

動的交通量配分の近似的解法の提案と 優位性の検証

市川 雅稀¹・瀬木 俊輔²

¹学生会員 神戸大学 大学院工学研究科市民工学専攻 (〒657-0013 神戸市灘区六甲台町 1)

E-mail: 236t103t@stu.kobe-u.ac.jp

²正会員 工博 神戸大学准教授 大学院工学研究科市民工学専攻 (〒657-0013 神戸市灘区六甲台町 1)

E-mail: segi@people.kobe-u.ac.jp

本研究では、経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルに対する新しいヒューリスティック解法を提案する。この方法は、出発地と目的地の組が複数ある多起点多終点ネットワークにも適用可能である。その後、提案手法の精度を検証するため、既存研究でよく用いられている通常の不動点アルゴリズムと提案手法の性能を比較する。その結果、単純なネットワークだけでなく、複数のリンクからなる一般的なネットワークにおいても、提案手法はより均衡に近い交通状態を求めることができると確認された。

Key Words *dynamic user equilibrium model, departure time and route choice, multiple links*

1. はじめに

近年、都市部における渋滞は大きな社会問題の1つとなっている。交通混雑を解消するための方策として、従来より道路建設、道路拡張のようなハードウェア的な方策が施されている。しかし、地価高騰や、住民の反対による用地買収難など、ハードウェア的な施策の実施は容易ではない。近年では、情報提供による経路誘導、信号制御、公共交通機関の利便性向上策、時差出勤、ロードプライシングなどを通じて、交通需要の調整を行うソフト的な施策も重要視され始めている。

これらのソフト的な施策の検討をするためには、施策の実施によってピーク時における渋滞の発生と推移や人々の出発時刻選択がどのような影響を受けるのかを分析することが必要となっている。動的利用者均衡は、現在交通評価の多くに使用されている静的な利用者均衡では表現できない渋滞の発生、進展、解消過程を明示的に記述できるため、このような分析を行ううえで優れた手法の1つであるといえる。

しかし、動的利用者均衡では、多起点多終点の複雑なネットワーク構造で精度の高い解法が開発できていない。このことが、動的利用者均衡を政策評価等に用いることへの大きな障壁となっている。

本研究では、動的利用者均衡モデルの精度の高いヒューリスティックな解法を提案すること、また、既存の動

的利用者均衡モデルの解法と比較を行い、その優位性を検証することを目的とする。複数のネットワークに対して提案した解法と既存の解法を適用し、どちらの計算結果が均衡により近いかを検証する。

2. 既往研究のレビュー

動的利用者均衡の解説は、桑原・堀口⁽¹⁾、桑原・赤松⁽²⁾にまとめられている。動的利用者均衡では、すべての利用者が選択した経路は、事後的に見ても各自の最短経路になることを仮定している。これは、自身が終点に到達するまでに将来経験する所要時間を完全に予測していることに相当する。利用者の選択行動に着目すると、動的利用者均衡モデルは2種類に分類できる。利用者が経路の選択のみを行う経路選択型モデルと、経路選択に加えて出発時刻も選択する経路出発時刻同時選択型モデルの2種類である。また、出発時刻別の OD 交通量を与えたうえで、ネットワーク上の渋滞の発生と進展の過程を表現する Dynamic network loading (DNL)モデルに着目しても、大きく2種類に分類できる。1つ目は、渋滞の進展を考慮しない Point-queue モデル、2つ目は、渋滞の進展を考慮したモデル(例えば、Lighthill-Whitham-Richards (LWR)モデルなど)である。

まずは、1起点多終点、多起点1終点のネットワークに

において行われている動的利用者均衡モデルの解法についての研究についてレビューする。涌井ら⁹⁾は Point-queue 型・経路選択型の動的利用者均衡モデルを混合線形相補性問題として定式化し、二次計画問題を構築し、Frank-Wolf 法ベースの解法を採用し、解を求めている。長江ら⁴⁾も同様に、Point-queue モデル型・経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを、混合線形相補性条件として定式化し、二次計画問題に帰着させ、解を求めている。井料⁸⁾は、経路選択型の動的利用者均衡モデルを Nash 均衡を利用して解いている。赤松・桑原⁶⁾は、Point-queue モデル型・経路選択型の動的利用者均衡モデルを出発時刻別に分解し不動点問題として定式化している。河向・赤松⁷⁾は、Point-queue モデル型・経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを線形相補性条件として定式化し、Netwon 法に基づくアルゴリズムを用いた解法を提案している。これらの論文は、厳密な均衡解を求めているが、1 起点多終点、多起点 1 終点など特殊なネットワークを対象としているという問題点がある。続いて多起点多終点のネットワークにおいて提案された解法を紹介する。Luce et al.⁶⁾は、経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを変分不等式問題として定式化し、逐次平均法を用いて解く方法を提案している。Florian et al.⁹⁾は、経路選択型の動的利用者均衡モデルを逐次平均法を用いて解いている。彼らの論文の DNL モデルは、車両交差、合流、分岐などによる遅延を考慮するシミュレーションモデルである。Friesz et al.¹⁰⁾、Han et al.¹¹⁾は、LWR モデル型・経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを変分不等式問題として定式化し、不動点アルゴリズムの 1 つである射影法を用いた解法を提案している。Wie et al.¹²⁾、Huang and Lam¹³⁾は、経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを変分不等式として定式化し、不動点アルゴリズムベースのヒューリスティックな解法を提案している。DNL モデルは、Wie et al. が独自の手法を、Huang and Lam が Point-queue モデル型を採用している。Nie and Zhang¹⁴⁾は、Point-queue モデル型・経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを変分不等式として定式化し、不動点アルゴリズムを用いた解法を提案している。Lo and Szeto¹⁵⁾は、Cell Transmission Model (CTM) 型・経路選択型の動的利用者均衡モデルを変分不等式問題として定式化し、射影法を応用した方法を用いて解いている。これらの研究では、逐次平均法や不動点アルゴリズムなどの汎用的な解法が採用されている場合が多いが、均衡に近い状態を求められてはいない。

本研究では、一般的な多起点多終点ネットワークにおける経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡モデルを

対象とした既存の解法よりも精度の高い新たなヒューリスティックな解法を提案する。また、その解法と一般的な動的利用者均衡モデルの解法としてよく用いられる射影法を比較し、本研究が提案する解法の優位性を検証する。

3. アルゴリズム

(1) 動的利用者均衡モデルの定式化

想定する道路ネットワークを有向グラフ $G(N, A)$ として表す。ここで、 N, A はそれぞれノードとリンクの集合を表す。OD ペアの集合を R で表す。OD ペア $rs \in R$ の経路集合を K_{rs} で表す。旅行者は、自身の出発時刻を時間軸上の範囲 $[0, T]$ の中から選択する。時刻 $t = 0$ において、ネットワーク上に車両は存在しない。

全ての旅行者は外生的な時刻 t^* (希望到着時刻) に目的地に到着することを希望する。時刻 t^* に目的地に到着できなかった旅行者は、スケジュール費用を負担する。旅行者は、旅行時間の機会費用とスケジュール費用から成る通勤費用を最小化するように、出発時点と経路の組み合わせを選択する。OD ペア $rs \in R$ の経路 $p \in K_{rs}$ 、出発時刻 $t \in [0, T]$ の通勤費用 $c_p^{rs}(t)$ を以下の区分線形関数 (Amott et al.¹⁷⁾) として定義する。

$$c_p^{rs}(t) = \begin{cases} \alpha \omega_p^{rs}(t) + \beta [t^* - (t + \omega_p^{rs}(t))] & (t + \omega_p^{rs}(t) \leq t^*) \\ \alpha \omega_p^{rs}(t) + \gamma [(t + \omega_p^{rs}(t)) - t^*] & (t + \omega_p^{rs}(t) > t^*) \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 $\omega_p^{rs}(t)$ は、OD ペア rs の旅行者のうち、時刻 t に出発して経路 p を選択した者の旅行時間である。 α, β, γ は $\gamma > \alpha > \beta$ を満たす定数であり、それぞれ時間価値、早着の単位スケジュール費用、遅着の単位スケジュール費用を表す。

動的利用者均衡は、各 OD ペアについて、旅行者の出発時刻と経路選択に関係なく、全ての旅行者の通勤費用が等しく、かつ、最小化されている状況として定義される。この条件は以下の相補性条件として表現される。

$$f_p^{rs}(t)[c_p^{rs}(t) - \pi^{rs}] = 0, f_p^{rs}(t) \geq 0, c_p^{rs}(t) \geq \pi^{rs} \\ (rs \in R, p \in K_{rs}, t \in [0, T]) \quad (2)$$

ここで、 π^{rs} は均衡における OD ペア rs の旅行者の通勤費用である。 $f_p^{rs}(t)$ は時刻 t に出発して経路 p を使用する車両の交通量を表す。 $f_p^{rs}(t)$ には以下のフロー3 保存条件が課される。

$$\sum_{p \in K_{rs}} \int_0^T f_p^{rs}(t) dt = Q^{rs} \quad (rs \in R) \quad (3)$$

Q^{rs} は OD ペア rs の交通量であり、外生的に与えられる。式(1)-(3)により動的利用者均衡が定義されるが、この定式化は出発時刻に関する選択が連続的であるため、数値

的に扱うことが難しい。そこで、出発時刻に関する選択枝数を有限にするために、 $[0, T]$ を m 個の等間隔の区間に分割する。各区間を時点と呼び、添え字 $\tau \in \{1, \dots, m\}$ で表す。時点 τ は時間軸上の区間 $[(\tau - 1)\Delta t, \tau\Delta t]$ を表す。ただし、 $\Delta t = T/m$ である。OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の交通量を $f_{p\tau}^{rs}$ で表す。時点 τ 内の出発率 $f_p^{rs}(t)$ は一定であると考え、以下の式により $f_p^{rs}(t)$ を決定する。

$$f_p^{rs}(t) = \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\Delta t} \quad \left(\begin{array}{l} rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}, \\ t \in [(\tau - 1)\Delta t, \tau\Delta t] \end{array} \right) \quad (4)$$

OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の通勤費用を $c_{p\tau}^{rs}$ で表し、以下の式により定義する。

$$c_{p\tau}^{rs} = \frac{1}{f_{p\tau}^{rs}} \int_{(\tau-1)\Delta t}^{\tau\Delta t} f_p^{rs}(t) c_p^{rs}(t) dt \quad (rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}) \quad (5)$$

すなわち、 $c_{p\tau}^{rs}$ は時点 τ の間に出発する旅行者の平均通勤費用として定義する。これらの変数を用いると、式(2)、(3)に対応する条件は以下のように表される。

$$f_{p\tau}^{rs} [c_{p\tau}^{rs} - \pi^{rs}] = 0, f_{p\tau}^{rs} \geq 0, c_{p\tau}^{rs} \geq \pi^{rs} \quad (rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}) \quad (6)$$

$$\sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m f_{p\tau}^{rs} = Q^{rs} \quad (rs \in R) \quad (7)$$

式(1)、(4)-(7)により、出発時刻を離散化した動的利用者均衡が定義される。

以上の数式により動的利用者均衡を定義するには、経路集合 K_{rs} を特定化する必要がある。本研究は、この経路集合の構築に以下の手法を用いる。まず、以上の動的利用者均衡モデルに対応した、静的利用者均衡モデルを考える。このモデルにおいて、各リンク $a \in A$ のリンクパフォーマンス関数は、以下の BPR 関数として表現される。

$$t_a(x_a) = t_a^{free} \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_a}{60C_a} \right)^4 \right] \quad (a \in A) \quad (8)$$

ただし、 x_a は静学的なリンク交通量、 t_a^{free} は自由旅行時間、 C_a は交通容量[台/min]を表す。この静的利用者均衡モデルを Frank-Wolfe 法により解く。Frank-Wolfe 法では各ステップにおいて、当該ステップにおけるリンク交通量を所与として、各 OD ペアの最短経路探索が行われる。Frank-Wolfe 法により静的利用者均衡モデルを解く過程において求められた最短経路の集合を K_{rs} とする。式(8)は K_{rs} を構築する目的のみに使われるものであり、動的利用者均衡を求める手法において利用されることはない。

(2) 離散イベントシミュレーションによる通勤費用の評価

動的利用者均衡を求めるには、OD ペア別・経路別・

出発時点別の交通量ベクトル $\mathbf{f} = [f_{p\tau}^{rs}]_{rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}}$

が与えられたときに、OD ペア別・経路別・出発時点別の通勤費用ベクトル $\mathbf{c} = [c_{p\tau}^{rs}]_{rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}}$ を評価可能

な DNL モデルが必要となる。本研究では、DNL モデルとして Point-queue 型の離散イベントシミュレーションモデルを用いる。

OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の交通量 $f_{p\tau}^{rs}$ の発生過程を以下のように表現する。シミュレーション上では交通流を離散的な粒子の流れとして表現する。出発時点 τ の間に発生させる粒子数を $\lfloor f_{p\tau}^{rs}/\bar{u} \rfloor + 1$ とする。ここで $\lfloor x \rfloor$ は x の床関数を表す。 \bar{u} は1個の粒子が何台の交通量に相当するのかを表す定数である。通常は $\bar{u} = 1$ と考えれば良いが、 \bar{u} をより小さく設定することにより、交通流をより流体に近い形で表現できる。これらの粒子に、その発生順序に対応する添え字 $i \in \{1, \dots, \lfloor f_{p\tau}^{rs}/\bar{u} \rfloor + 1\}$ を付けて表す。粒子 i の大きさを u_i で表す。 u_i を以下のように定める。

$$u_i = \begin{cases} \bar{u} & \left(1 \leq i \leq \left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor \right) \\ f_{p\tau}^{rs} - \left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor \cdot \bar{u} & \left(i = \left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor + 1 \right) \end{cases} \quad (9)$$

$1 \leq i \leq \lfloor f_{p\tau}^{rs}/\bar{u} \rfloor$ の粒子の大きさは \bar{u} である。これらの粒子のみでは表現できない $f_{p\tau}^{rs}$ の端数は $i = \lfloor f_{p\tau}^{rs}/\bar{u} \rfloor + 1$ の粒子により表現される。 $f_{p\tau}^{rs} = 0$ であっても、 $u_i = 0$ の粒子が1個発生する。粒子 i が発生する時刻 t_i^{birth} を以下のように定める。

$$t_i^{birth} = (\tau - 1) + \frac{1}{\frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}}} \left(i - \frac{1}{2} \right) \Delta t \quad \left(1 \leq i \leq \left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor \right) \quad (10)$$

$$t_i^{birth} = \begin{cases} \frac{1}{2} \left[(\tau - 1)\Delta t + \frac{\left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor}{\frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}}} \Delta t + \tau\Delta t \right] & \left(\frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \geq 1 \right) \\ \frac{1}{2} [(\tau - 1)\Delta t + \tau\Delta t] & \left(\frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} < 1 \right) \end{cases} \quad \left(i = \left\lfloor \frac{f_{p\tau}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor + 1 \right) \quad (11)$$

$1 \leq i \leq \lfloor f_{p\tau}^{rs}/\bar{u} \rfloor$ の粒子の発生間隔は、時点の長さ Δt の $\bar{u}/f_{p\tau}^{rs}$ 倍となる。すなわち、式(4)で定めた時点 τ 内の出発率 $f_p^{rs}(t)$ が一定であることを、離散的に表現したものが式(10)である。式(10)において $\Delta t/f_{p\tau}^{rs}$ に掛けられている値が $i - 1/2$ である理由は、粒子の発生時刻が時点の始点や終点に偏らないようにするためである。例えば、 $f_{p\tau}^{rs} = 1$ のとき、 $i = 1$ の粒子はこの時点の中間において

発生する。 $i = \lfloor f_{pt}^{rs} / \bar{u} \rfloor + 1$ の粒子の発生時刻は、粒子 i の発生時刻が f_{pt}^{rs} について連続的に変化するように設定している。このことは例えば、 $\bar{u} = 1$ のとき、 $f_{pt}^{rs} = 1.999 \dots$ の場合と $f_{pt}^{rs} = 2$ の場合の t_2^{birth} が一致することから確認できる。

全ての粒子にはその発生時点と発生時刻が記録されている。よって、目的地に到着した際に、その発生時刻と到着時刻から、粒子 i の通勤費用 $c_{pt}^{rs}(i)$ が求められる。この費用を用いると、式(5)により定義される c_{pt}^{rs} は、以下の式により評価できる。

$$c_{pt}^{rs} = \begin{cases} \frac{1}{f_{pt}^{rs}} \left[u \lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \rfloor + 1 \cdot c_{pt}^{rs} \left(\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \rfloor + 1 \right) + \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \rfloor} u_i c_{pt}^{rs}(i) \right] & (f_{pt}^{rs} > 0) \\ c_{pt}^{rs}(1) & (f_{pt}^{rs} = 0) \end{cases} \quad (12)$$

$f_{pt}^{rs} = 0$ の場合には、大きさ 0 の粒子が 1 個発生する。この粒子の通勤費用を求めることにより、交通量が 0 の時点 τ についても c_{pt}^{rs} が評価できる。

リンクの混雑は Point-queue として表現する。各リンク $a \in A$ は二つの部分から構成される。前半部は容量が無制限の走行区間であり、交通流に依存せず、当該リンクの自由旅行時間 t_a^{free} で通過できる。後半部は有限の容量 C_a [台/min] を持つボトルネックであり、Point-queue として表される待ち行列が生じる。待ち行列が存在しない場合には、粒子は 0 分でボトルネックを通過できる。離散イベントシミュレーション上では、このボトルネックを以下のように表現する。ボトルネックをゲートとして考える。ゲートは時刻 $t = 0$ においては開いた状態になっている。ゲートが開いている場合、ゲートに到着した粒子は直ちにゲートを通過できる。ゲートを大きさ u の粒子が通過すると、その直後から u/C_a 分間ゲートが閉鎖され、粒子は通過できない。閉鎖中にゲートに到着した粒子は待ち行列を形成し、ゲートが開放される度に First-in-first-out (FIFO) の原則に従いゲートを通過していく。大きさが 0 の粒子は、ゲートを通過してもゲートを閉鎖しないため、後続の粒子の通行に影響を与えることはない。

(3) Extra projection method による均衡の導出アルゴリズム

前節で述べた離散イベントシミュレーションを用いることにより、OD ペア別・経路別・出発時点別の交通量ベクトル \mathbf{f} と通勤費用ベクトル \mathbf{c} の対応関係を表現したベクトル関数 $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ が定義される。Nie and Zhang⁽¹¹⁾ は、このようなベクトル関数を用いた動的利用者均衡の導出のアルゴリズムとして、Extra projection method (EPM) を紹介している。これは、単純な射影法を改良し、安定性を高めたアルゴリズムである。のちに見るように、このアルゴ

リズムをそのまま適用しても、動的利用者均衡は求められない。しかし、本研究の提案するアルゴリズムは EPM を基礎としているため、ここで EPM のアルゴリズムを説明しておく。なお、以下で説明する内容は、Nie and Zhang で紹介されている内容とは若干異なる。まず、式(7)と交通量の非負制約を満たす交通量ベクトル \mathbf{f} の集合を Ω で表す。

$$\Omega = \left\{ \mathbf{f} \mid \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m f_{pt}^{rs} = Q^{rs} \quad (\forall rs \in R) \text{ and } \mathbf{f} \geq \mathbf{0} \right\} \quad (13)$$

EPM は、交通量ベクトルの初期値 $\mathbf{f}^0 \in \Omega$ を適当に定め、以下の式に従い交通量ベクトル $\mathbf{f}^k \in \Omega$ を更新していく。

$$\mathbf{y}^k = \Pi_{\Omega}(\mathbf{f}^k - \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{c}(\mathbf{f}^k)) \quad (14)$$

$$\mathbf{f}^{k+1} = \Pi_{\Omega}(\mathbf{f}^k - \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{c}(\mathbf{y}^k)) \quad (15)$$

ここで、 $\Pi_{\Omega}(\mathbf{x})$ はベクトル \mathbf{x} の集合 Ω への射影を表す。 \mathbf{G}_k は k 回目の繰り返しにおいて用いられる対角行列である。ベクトル \mathbf{f} の i 番目の成分が f_{pt}^{rs} であるとき、 \mathbf{G}_k の i 行 i 列の成分は $g_k^{rs} > 0$ と表される。すなわち、ベクトル $\mathbf{f} - \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{c}$ の各成分は以下のように表せる。

$$\mathbf{f} - \mathbf{G}_k^{-1} \mathbf{c} = \left[f_{pt}^{rs} - \frac{c_{pt}^{rs}}{g_k^{rs}} \right]_{rs \in R, p \in K_{rs}, \tau \in \{1, \dots, m\}} \quad (16)$$

g_k^{rs} が十分に大きく、かつ、ベクトル関数 $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ が Lipschitz 連続かつ疑似単調であるとき、EPM の下で \mathbf{f}^k は均衡に収束することが知られている。 g_k^{rs} が大きいほど収束の安定性が増す一方で、均衡への収束は遅くなるというトレードオフの関係が存在する。 g_k^{rs} を OD ペアごとに差別化している理由は、その適切な水準が OD ペアごとに異なることである。

本研究では、 g_k^{rs} を以下のように更新していく。まず、全ての OD ペア rs について、 $g_0^{rs} = \bar{g}_0$ と設定する。 \bar{g}_0 は 0.01 のように適当な小さい定数であり、アルゴリズムの利用者が設定する。その後は、式(15)により \mathbf{f}^{k+1} を求める度に、各 OD ペアについて、前回の繰り返しからの交通量の変化の大きさ $\Delta^{rs, k+1}$ を求める。

$$\Delta^{rs, k+1} = \frac{1}{Q^{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m |f_{pt}^{rs, k+1} - f_{pt}^{rs, k}| \quad (rs \in R) \quad (17)$$

すなわち、 $\Delta^{rs, k+1}$ は経路別・出発時点別の交通量の変化の絶対値の総和を、OD 交通量による除算で基準化したものである。その後、式(18)に従い g_k^{rs} を更新する。

$$g_{k+1}^{rs} = \begin{cases} g_k^{rs} & (\Delta^{rs, k+1} \leq \bar{\Delta}) \\ 1.1 g_k^{rs} & (\Delta^{rs, k+1} > \bar{\Delta}) \end{cases} \quad (rs \in R) \quad (18)$$

$\bar{\Delta}$ は $0 < \bar{\Delta} < 2$ を満たす定数であり、アルゴリズムの利用者が設定する。 $\Delta^{rs, k+1} > \bar{\Delta}$ は、OD ペア rs の交通量を構成する車両の $\bar{\Delta}/2 \times 100\%$ 以上が、経路別・出発時点の変更を行ったことを意味する。このように急激な変更が生じると、均衡への収束が不安定化する恐れがある。

そこで、この場合には g_k^{rs} を1.1倍に拡大し、次の繰り返しにおける g_{k+1}^{rs} の値として用いる。一方、 $\Delta^{rs,k+1} \leq \bar{\Delta}$ の場合には、急激な変更が生じたとは考えず、 g_k^{rs} の値を次の繰り返しにおいても用いる。

残念ながら、EPMを用いても動的利用者均衡は求められない。なぜなら、ベクトル関数 $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ がLipschitz連続かつ疑似単調であるという条件を満たさないためである。この性質は $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ の表現にシミュレーションを用いていることは無関係であり、動的利用者均衡モデルに内在する本質的な性質である。Nie and Zhangにおいても、EPMの下で \mathbf{f}^k はある程度まで均衡に近付いた後に、それ以上は均衡に近付けなくなるという結果が得られている。以下では、EPMが均衡に近付けないことを具体例により示す。そのことを示すために、ある交通量ベクトル \mathbf{f} の下で通勤費用ベクトル $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{f})$ が実現しているとき、この状態がどの程度均衡に近いのかを示す指標である、均衡 gap (Equilibrium gap)を以下のように定義しておく (Gentile⁽¹⁸⁾)。

$$gap(\mathbf{f}, \mathbf{c}) = 1 - \frac{\sum_{rs \in R} \min_{p, \tau} c_{p\tau}^{rs}}{\sum_{rs \in R} \frac{1}{Q^{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m f_{p\tau}^{rs} c_{p\tau}^{rs}} \quad (19)$$

右辺の分数の分母は、ODペア別の平均通勤費用の合計値であり、分子はODペア別の最小通勤費用の合計値である。 gap は均衡においてのみ0を取り、それ以外の場合には正の値を取る。 gap が小さいほど、交通量 \mathbf{f} と通勤費用 \mathbf{c} は均衡に近いと言える。

1リンク・1ODペアの単純なネットワークを想定してEPMを適用する。旅行者の費用に関わるパラメータは $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2$ と設定する。OD交通量は $Q = 10000$ 台、希望到着時刻は $t^* = 120$ [min]、リンクの自由旅行時間は $t^{free} = 0$ [min]、リンクの交通容量は $C = 5000/60$ [台/min]と設定する。 T は180[min]に設定し、 $[0, 180]$ を $m = 180$ 個の1分間の時点に分割する。以下、本論文では、このネットワークを1リンクネットワークと呼ぶ。この設定の下では、式(1)-(3)を満たす動的利用者均衡を解析的に求めることができ、均衡における出発時刻別交通量 $f(t)$ は以下のように表される。

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot C & \left(t^* - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{C} \leq t \leq t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \right) \\ \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \cdot C & \left(t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \leq t \leq t^* + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{C} \right) \\ 0 & \text{(otherwise)} \end{cases} \quad (20)$$

以上のネットワークに対して、 $\bar{g}_0 = 0.1, \bar{\Delta} = 0.2$ としてEPMを適用した。交通量ベクトルの初期値 \mathbf{f}^0 は、全出発時点の交通量が等しい $f_{\tau}^0 = Q/m$ ($1 \leq \tau \leq m$)状態とした。このとき、 k 回目の繰り返しにおける gap をプロットしたものが図1である。この図から確認できるように、EPMの下では、ある程度均衡に近付いた後に、 gap が振動するようになり、それ以上は均衡に近付けな

くなる。この性質は動的利用者均衡に内在する性質であるため、 $\bar{\Delta}$ をどれだけ小さく設定しても解消されない。

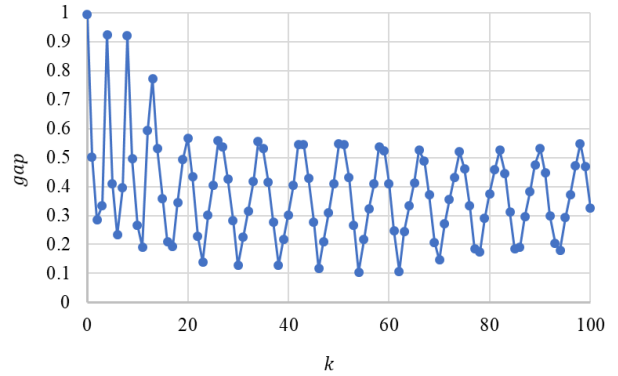


図1 EPMの下での gap の振動

EPMのアルゴリズムを何回か繰り返した後、履歴の中で gap が最小化されている交通量 \mathbf{f} を取り出すことは可能である。しかし、このようにして求められる状態は、均衡とはかなり異なる。図2は、EPMのアルゴリズムを1000回繰り返し、その過程で見つかった gap を最小化する ($gap = 0.105$) 状態をグラフ化したものである。横軸は時間軸であり、青いグラフは出発時刻別の出発率 (1分間当たりの交通量) を、橙のグラフは出発時刻別の通勤費用を示している。灰色の線は式(20)から導出された正確な動的利用者均衡の出発率を示している。出発率が理論値とは大きく異なっており、また旅行者の出発時刻によって通勤費用に大きい差が存在することを確認できる。この例から確認できるように、EPMを用いても、動的利用者均衡を求めることのみならず、動的利用者均衡に近い状態を求めることも困難である。これはEPM以外の不動点アルゴリズムを用いた場合も同様である。

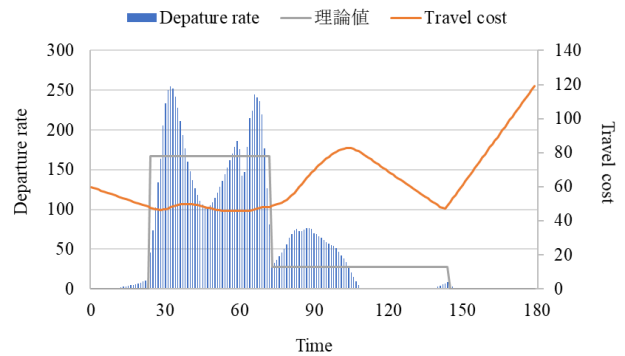


図2 EPMにより求めた gap を最小化する状態

(4) 本研究の提案するアルゴリズム

図1で見たように、EPMの下では、ある程度均衡に近付いた後に、 gap が振動するようになる。この理由は、交通量ベクトル \mathbf{f} が動的利用者均衡の周囲を巡回す

るように振動するようになるためである。この振動の性質より、交通量ベクトル \mathbf{f} を振動の一周期分だけ記録したうえで、その平均値を取れば、そのベクトルは動的利用者均衡に近付くことが予想される。そこで、以下のようなアルゴリズムを考える。

1. $\bar{g}_0 > 0, \bar{\Delta} \in (0,2), \mathbf{f}^0 \in \Omega, n^{period} > 0, n^{burnin} > 0, n^{iter} > n^{burnin}$ を与える
2. $g_0^{rs} \leftarrow \bar{g}_0 (\forall rs \in R)$
3. $n^{sample2} \leftarrow 0, \mathbf{F}^2 \leftarrow \mathbf{0}$
4. $n^{sample} \leftarrow 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{f}^0$
5. $k \leftarrow 1$
6. 式(14),(15)により \mathbf{f}^k を求める
7. 式(17),(18)により $g_k^{rs} (\forall rs \in R)$ を求める
8. $n^{sample} \leftarrow n^{sample} + 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{F} + \mathbf{f}^k$
9. If $n^{sample} = n^{period}$: $\mathbf{f}^k \leftarrow \mathbf{F}/n^{sample}, n^{sample} \leftarrow 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{f}^k$
10. If $k \geq n^{burnin}$: $n^{sample2} \leftarrow n^{sample2} + 1, \mathbf{F}^2 \leftarrow \mathbf{F}^2 + \mathbf{f}^k$
11. If $k < n^{iter}$: $k \leftarrow k + 1$ and go to 6, otherwise go to 12
12. Return $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$

このアルゴリズムの2番、5-7番、11番はEPMと共通である。EPMからの最も主要な変更点は4番と8-9番である。これらの命令は、交通量ベクトル \mathbf{f} の振動の一周期分 (n^{period} で与えられる) の平均値を求めるためのものである。アルゴリズムの繰り返し回数 k が $n^{period} - 1$ の倍数であるとき、 \mathbf{f}^k は n^{period} 回分の \mathbf{f} の平均値で書きされる。

まだ説明を行っていない3番と10番の説明を行う前に、以上のアルゴリズムの下で gap がどのように推移するのかを見ておく。1リンクネットワークに対して、 $\bar{g}_0 = 0.1, \bar{\Delta} = 0.2, f_\tau^0 = Q/m (1 \leq \tau \leq m), n^{period} = 15$ として以上のアルゴリズムを適用すると、 \mathbf{f}^k に対応した gap は図3の青いグラフ (gap1) のように推移する。図1と比較すると、EPMよりも低い水準の gap を達成できていることが確認できる。ただし、 gap は不規則な振動パターンを示しながら減少しており、その減少速度が緩慢である他、一定の水準以下には減少しない。

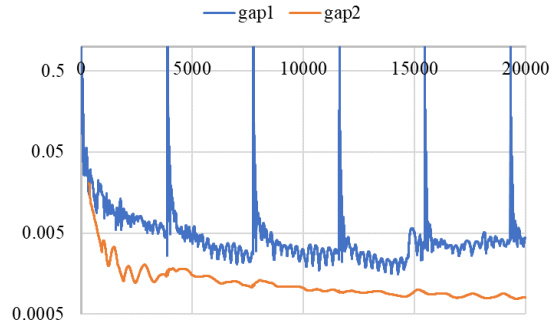


図3 提案したアルゴリズムの下での gap の推移

そこで、 gap がある水準まで減少したら、それ以降に現れる全ての \mathbf{f} の平均値を求めることを考える。これにより、不規則な振動パターンを見せる \mathbf{f} の「中心」にあると考えられる動的利用者均衡に近付くことが期待される。この平均値を求めるために定義された変数が $n^{sample2}$ と \mathbf{F}^2 であり、それぞれ、サンプル数と合計値を格納する。これらの変数は3番で初期化される。そして、10番において、 $k \geq n^{burnin}$ を満たすときに限り、サンプル数と合計値の更新が行われる。 n^{iter} は繰り返し回数であり、 $k = n^{iter}$ に達するとアルゴリズムが終了し(11番)、 $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$ の値が返却される。図3の赤いグラフ (gap2) は、 $n^{burnin} = 350$ と設定したうえで、 $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$ の推移をプロットしたものである。gap2は振動が抑えられており、gap1よりも速く、より低い値を達成できていることが確認できる。1リンクネットワークに対して、 $\bar{g}_0 = 0.1, \bar{\Delta} = 0.2, f_\tau^0 = Q/m (1 \leq \tau \leq m), n^{period} = 15, n^{burnin} = 350$ として提案アルゴリズムを適用する。図4に $n^{iter} = 10000$ のときの結果を、図5に $n^{iter} = 1000$ のときの結果を示す。 $gap1$ は $n^{iter} = 10000$ のときは0.0011、 $n^{iter} = 1000$ のときは0.0035となった。どちらのケースにおいても、旅行者の出発時刻に応じた通勤費用が平準化されていることを確認できる。式(20)より、このネットワークの正確な動的利用者均衡は、 $f(t) = 166.67 (24 \leq t \leq 72), f(t) = 27.78 (72 \leq t \leq 144)$ となり、灰色の線で表されているが、これに近い出発時刻別交通量が得られていることも確認できる。特に、 $n^{iter} = 10000$ のときには、理論値と同様の二つの長方形が繋がったグラフの形状が再現されていることが確認できる。以上より、1リンクネットワークについては、本研究の提案するアルゴリズム (以下提案アルゴリズム) の有効性が確認された。

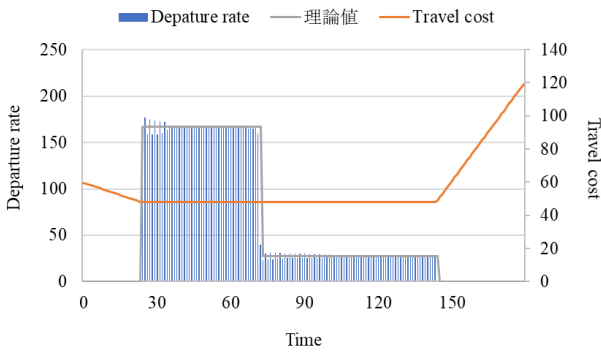


図 4 提案アルゴリズムにより求めた均衡 ($n^{iter} = 10000$)

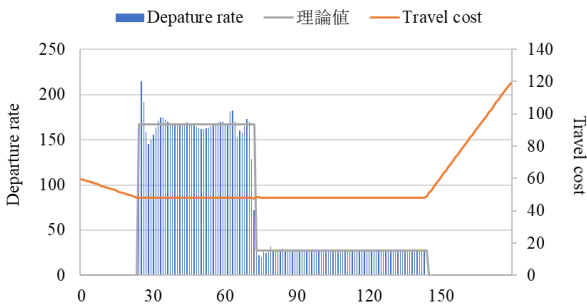


図 5 提案アルゴリズムにより求めた均衡 ($n^{iter} = 1000$)

n^{period} の設定によっては、提案アルゴリズムは有効に機能しない。1リンクネットワークに対して、 $\bar{g}_0 = 0.1$, $\bar{\Delta} = 0.2$, $f_t^0 = Q/m$ ($1 \leq \tau \leq m$), $n^{burnin} = 350$, $n^{iter} = 1000$ としたうえで、提案アルゴリズムを適用して求められる均衡における gap と、 n^{period} の関係を示したのが図 6 である。この図より、 n^{period} が 1、あるいは 24 以上のとき、提案アルゴリズムは機能しないことを確認できる。一方、 n^{period} が 2 以上 23 以下の範囲内においては、求められる均衡の精度に多少のばらつきはあるものの、提案アルゴリズムは有効に機能する。この結果より、 n^{period} には 2 から 20 の範囲内の値を設定することが適切だと考えられる。

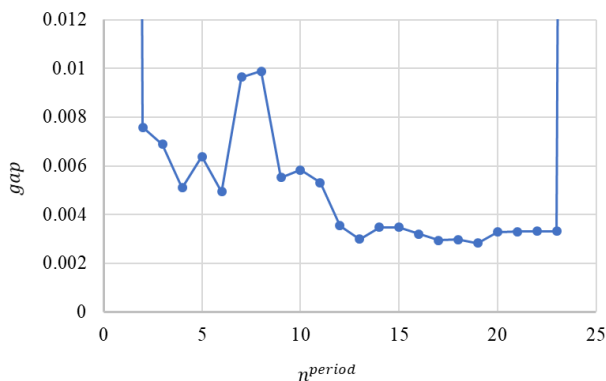


図 6 n^{period} 求められる均衡における gap の関係

次の章では、複数のリンクから構成される、より複雑なネットワークを対象として、本研究の提案したアルゴリ

ズムを適用し、その有効性を確認する。その際、アルゴリズムの利用に必要なパラメータは先ほどと同様に $\bar{g}_0 = 0.1, \bar{\Delta} = 0.2, n^{burnin} = 350, n^{iter} = 10000$ と設定する。

4. アルゴリズムの検証

(1) 2リンクネットワーク

本章では、並行する 2 本のリンクから構成されるネットワークに対して EPM を適用した結果と提案アルゴリズムを適用した結果を比較する。また、Amott⁽¹⁷⁾, Amott⁽¹⁹⁾ において、この場合の動的利用者均衡モデルの理論的な均衡解が求められており、その理論値とも比較を行う。

ここでは、1 起点 1 終点のネットワークを考える。2 本のリンクがあり、いずれかのリンクを利用して目的地へ向かう。旅行者の時間価値とスケジュール費用は、 $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2$ と設定する。リンク 1 の自由旅行時間は 10 分、交通容量は 3000 台/hour、リンク 2 の自由旅行時間は 15 分、交通容量は 2000 台/hour と設定する。OD 交通量は、 $Q^{rs} = 10000$ と設定する。

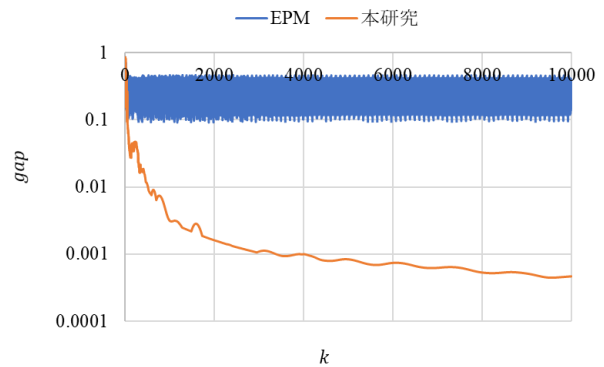


図 7 EPM と提案アルゴリズムの下での gap の推移

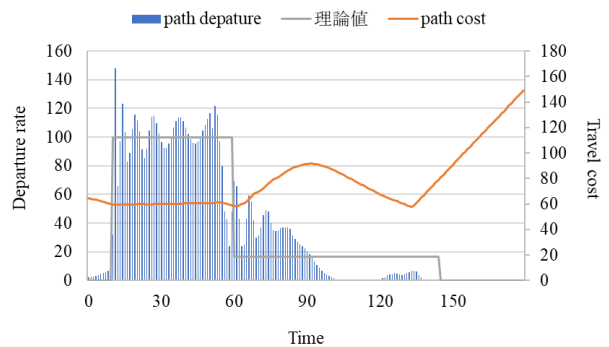


図 8 EPM により求めたリンク 1 の
出発時刻別交通量、通勤費用

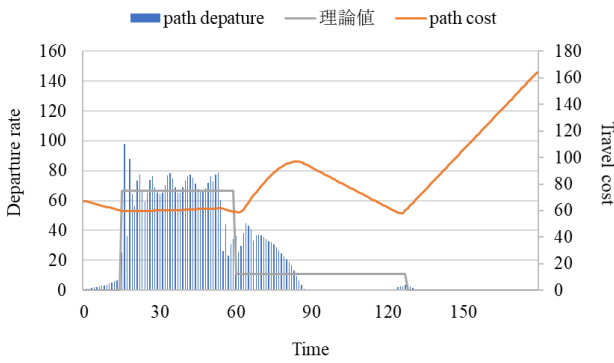


図 9 EPMにより求めたリンク 2 の
出発時刻別交通量, 通勤費用

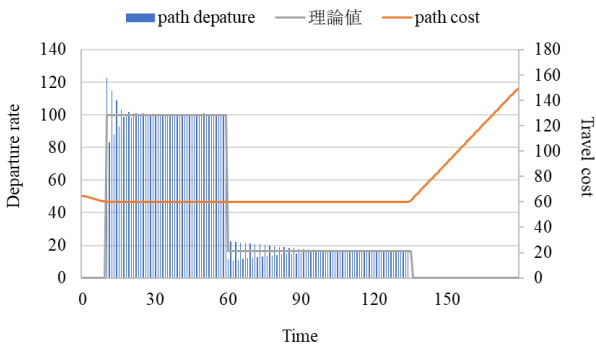


図 10 提案アルゴリズムにより求めたリンク 1 の
出発時刻別交通量, 通勤費用

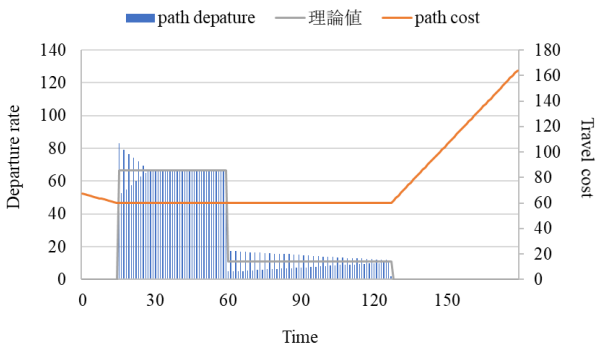


図 11 提案アルゴリズムにより求めたリンク 2 の
出発時刻別交通量, 通勤費用

EPM と、提案アルゴリズムの下での gap の推移を図 7 に、2 本のリンクそれぞれの出発時刻別交通量, 通勤費用の結果を図 8, 図 9, 図 10, 図 11 に示す。図 8, 図 9, 図 10, 図 11 の中のグレーの線は Amott により求められた出発率の理論値を示している。EPM の gap は、0.10-0.45 の間で振動している一方、提案アルゴリズムでは、0.005 程度にまで収束している。また、図 8, 図 9, 図 10, 図 11 を見ると、提案アルゴリズムによる計算結果の方がより理論値に近い値を示しており、提案アルゴ

リズムを用いた計算結果の方が均衡に近いことが確認できる。

(2) Sioux Falls network

続いて、多起点多終点のネットワークの 1 つである Sioux Falls network に対して EPM を適用した結果と提案アルゴリズムを適用した結果を比較する。Sioux Falls network は、図 13 に示すように 24 個のノードと 76 本のリンクから構成される。リンクの自由旅行時間, 交通容量, OD 表のデータは、公開されているネットワークデータ⁽²⁰⁾を利用する。このデータは、静的利用者均衡を対象としたデータであるが、加工せずそのまま使用する。

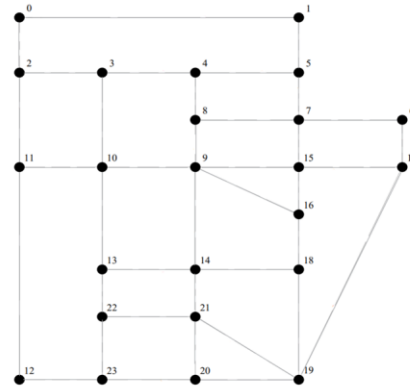


図 12 Sioux Falls network の概形

Small KA⁽²¹⁾ は、スケジュールコストの係数, α, β, γ をそれぞれ 6.4, 3.9, 15.21[\$/hour] と推定している。そこで、本研究ではこの推定値をもとに α を 1 に基準化し、 $\alpha = 1, \beta = 3.9/6.4, \gamma = 15.21/6.4$ と設定する。図 13 に EPM と提案アルゴリズムの下での gap の推移を示す。また、どの程度均衡に近い状態が実現されているのかを OD ペアごとに見るために、OD ペア別の均衡 gap を以下のように定義する。

$$gap_{rs}^{OD} = 1 - \frac{\min_{p,t} c_{pt}^{rs}}{\frac{1}{Q_{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{t=1}^m f_{pt}^{rs} c_{pt}^{rs}} \quad (21)$$

図 14 に EPM と提案したアルゴリズムの下での gap_{rs}^{OD} の分布を示す。

EPM 下での gap は、0.04 付近で振動しているが、提案したアルゴリズム下での gap は、0.013 付近で収束している。また、OD ペア別の均衡 gap である gap_{rs}^{OD} の分布をみると提案アルゴリズムの分布のほうが左へ偏っており、多くの OD ペアにおいて均衡に近い状態を表現できていることが確認できる。

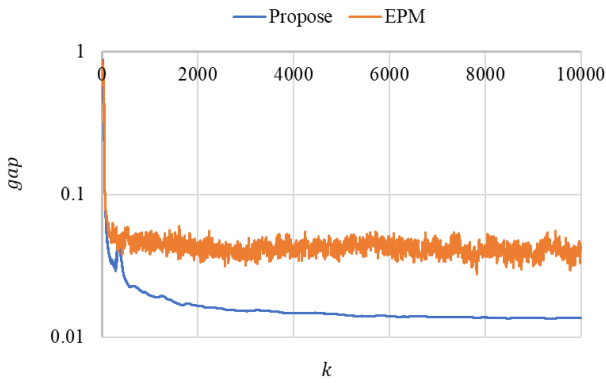


図 13 EPM と提案アルゴリズムの下での gap の推移

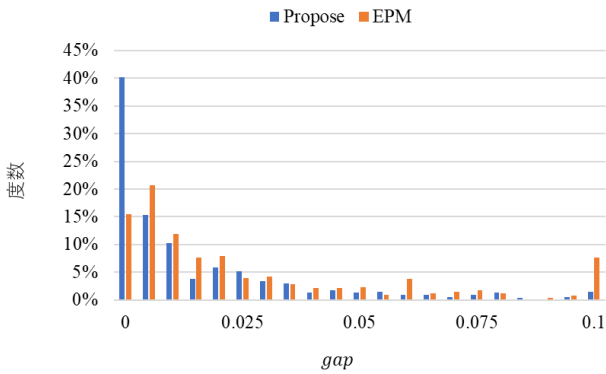


図 14 EPM と提案アルゴリズムの gap_{rs}^{OD} の分布

以下では、個別の OD ペアについて、特徴的なものを取り上げ、EPM と提案アルゴリズムの適用結果を比較する。均衡において使用されている経路数が 1 本の OD ペアと、2 本の OD ペアのそれぞれについて、EPM と提案アルゴリズムにより求めた gap_{rs}^{OD} の差が最大の OD ペアと 2 番目に大きい OD ペアを取り上げ、結果を比較する。経路数が 1 本の OD ペアとして、20-19、18-16、経路数が 2 本の OD ペアとして、21-19、22-19 を挙げ、出発時刻別の交通量、通勤費用を図 15-図 22 に示す。

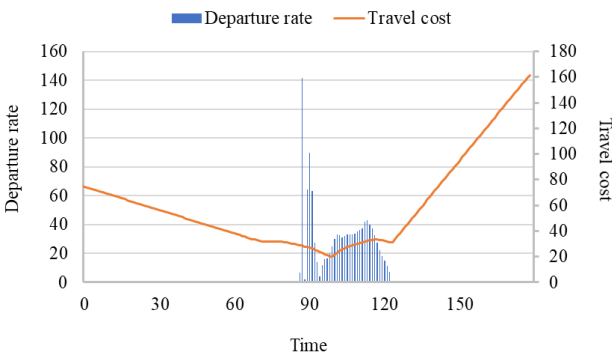


図 15 EPM により求めた OD ペア 20-19 の
出発時刻別交通量、通勤費用

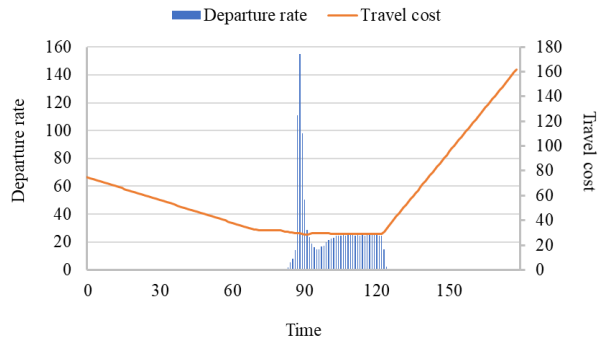


図 16 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 20-19 の
出発時刻別交通量、通勤費用

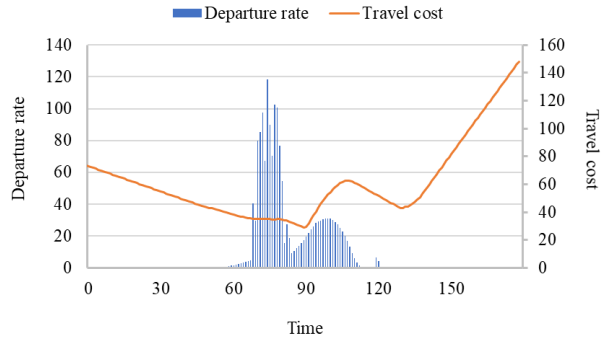


図 17 EPM により求めた OD ペア 18-16 の
出発時刻別交通量、通勤費用

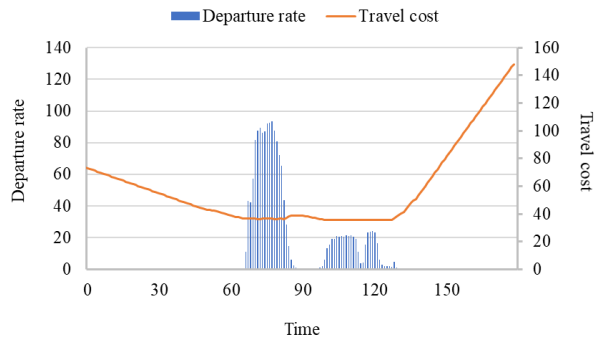


図 18 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 18-16 の
出発時刻別交通量、通勤費用

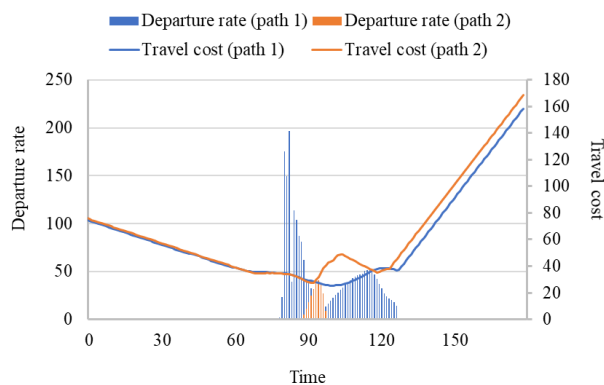


図 19 EPM により求めた OD ペア 21-19 の
出発時刻別交通量、通勤費用

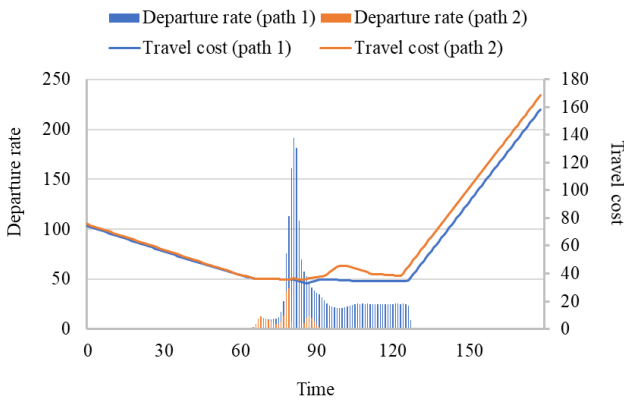


図 20 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 21-19 の
出発時刻別交通量, 通勤費用

ペア(22-23), 2 番目に大きい OD ペア(4-5)を取り上げ, 均衡の様子を見る. これらの OD ペアの, 出発時刻別の交通量, 通勤費用を図 23, 図 24 に示す.

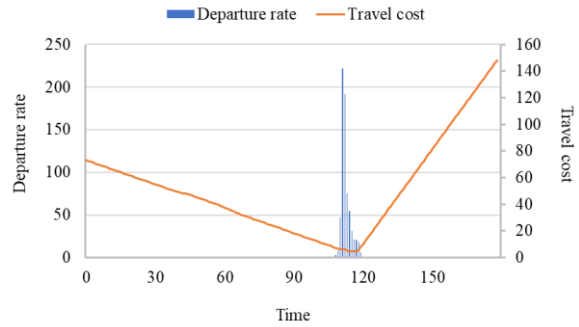


図 23 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 22-23 の結果

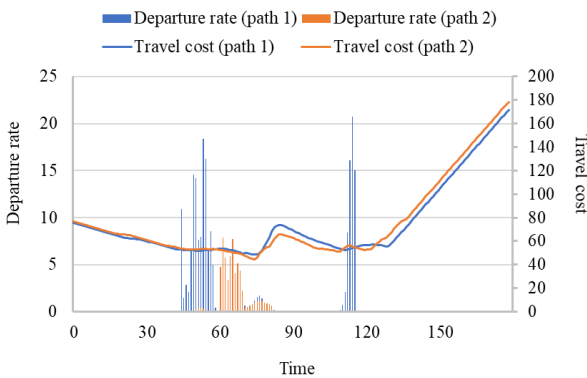


図 21 EPM により求めた OD ペア 22-19 の
出発時刻別交通量, 通勤費用

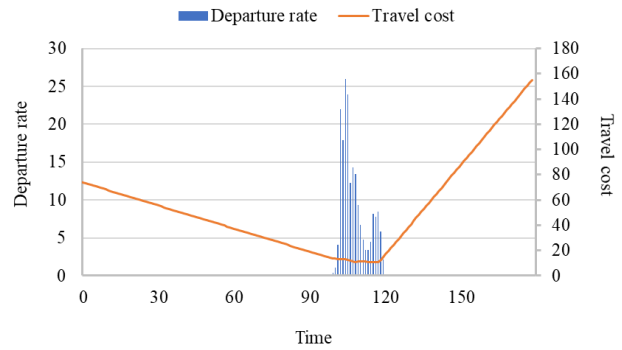


図 24 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 4-5 の結果

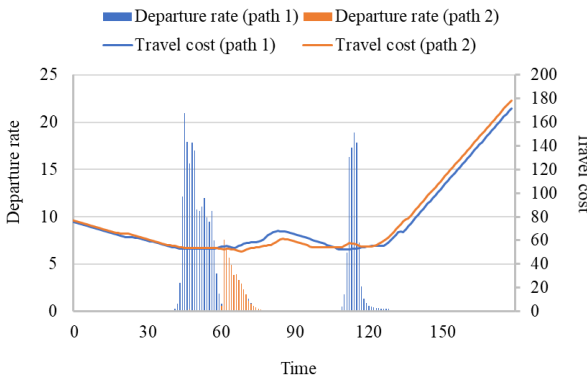


図 22 提案アルゴリズムにより求めた OD ペア 22-19
の出発時刻別交通量, 通勤費用

4 つの OD ペアいずれについても提案アルゴリズムのほうが通勤費用を平準化できていることが確認できる. また, 図 17, 図 18 のグラフを見ると, 提案アルゴリズムでは, 交通量のピークが複数存在することをより正確に表せていることがわかる. 複数経路を使用する OD ペアにおいては, 経路別の通勤費用が平準化されていることが確認できる.

最後に提案アルゴリズムにおいて gap_{rs}^{OD} が最大の OD

gap_{rs}^{OD} が大きい OD ペアはこれらの例と同様に短距離で, 通勤費用が小さい OD ペアが多い. 通勤費用が小さい OD ペアでは, 通勤費用にわずかな差があるだけでも比率で定義される gap_{rs}^{OD} は大きく表されてしまう. 図 24, 図 25 から, 比率ではなく水準で見た出発時刻別通勤費用はおおむね等しくなる結果が得られており, gap_{rs}^{OD} が大きい OD ペアについても提案アルゴリズムは比較的良好な結果を得られていたといえる.

以上の結果から多起点多終点ネットワークにおいても提案したアルゴリズムを用いたほうが, 既存の手法よりも均衡に近い状態を求められることが確認できた.

5. 結論

本研究では, 渋滞の発生, 進展, 解消過程を明示的に記述できる動的利用者均衡モデルのヒューリスティックな解法を提案し, 複数のネットワークに対して提案した解法と既存の解法を適用し, どちらの計算結果が均衡により近いかを比較検証した.

その結果, 1 リンクネットワーク, 2 リンクネットワークの双方において, 提案アルゴリズムのほうが理論的な均衡解に近い結果を導けることを確認した. また, 多

起点多終点ネットワークである *Sioux Falls network* へ適用した場合でも、提案アルゴリズムのほうがより均衡に近い状態を求められ、提案アルゴリズムの優位性を確認できた。

今後の課題としては、待ち行列モデルを渋滞の延伸を表現できる LWR モデルなどに変化させることや、希望到着時刻、時間価値、スケジュール費用を人によって変化させるなど、より現実の交通に則した状況を表現できる動的利用者均衡モデルと本研究の提案アルゴリズムを比較し、その有効性を確認することである。

REFERENCES

- 1) 桑原雅夫, 堀口良太: これからの広域ネットワーク解析—静から動への転換, 第29回土木計画学研究発表会講演集, No.29, (CD-ROM), 2004. [Masao, K. and Ryota, H.: A Wide-Area Network Analysis from Now - from Static to Dynamic Models, Proceedings of the Conference on Civil Engineering and Planning, No.29, 2004.]
- 2) 桑原雅夫, 赤松隆: 動的ネットワーク解析—これまでの知見とこれからの展望—, 土木学会論文集 No. 653/IV-48, pp.3-16, 2000. [Masao, K. and Takashi, A.: Dynamic Network Analysis—Past Findings and Future Prospects—, No. 653/IV-48, pp.3-16, 2000.]
- 3) 涌井優尚, 酒井高良, 赤松隆: 大規模ネットワークにおける動的利用者均衡配分の効率的解法, 2022. [Wakui, Y., Sakai, T. and Akamatsu, T.: Efficient algorithm for solving dynamic user equilibrium traffic assignment, 2022.]
- 4) 長江剛志, 赤松隆, 清水廉, 符 皓然: 経路出発時刻同時選択型の動的利用者均衡配分の求解法; 2次計画問題アプローチ, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Volume 76, No.3, pp.264-281, 2020. [Nagae, T., Akamatsu, T., Shimizu, R. and Fukouzen.: Solving for dynamic user equilibrium allocations with simultaneous route departure time selection; a quadratic programming problem approach, Transaction of the Japan Society of Civil Engineers, Volume 76, No.3, pp.264-281, 2020.]
- 5) 井料隆雅: 車両を離散化した動的交通量配分問題の Nash 均衡解の解法, 土木学会論文集 D3, 67 巻 1 号, pp.70-83, 2011. [Iryou, T.: Solution algorithm of nash equilibrium in dynamic traffic assignment with discretised vehicles, Transaction of the Japan Society of Civil Engineers, Volume 67, Issue 1, pp.70-83, 2011.]
- 6) 赤松隆, 桑原雅夫: 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分—1 起点・多終点及び多起点 1 終点 OD ペアの場合, 土木学会論文集, 第 488 号/IV-23, pp.21-30, 1994. [Akamatsu, T. and Kuwahara, M.: Dynamic User Equilibrium Allocation in Congestion Networks: The Case of One-Originating-Multi-Endpoint and Multi-Originating-One-Endpoint OD Pairs, Transaction of the Japan Society of Civil Engineers, Issue 488, IV-23, pp.21-30, 1994.]
- 7) 河向隆志, 赤松隆: 経路・出発時刻同時選択を内生化した動的利用者均衡配分の効率的アルゴリズム, ITS シンポジウム 概要集 16 巻, 2018. [Takashi, K. and Takashi, A.: An Efficient Algorithm for Dynamic User Equilibrium Model with Route and Departure Time Choice, its Symposium, Volume 16, 2018.]
- 8) Luce Brotcome., Daniel De Wolf., Michel Gendreau. and Martine Labbé.: A Dynamic User Equilibrium Model for Traffic Assignment in Urban Areas, Transportation and Network Analysis: Current Trends, pp.49-69, 2002.
- 9) Florian, Michael., Mahut, Michael., Tremblay. and Nicolas.: Application of a simulation-based dynamic traffic assignment model, European Journal of Operational Research Volume 189, pp.1381-1392, 2008.
- 10) Terry L. Friesz., Ke Han., Pedro A. Neto., Amir Meimand. and Tao Yao.: Dynamic user equilibrium based on a hydrodynamic model, Transportation Research Part B: Methodological, Volume 47, pp.102-126, 2013.
- 11) Ke Han., Gabriel Eve. and Terry L. Friesz.: Computing Dynamic User Equilibria on Large-Scale Networks with Software Implementation, Networks and Spatial Economics volume 19, pp.869-902, 2019.
- 12) Byung-Wook Wie., Roger L. Tobin., Terry L. Friesz. and David Bernstein.: A Discrete Time, Nested Cost Operator Approach to the Dynamic Network User Equilibrium Problem, Transportation Science, Volume 29, No.1, pp.79-92, 1995.
- 13) Hai-Jun Huang. and William H.K. Lam.: Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues, Transportation Research Part B, Volume 36, pp.253-273, 2002.
- 14) Yu (Marco) Nie. and H. M. Zhang.: Solving the Dynamic User Optimal Assignment Problem Considering Queue Spillback, Networks and Spatial Economics, Volume 10, pp.49-71, 2010.
- 15) Hong, K.Lo. and Szeto, W.Y.: A cell-based variational inequality formulation of the dynamic user optimal assignment problem, Methodological Transportation Research Part B, Volume 36, No.5, pp.421-443, 2002.
- 16) Szeto, W.Y. and Hong, K.Lo.: A cell-based simultaneous route and departure time choice model with elastic demand, Methodological Transportation Research Part B, Volume 38, No.7, pp.593-612, 2004.
- 17) Amott. R.: Departure time and route choice for the morning commute, Methodological Transportation Research Part B, Volume 24 Issue 3, pp.209-228, 1990.
- 18) Gentile.G.: Solving a dynamic user equilibrium model based on splitting rates with gradient projection algorithms, Methodological Transportation Research Part B, Volume 92, pp.120-147, 2016.
- 19) Amott. R.J.: Schedule Delay and Departure Time Decisions with Heterogeneous Commuters, Transportation research record journal of the Transportation research board 1197, pp.56-67, 1988.
- 20) Stabler, B: Transportation Networks for Research <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks> (最終閲覧日: 2023-1-25)
- 21) Small K.A.: The scheduling of consumer activities: work

trips, American Economic Review, Volume72, No.3,
pp.467-79, 1982.

(Received July 1, 2022)
(Accepted November 1, 2022)

Verification of a new heuristic solution method for dynamic user equilibrium model

Masaki Ichikawa, Shunsuke SEGI

This paper develops a new heuristic solution method for dynamic user equilibrium model with simultaneous departure time and route choice. The method can be applied to the models, with multiple origin-destination pairs. In order to test the accuracy of the proposed method, this paper compares the performance of the proposed method and an ordinary fixed-point algorithm used in the existing studies. The results confirm that the proposed method finds the traffic state much closer to the equilibrium in a general network composed of multiple links as well as simple networks.