって式 (68) は成立．

(ii) $\mu_{ij}^{\min} < \mu_{ij} < \mu_{ij}^{\max}$ の場合

KKT 条件の式 (38) に式 (40) と (41) を適用す

ることにより，$c_{ij} = \sum_t q_{ij}^t$ が成り立つので，以下の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned}&\sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} - c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \\ &= \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} - \sum_t q_{ij}^t (\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \\ &= \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij}^{\min} \geq 0 \end{aligned} \tag{71}$$

よって式 (68) は成立．

(iii) $\mu_{ij} = \mu_{ij}^{\min}$ の場合

KKT 条件の式 (38) に式 (40) と (41) を適用することにより，$c_{ij} = \sum_t q_{ij}^t - \widehat{\sigma}_{ij}$ が成り立つので，以下の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned}&\sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} - c_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \\ &= \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij} - (\sum_t q_{ij}^t - \widehat{\sigma}_{ij})(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \\ &= \sum_t q_{ij}^t \mu_{ij}^{\min} + \widehat{\sigma}_{ij}(\mu_{ij} - \mu_{ij}^{\min}) \geq 0 \end{aligned} \tag{72}$$

よって式 (68) は成立．

□

本モデルの交通容量 μ_{ij}, κ_i に関する制約条件 $\mu_{ij}^{\min} \leq \mu_{ij} \leq \mu_{ij}^{\max}, \kappa_i^{\min} \leq \kappa_i \leq \kappa_i^{\max}$ をなくすことで赤松[12] の self-financing と同様の結果に帰着し，式 (68) と (69) は等号で成り立つ．

7. 数値実験

この章では，簡単な数値実験を行い，モデルの妥当性を確かめる．

(1) 問題設定

図 4 に示すような 3 つのノードからなるネットワークを考える．全てのリンクの自由流旅行時間と距離は 1 で等しい ($t_{ij} = 1, d_{ij} = 1$) として，初期タイムステップに 60 人の旅行者がノード 1 から 3 へ移動することを想定する．パラメータの値を表 2 にまとめる．

(2) 結果

まず，旅行者が時間ごとに消費した累積コストを比較する．図 5 は旅行者がノード 1 から 3 へ移動するために消費した時間ごとの累積コストを，各旅行者が選択した時空間ネットワーク上の全経路に関して比較したものである．全旅行者は総コスト 5 で移動完了しており，どの旅行者も経路変更するインセンティブを持たないため，均衡が成立していることが確認できる．

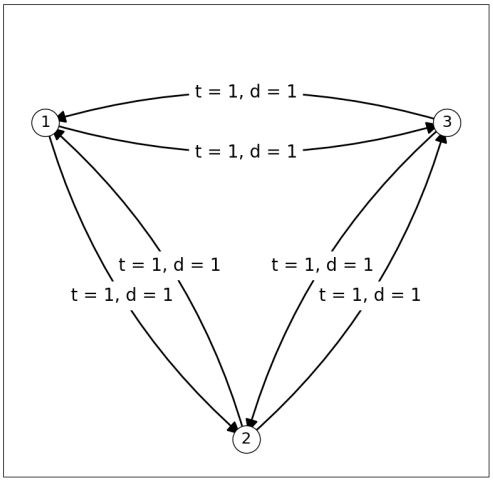


図-4 対象とするネットワーク

表-2 パラメータの値

パラメータ	値
$\mu_{ij}^{\min}$	5
$\mu_{ij}^{\max}$	8
$\kappa_i^{\min}$	10
$\kappa_i^{\max}$	15
ρ	2
c_{ij}, c_i	1
$\alpha_T, \alpha_D, \alpha_N$	1

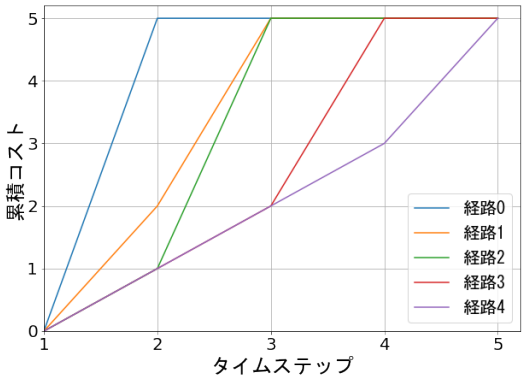


図-5 旅行者の時間ごとの累積コスト

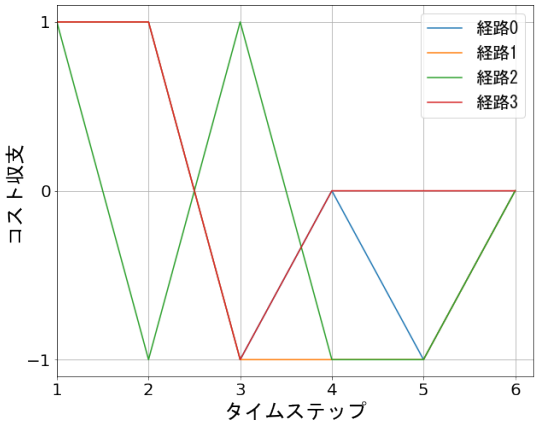


図-6 SAV の時間ごとのコスト収支

次に，SAV が時間ごとに消費したコストフローを比較する．図 6 は SAV 管理者が車両導入からサービス運営をする間の時間ごとのコストフローを，各 SAV が選択した時空間ネットワーク上の全経路に関して比較したものである．この図において，消費コストはプラス，収入はマイナスで表している．初期タイムステップ ($t = 1$) のコスト収支が +1 になっていることは，SAV 管理者が初期タイムステップに車両導入するために消費したコストを表している．全 SAV は最終的なコスト収支を 0 にして移動完了しており，どの SAV も経路変更するインセンティブを持たないため，均衡が成立していることが確認できる．また，全 SAV の最終的なコスト収支が 0 になっているため，第 6 章で示した SAV 管理者の self-financing が成立していることも確認できる．

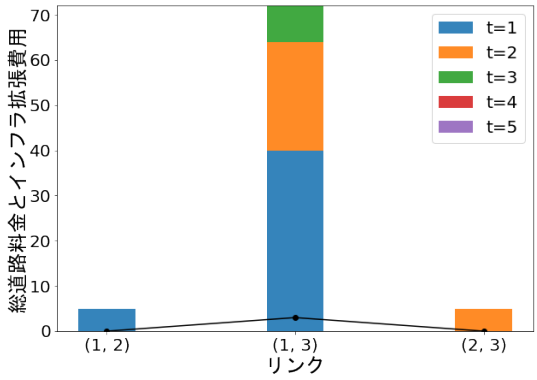


図-7 リンクごとの総道路料金とインフラ拡張費用の比較
棒グラフはリンクごとの総道路料金を表し，折れ線グラフはリンクごとのインフラ拡張費用を表す．

最後に，インフラ拡張の self-financing を数値実験で検証する．図 7 はリンクごとに徴収された総道路料金を時刻ごとの積み上げグラフで表し，リンクごとの最適交通容量実現のためのインフラ拡張費用を折れ線グラフで表している．この図から，リンクで徴収された総道路料金がインフラ拡張費用を上回っていることがわかり，第 6 章で示したインフラ拡張の self-financing が成立することが確認できる．リンク $(1,2)$ 及び $(2,3)$ はインフラ拡張をしていない．対して，リンク $(1,3)$ は最大容量までインフラ拡張しており，インフラ拡張費用 3 を要しているが，リンク $(1,3)$ で徴収される総道路料金はその値を大きく上回っている．この総道路料金とインフラ拡張費用の差は，交通容量 μ_{ij} を制限している最大交通容量 $\mu_{ij}^{\max}$ を拡大させることで小さくなる．したがって，本研究で導出する動的最適課金の下では，最大交通容量 $\mu_{ij}^{\max}$ が小さくかつ交通量が多い道路で総道路料金とインフラ拡張費用の差（道路管理者の収入）が大きくなる．

8. おわりに

本論文では，SAV システムの動的最適課金額を DSO モデルから理論的に導出した．また，動的最適課金を導入した SAV システムの定性的性質を分析した後，数値実験によりその性質を検証した．本研究の重要な点は，SAV システムにおいてそれぞれ異なる役割を持つ道路管理者・SAV 管理者・旅行者が一つの課金システムによって自らの自由な意思決定でシステム最適なフローを実現できることを理論的に示した点が挙げられる．

今後の課題には以下が考えられる．まず，実データに基づく大規模なネットワークでのケーススタディへの適用が有用である．これにより，本モデルのより現実的な状況での挙動が確認できるほか，将来的な実際の混雑課金についての示唆が得られる可能性がある．また，SAV のサービス収入を考慮したモデルの構築も考えられる．本研究では，SAV 管理者はサービス提供によるサービス収入を得られていない．例えば，旅行者に輸送サービスの対価として徴収する従量制の運賃を導入するためには SAV が空車かどうかを判断せねばならず，DSO モデルの変数の定義を変更する必要がある．このようなより現実的な SAV システムのモデル化のための拡張も重要である．

REFERENCES

1) T. Seo and Y. Asakura: Multi-Objective Linear Optimiza-

tion Problem for Strategic Planning of Shared Autonomous Vehicle Operation and Infrastructure Design, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 23, No. 4, pp. 3816-3828, 2022.
2) Tsekeris, T., Voß, S.: Design and evaluation of road pricing: state-of-the-art and methodological advances. *Netnomics*, Vol. 10, No. 1, pp. 5-52, 2009.
3) Pigou, A. C: The economics of welfare, Macmillan, London, 1920.
4) Knight, F.: Some fallacies in the interpretation of social cost, *The Quarterly Journal of Economics*, Vol. 38, No. 4, pp. 582-606, 1924.
5) Walters, A.A.: The theory and measurement of private and social cost of highway congestion, *Econometrica*, Vol. 29, No. 4, pp. 676-699, 1961.
6) Hai Yang, Qiang Meng, and Der-Horng Lee: Trial-and-error implementation of marginal-cost pricing on networks in the absence of demand functions, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 38, No. 6, pp. 477-493, 2004.
7) Arnott, R., De Palma, A., and Lindsey, R.: A structural model of peak congestion: A traffic bottleneck with elastic demand, *The American Economic Review*, Vol. 83, No. 1, pp. 161-179, 1993.
8) Yang, H., and Huang, H. J.: Analysis of the time-varying pricing of a bottleneck with elastic demand using optimal control theory, *Transportation Research Part B*, Vol. 31, No. 6, pp. 425-440, 1997.
9) Kuwahara, M.: A theory and implications on dynamic marginal cost, *Transportation Research Part A*, Vol. 41, No. 7, pp. 627-643, 2007.
10) De Palma, A., Kilani, M., and Lindsey, R.: Congestion pricing on a road network: A study using the dynamic equilibrium simulator METROPOLIS, *Transportation Research Part A*, Vol. 39, No. 7 – 9, pp. 581-611, 2005.
11) Yang, H., Meng, Q.: Departure time, route choice and congestion toll in a queuing network with elastic demand. *Transportation Research Part B*, Vol. 32, No. 4, pp. 247-260, 1998.
12) 赤松 隆: 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 D, 63 巻, 3 号, pp. 287-301, 2007.
13) Mohring, H. and M. Harwitz: Highway Benefits: An Analytical Framework, *Evanston, Ill.: Published for the Transportation Center at Northwestern University by Northwestern University Press*, 1962.
14) Erik T. Verhoef and Herbert Mohring: Self-Financing Roads, *International Journal of Sustainable Transportation*, Vol. 3, No. 5-6, pp. 293-311, 2009.
15) Santhanakrishnan Narayanan, Emmanouil Chaniotakis, and Constantinos Antoniou: Shared autonomous vehicle services: A comprehensive review, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 111, pp. 255-293, 2020.
16) Michael W. Levin: Congestion-aware system optimal route choice for shared autonomous vehicles, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 82, pp. 229-247, 2017.
17) Hai Wang, and Hai Yang: Ridesourcing systems: A framework and review, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 129, pp. 122-155, 2019.
18) Liteng Zha, Yafeng Yin, and Hai Yang: Economic analysis of ride-sourcing markets, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 71, 2016, pp. 249-266, 2016.
19) Liteng Zha, Yafeng Yin, and Zhengtian Xu: Geometric matching and spatial pricing in ride-sourcing markets, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 92, pp. 58-75, 2018.
20) Michele D. Simoni, Kara M. Kockelman, Krishna M. Gurumurthy, and Joschka Bischoff: Congestion pricing in a world of self-driving vehicles: An analysis of different strategies in alternative future scenarios, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 98, 2019, pp. 167-185, 2019.
21) Gurumurthy, K. M., Kockelman, K. M., and Simoni, M. D.: Benefits and Costs of Ride-Sharing in Shared Automated Vehicles across Austin, Texas: Opportunities for Congestion Pricing. *Transportation Research Record*, Vol. 2673, No. 6, pp. 548-556, 2019.
22) M. Salazar, F. Rossi, M. Schiffer, C. H. Onder and M. Pavone: On the Interaction between Autonomous Mobility-on-Demand and Public Transportation Systems, *2018 21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pp. 2262-2269, 2018.
23) Zemian Ke, Sean Qian: Leveraging ride-hailing services for social good: Fleet optimal routing and system optimal pricing, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol. 155, 2023.
24) 武田 翼, 赤松 隆: 交通・物流統合型モビリティ・サービスのメカニズム・デザイン, 第 67 回土木計画学研究発表会・講演集, CD-ROM, 2023.
25) 和田健太郎, 渡邊大樹, 周毅愷, 赤松隆: シェア型自動運転車のための通行権取引制度の自律分散的なインプリメンテーション, 第 64 回土木計画学研究発表会・講演集, CD-ROM, 2021.

(Received ??? ?? 202?)
(Accepted ??? ?? 202?)

Theoretical derivation of dynamic optimal pricing for shared autonomous vehicle system

Ryota Maruyama and Toru Seo