

出発時刻選択を含む動的利用者均衡配分問題に 適用される射影アルゴリズムの改良

瀬木 俊輔¹・市川 雅稀²

¹正会員 神戸大学准教授 大学院工学研究科市民工学専攻
(〒657-0013 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: segi@people.kobe-u.ac.jp (Corresponding Author)

²非会員 神戸大学 工学部市民工学科 (〒657-0013 神戸市灘区六甲台町 1-1)

E-mail: masaichi02@gmail.com

本研究は経路・出発時刻同時選択型の動的利用者均衡配分問題の解法を取り扱う。まず、一般的な均衡ダイナミクスでは、この種の問題の均衡を求められないことを議論する。そのうえで、均衡ダイナミクスを用いた解法の一つである Extra projection algorithm (EPA)を改良することにより、より均衡に近い状態を求める手法を提案する。さらに、多起点多終点のネットワークにおける動的利用者均衡配分問題に提案手法を適用し、EPAと比較してより均衡に近い状態を求められることを確認する。

Key Words: *dynamic user equilibrium, departure time choice, extra projection algorithm, discrete event simulation*

1. はじめに

都市部の道路ネットワークにおけるピーク時間帯の交通混雑を緩和するために、ピークロードプライシングをはじめとする様々な施策が提案されている。これらの施策を検討するうえでは、旅行者の出発時刻分布やネットワーク内の渋滞の発生・進展・解消過程に対して施策が与える影響を評価することが必要となる。旅行者の出発時刻選択を明示的に考慮した動的利用者均衡配分は、このような分析を行うための優れた手法の一つである。

しかし、出発時刻選択を含む動的利用者均衡配分には、既存の解法では精度の高い解が得られないという課題が残されている。例えば、Huang and Lam¹⁾は、均衡ダイナミクスを利用して近似的な均衡解を求めている。しかし、そこで得られている近似解は、出発時刻・経路別の旅行費用が平準化されておらず、均衡から離れたものとなっている。

そこで本研究は、経路・出発時刻同時選択型の動的利用者均衡配分問題の解法として、既存のものよりも精度の高い解法を提案し、その有効性を検証することを目的とする。論文の構成は以下の通りである。2.では既往研究のレビューを行う。3.では1リンクの動的利用者均衡

モデルを対象に均衡の安定性解析を行い、出発時刻選択を含む動的利用者均衡モデルの均衡が不安定であることを議論する。4.では本研究が分析に用いる動的利用者均衡モデルと Dynamic Network Loading (DNL)モデルを述べる。5.では本研究が提案する解法を提案し、単純なネットワークにおいて解法が有効に機能することを確認する。6.では多起点多終点のネットワークにおける動的利用者均衡配分問題に提案手法を適用し、既存手法と比較してより均衡に近い状態を求められることを確認する。

2. 既往研究のレビュー

旅行者の選択行動に着目すると、動的利用者均衡モデルは二種類に大別できる。一つ目は、出発時刻分布を固定的に与え、旅行者の経路選択を考える経路選択型モデルである。二つ目は、旅行者の経路・出発時刻の同時選択を考える経路・出発時刻同時選択型モデルである。以下では、後者のモデルを対象とした既存研究に限定してレビューを行う。

動的利用者均衡モデルは、採用する DNL モデルによっても分類できる。DNL モデルとは、出発時刻別の OD

交通量を与件として、ネットワーク上の渋滞の発生・進展・解消の過程を表現するモデルである。既存研究で採用されている DNL モデルとしては、渋滞のリンク間の延伸を考慮しない Point-queue (P-Q)モデルや、Lighthill-Whitham-Richards (LWR)モデルを応用して渋滞の延伸を考慮するモデル（例えば Cell transmission model, CTM）などが挙げられる。

一起点多終点もしくは多起点一終点のネットワークを対象とし、DNLにP-Qモデルを採用した動的利用者均衡配分問題については、長江ら²⁾により高精度の解法が開発されている。長江らは、均衡問題を混合線形相補性問題として定式化したうえで、これを二次計画問題に帰着させてFrank-Wolfe法を適用することにより、効率的かつ高精度の求解が可能であることを示している。しかし、この手法は一般的な多起点多終点のネットワークには適用できない。

多起点多終点のネットワークにおける動的利用者均衡配分問題を扱う既存研究は全て、何らかの均衡ダイナミクスを解法として採用している。すなわち、旅行者達が、旅行費用の高い経路・出発時刻から、旅行費用の低い経路・出発時刻へと徐々に移動していくと考え、その移動過程をシミュレートすることにより、移動が生じなくなる均衡状態を求めようとしている。

Wie et al.³⁾, Huang and Lam⁴⁾は、旅行費用が高い経路・出発時刻から、旅行費用が最小の経路・出発時刻へと、旅行費用の差に比例した量の旅行者が移動するというダイナミクスを採用している。Florian et al.⁴⁾は、逐次平均法と等価なダイナミクスを採用している。すなわち、旅行者達は旅行費用が最小の経路・出発時刻に移動しようとするものの、経路・出発時刻を変更可能な旅行者の割合は徐々に減少していくというダイナミクスを考えている。

Friesz et al.⁵⁾, Han et al.⁶⁾は、均衡ダイナミクスを用いた解法である射影アルゴリズム (Projection algorithm) を採用している。射影アルゴリズムの詳細は 5. で述べる。Szeto and Lo⁷⁾, Nie and Zhang⁸⁾は、交通量ベクトルを改定する方向のベクトルを、射影アルゴリズムにより求めたうえで、このベクトルの長さを調整するという解法を採用している。

以上のように、様々な均衡ダイナミクスを用いた解法が提案されているものの、それらにより求められた近似解を見ると、出発時刻・経路の旅行費用が十分に平準化されていないことが多い。本研究は、経路・出発時刻同時選択型の動的利用者均衡配分問題の解法として、既存のものよりも精度の高い解法を提案する。また、その解法と射影アルゴリズムの一種であるEPAを比較し、本研究が提案する解法の優位性を検証する。

3. 出発時刻選択を含む動的利用者均衡の安定性

一般的なネットワークを対象とした動的利用者均衡配分問題を考える前に、1リンク・1ODペアの単純なネットワークにおける動的利用者均衡の安定性解析を行い、その均衡ダイナミクスの性質について議論する。

(1) 均衡条件

連続時間の動的利用者均衡モデルを考える。Q[台]のOD交通量が、自由流旅行時間O[分]、交通容量C[台/分]のリンクを通り目的地に向かう。リンクにおける渋滞の発生・進展・解消過程はP-Qモデルに従う。全ての旅行者は外生的な希望到着時刻 t^* [分]に目的地に到着することを希望する。時刻 t^* に目的地に到着できなかった旅行者は、スケジュール費用を負担する。旅行者は、旅行時間の機会費用とスケジュール費用の和である旅行費用を最小化するように、出発時刻を選択する。出発時刻 t の旅行費用 $c(t)$ を以下の区分線形関数 (Amott et al.⁹⁾として定義する。

$$c(t) = \alpha\omega(t) + \beta[t^* - (t + \omega(t))] \quad (t^* \geq t + \omega(t)) \quad (1)$$

$$c(t) = \alpha\omega(t) + \gamma[(t + \omega(t)) - t^*] \quad (t^* < t + \omega(t)) \quad (2)$$

ここで、 $\omega(t)$ [分]は、時刻 t に出発した旅行者の旅行時間である。 α, β, γ は $\gamma > \alpha > \beta$ を満たす定数であり、それぞれ時間価値[1/分]、早着の単位スケジュール費用[1/分]、遅着の単位スケジュール費用[1/分]を表す。

動的利用者均衡は、全ての旅行者の旅行費用が等しく、かつ、最小化されている状況として定義される。この条件は以下の相補性条件として表現できる。

$$f(t)[c(t) - \pi] = 0, f(t) \geq 0, c(t) \geq \pi \quad (3)$$

ここで、 π は旅行者の旅行費用の最小値である。 $f(t)$ [台/分]は時刻 t の出発率を表す。 $f(t)$ には以下のフロー保存条件が課される。

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)dt = Q \quad (4)$$

よく知られているように、このモデルの均衡は解析的に求めることができ、

$$f(t) = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot C \quad (t^* - \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{C} \leq t \leq t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C}) \quad (5)$$

$$f(t) = \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \cdot C \quad (t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \leq t \leq t^* + \frac{\beta}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{C}) \quad (6)$$

$$f(t) = 0 \quad (\text{otherwise}) \quad (7)$$

となる。

(2) 出発時刻の離散化

前節のモデルでは、旅行者は自身の出発時刻を連続時間軸上の任意の点から選ぶことができる。しかし、安定性解析を行うためには、選択枝数を有限にする必要がある。そこで、選択可能な出発時刻を離散化する。ただし、リンク内の渋滞の発生・進展・解消過程には、依然として連続時間型のモデルを用いる。

出発時刻の離散化に当たり、外生変数に以下の制約を付ける：1) $\gamma/(\beta + \gamma) \cdot Q/C$ は整数、2) $\beta/(\beta + \gamma) \cdot Q/C$ は整数、3) $\beta\gamma/(\beta + \gamma) \cdot Q/(\alpha C)$ は整数。以上の前提の下で、時間軸の原点を、

$$t^* = \frac{\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{C} \quad (8)$$

が満たされるように取る。また、均衡において最後の旅行者が出発する時刻を、

$$T = \frac{Q}{C} \quad (9)$$

で表す。1), 2) の条件が満たされる場合、 T [分] も整数となる。

連続時間軸上の区間 $[0, T]$ を T 個の 1 分間の区間に分割する。各区間を時点と呼び、添え字 $\tau \in \{0, \dots, T-1\}$ で表す。時点 τ は連続時間軸上の区間 $[\tau, \tau+1)$ を表す。旅行者は T 個の時点の中から出発時点を選択する。出発時点 τ の交通量を f_τ [台] で表す。区間 $[\tau, \tau+1)$ の間の出発率は f_τ に等しいとする。

$$f(t) = f_\tau \quad (t \in [\tau, \tau+1)) \quad (10)$$

すなわち、出発時点 τ を選択した旅行者達は、区間 $[\tau, \tau+1)$ の間、均等な時間間隔を置きながら順番に出発していくと考える。旅行者は出発時点 τ を選択できるものの、その時点内で何番目に出発するのかは選択できず、その順番はランダムに決定されるとする。

以上の前提の下で、出発時点別の旅行費用 c_τ を、「その時点に出発した旅行者が負担する旅行費用の平均値 (期待値)」として定義する。

$$c_\tau = \int_\tau^{\tau+1} c(t) \quad (11)$$

c_τ は f_0, f_1, \dots, f_τ の関数として表せる。この関数は、以下の前提条件の下では簡単に表せる。

$$\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s > \tau C \quad (1 \leq \tau < T) \quad (12)$$

この条件は区間 $(0, T)$ の間、リンク内で常に待ち行列が発生していることを意味する。この条件は均衡においても成立する。式(12)の前提条件の下で c_τ は、

$$c_\tau = \frac{\alpha}{2} \left[\frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} - \tau + \frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} - (\tau + 1) \right] + \sigma_\tau \quad (13)$$

$$\sigma_\tau = \frac{\beta}{2} \left[t^* - \frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} + t^* - \frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} \right] \quad \left(\frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} \leq t^* \right) \quad (14)$$

$$\sigma_\tau = \frac{\gamma}{2} \left[\frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} - t^* + \frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} - t^* \right] \quad \left(\frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} \geq t^* \right) \quad (15)$$

$$\sigma_\tau = \frac{C}{2f_\tau} \left[\beta \left(t^* - \frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} \right)^2 + \gamma \left(\frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} - t^* \right)^2 \right] \quad \left(\frac{\sum_{s=0}^{\tau-1} f_s}{C} < t^* < \frac{\sum_{s=0}^{\tau} f_s}{C} \right) \quad (16)$$

と表せる。ここで、 σ_τ は時点 τ のスケジュール費用の平均値である。

以上のように出発時刻を離散化したとき、動的利用者均衡の条件は、以下の相補性条件として表現できる。

$$f_\tau [c_\tau - \pi] = 0, f_\tau \geq 0, c_\tau \geq \pi \quad (0 \leq \tau < T) \quad (17)$$

f_τ には以下のフロー保存条件が課される。

$$\sum_{\tau=0}^{\tau-1} f_\tau = Q \quad (18)$$

出発時点の離散化の方法より、均衡は式(5), (6)と同様に表され、

$$f_\tau = \frac{\alpha}{\alpha - \beta} \cdot C \quad \left(0 \leq \tau < t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \right) \quad (19)$$

$$f_\tau = \frac{\alpha}{\alpha + \gamma} \cdot C \quad \left(t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \leq \tau < T \right) \quad (20)$$

となる。

(3) 安定性解析

動的利用者均衡の安定性解析を行うに当たり、旅行者達が日々、交通状況を学習して、出発時点を変更していく過程を表現した均衡ダイナミクスを定義する必要がある。ここでは、そのようなダイナミクスとして射影動学 (Projection dynamic)¹⁰⁾ を採用する。全ての出発時点の交通量が正 ($f_\tau > 0$) のとき、射影動学を記述する微分方程式は、

$$\dot{f}_\tau = -c_\tau + \frac{1}{T} \sum_{\theta=0}^{T-1} c_\theta \quad (0 \leq \tau < T) \quad (21)$$

と表せる¹。左辺の \dot{f}_τ は、ある日の f_τ と比較したときの、翌日の f_τ の増分を表すと解釈できる。この微分方程式は、右辺第二項の旅行費用の平均値と比較して、旅行費用の高い出発時点からは旅行者達が抜けていき、旅行費用の低い出発時点には旅行者達が集まって来ることを表している。また、旅行費用が平均値から大きくずれている時点 τ ほど、 f_τ の変化は大きくなることを表している。

均衡の安定性は、式(21)の微分方程式体系のヤコビ行列の固有値を用いて評価できる。式(21)は T 本の微分方程式から成るが、 $\sum_{\tau=0}^{T-1} \dot{f}_\tau = 0$ が成立するため、このうち1本は冗長である。そこで、 \dot{f}_{T-1} の微分方程式を省くとともに、 $f_{T-1} = Q - \sum_{\tau=0}^{T-2} f_\tau$ を用いて変数 f_{T-1} を消去することにより、変数 $T-1$ 個、方程式 $T-1$ 本の微分方程式体系を導く。この微分方程式体系のヤコビ行列を求めると、

$$\begin{aligned} (J)_{\tau,\tau'} &= \frac{\partial \dot{f}_\tau}{\partial f_\tau} - \frac{\partial \dot{f}_\tau}{\partial f_{T-1}} \\ &= - \left(\frac{\partial c_\tau}{\partial f_{\tau'}} - \frac{\partial c_\tau}{\partial f_{T-1}} \right) \\ &\quad + \frac{1}{T} \sum_{s=0}^{T-1} \left(\frac{\partial c_\theta}{\partial f_{\tau'}} - \frac{\partial c_\theta}{\partial f_{T-1}} \right) \end{aligned} \quad (22)$$

となる。 J は $T-1$ 行 $T-1$ 列の行列である。均衡が安定であることの必要十分条件は、均衡における J の固有値の実部が全て負であることである。

J の計算には旅行費用ベクトル $\mathbf{c} = [c_\tau]_{0 \leq \tau < T}$ の交通量ベクトル $\mathbf{f} = [f_\tau]_{0 \leq \tau < T}$ に関するヤコビ行列 $\partial \mathbf{c} / \partial \mathbf{f}$ が必要となる。均衡における $\partial \mathbf{c} / \partial \mathbf{f}$ を求めると、

$$\frac{\partial c_\tau}{\partial f_{\tau'}} = 0 \quad (\tau < \tau') \quad (22)$$

$$\frac{\partial c_\tau}{\partial f_\tau} = \frac{\alpha + \theta_\tau}{2C} \quad (23)$$

$$\frac{\partial c_\tau}{\partial f_{\tau'}} = \frac{\alpha + \theta_\tau}{C} \quad (\tau > \tau') \quad (24)$$

$$\theta_\tau = -\beta \left(0 \leq \tau < t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \right) \quad (25)$$

$$\theta_\tau = \gamma \left(t^* - \frac{\beta\gamma}{\beta + \gamma} \cdot \frac{Q}{\alpha C} \leq \tau < T \right) \quad (26)$$

となる。このヤコビ行列には著しい性質があることが確認できる。それは、

$$\frac{\partial c_\tau}{\partial f_\tau} - \frac{\partial c_\tau}{\partial f_{\tau'}} + \frac{\partial c_{\tau'}}{\partial f_{\tau'}} - \frac{\partial c_{\tau'}}{\partial f_\tau} < 0 \quad (27)$$

を満たす (τ, τ') の組が存在することである。例えば、 $\tau = 0, \tau' = T-1$ のとき、

$$\begin{aligned} &\frac{\partial c_0}{\partial f_0} - \frac{\partial c_0}{\partial f_{T-1}} + \frac{\partial c_{T-1}}{\partial f_{T-1}} - \frac{\partial c_{T-1}}{\partial f_0} \\ &= -\frac{\beta + \gamma}{2C} < 0 \end{aligned} \quad (28)$$

となる。一般的な静的利用者均衡モデルにおける経路費用のヤコビ行列は、このような性質を持たない。

式(27)の性質を考慮すると、射影動学をはじめとする均衡ダイナミクスは均衡に収束しないことが予測される。いま、均衡の近傍において、 $c_0 < c_{T-1}$ が成立しているため、出発時点 $T-1$ の交通量1台が出発時点0に移動すると考える。通常は、このような移動により c_0 と c_{T-1} の差が縮小し、交通状況が均衡に近づくことが期待される。ところが、式(28)の不等式より、この移動は c_0 と c_{T-1} の差を拡大するのである。

均衡における J の固有値は数値的に求めるしかない。ここでは、パラメータ設定として $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2, Q = 10000, C = 5000/60$ を用いる。このとき、 $T = 120$ となり、 J は119個の固有値を持つ。これらの固有値を数値的に求めたところ、1個が0、その他の118個は全て実部が正の共役複素数となった。すなわち、このパラメータ設定の下で、動的利用者均衡は不安定となり、均衡ダイナミクスの進展に伴い、交通量ベクトル \mathbf{f} は均衡から離れていく²。また、固有値に共役複素数が含まれることから、均衡から離れていく過程において、交通量 f_τ は振動する。そのため、適当な (τ, τ') について $(f_\tau, f_{\tau'})$ の推移を二次元平面上にプロットすると、渦を描くように均衡から遠ざかっていく様子が観察される³。本研究の提案する動的利用者均衡配分問題の解法は、この「均衡ダイナミクスの下で、 \mathbf{f} が渦を描くように均衡から遠ざかる」性質から着想を得ている。 \mathbf{f} の軌跡を一定の期間にわたり記録したうえで、その平均値を取れば、求められた平均値は均衡に近いものとなることが期待される。

なお、以上で動的利用者均衡は不安定であることを議論したが、ここでの議論は、出発時刻別の旅行費用の均衡に関するものであることに注意する必要がある。出発時刻分布を固定的に与えたうえで、旅行者の経路選択のみを考える動的利用者均衡モデルの場合には、均衡ダイナミクスは均衡の近傍に収束することが期待される⁴。

4. 動的利用者均衡モデルと DNL モデル

¹交通量が0の出発時点 τ がある場合には、 f_τ が負になることを避けるための調整が必要になる。均衡の安定性解析を行う際には、均衡の近傍におけるダイナミクスのみを考慮すれば良く、均衡においては全ての出発時点の交通量が正(式 19, 20)であるから、式(21)の微分方程式で十分となる。

²均衡ダイナミクスとして複製動学(replicator dynamic)¹⁰⁾を採用した場合も不安定均衡となることが確認された。

³均衡ダイナミクスの下で、 \mathbf{f} は均衡から際限無く遠ざかるわけではない。5.で具体例を示すように、一定のリミットサイクル(均衡の周囲を巡回する閉軌道)に収束すると考えられる。

⁴詳細は省くが、6.で扱うSioux-Fallsネットワークにおいて、出発時刻分布を固定的に与えた動的利用者均衡配分問題を考え、この問題に単純な射影アルゴリズムを適用したところ、均衡に近い近似解が得られた。

本章では、本研究が分析に用いる動的利用者均衡モデルと DNL モデルを述べる。

(1) 均衡条件

想定する道路ネットワークを有向グラフ $G(N, A)$ として表す。ここで、 N, A はそれぞれノードとリンクの集合を表す。OD ペアの集合を R で表す。OD ペア $rs \in R$ の経路集合を K_{rs} で表す。全ての旅行者の出発時刻[分]は、時間軸上の範囲 $[0, T]$ に含まれる。時刻 $t = 0$ において、ネットワーク上に車両は存在しない。

全ての旅行者は外生的な希望到着時刻時刻 t^* [分] に目的地に到着することを希望する。時刻 t^* に目的地に到着できなかった旅行者は、スケジュール費用を負担する。

OD ペア $rs \in R$ の経路 $p \in K_{rs}$ 、出発時刻 $t \in [0, T]$ の旅行費用 $c_p^{rs}(t)$ は以下の区分線形関数として表される。

$$c_p^{rs}(t) = \alpha \omega_p^{rs}(t) + \beta \left[t^* - (t + \omega_p^{rs}(t)) \right] \quad (29)$$

$$\left(t^* \geq t + \omega_p^{rs}(t) \right)$$

$$c_p^{rs}(t) = \alpha \omega_p^{rs}(t) + \gamma \left[(t + \omega_p^{rs}(t)) - t^* \right] \quad (30)$$

$$\left(t^* < t + \omega_p^{rs}(t) \right)$$

ここで、 $\omega_p^{rs}(t)$ は、OD ペア rs の旅行者のうち、時刻 t に出発して経路 p を選択した者の旅行時間[分]である。 α, β, γ は $\gamma > \alpha > \beta$ を満たす定数であり、それぞれ時間価値 [1/分]、早着の単位スケジュール費用 [1/分]、遅着の単位スケジュール費用 [1/分] を表す。

旅行者の出発時刻に関する選択枝数を有限にするために、 $[0, T]$ を n 個の等間隔の区間に分割する。各区間を時点と呼び、添え字 $\tau \in \{0, \dots, n-1\}$ で表す。時点 τ は時間軸上の区間 $[\tau \Delta t, (\tau+1) \Delta t]$ を表す。ただし、 $\Delta t = T/n$ [分] である。OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の交通量を $f_{p\tau}^{rs}$ で表す。出発時点 τ を選択した旅行者達は、区間 $[\tau \Delta t, (\tau+1) \Delta t]$ の間、均等な時間間隔を置きながら順番に出発していく。旅行者は出発時点 τ を選択できるものの、その時点内で何番目に出発するのかは選択できず、その順番はランダムに決定される。

OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の旅行費用を $c_{p\tau}^{rs}$ で表す。 $c_{p\tau}^{rs}$ は、OD ペア rs の旅行者のうち、時刻 t に出発して経路 p を選択した者達の旅行費用の平均値として定義する。交通量ベクトル $\mathbf{f} = [f_{p\tau}^{rs}]_{rs \in R, p \in K_{rs}, 0 \leq \tau < n}$ を与件と

したときの旅行費用ベクトル $\mathbf{c} = [c_{p\tau}^{rs}]_{rs \in R, p \in K_{rs}, 0 \leq \tau < n}$ は

次節の DNL モデルにより求められる。

動的利用者均衡は、各 OD ペアについて、旅行者の出発時刻と経路選択に関係なく、全ての旅行者の旅行費用が等しく、かつ、最小化されている状況として定義され

る。この条件は以下の相補性条件として表現される。

$$f_{p\tau}^{rs} [c_{p\tau}^{rs} - \pi^{rs}] = 0, f_{p\tau}^{rs} \geq 0, c_{p\tau}^{rs} \geq \pi^{rs} \quad (31)$$

$$(rs \in R, p \in K_{rs}, 0 \leq \tau < n)$$

ここで、 π^{rs} は OD ペア rs の旅行者の旅行費用の最小値である。 $f_{p\tau}^{rs}$ には以下のフロー保存条件が課される。

$$\sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=0}^{n-1} f_{p\tau}^{rs} = Q^{rs} \quad (rs \in R) \quad (32)$$

Q^{rs} は OD ペア rs の交通量であり、外生的に与えられる。

以上の数式により動的利用者均衡を定義するには、経路集合 K_{rs} を特定する必要がある。本研究は、この特定に以下の手法を用いる。まず、以上の動的利用者均衡モデルに対応した、静的利用者均衡モデルを考える。このモデルにおいて、各 OD ペアの OD 交通量は Q^{rs} で与えられる。リンク $a \in A$ のリンクパフォーマンス関数は、以下の BPR 関数として表現される。

$$l_a \left[1 + 0.15 \left(\frac{x_a}{60C_a} \right)^4 \right] \quad (33)$$

ただし、 x_a は静学的なリンク交通量[台/時]、 l_a は自由流旅行時間[分]、 C_a は交通容量[台/分]を表す。この静的利用者均衡モデルを、繰り返し数に上限を付けた Frank-Wolfe 法により解く。Frank-Wolfe 法では各ステップにおいて、当該ステップにおけるリンク交通量を与件として、各 OD ペアの最短経路探索が行われる。Frank-Wolfe 法により静的利用者均衡モデルを解く過程において求められた最短経路の集合を K_{rs} とする。なお、式(33)は K_{rs} を特定する目的のみに使われるものであり、その後の動的利用者均衡を求める過程においては利用されない。

(2) DNL モデル

本研究では、DNL モデルに離散事象シミュレーション¹⁾を用いる。

OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の交通量 $f_{p\tau}^{rs}$ の発生過程を以下のように表現する。シミュレーション上では交通流を離散的な粒子の流れとして表現する。出発時点 τ の間に発生させる粒子数を $[f_{p\tau}^{rs}/\bar{u}] + 1$ とする。ここで $[x]$ は x の床関数を表す。 $\bar{u} \leq 1$ は 1 個の粒子が何台の交通量に相当するのかを表す定数である。通常は $\bar{u} = 1$ と考えれば良いが、 \bar{u} をより小さく設定することにより、交通流をより流体に近い形で表現できる。これらの粒子に、その発生順序に対応する添え字 $v \in \{0, \dots, [f_{p\tau}^{rs}/\bar{u}]\}$ を付けて表す。粒子 v の大きさを $u_{p\tau}^{rs}(v)$ で表す。 $u_{p\tau}^{rs}(v)$ を以下のように定める。

$$u_{p\tau}^{rs}(v)$$

$$= \begin{cases} \bar{u} & \left(0 \leq v < \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor\right) \\ f_{pt}^{rs} - \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor \cdot \bar{u} & \left(v = \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor\right) \end{cases} \quad (34)$$

$0 \leq v < \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor$ の粒子の大きさは \bar{u} である。これらの粒子のみでは表現できない f_{pt}^{rs} の端数は $v = \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor$ の粒子により表現される。 $f_{pt}^{rs} = 0$ であっても、大きさが 0 の粒子が 1 個発生する。粒子 v が発生する時刻 $t_{pt}^{rs}(v)$ を以下のように定める。

$$t_{pt}^{rs}(v) = \tau \Delta t + \frac{v + \frac{1}{2}}{\frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}}} \Delta t \quad \left(0 \leq v < \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor\right) \quad (35)$$

$$t_{pt}^{rs}(v) = \left(\tau + \frac{1}{2}\right) \Delta t + \frac{1}{2} \cdot \frac{\left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor}{\frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}}} \Delta t \\ \left(\frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} > 0, v = \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor\right) \quad (36)$$

$$t_{pt}^{rs}(v) = \left(\tau + \frac{1}{2}\right) \Delta t \quad \left(\frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} = 0, v = 0\right) \quad (37)$$

$0 \leq v < \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor$ の粒子の発生間隔は、時点の長さ Δt の \bar{u}/f_{pt}^{rs} 倍となる。すなわち、前節で述べた「旅行者達が均等な時間間隔を置きながら順番に出発していく」ことを式(35)は表現している。式(35)右辺第二項の分数の分子に $1/2$ が含まれる理由は、粒子の発生時刻が時点の始点や終点に偏らないようにするためである。例えば、 $f_{pt}^{rs}/\bar{u} = 1$ のとき、 $v = 0$ の粒子はこの時点の中間において発生する。 $v = \left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor$ の粒子の発生時刻は、 $t_{pt}^{rs}(v)$ が f_{pt}^{rs} について連続的に変化するように設定している。例えば、 $f_{pt}^{rs}/\bar{u} = 1.999 \dots$ の場合と $f_{pt}^{rs}/\bar{u} = 2$ の場合の $t_{pt}^{rs}(1)$ は一致する。

全ての粒子にはその発生時刻が記録されている。よって、目的地に到着した際に、その発生時刻と到着時刻、および、式(29), (30)を用いて、粒子 v の旅行費用 $c_{pt}^{rs}(v)$ が求められる。この費用を用いると、旅行費用の平均値である \bar{c}_{pt}^{rs} は、以下の式により評価できる。

$$\bar{c}_{pt}^{rs} = \frac{1}{f_{pt}^{rs}} \sum_{v=0}^{\left\lfloor \frac{f_{pt}^{rs}}{\bar{u}} \right\rfloor} u_{pt}^{rs}(v) \bar{c}_{pt}^{rs}(v) \quad (f_{pt}^{rs} > 0) \quad (38)$$

$$\bar{c}_{pt}^{rs} = \bar{c}_{pt}^{rs}(0) \quad (f_{pt}^{rs} = 0) \quad (39)$$

$f_{pt}^{rs} = 0$ の場合には、大きさ 0 の粒子が 1 個発生する。この粒子の旅行費用を求めることにより、交通量が 0 の時点 τ についても \bar{c}_{pt}^{rs} が評価できる。

リンクの混雑は P-Q モデルにより表現する。各リンク $a \in A$ は二つの部分から構成される。前半部は容量が無制限の走行区間であり、交通流に依存せず、当該リンクの自由流旅行時間 l_a [分] で通過できる。後半部は有限の容量 C_a [台/分] を持つボトルネックであり、P-Q で表され

る待ち行列が生じる。待ち行列が存在しない場合には、粒子は 0 分でボトルネックを通過できる。シミュレーション上では、このボトルネックを以下のように表現する。ボトルネックをゲートとして考える。ゲートは時刻 $t = 0$ においては開いた状態になっている。ゲートが開いている場合、ゲートに到着した粒子は直ちにゲートを通過できる。ゲートを大きさ u の粒子が通過すると、その直後から u/C_a 分間ゲートが閉鎖され、粒子は通過できない。閉鎖中にゲートに到着した粒子は待ち行列を形成し、ゲートが開放される度に First-in-first-out (FIFO) の原則に従いゲートを通過していく。大きさが 0 の粒子は、ゲートを通過してもゲートを閉鎖しないため、後続の粒子の通行に影響を与えることはない。

以上が本研究の DNL モデルの前提条件である。離散事象シミュレーションモデルは、モデルのダイナミクスを方程式体系として記述することができない。モデルの記述はアルゴリズムの記法に従ってなされる。この記述は冗長になるので、付録 I に記す。

離散事象シミュレーションの利点は、時間の刻み幅 (ステップサイズ) を設定する必要が無いことである。ステップサイズを設定するシミュレーション手法の場合には、リンクの通過時間はステップサイズの整数倍にしかなることができない。そのため、通過時間の短いリンクがある場合には、ステップサイズが長いと、そのリンクの通過時間を過剰に評価してしまう。離散事象シミュレーションの場合にはこのような問題は生じない。

5. 射影アルゴリズムの改良

(1) 射影アルゴリズム

前章で述べた DNL モデルを用いることにより、OD 別・経路別・出発時点別の交通量ベクトル \mathbf{f} と旅行費用ベクトル \mathbf{c} の対応関係を表したベクトル関数 $\mathbf{c}(\mathbf{f})$ が定義される。射影アルゴリズムは、このベクトル関数を用いて式(31), (32)を満たす均衡を探索するヒューリスティックな解法である。本節では、最も単純な形式の射影アルゴリズムを説明する。

まず、式(32)のフロー保存条件と交通量の非負制約を満たす交通量ベクトル \mathbf{f} の集合を Ω で表す。 Ω は有限の大きさを持つ。

$$\Omega = \left\{ \mathbf{f} \mid \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=0}^{n-1} f_{pt}^{rs} = Q^{rs} \quad (\forall rs \in R) \right. \\ \left. \text{and } \mathbf{f} \geq \mathbf{0} \right\} \quad (40)$$

ベクトル \mathbf{f} やベクトル \mathbf{c} の次元を d とする。 d 次元ユークリッド空間上の点の集合を \mathbf{R}^d で表す。 Ω は \mathbf{R}^d の部分集合である。 \mathbf{R}^d 上の点 $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^d$ を与えると、この点へのユ

ークリッド距離が最小となる Ω 上の点 $\mathbf{y} \in \Omega$ を求められる。この点は以下の最小化問題の解となる⁵。

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{y}} & (\mathbf{y} - \mathbf{x}) \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}) \\ \text{s.t. } & \mathbf{y} \in \Omega \end{aligned} \quad (41)$$

ただし、 \cdot はベクトルの内積を表す。この最適化問題の解 \mathbf{y}^* を与えるベクトル関数を $\Pi_{\Omega}(\mathbf{x})$ で表す。 $\Pi_{\Omega}(\mathbf{x})$ は Ω 上への射影と呼ばれる。この最適化問題の解法は付録IIに記す。

最も単純な形式の射影アルゴリズムは、交通量ベクトルの初期値 $\mathbf{f}^0 \in \Omega$ を適当に定めたいうで、以下の式に従い交通量ベクトル $\mathbf{f}^k \in \Omega$ を更新していく。

$$\mathbf{f}^{k+1} = \Pi_{\Omega}(\mathbf{f}^k - G^{-1}\mathbf{c}(\mathbf{f}^k)) \quad (42)$$

G は対角行列である⁶。同一の選択肢を有する旅行者の交通量 f_{pt}^{rs} に対応する G の対角成分には同一の値を用いる。すなわち、 G は以下のように作成される。まず、各ODペア rs について定数 $g^{rs} > 0$ を定める。そして、ベクトル \mathbf{f} の i 番目の成分がODペア rs の交通量 f_{pt}^{rs} であるとき、 G の i 行 i 列の成分を g^{rs} とする。このとき、ベクトル $\mathbf{f} - G^{-1}\mathbf{c}$ の各成分は以下のように表せる。

$$\mathbf{f} - G^{-1}\mathbf{c} = \left[f_{pt}^{rs} - \frac{c_{pt}^{rs}}{g^{rs}} \right]_{rs \in R, p \in K_{rs}, 0 \leq t < n} \quad (43)$$

本研究では交通量ベクトルの初期値 \mathbf{f}^0 の設定を一貫して以下のように行う：各ODペアについて、旅行者の選択可能な全選択肢に均等に交通量を配分する ($f_{pt}^{rs} = Q^{rs} / (n|K_{rs}|)$)。

式(42)の意味は、 $\mathbf{f}^k - G^{-1}\mathbf{c}^k$ の全成分が正である状況を仮定すると分かりやすい。この仮定の下で式(42)は、

$$\begin{aligned} f_{pt}^{rs,k+1} = f_{pt}^{rs,k} + \frac{1}{g^{rs}} \left[-c_{pt}^{rs,k} \right. \\ \left. + \frac{1}{n|K_{rs}|} \sum_{p' \in K_{rs}} \sum_{\tau'=0}^{n-1} c_{p'\tau'}^{rs,k} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

と表せる。式(21)と比較すると、この交通量の更新式は射影動学を離散時間化したものであることが確認できる。 g^{rs} はステップ間の交通量の変化量を制御する役割を持ち、 g^{rs} が大きいほど変化は緩やかになる。式(44)の更新式では $f_{pt}^{rs,k+1}$ が負になる可能性があるが、式(42)の更新式ではそのようなことは起きない。

g^{rs} の適切な水準は c_{pt}^{rs} の単位に依存する。 g^{rs} が大き過ぎると均衡に収束するまでに多数の繰り返し計算が必要になる。一方、 g^{rs} が小さ過ぎると均衡に収束しなくなる。そこで、本研究では射影アルゴリズムのステップごとに異なる g^{rs} の値を用いることとし、この値をステップごとに更新する戦略を採用する。ステップ k にお

る g^{rs} の値を g_k^{rs} で表す。全てのODペア rs について、 $g_0^{rs} = \bar{g}_0$ と設定する。 \bar{g}_0 には十分に小さい正数を用いる。その後は、 \mathbf{f}^{k+1} を求める度に、各ODペアについて、前回の繰り返しからの交通量の変化の大きさ Δ_{k+1}^{rs} を求める。

$$\Delta_{k+1}^{rs} = \frac{1}{Q^{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m |f_{p\tau}^{rs,k+1} - f_{p\tau}^{rs,k}| \quad (45)$$

すなわち、 Δ_{k+1}^{rs} は経路別・出発時点別の交通量の変化の絶対値の総和を、OD交通量 Q^{rs} による除算で基準化したものである。その後、以下の式で g_k^{rs} を更新する。

$$g_{k+1}^{rs} = \begin{cases} g_k^{rs} & (\Delta_{k+1}^{rs} \leq \bar{\Delta}) \\ 1.1g_k^{rs} & (\Delta_{k+1}^{rs} > \bar{\Delta}) \end{cases} \quad (rs \in R) \quad (46)$$

$\bar{\Delta}$ は $0 < \bar{\Delta} < 2$ を満たす定数であり、アルゴリズムの利用者が設定する。 $\Delta_{k+1}^{rs} > \bar{\Delta}$ が成立する場合、ODペア rs の旅行者達の $\bar{\Delta}/2 \times 100\%$ 以上が、経路・出発時点の変更を行ったことを意味する。このように急激な変化が生じると、均衡に収束しなくなる恐れがある。そこで、この場合には g_k^{rs} を1.1倍に増やす。一方、 $\Delta_{k+1}^{rs} \leq \bar{\Delta}$ の場合には、急激な変化が生じたとは考えず、 g_k^{rs} の値を変更しない。本研究では \bar{g}_0 と $\bar{\Delta}$ の設定に一貫して $\bar{g}_0 = 0.1$ 、 $\bar{\Delta} = 0.2$ を用いる。

式(42)、(45)、(46)で表される射影アルゴリズム（以下ではPAと呼ぶ）が動的利用者均衡を求められないことを具体例により示す。そのことを示すために、ある交通量ベクトル \mathbf{f} の下で交通費用ベクトル $\mathbf{c} = \mathbf{c}(\mathbf{f})$ が実現しているとき、この状態がどの程度均衡に近いのかを示す指標である、均衡gap(Equilibrium gap)を以下のように定義しておく。

$$\text{gap} = 1 - \frac{\sum_{rs \in R} \min_{p,\tau} c_{p\tau}^{rs}}{\sum_{rs \in R} \frac{1}{Q^{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m f_{p\tau}^{rs} c_{p\tau}^{rs}} \quad (47)$$

この定義はGentile¹⁴⁾による。右辺の分数の分母は、ODペア別の平均旅行費用の合計値であり、分子はODペア別の最小旅行費用の合計値である。 gap は均衡においてのみ0を取り、それ以外の場合には正の値を取る。 gap が小さいほど、交通量ベクトル \mathbf{f} は均衡に近いと言える。

1リンク・1ODペアの単純なネットワークを想定してPAを適用する。旅行者の費用に関わるパラメータは $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2$ と設定する。OD交通量は $Q = 10000$ 台、希望到着時刻は $t^* = 120$ 分、リンクの自由旅行時間は $l = 0$ 分、リンクの交通容量は $C = 5000/60$ 台/分に設定する。この設定は3.(3)の分析で用いたものと同じである。 T は180分に設定し、 $[0, 180]$ を $n = 180$ 個の1分間の時点に分割する。以下では、このネットワ

て求まる $\Pi_{\Omega}(\mathbf{x})$ は同じになる。

⁶一般に G は正定値対称行列であれば良いが、実用的には対角行列を用いるケースがほとんどである。

⁵厳密には、目的関数は式(42)に含まれる行列 G を用いて $(\mathbf{y} - \mathbf{x})^T G (\mathbf{y} - \mathbf{x})$ と表される。ただし、式(43)のように行列 G を定める場合には、目的関数を式(41)のように定義しても結果とし

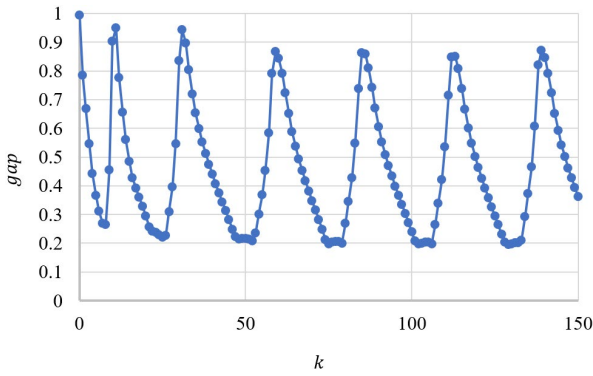


図-1 PAの下での均衡 gap の振動

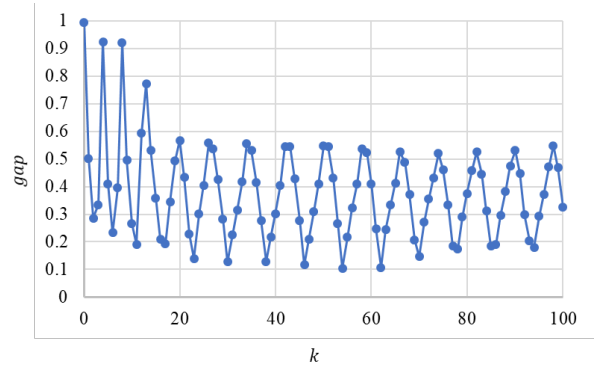


図-3 EPAの下での均衡 gap の振動

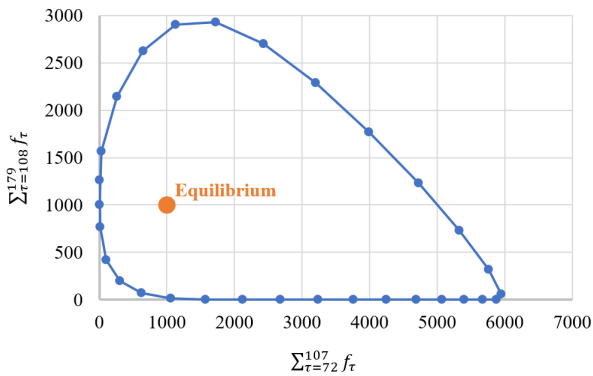


図-2 PAのリミットサイクル

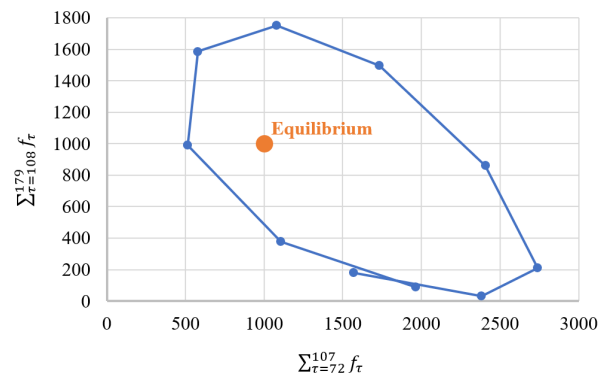


図-4 EPAのリミットサイクル

ークを1リンクネットワークと呼ぶ。

図-1は1リンクネットワークに対してPAを適用したとき、 k 回目の繰り返しにおける均衡 gap をプロットしたものである。均衡 gap が振動しており、繰り返し回数を増やしても均衡に近付けないことが確認できる。3.(3)の分析より、この均衡は不安定であることがわかっているため、この結果は自然である。

図-1において均衡 gap が規則的な振動を示すことは、交通量ベクトル \mathbf{f} が一定の閉軌道 (リミットサイクル) に収束していることを示している。図-2は横軸に $\sum_{\tau=72}^{107} f_{\tau}$ を、縦軸に $\sum_{\tau=108}^{179} f_{\tau}$ を取り、一周期分の推移をプロットしたものである。オレンジの点(1000,1000)は均衡を表す。この図より、均衡の周囲を巡回するようなリミットサイクルが形成されていることが確認できる。巡回の方向は時計回りである。この図は、Szeto and Lo⁷⁾ や Nie and Zhang⁸⁾ のように、交通量ベクトルを改定する方向のベクトルを、射影アルゴリズムにより求めたうえで、このベクトルの長さを調整しても、均衡への収束が達成されないことを示している。なぜなら、リミットサイクル上において、射影アルゴリズムにより求められるベクトルは、均衡に向かう方向を示さないからである。

(2) Extra projection algorithm (EPA)

Nie and Zhang⁸⁾は、PAよりも均衡への収束条件が緩い解法としてEPAを紹介している。EPAでは式(42)の代わりに以下の式を用いて交通量ベクトル \mathbf{f} を更新していく。

$$\mathbf{y}^k = \Pi_{\Omega} \left(\mathbf{f}^k - G_k^{-1} \mathbf{c}(\mathbf{f}^k) \right) \quad (48)$$

$$\mathbf{f}^{k+1} = \Pi_{\Omega} \left(\mathbf{f}^k - G_k^{-1} \mathbf{c}(\mathbf{y}^k) \right) \quad (49)$$

G_k はステップ k において用いられる対角行列であり、その対角成分は g_k^{rs} である。 g_k^{rs} の初期値の設定とステップ毎の更新には、PAの場合と同様に式(45), (46)を用いる。

出発時刻選択を含む動的利用者均衡配分問題の解法としては、EPAはPAよりも優れている⁷⁾。図-3は1リンクネットワークに対してEPAを適用したとき、 k 回目の繰り返しにおける gap をプロットしたものである。また、図-4は横軸に $\sum_{\tau=72}^{107} f_{\tau}$ を、縦軸に $\sum_{\tau=108}^{179} f_{\tau}$ を取り、一周期分の推移をプロットしたものである。PAと比較すると、gapの振動が抑えられており、リミットサイクルはより均衡に近い領域を巡回していることが確認できる。ただし、繰り返し回数を増やしても均衡に近付けない問題は解消できていない。

EPAのステップを何回か繰り返した後、履歴の中で均

近い近似解を求められた一方で、EPAは均衡に収束しなかった。

⁷⁾ 出発時刻分布を固定的に与えたうえで、旅行者の経路選択のみを考える動的利用者均衡配分問題の場合には、PAは均衡に

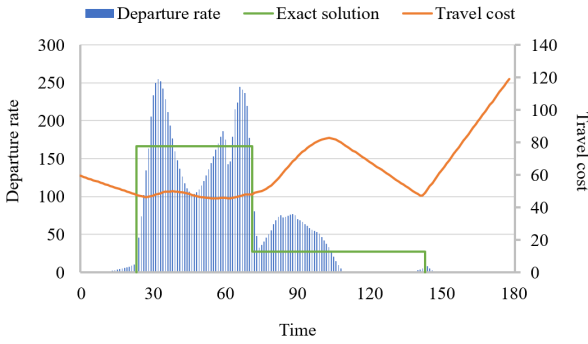


図-5 EPAにより求められた近似解

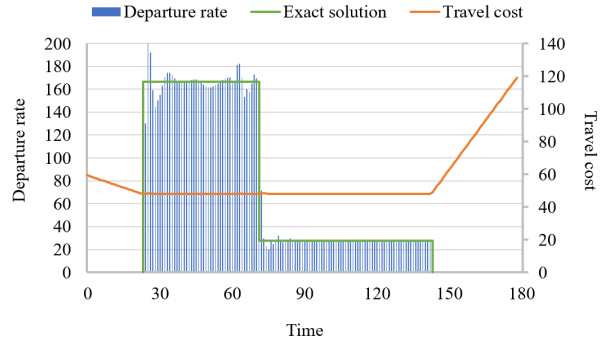


図-7 提案アルゴリズムにより求められた近似解
($n^{iter} = 1000$)

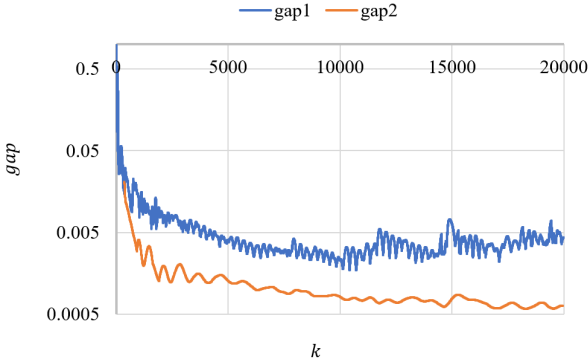


図-6 提案アルゴリズムの下での均衡 gap の推移

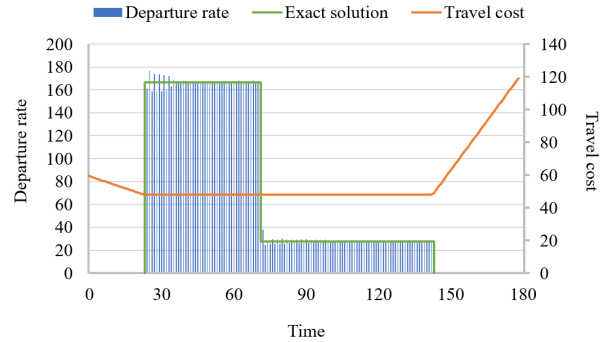


図-8 提案アルゴリズムにより求められた近似解
($n^{iter} = 10000$)

均衡 gap が最小化されている交通量ベクトル \mathbf{f} (すなわち、リミットサイクル上で均衡に最も近い点) を取り出すことは可能である。しかし、このようにして求められる状態は、均衡とはかなり異なる。図-5は、EPAのステップを1000回繰り返す、その過程で見つかった均衡 gap を最小化する ($gap = 0.105$) 状態をグラフ化したものである。横軸は時間軸であり、青いグラフは出発時点別の交通量[台/分]を、橙のグラフは出発時点別の旅行費用を、緑のグラフは式(5), (6)で求められる厳密解を示している。旅行者の出発時点によって旅行費用に大きい差が存在することを確認できる。

(3) 提案アルゴリズム

図-3 で見たように、EPA の下では、交通量ベクトル \mathbf{f} が均衡の周囲を巡回するようになる。この性質より、交通量ベクトル \mathbf{f} を振動の一周期分だけ記録したうえで、その平均値を取れば、そのベクトルは均衡に近付くことが予想される。以上の着想を基に、本研究は以下のアルゴリズムを提案する。

- 1) $\bar{g}_0 > 0, \bar{\Delta} \in (0, 2), \mathbf{f}^0 \in \Omega, n^{period} > 0, n^{burnin} > 0, n^{iter} > 0$ を与える
- 2) $g_0^{rs} \leftarrow \bar{g}_0 (\forall rs \in R)$
- 3) $n^{sample2} \leftarrow 0, \mathbf{F}^2 \leftarrow \mathbf{0}$
- 4) $n^{sample} \leftarrow 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{f}^0$

- 5) $k \leftarrow 1$
- 6) 式(48), (49)により \mathbf{f}^k を求める。
- 7) 式(45), (46)により $g_k^{rs} (\forall rs \in R)$ を求める。
- 8) $n^{sample} \leftarrow n^{sample} + 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{F} + \mathbf{f}^k$
- 9) もし $n^{sample} = n^{period}$ なら次を実行する: $\mathbf{f}^k \leftarrow \mathbf{F}/n^{sample}, n^{sample} \leftarrow 1, \mathbf{F} \leftarrow \mathbf{f}^k$
- 10) もし $k \geq n^{burnin}$ なら次を実行する: $n^{sample2} \leftarrow n^{sample2} + 1, \mathbf{F}^2 \leftarrow \mathbf{F}^2 + \mathbf{f}^k$
- 11) もし $k < n^{iter}$ なら $k \leftarrow k + 1$ とし 6) に戻る。そうでなければ 12) に進む。
- 12) $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$ を返却し終了する。

以下では、このアルゴリズムを提案アルゴリズムと呼ぶ。このアルゴリズムの 2), 5)-7), 11) は EPA と共通である。EPA からの最も主要な変更点は 4), 8), 9) である。これらの命令は、交通量ベクトル \mathbf{f} の振動の一周期分 (n^{period} で与えられる) の平均値を求めるためのものである。アルゴリズムの繰り返し回数 k が $n^{period} - 1$ の倍数であるとき、 \mathbf{f}^k は n^{period} 回分の \mathbf{f} の平均値で上書きされる。

まだ説明を行っていない 3), 10) の説明を行う前に、以上のアルゴリズムの下で均衡 gap がどのように推移するのを見ておく。1 リンクネットワークに対して、 $n^{period} = 15$ として提案アルゴリズムを適用すると、 \mathbf{f}^k に対応した gap は図-6 の青いグラフ (gap1) のように推移する。図-3 と比較すると、EPA よりも低い水準の均

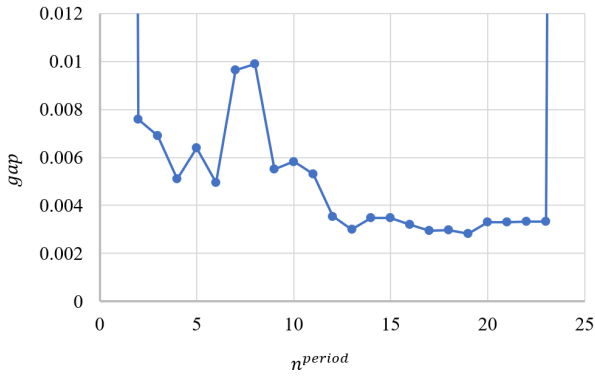


図-9 n^{period} と近似解における均衡 gap の関係

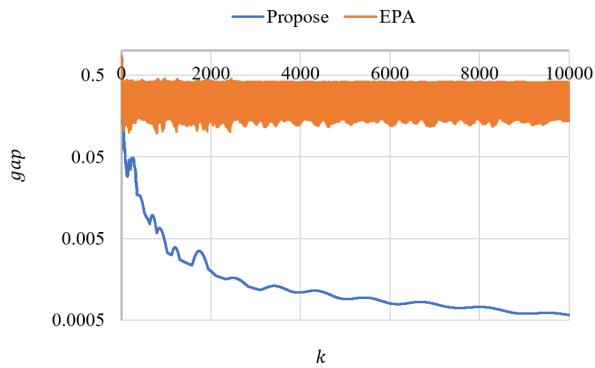


図-10 2リンクネットワークにおける均衡 gap の推移

衡 gap を達成できていることが確認できる⁸。ただし、均衡 gap は不規則な振動パターンを示しながら減少しており、その減少速度が緩慢である他、一定の水準以下には減少しない。

そこで、均衡 gap がある水準まで減少したら、それ以降に現れる全ての \mathbf{f}^k の平均値を求めることを考える。これにより、不規則な振動パターンを見せる \mathbf{f}^k の「中心」にあると考えられる均衡に近付くことが期待される。この平均値を求めるために定義された変数が $n^{sample2}$ と \mathbf{F}^2 であり、それぞれ、サンプル数と合計値を格納する。これらの変数は 3) で初期化される。そして、10) において、 $k \geq n^{burnin}$ を満たすときに限り、サンプル数と合計値の更新が行われる。 n^{iter} は繰り返し回数であり、11) で $k = n^{iter}$ に達するとアルゴリズムが終了し、 $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$ の値が返却される。図-3 のオレンジのグラフ (gap2) は、 $n^{burnin} = 350$ と設定したうえで、 $\mathbf{F}^2/n^{sample2}$ の推移をプロットしたものである。gap2 は振動が抑えられており、gap1 よりも速く、より低い値を達成できていることが確認できる。

1 リンクネットワークに対して $n^{period} = 15$ 、 $n^{burnin} = 350$ として提案アルゴリズムを適用する。図-7 に $n^{iter} = 1000$ のときの結果を、図-8 に $n^{iter} = 10000$

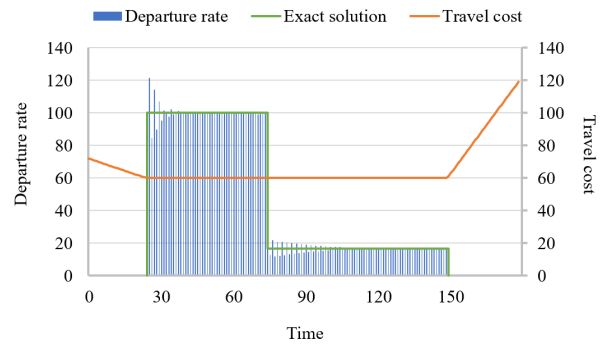


図-11 提案アルゴリズムにより求められた経路 1 の時点別の交通量と旅行費用

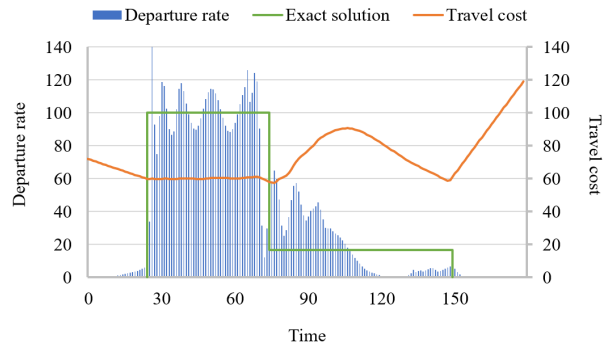


図-12 EPA により求めた経路 1 の時点別の交通量と旅行費用

のときの結果を示す。gap は $n^{iter} = 1000$ のときは 0.0035 に、 $n^{iter} = 10000$ のときは 0.00083 になった。どちらのケースにおいても、旅行者の出発時点に応じた旅行費用が平準化されていることを確認できる。特に、 $n^{iter} = 10000$ のときには、厳密解と同様に、二つの長方形が繋がった形状の交通量のグラフが再現されていることが確認できる。以上より、この 1 リンクネットワークについては、提案アルゴリズムの有効性が確認された。

n^{period} の設定によっては、提案アルゴリズムは有効に機能しない。1 リンクネットワークに対して、 $n^{burnin} = 350, n^{iter} = 1000$ としたうえで、提案アルゴリズムを適用して求められる均衡における gap と、 n^{period} の関係を示したのが図-9 である。この図より、 n^{period} が 1、あるいは 24 以上のとき、提案アルゴリズムは機能しないことを確認できる。一方、 n^{period} が 2 以上 23 以下の範囲内においては、求められる均衡の精度に多少のばらつきはあるものの、提案アルゴリズムは有効に機能する。この結果より、 n^{period} には 2 から 20 の範囲内の値を設定することが適切だと考えられる。以下、本研究では $n^{period}, n^{burnin}, n^{iter}$ の設定に一貫して $n^{period} = 15, n^{burnin} = 350, n^{iter} = 10000$ を用いる。

⁸6)でEPAの代わりにPAを用いた場合には、このような収束性

は確認されなかった。

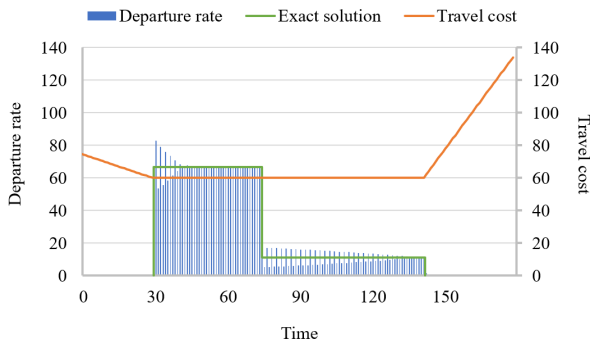


図-13 提案アルゴリズムにより求めた
経路2の時点別の交通量と旅行費用

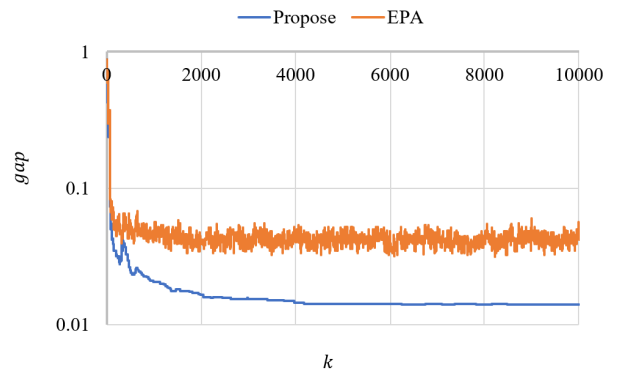


図-15 Sioux-Falls ネットワークにおける均衡 gap の推移

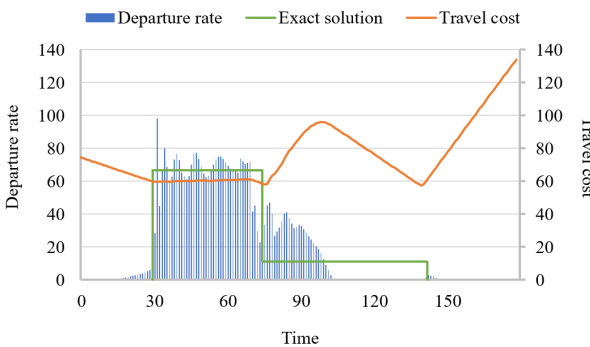


図-14 EPAにより求めた
経路2の時点別の交通量と旅行費用

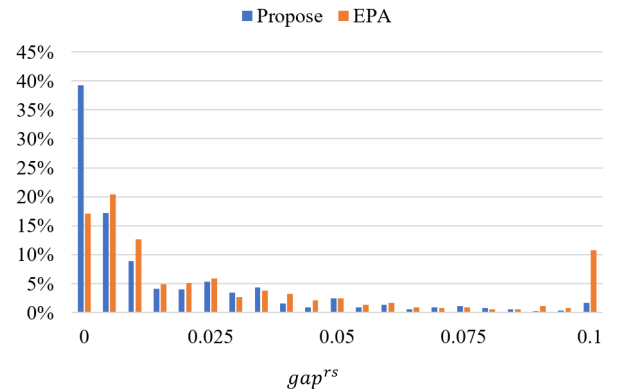


図-16 ODペア別均衡 gap のヒストグラム

(4) 2リンクネットワークへの適用

続いて、均衡の解析解を導出可能な2リンク・1ODペアのネットワークに対して提案アルゴリズムを適用するとともに、その結果をEPAの適用結果と比較する。EPAを適用する場合には、10000回の繰り返し計算を行い、その中で均衡 gap が最小の交通量ベクトル f^k を近似解とする。

旅行者の費用に関わるパラメータは $\alpha = 1, \beta = 0.5, \gamma = 2$ と設定する。 $Q = 10000$ 台の OD 交通量が、並行する2本のリンク(リンク1,2)のいずれかを通り目的地に向かう。リンク1を通る経路を経路1、リンク2を通る経路を経路2と呼ぶ。リンク1の自由流旅行時間は10分、交通容量は3000台/時、リンク2の自由流旅行時間は15分、交通容量は2000台/時に設定する。希望到着時刻は $t^* = 135$ 分に設定する。 T は180分に設定し、 $[0, 180]$ を $n = 180$ 個の1分間の時点に分割する。

提案アルゴリズムとEPAの下での均衡 gap の推移を図-10に示す。EPAの均衡 gap は0.10から0.45の範囲で振動しているのに対して、提案アルゴリズムの均衡 gap はほぼ単調に減少しており、10000回の繰り返し後には0.00058まで減少する。

提案アルゴリズムとEPAにより求められた近似解における、経路別・時点別の交通量と旅行費用のグラフを図-11、図-12、図-13、図-14に示す。図中の緑色のグラフは

Amott⁹⁾の導出した数式を用いて計算した厳密解である。提案アルゴリズムの下では、経路と出発時点に応じた旅行費用が平準化されていること、および、厳密解に近い近似解が得られていることが確認できる。以上より、経路選択を含む場合にも、提案アルゴリズムは有効に機能し得ることが確認された。

6. 多起点多終点ネットワークへの適用

(1) ネットワークと分析の前提条件

本章では提案アルゴリズムを多起点多終点ネットワークに適用するとともに、その結果をEPAの適用結果と比較する。EPAを適用する場合には、10000回の繰り返し計算を行い、その中で均衡 gap が最小の交通量ベクトル f^k を近似解とする。

適用対象となるネットワークには、オンライン上で公開されているSioux-Falls network¹⁵⁾を用いる。このネットワークは24個のノードと76本のリンクから構成される。交通量が正のODペア数は528である。公開されているネットワークデータは、静的利用者均衡を対象としたデータであるが、加工せずにそのまま利用する。リンクの交通容量のデータの単位は台/時として解釈する。式(33)で説明した手法を用いて経路集合を作成したところ、総

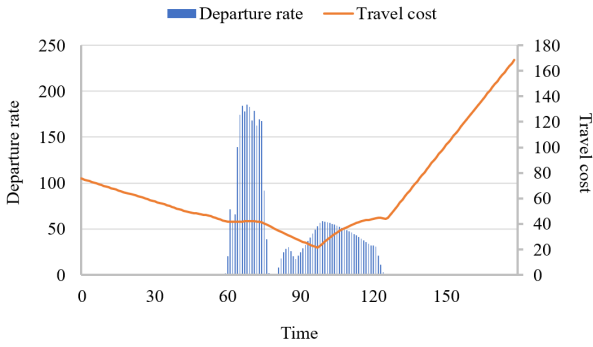


図-17 提案アルゴリズムにより求められた ODペア 17-10の時点別の交通量と旅行費用

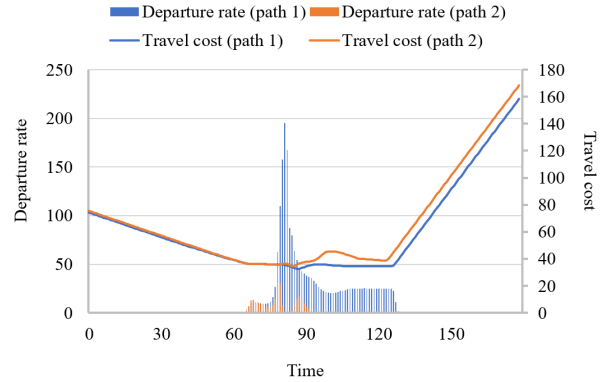


図-19 提案アルゴリズムにより求められた ODペア 22-20の経路別・時点別の交通量と旅行費用

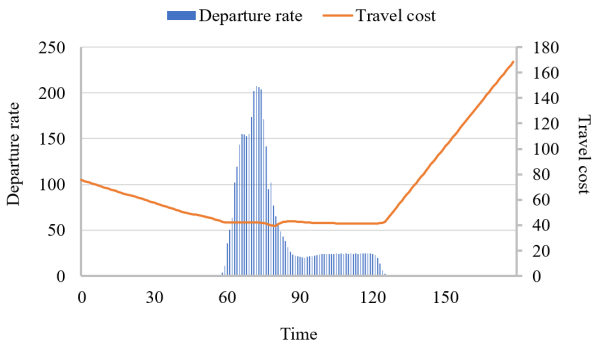


図-18 EPAにより求められた ODペア 17-10の時点別の交通量と旅行費用

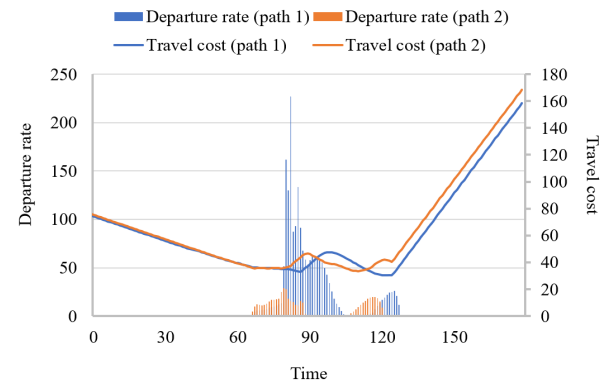


図-20 EPAにより求められた ODペア 22-20の時点別の交通量と旅行費用

経路数は 1533 本となった。

Small⁶⁾は、旅行者の費用に関わるパラメータである α, β, γ をそれぞれ6.4, 3.9, 15.21[\$/時]と推定している。そこで、本章の分析では、この推定値を基に α を 1 に基準化し、 $\alpha = 1, \beta = 3.9/6.4, \gamma = 15.21/6.4$ と設定する。希望到着時刻は $t^* = 120$ 分に設定する。 T は 180 分に設定し、 $[0, 180]$ を $n = 180$ 個の 1 分間の時点に分割する。

式(47)で定義した均衡 gap は全 OD ペアを対象としたものである。個別の OD ペアについても、どの程度均衡に近い状態が実現されているのかを確認するために、OD ペア別の均衡 gap を以下のように定義する。

$$gap^{rs} = 1 - \frac{\min_{p,\tau} c_{p\tau}^{rs}}{\frac{1}{Q^{rs}} \sum_{p \in K_{rs}} \sum_{\tau=1}^m f_{p\tau}^{rs} c_{p\tau}^{rs}} \quad (50)$$

(2) 適用結果

提案アルゴリズムと EPA の下での均衡 gap の推移を図-15 に示す。EPA の均衡 gap は 0.03 から 0.05 の範囲で振動している一方で、提案アルゴリズムの均衡 gap はほぼ単調に減少しており、10000 回の繰り返し後には 0.014 まで減少する。

提案アルゴリズムと EPA により求められた近似解における、OD ペア別の均衡 gap のヒストグラムを図-16 に示す。提案アルゴリズムの分布のほうが左へ偏っており、

多くの OD ペアにおいて均衡に近い状態を実現できていることが確認できる。

EPA と比較して、提案アルゴリズムの下で均衡 gap を大きく改善できた OD ペアを二つ取り上げる。一つは、(出発地・目的地のノード番号が) 17-10 の OD ペア、もう一つは、22-20 の OD ペアである。均衡において使われている経路数は、OD ペア 17-10 では 1 本、OD ペア 22-20 では 2 本であった。

提案アルゴリズムと EPA により求められた近似解における、OD ペア 17-10 の時点別の交通量と旅行費用のグラフを図-17、図-18 に示す。同様に、OD ペア 22-20 の経路別・時点別の交通量と旅行費用のグラフを図-19、図-20 に示す。提案アルゴリズムの下では、経路と出発時点に応じた旅行費用が平準化されていることが確認できる。以上より、一般的な多起点多終点ネットワークにおいても、提案アルゴリズムは有効に機能し得ることが確認された。

7. おわりに

本研究は、経路・出発時刻同時選択型の動的利用者均

均衡配分問題の解法として、既存のものよりも精度の高い解法を提案し、その有効性を検証した。まず、一般的な均衡ダイナミクスでは、出発時刻選択を含む動的利用者均衡を求められないことを議論した。そのうえで、均衡ダイナミクスを用いた解法の一つである EPA を改良することにより、より均衡に近い状態を求める手法を提案した。さらに、Sioux-Falls network における動的利用者均衡配分問題に提案手法を適用し、EPA と比較してより均衡に近い状態を求められることを確認した。

本研究には以下の課題が残されており、今後解決していく必要がある。第一に、渋滞のモデルとして、渋滞の延伸を表現できる LWR モデルを採用した場合でも、提案アルゴリズムが有効に機能するのかどうかを確認する必要がある。第二に、Sioux-Falls network よりも大規模なネットワークを対象とした場合でも、提案アルゴリズムが有効に機能するのかどうかを確認する必要がある。

付録 I DNL モデルの記述

離散事象シミュレーション¹²⁾ (あるいは可変時間増分法によるシミュレーション¹³⁾) は、システムの状態を変化させる事象 (イベント) に着目したシミュレーション手法である。この手法において重要な役割を果たすのが、将来に起こる事象とその時刻を記録した事象表 (イベントリスト) である。シミュレーションの 1 ステップは、以下の順序に従って行われる。まず、事象表の中から時刻が最も早い事象を取り出し (取り出された事象は事象表から削除される)、その時刻までシステムの時刻を進める。次に、取り出された事象に従いシステムの状態を更新するとともに、将来に新たな事象が起きることが判明した場合には、その事象を事象表に追加する。このステップを、事象表に記録されている事象が無くなるまで続ける。

以上のアルゴリズムを疑似コードの形式で記述したものが図-21 である。末尾に()が付いた単語は関数名 (もしくはサブルーチン名) を表す。それ以外の単語は変数名もしくはオブジェクト名を表す。clk はシステムの時刻である。Initialize はシステムの状態を初期化する関数である。システムの状態を表す変数 (clk など) は関数間で共有されているとする。event_list は事象表であり、事象のリストとして表される⁹⁾。各事象は、発生時刻 (time)、識別番号 (id)、追加的な情報 (info) のタプルとして表される。Retrieve_event は event_list 内で最小の time を持つ事象を取り出す関数である。Execute_Eid は識別番号が id の事象を実行す

```

clk = 0.0;
Initialize();
while (event_list is not empty) do
  (time, id, info) = Retrieve_event();
  clk = time;
  switch (id) do
    case 1: Execute_E1(info);
    case 2: Execute_E2(info);
    ...
  end switch
end while

```

図-21 シミュレータの基幹部の疑似コード

```

function Increase_period(info)
  τ += 1;
  Vehicles_birth();
  if (τ < n - 1) then
    Schedule_event( (τ + 1)Δt,
      INCREASE_PERIOD, none );
  end if
end function

```

図-22 Increase_period の疑似コード

```

function Vehicles_birth()
  for all rs in R do
    for all p in Krs do
      for all v in 0 to  $\left\lfloor \frac{r_{rs}^{rs}}{u} \right\rfloor$ 
        next_vehicles[r, s, p].append
          ( (r, s, p, t_{pr}^{rs}(v), u_{pr}^{rs}(v)) );
      end for
      next_vehicle[r, s, p] =
        next_vehicles[r, s, p].pop();
      Schedule_event( t_{pr}^{rs}(0),
        VEHICLE_DEPART, (r, s, p) );
    end for
  end for
end function

```

図-23 Vehicles_birth の疑似コード

る関数である。この関数には info を渡すことができる。

本研究の DNL モデルには以下の 4 種類の事象が存在する: (1) 時点 τ を 1 つ増やす Increase_period, (2) 車両を 1 台出発させる Vehicle_depart, (3) 車両 1 台をリンクのボトルネックに到着させる Vehicle_arrive_link_exit, (4) リンクのボトルネックのゲートを開く Link_exit_open. 以下では、これらの事象を実行する関数 (図-21 の Execute_Eid) のアルゴリズムを説明していく。

図-22 は Increase_period の疑似コードである。図中

⁹⁾ 通常は発生時刻に関する順序を考慮可能なヒープとして実装

される。

で斜体の記号は 4. の数式中の記号と同じ意味を持つ。まず、システムの時点 t を 1 増加させる。次に、現在時点内に出発する車両を作成する `Vehicles_birth` を実行する。次に、現在の時点が最終時点 $n - 1$ ではない場合には、次の時点の `Increase_period` の実行が予約される。`Schedule_event` は事象表に事象を追加する関数であり、その引数は事象の発生時刻、識別番号、追加的な情報である。`INCREASE_PERIOD`のように全ての文字が大文字の単語は、対応する事象の識別番号を表す。`Increase_period`には追加的な情報が無いため、第三引数は `none` になっている。

図-23 は `Vehicles_birth` の疑似コードである。全ての OD ペアと全ての経路について、以下の処理を実行する。まず、その時点内に出発する $\lfloor f_{pt}^{rs} / \bar{u} \rfloor + 1$ 個の粒子（車両）を、出発時点について昇順になるように `next_vehicles[r , s , p]` に追加する。`next_vehicles[r,s,p]`は、将来に出発する OD ペア $rs \cdot$ 経路 p の車両を要素とするリストである。`append` はリストのメソッドであり、引数を当該リストの末尾に追加する。車両は出発地（`origin`）、目的地（`destination`）、経路（`path`）、出発時刻（`depart_time`）、大きさ（`mass`）を要素とするタプルとして表される。次に、`next_vehicles[r,s,p]`の先頭の車両を取り出し、`next_vehicle[r,s,p]`に代入する。`next_vehicle[r,s,p]`は、次に出発する OD ペア $rs \cdot$ 経路 p の車両を表す。`pop` はリストのメソッドであり、当該リストの先頭要素を取り出して返却する。取り出された要素はリストから削除される。次に、この車両の出発を事象として予約する。この車両の出発時刻は $t_{pt}^{rs}(0)$ となる。`Vehicle_depart` には追加的な情報として、車両の OD ペアと経路を渡す。

図-24 は `Vehicle_depart` の疑似コードである。まず、`next_vehicle[r,s,p]`を、経路 p 上の最初のリンクに移動させる。これは後述の `Move_vehicle_to_next_link` 関数によって行われる。次に、`next_vehicles[r,s,p]`に車両が残っている場合には、先頭の車両を取り出し、`next_vehicle[r,s,p]`に代入する。そして、この車両の出発を事象として予約する。

図-25 は `Move_vehicle_to_next_link` の疑似コードである。この関数は引数として車両 `vehicle` と、車両の現在地を表すノード番号 i を取る。ノード i が車両の目的地でない場合には、車両の経路上の次のリンク a を探索し、`running_vehicles[a]`の末尾に追加する。`running_vehicles[a]`はリンク a の走行区間に存在する車両を要素とするリストである。そして、車両のリンク a のボトルネックへの到着を事象として予約する。ボトルネックへの到着時刻は、現在時刻にリンク a の自由流旅行時間 l_a を足した値となる。

```
function Vehicle_depart((r, s, p))
  Move_vehicle_to_next_link
  (next_vehicle[r, s, p], r);
  if (next_vehicles[r, s, p] is not empty)
  then
    next_vehicle[r, s, p] =
    next_vehicles[r, s, p].pop();
    Schedule_event
    ( next_vehicle[r, s, p].depart_time,
    VEHICLE_DEPART, (r, s, p) );
  end if
end function
```

図-24 Vehicle_depart の疑似コード

```
function Move_vehicle_to_next_link
(vehicle, i)
  if (i != vehicle.destination) then
    a = ID of the link on vehicle.path
    whose init node is node i;
    running_vehicles[a].append(vehicle);
    Schedule_event(clk + l_a,
    VEHICLE_ARRIVE_LINK_EXIT, a);
  else then
    r = vehicle.origin;
    s = vehicle.destination;
    p = vehicle.path;
     $\theta = \text{floor}(\text{vehicle.depart\_time} / \Delta t)$ ;
    if ( $f_{p\theta}^{rs} > 0.0$ ) then
       $c_{p\theta}^{rs} += \text{vehicle.mass} / f_{p\theta}^{rs} *$ 
      Travel_cost(vehicle.depart_time,
      clk);
    else then
       $c_{p\theta}^{rs} = \text{Travel\_cost}$ 
      (vehicle.depart_time, clk);
    end if
  end if
end function
```

図-25 Move_vehicle_to_next_link の疑似コード

```
function Travel_cost(depart_time,
arrive_time)
  if (arrive_time <= t*) then
    return  $\alpha * (\text{arrive\_time} - \text{depart\_time})$ 
    +  $\beta * (t^* - \text{arrive\_time})$ ;
  else then
    return  $\alpha * (\text{arrive\_time} - \text{depart\_time})$ 
    +  $\gamma * (\text{arrive\_time} - t^*)$ ;
  end if
end function
```

図-26 Travel_cost の疑似コード

`Vehicle_arrive_link_exit` には、追加的な情報としてリンク番号 a を渡す。一方、ノード i が車両の目的地で

ある場合には、車両が旅行を終了したことを意味するので、車両の OD ペア rs ・経路 p ・出発時点 θ の値を $vehicle$ から抽出したうえで、式(29),(30),(38),(39)に従い $c_{p\theta}^{rs}$ を更新する。 $c_{p\theta}^{rs}$ の初期値は 0 であり、図中の処理により、シミュレーションの終了時には定義通りの数値が代入された状態となる。 $floor$ は床関数である。 $Travel_cost$ は図-26 により定義される関数であり、車両の出発時刻 $depart_time$ と到着時刻 $arrive_time$ から車両の旅行費用を計算する。

図-27 は $Vehicle_arrive_link_exit$ の疑似コードである。まず、 $running_vehicles[a]$ の先頭の車両を取り出す。次に、この車両を $waiting_vehicles[a]$ の末尾に追加する。 $waiting_vehicles[a]$ はリンク a のボトルネックに存在する車両を要素とするリストである。次に、図-28 で定義される $Pass_vehicle_if_possible$ 関数を実行する。この関数は引数としてリンク番号 a を取り、当該リンクのボトルネックのゲートが開いており、かつ、ボトルネックに車両が存在する場合に限り、 $waiting_vehicles[a]$ の先頭の車両を次のリンクへ移動させる処理を行う。 $exit_open[a]$ はリンク a のゲートが開いているかどうかを表す二値変数である。車両を次のリンクへ移動させると、ゲートは閉鎖される。そこで、現在時刻から $vehicle.mass/C_a$ 分後にゲートを開くように事象の予約を行う。 $Link_exit_open$ には、追加的な情報としてリンク番号 a を渡す。

図-29 は $Link_exit_open$ の疑似コードである。 $exit_open[a]$ を $true$ に書き換えてゲートを開き、 $Pass_vehicle_if_possible$ 関数を実行する。

以上で 4 種類の事象のアルゴリズムを全て説明した。最後に、システムの状態を初期化する関数 $Initialize$ を説明する。図-30 は $Initialize$ の疑似コードである。初期化対象となる変数は、平均旅行費用を記録する $c_{p\theta}^{rs}$ 、車両を要素とするリスト、リンクのゲートの開閉状況を表す $exit_open$ 、事象表 $event_list$ 、システムの時点 τ である。初期化を行った後に、時点 $\tau = 0$ に出発する車両を作成する $Vehicles_birth$ を実行するとともに、システムの時点 $\tau = 1$ に増やす事象を予約する。

付録 II 最適化問題(41)の解法

最適化問題(41)の解法は Friesz et al.⁽³⁶⁾ や Gentile⁽⁴⁾ などと詳しく述べられているので、ここでは解法の導出過程は述べずに解法の手順のみを述べる。

ベクトル \mathbf{x}, \mathbf{y} の要素のうち、OD ペア rs の経路 p 、出発時点 τ の交通量 $f_{p\tau}^{rs}$ に対応するものを $x_{p\tau}^{rs}, y_{p\tau}^{rs}$ で表す。最適解 \mathbf{y}^* を求める処理は各 OD ペア rs について個別に行うことができる。

```
function Vehicle_arrive_link_exit(a)
  vehicle = running_vehicles[a].pop();
  waiting_vehicles[a].append(vehicle);
  Pass_vehicle_if_possible(a);
end function
```

図-27 $Vehicle_arrive_link_exit$ の疑似コード

```
function Pass_vehicle_if_possible(a)
  if (exit_open[a] == true and
      waiting_vehicles[a] is not empty) then
    vehicle = waiting_vehicles[a].pop();
    i = ID of the term node of link a;
    Move_vehicle_to_next_link(vehicle, i);
    exit_open[a] = false;
    Schedule_event(clk + vehicle.mass/C_a,
                  LINK_EXIT_OPEN, a);
  end function
```

図-28 $Pass_vehicle_if_possible$ の疑似コード

```
function Link_exit_open(a)
  exit_open[a] = true;
  Pass_vehicle_if_possible(a);
end function
```

図-29 $Link_exit_open$ の疑似コード

```
function Initialize()
  for all rs in R do
    for all p in K_rs do
      Initialize next_vehicles[r, s, p];
      for all theta in 0 to n - 1 do
         $c_{p\theta}^{rs} = 0.0$ ;
      end for
    end for
  end for
  for all a in A do
    Initialize running_vehicles[a];
    Initialize waiting_vehicles[a];
    exit_open[a] = true;
  end for
  Initialize event_list;
   $\tau = 0$ ;
  Vehicles_birth();
  Schedule_event( $\Delta t$ , INCREASE_PERIOD,
                 none);
end function
```

図-30 $Initialize$ の疑似コード

添え字として rs を持つ \mathbf{x} の要素 $x_{p\tau}^{rs}$ の値を降順に並べ、 $x_{o(1)\tau}^{rs}, x_{o(2)\tau}^{rs}, \dots, x_{o(N_{rs})\tau}^{rs}$ とする。 $o(j)$ は $x_{p\tau}^{rs}$ の値が j 番目に大きい (p, τ) の組を表す (同順位の (p, τ) がある場合にも、それらに異なる順位を与え、 $o(j)$ が唯一に定まるようにしておく)。 N_{rs} は添え字として rs を持つ \mathbf{x} の要素数で

ある。あとは、以下の手順に従うことにより、 y_{pr}^{*rs} を決定できる。

- 1) $I \leftarrow 1$
- 2) もし $I = N_{rs}$ なら 5) に進む。
- 3) $z \leftarrow x_{o(I+1)}^{rs} + \frac{1}{I} [Q^{rs} - \sum_{j=1}^I x_{o(j)}^{rs}]$
- 4) もし $z \leq 0$ なら 5) に進む。そうでなければ、 $I \leftarrow I + 1$ とし、2) に戻る。
- 5) $y_{o(j)}^{*rs} \leftarrow x_{o(j)}^{rs} + \frac{1}{I} [Q^{rs} - \sum_{j'=1}^K x_{o(j')}^{rs}]$ ($\forall j \leq I$)
- 6) $y_{o(j)}^{*rs} \leftarrow 0$ ($\forall j > I$)

REFERENCES

- 1) Huang, H.-J. and Lam, W. H. K.: Modeling and solving the dynamic user equilibrium route and departure time choice problem in network with queues, *Transportation Research Part B*, Vol. 36, No. 3, pp. 253-273, 2002.
- 2) 長江剛志, 赤松隆, 清水廉, 宏然: 経路・出発時刻同時選択型の動的利用者均衡配分の求解法: 二次計画問題アプローチ, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol. 76, No. 3, pp. 264-281, 2020.
- 3) Wie, B.-W., Tobin, R. L., Friesz, T. L. and Bernstein, D.: A discrete time, nested cost operator approach to the dynamic network user equilibrium problem, *Transportation Science*, Vol. 29, No. 1, pp. 79-92, 1995.
- 4) Florian, M., Mahut, M. and Tremblay, N.: Application of a simulation-based dynamic traffic assignment model, *European Journal of Operational Research*, Vol. 189, No. 3, pp. 1381-1392, 2008.
- 5) Friesz, T. L., Han, K., Neto, P. A., Meimand, A. and Yao, T.: Dynamic user equilibrium based on a hydrodynamic model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 47, pp. 102-126, 2013.
- 6) Han, K., Eve, G. and Friesz, T. L.: Computing dynamic user equilibria on large-scale networks with software implementation, *Networks and Spatial Economics*, Vol. 19, pp. 869-902, 2019.
- 7) Szeto, W. Y. and Hong, K. L.: A cell-based simultaneous route and departure time choice model with elastic demand, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 38, No. 7, pp. 593-612, 2004.
- 8) Nie, Y. and Zhang, H. M.: Solving the dynamic user optimal assignment problem considering queue spillback, *Networks and Spatial Economics*, Vol. 10, pp. 49-71, 2010.
- 9) Arnott, R.: Departure time and route choice for the morning commute, *Methodological Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 24, No. 3, pp. 209-228, 1990.
- 10) Lahkar, R. and Sandholm, W. H.: The projection dynamic and the geometry of population games, *Games and Economic Behavior*, Vol. 64, No. 2, pp. 565-590, 2008.
- 11) Sandholm, W. H., Dokumaci E. and Lahka, R.: The projection dynamic and the replicator dynamic, *Games and Economic Behavior*, Vol. 64, No. 2, pp. 666-683, 2008.
- 12) Choi, B. K. and Kang, D.: *Modeling and Simulation of Discrete -Event Systems*, Wiley, 2013.
- 13) 飯田恭敬, 岡田憲夫: 土木計画システム分析 現象分析編, 森北出版, 1992.
- 14) Gentile, G.: Solving a dynamic user equilibrium model based on splitting rates with gradient projection algorithms, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 92, pp. 120-147, 2016.
- 15) Transportation Networks for Research Core Team: *Transportation Networks for Research*, <https://github.com/bstabler/TransportationNetworks> (最終閲覧日: 2023-3-3)
- 16) Small, K. A.: The scheduling of consumer activities: work trips, *American Economic Review*, Vol. 72, No. 3, pp. 467-79, 1982.

(Received July 1, 2022)

(Accepted November 1, 2022)

IMPROVED PROJECTION ALGORITHM APPLIED TO DYNAMIC USER EQUILIBRIUM TRAFFIC ASSIGNMENT WITH DEPARTURE TIME CHOICE

Shunsuke SEGI and Masaki ICHIKAWA

This study proposes a heuristic algorithm applied to dynamic user equilibrium traffic assignment problems with simultaneous route/departure time choice. First, we argue that ordinary equilibrium dynamics in evolutionary game theory cannot find equilibrium of this kind of problems. Then, we propose a new heuristic algorithm than can find a state closer to the equilibrium by improving the extra projection algorithm (EPA), which is a solution method using equilibrium dynamics. We apply the proposed algorithm to a dynamic user equilibrium allocation problem in a network with multiple origins and destinations, and confirm that a state closer to the equilibrium can be obtained than EPA.