サプライチェーンにおける防災投資の外部性を考慮した災害保険モデルの分析

小林 あかり [1]・織田澤 利守 [2]

[1]学生会員　神戸大学　工学部市民工学科（〒 657-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1）
E-mail: 1924252t@stu.kobe-u.ac.jp
[2]正会員　神戸大学大学院教授　工学研究科市民工学専攻 （同上）
E-mail: ota@opal.kobe-u.ac.jp(Corresponding Author)

災害が頻発する我が国において，産業分野の防災力向上は重要な課題であるものの，現状では，BCP の策定や災害保険の加入といった企業による災害リスクへの対策が十分に行われているとは言い難い．本研究では，防災投資と保険購入の水準を企業が同時に決定するモデルを定式化し，サプライチェーンに属する企業間に作用する防災投資の外部性と情報の非対称性に起因する災害保険市場の不完全性がこうした問題の要因であることを明らかにする．その上で，防災 DX 技術の進展等に伴う保険市場の不完全性の解消が企業行動に及ぼす影響について分析する．さらに，サプライチェーンの防災力向上に向けた新たな災害保険スキームとして，企業に防災投資のインセンティブを付与できるリベート付き災害保険を提案し，モデル分析を通じてその効果を示す．

Key Words : *insurance, supply chain, disaster, externality, effort*

1.　はじめに

日本は常に災害の脅威にさらされており，いかに防災対策を行うかは，我が国が取り組むべき大きな課題の一つである．企業についても，災害がひとたび発生すると，工場の操業停止や物的損害が起こる可能性は高い．特に，サプライチェーンに対する災害の影響は大きなものとなる．サプライチェーンの一端を担う企業の操業がストップすると，直接被災していない地域の企業もその影響を受けることになり，一地点で発生した災害が地域や国を越えて，大きな損失をもたらすこともしばしばある．企業はこのような事態に備えて，リスクマネジメントを行う必要がある．災害に対するリスクマネジメントには，大きく二通りのアプローチがある．一つ目はリスクコントロールであり，事前の防災・減災対策，すなわち「防災努力」を指す．例えば、ハザードマップで示されている危険区域に工場が建っている場合，工場を安全な地域に移転することで操業停止の可能性や損害規模の低減を図ることができる．また，建物や工場の耐震性，耐水性を補強することによっても防災の効果が期待される．他にも，事業継続計画（BCP）や事業継続マネジメント（BCM）を取り決めておくことで，緊急事態に遭遇した場合の損害を最小限にとどめつつ，事業の継続や早期復旧を可能にすることができる．二つ目はリスクファイナンスであり，災害が発生した際に，経営への資金的なインパクトを最小限に抑えるようなリスク対策を意味する．具体的には，災害による物的損害を補償する災害保険や企業の操業が停止した場合の損失を補償する事業中断（Business Interruption ; BI）保険への加入などがある．つまり，災害に対するリスクマネジメントの主な手段は，事前の防災努力，もしくは災害保険への加入の二つに大別される．よって，我が国の産業の強靭化を図るにあたっては，企業の防災努力と災害保険加入に関する決定行動について分析し，災害に対するリスクマネジメントの望ましいあり方を探る必要がある．

本研究では，サプライチェーンに属する企業の防災努力に着目する．サプライチェーンに属するある企業が操業停止する確率は，サプライチェーンに属する他の企業の防災努力の水準にも影響を受ける．同時に，ある企業が行った防災努力は，他の企業の操業停止確率を低減するという意味で恩恵を与えることになる．すなわち，防災努力には外部性が存在する．このような防災努力の外部性によって，サプライチェーンに属する企業における努力のインセンティブが低下し，結果として防災努力が不足する事態を招く恐れがある．防災努力が不足することは，企業単体の問題にとどまらず，産業全体の防災力に関わる深刻な問題である．よって，企業により高い水準の努力を促し，日本産業の防災水準を改善するためには，この外部性について考慮することが重要であると考えられる．

日本企業の災害保険への加入率は，他先進国と比較

して大きく劣後している．保険未加入の理由としては，災害保険に対する知識の欠如，保険料の高さ，限定的な補償内容，保険金が十分でないことなどが挙げられている [1)]．一般に，保険サービスの売り手である保険会社と買い手である加入者の間には情報の非対称性が存在する．このとき，リスクの低い主体にとって保険会社が設定する保険料は割高となり，保険加入を断念せざるを得なくなる．これは,「逆選択」と呼ばれる保険市場が抱える代表的な問題である．ここで，保険メカニズムの改善に向けて，二つの動きに注目する．一つ目は，近年技術の発展が目覚ましい防災 DX（防災デジタルトランスフォーメーション）である．現状では困難な被害状況の正確な予測が防災 DX によって実現される見込みは高く，この技術を保険メカニズムに活用することで，より高度な保険の提供につながる可能性がある．二つ目は，企業の防災努力を評価する取り組みの促進である．ESG などがこれに該当する．企業の防災努力を正確に評価し，その水準に見合った見返りを企業に還元するような制度を導入することができれば，防災努力と保険への加入はともに促されることが期待される．実際に，不動産分野の ESG では災害リスク対応が評価対象に組み込まれているほか，日本政策投資銀行（DBJ）は BCM 格付融資（防災・減災や事業継続への先進的な取り組みを行っている企業や，今後取り組みを推進していくことを考えている企業に対し，支援を行う融資メニュー）を導入している．

本研究では，サプライチェーンに属する企業間に作用する防災投資の外部性と情報の非対称性に起因する災害保険市場の不完全性に着目し，企業が防災投資と保険購入の水準を同時に決定するモデルを定式化する．その上で，防災 DX 技術の進展等に伴う保険市場の不完全性の解消が企業行動に及ぼす影響について分析する．さらに，サプライチェーンの防災力向上に向けた新たな災害保険スキームとして，企業に防災投資のインセンティブを付与できるリベート付き災害保険を提案し，モデル分析を通じてその効果を示す．

本稿の構成は以下の通りである．**2.** では，関連する既往研究の整理に基づいて，本研究の目的や新規性を明確にする．**3.** では，先行研究を踏まえた上で，本研究の基本モデル，および現況を表現した災害保険モデルについて説明する．**4.** では，現況を改善したモデルとして，新たな災害保険モデルを考案し，企業の行動の分析・努力の比較検討を行う．**5.** では，社会的最適な努力水準を達成するケースについて提示した後，ファーストベストとセカンドベストのケースについて分析し，比較検討を行う．最後に，**6.** で結論を述べる．

図–1 Liu ら (2022)[6)] の設定

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

サプライチェーンの途絶リスクに対する企業の戦略に関しては，これまでも様々な研究がなされてきた．Dong ら (2018)[2)] は，サプライチェーンの上流または下流のどちらかで途絶発生の可能性がある 2 段階生産チェーンにおける，企業の在庫・準備・保険戦略について着目しており，保険購入が企業に与える影響について分析している．また，Kleindorfer ら (2005)[3)] は，リスクマネジメントの基本であるリスク評価とリスク軽減の共同活動に着目しており，サプライチェーンの途絶リスクに対処することを目的とした管理システム設計への示唆を論じている．また，Zhen ら (2016)[4)] は，事業中断（BI）保険の購入が，途絶発生後の輸送回復にどのような影響を与えるかについて分析し，事前の BI 保険購入と事後の行動バックアップ輸送を比較している．さらに，Rahman ら (2022)[5)] は，サプライチェーンレジリエンスの取り組みと戦略の包括的な概観を提供するために，体系的な文献レビューを実施している．そして，サプライチェーンレジリエンスに関する研究分野における研究課題と今後の研究の方向性を提言している．

Liu らは，図 1 のようなサプライチェーンを想定し，その中心に位置する企業が保険購入と上流企業に対する発注量を戦略的に決定するモデルを分析している[1]．分析の結果，企業が保険へ加入することによって，上流企業への最適発注量が増加するとともに企業の期待効用が上昇する，すなわち，保険が企業価値を高めることを明らかにしている．しかし，この研究は企業の経営における発注戦略について注目したものとなっており，防災に対する企業努力については触れられていない．Serpa ら (2017)[8)] は，複数の企業を対象として，事故予防のための各企業の努力水準及び保険の導入がもたらす効果について分析している．まず，サプライチェーンに属する 2 つの企業に焦点を当て，複数の企業で事故予防の努力を行う際に一方の企業がフリーライドする可能性を指摘した．さらに，保険の導入が企

[1] Liu ら (2022) の研究の特徴として，リスク回避的な企業を仮定している点がある．通常，企業の行動をモデル化する場合には，企業がリスク中立的であるという仮定を置くことが一般的であるが，90 カ国の 1500 人の企業経営者を対象に行った調査では，経営者が意思決定を行う際にはリスク回避的な行動を取ることが多いことが明らかになっている (Koller ら (2012)[7)])．

業のフリーライドを抑制し，より効率的な事故リスクの管理を可能にすることを明らかにしている．

(2) 本研究の位置付け

前節で紹介した既往研究との違いを説明するとともに，本研究の位置付けについて述べる．Liu ら (2022) は，サプライチェーンに属するリスク回避的な企業の運営的戦略や企業価値の上昇について注目したものであり，企業の操業停止確率低減のための企業努力に関する考察はなされていない．また，1 つの企業についてのみ着目したモデルを使用しており，ある企業の振る舞いが別の企業にどのような影響を及ぼすかについては検討されていない．Serpa ら (2017) では，サプライチェーンに属する企業が企業保険に加入することで，企業間における努力の偏りを軽減できることを明らかにしているが，サプライチェーン全体の防災力を引き上げることを目的とした分析はなされていない．また，いずれの研究においても，BCP の策定や災害保険の加入といった企業による災害リスクへの対策が十分に行われていないという現況には着目しておらず，現状の保険システムの改善を目的とはしていない．

本研究では，サプライチェーンに属する企業間に作用する防災投資の外部性と情報の非対称性に起因する災害保険市場の不完全性を考慮し，防災投資と保険購入の水準を企業が同時に決定するモデルを構築する．その上で，構築したモデルが現状が抱える問題を一定程度再現できることを確認した上で，防災 DX 技術の進展等に伴う保険市場の不完全性の解消が企業行動に及ぼす影響について分析する．さらに，サプライチェーンの防災力向上に向けた新たな災害保険スキームとして，企業に防災投資のインセンティブを付与できるリベート付き災害保険を提案し，モデル分析を通じてその効果を示す．

3. 現況を表すサプライチェーンモデル

(1) モデルの概要

企業は損失を最小化するために，企業保険に加入することができる (Dong and Tomlin(2012)[9])．企業は保険による補償以外に短期間で補償を得る方法がないと仮定する．保険会社は企業の操業停止が発生する前に保険料を徴収し，企業が被る期待損失額に基づいて保険金額を決定する．

もし企業が保険会社に本当の情報を開示しなければ，モラルハザードや逆選択が発生する可能性がある．しかし本研究では，サプライチェーンに属する企業の保険加入決定と防災努力決定について分析を行うため，このモデルではモラルハザードや逆選択がないことを仮定している[2]．また，災害という大きな損害をもたらす可能性の高い事態については，企業もリスク回避的に振る舞うと仮定しても問題ないと考え，先行研究と同様に本研究でもリスク回避的な企業をモデル化する．企業のリスク回避姿勢を表現するために，$U'(x) > 0, U''(x) < 0$ の厳密増加凹型 Von neumann-Morgenstein 効用関数 $U(x)$ を使用する．具体的には，企業の効用関数を以下の式で定義することとする．ただし，x は企業の富を表す．

$$U(x) = \ln(x) \tag{1}$$

次に，本研究におけるサプライチェーンのリスク回避型企業のモデルを説明する．本来サプライチェーンには多くの企業が存在するが，本研究では単純化のために二つの企業 i，企業 j についてモデルを設定する．

各企業が平常時に得られる収益をそれぞれ π_i, π_j とし，操業が停止した場合に発生する損失をそれぞれ X_i, X_j とする．災害による操業停止確率を低減するために，二つの企業は観測不可能な努力をすることができる．例えば，工場を防災的観点から安全な地域に移転させたり，サービスの設計を改善したりすることができる．ここで，企業 i と企業 j の努力をそれぞれ $e_i \geq 0$ と $e_j \geq 0$ とする．ただし「努力」とは，金銭的な防災対策である防災投資に加えて，防災体制改善のための技術向上や人材教育などを含む，リスクコントロールを指すものとする．各企業の操業停止確率は以下のように設定する．

$$F_i(e_i, e_j) = \frac{p}{\exp\{\beta e_i + (1-\beta)e_j\}} \tag{2}$$

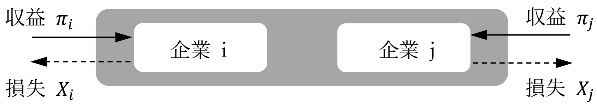
$$F_j(e_i, e_j) = \frac{p}{\exp\{(1-\beta)e_i + \beta e_j\}} \tag{3}$$

ここで，パラメータ $\beta \in (0,1)$ は自社の努力に対する自社の操業停止確率低減の感度を，$p \in (0,1)$ は防災努力が行われなかった場合の潜在的な操業停止確率を表し，共通知識であるとする．β が大きい場合，自社の努力は操業停止確率の低減に，より大きく寄与することを意味する．よって，一般に β>0.5 であるものと仮定する．

また，企業の操業停止確率 $F(e_i, e_j)$ は，企業 i と企業 j の努力は代替可能であるという考え方を反映していることに注意されたい．なぜなら，企業 j は企業 i の低い努力水準を補うためにより高い水準の努力をすることができ，その逆も然りであるからである．

[2] ESG の枠組みにおける防災対策の指標化や BCP などの認証制度の整備が進むことにより，内生的リスクの低減が予想される．

基本モデルにおけるキャッシュフローは図 2 のようになる[3].（点線は操業停止時のみに生じるキャッシュフローとする.）



図–2 基本モデルのキャッシュフロー

リスク回避型企業が企業保険に加入しない場合，各企業における期待利得は，操業停止がない場合には,

$$R_{i,1} = \pi_i \tag{4}$$

$$R_{j,1} = \pi_j \tag{5}$$

操業停止がある場合には,

$$R_{i,2} = \pi_i - X_i \tag{6}$$

$$R_{j,2} = \pi_j - X_j \tag{7}$$

となる．ここで，添字 1 は操業停止がない場合を表し，添字 2 は操業停止がある場合を表す．このとき，企業の期待効用はそれぞれ以下のように表される.

$$\begin{aligned} U_i^d(e_i, e_j) = & \ \{1 - F_i(e_i, e_j)\} U_i(\pi_{i,1}) \\ & + F_i(e_i, e_j) U_i(\pi_{i,2}) - \gamma e_i \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned} U_j^d(e_i, e_j) = & \ \{1 - F_j(e_i, e_j)\} U_j(\pi_{j,1}) \\ & + F_j(e_i, e_j) U_j(\pi_{j,2}) - \gamma e_j \end{aligned} \tag{9}$$

ここで，$\gamma > 0$ は努力を行うことによる効用減少のパラメータである．また，添字 d は保険なしの基本モデルを表す.

期待効用最大化問題を解くことによって，命題 1 が導出される.

命題 1. 企業保険に加入していない企業が操業停止の脅威に直面した場合，その最適努力水準は以下のようになる.

[3] Π をサプライチェーン全体の収益，X を全体の損失，$y \in (0, 1)$ を企業間の損失負担割合として，$\pi_i = w$, $X_i = yX$,$\pi_j = \Pi - w$, $X_j = (1 - y)X$ と設定すると，サプライチェーン特有のキャッシュフローを明示的に表現することができる.

$$e_i^d = \begin{cases} \dfrac{\beta}{2\beta - 1} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} \right] - \\ \dfrac{1-\beta}{2\beta - 1} \ln \left[\dfrac{1-\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\} \right] & (10a) \\ 0 & (10b) \end{cases}$$

(10a)...$e_j \leq \dfrac{1}{1-\beta} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} \right]$ のとき

(10b)...$e_j > \dfrac{1}{1-\beta} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} \right]$ のとき

$$e_j^d = \begin{cases} \dfrac{\beta}{2\beta - 1} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\} \right] - \\ \dfrac{1-\beta}{2\beta - 1} \ln \left[\dfrac{1-\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} \right] & (11a) \\ 0 & (11b) \end{cases}$$

(11a)...$e_i \leq \dfrac{1}{1-\beta} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\} \right]$ のとき

(11b)...$e_i > \dfrac{1}{1-\beta} \ln \left[\dfrac{\beta}{\gamma} p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\} \right]$ のとき

命題 1 は，一方の企業の努力水準がある閾値よりも小さい場合，他方の企業の努力水準は，平常時の期待効用と被災時の期待効用の差に基づいて決定されることを示している．また，一方の企業の努力水準が閾値よりも大きい場合には，他方の企業は努力をしない選択が最適となる．この結果は，相手企業の努力水準が高い場合には，自社は努力をする必要がなくなるというフリーライドの発生を示している．また，災害時に対する平常時の期待利得が大きい，すなわち損失割合が大きい企業の方が，努力が大きくなる傾向にあることも確かめられる．これは，災害時と平常時での期待利得の差を小さくしようするインセンティブが働くためであると考えられる.

(2) 保険料一定型の保険を導入したモデル

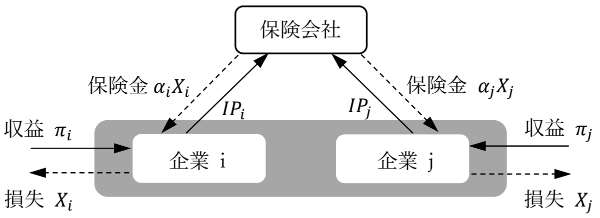
次に，前節の基本モデルに保険会社を導入したモデルを考える．

リスク回避型企業が災害保険への加入を検討する場合，企業にとっての最適な保険購入率と努力水準を決定し，保険会社に保険料の支払いを行う．保険市場が完全競争，すなわち，保険会社の利益がゼロであると仮定すると，企業は保険数理的に公正な保険価格で企業保険を購入することになる．すなわち，企業の保険料の支払いによって，企業の操業停止で生じる期待損失は正確にカバーされる (Rothschild and Stiglitz(1976)[10]；Azevedo and Gottlieb(2017)[11])．ここで，現段階では企業の防災努力を可視化するシステムや技術が確立されておらず，保険会社は，努力によって変化する操業停止確率を観測できないため，潜在的な操業停止確率 p を用いて保険を設計せざるを得ないことに注意されたい．つまり，ここでの「公正な保険価格」とは，厳密には公正でないものの，現状の前提を踏まえた上での公正な保険価格を意味している．各企業の保険の購入率を $\alpha_i \in [0,1]$,$\alpha_j \in [0,1]$ とすると，操業停止が発生した場合に保険会社から払い戻される損害額（保険金）は，企業 i に対して $\alpha_i X_i$，企業 j に対して $\alpha_j X_j$ となる．また，企業が保険会社に支払う保険料 IP は，期待損失に保険購入率を乗じた値であり，以下のように表される．

$$IP_i = \alpha_i p X_i \tag{12}$$

$$IP_j = \alpha_j p X_j \tag{13}$$

このとき，キャッシュフローは図 3 のようになる．



図–3 保険料一定型モデルのキャッシュフロー

各企業の期待利得は，操業停止がない場合，

$$R_{i,1} = \pi_i - \alpha_i p X_i \tag{14}$$

$$R_{j,1} = \pi_j - \alpha_j p X_j \tag{15}$$

操業停止がある場合，

$$R_{i,2} = \pi_i - X_i + \alpha_i(1-p)X_i \tag{16}$$

$$R_{j,2} = \pi_j - X_j + \alpha_j(1-p)X_j \tag{17}$$

となり，保険会社を導入した場合の企業の期待効用は以下のように表される．

$$\begin{aligned} U_i^c(e_i, e_j, \alpha_i) = \ &\{1 - F_i(e_i, e_j)\}U_i(R_{i,1}) \\ &+ F_i(e_i, e_j)U_i(R_{i,2}) - \gamma e_i \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} U_j^c(e_i, e_j, \alpha_j) = \ &\{1 - F_j(e_i, e_j)\}U_j(R_{j,1}) \\ &+ F_j(e_i, e_j)U_j(R_{j,2}) - \gamma e_j \end{aligned} \tag{19}$$

ただし，添字 c は，保険料一定型モデルの分析であることを示している．ここで，保険購入率 α に関する期待効用の一階微分式と，努力水準 e に関する期待効用の一階微分式より，命題 2 が導出される．

命題 2. 保険料一定型の保険を導入した場合の，サプライチェーンに属するリスク回避型企業の保険購入率は，それぞれ以下のように表される．

$$\alpha_i^c = \frac{(1-F_i)pX_i - (p - F_i)\pi_i}{(1-p)pX_i} \tag{20}$$

$$\alpha_j^c = \frac{(1-F_j)pX_j - (p - F_j)\pi_j}{(1-p)pX_j} \tag{21}$$

また，保険料一定型の保険を導入した場合の，サプライチェーンに属するリスク回避型企業の努力水準は，それぞれ以下のように表される．

- $\alpha_i \in [0,1)$,$\alpha_j \in [0,1)$ のとき，

$$\begin{aligned} e_i = \ &\frac{\beta}{2\beta - 1}\cdot \ln \frac{\beta p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}}{\gamma} \\ &- \frac{1-\beta}{2\beta-1}\cdot \ln \frac{\beta p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}}{\gamma} \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} e_j = \ &\frac{\beta}{2\beta - 1}\cdot \ln \frac{\beta p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}}{\gamma} \\ &- \frac{1-\beta}{2\beta-1}\cdot \ln \frac{\beta p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}}{\gamma} \end{aligned} \tag{23}$$

- $\alpha_i = 1$,$\alpha_j = 1$ のとき，

$$e_i = 0 \tag{24}$$

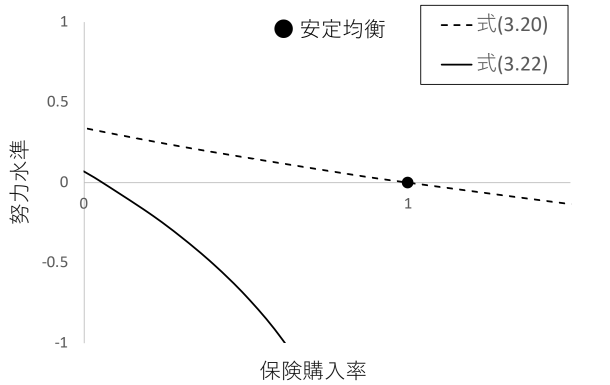
$$e_j = 0 \tag{25}$$

以上の分析は，保険料一定型モデルにおいて，企業の最適な保険購入率と努力水準は状況によって変化することを示している．ここで，一例として企業 i について着目し，保険購入と努力水準の決定行動について，数値計算を用いて具体的な推察を行う．表 1 に示した数値を用いて，式 (20) と式 (22) を図 4 に表す．また，こ

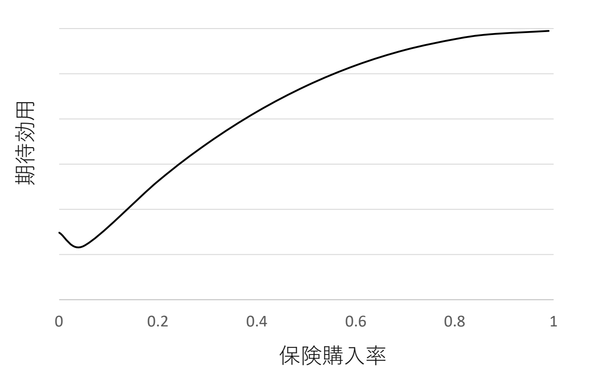
のときの保険購入率 α と期待効用の関係について，図 5 に示す．

表–1 入力数値

努力反映パラメータ β	0.6
努力による効用減少パラメータ γ	0.01
潜在的な操業停止確率 p	0.05
損失 X	3
収益 π	10



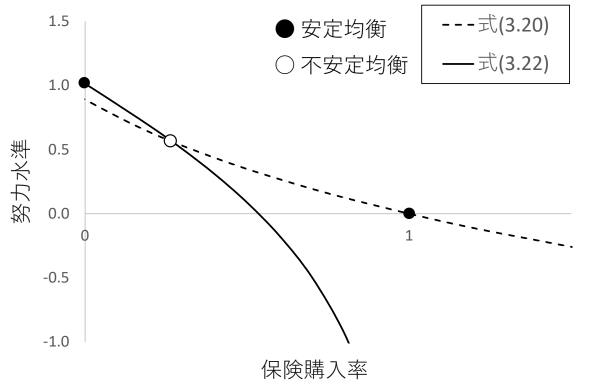
図–4 保険料一定型の最適保険購入率と最適努力水準 ($X = 3$)



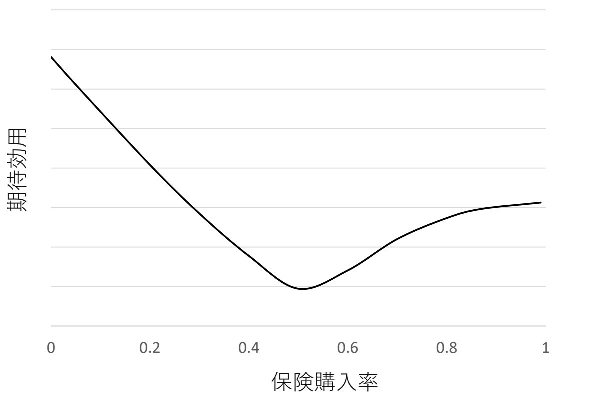
図–5 保険料一定型の保険購入率と期待効用の増減 ($X = 3$)

図 4 の式 (22) については，保険購入率を０から１に増加させると，途中で努力水準がゼロに達している．その場合，$e_i \geq 0$ より，努力水準はゼロのままである．よって，期待効用最大化問題の解は $(\alpha_i, e_i) = (1, 0)$ で安定（図中の黒丸）であることが分かる．また，図 5 より，期待効用を最大化する点は $\alpha = 1$ であり，これは上記の推察に一致している．

また，損失 $X = 6$ としたときの，式 (20) と式 (22) の関係を図 6 に，期待効用の増減を図 7 に示す．



図–6 保険料一定型の最適保険購入率と最適努力水準 ($X = 6$)



図–7 保険料一定型の保険購入率と期待効用の増減 ($X = 6$)

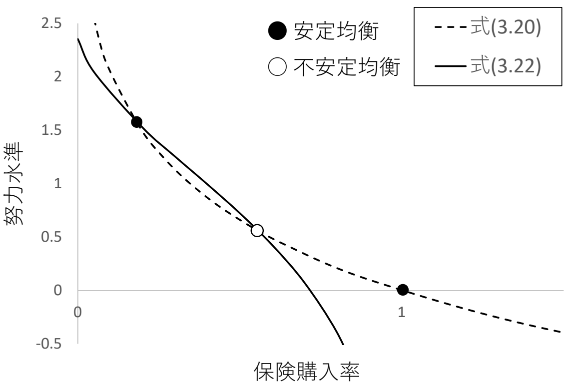
図 6 を見ると，二式は $0 \leq \alpha_i \leq 1$ の一点で交わっていることが分かる．しかし，この解については，以下のことが推察される．交点から保険購入率を微減させると，式 (22) に沿って努力水準が微増する．この努力水準の微増により，さらに，式 (20) に沿って保険購入率が減少する．以上のメカニズムが繰り返されるため，図 6 の白丸で示す交点は不安定な解である．その代わりに，$\alpha_i = 0$ の点（図中の黒丸）が安定解として得られる．また，交点から保険購入率を微増させた場合にも，同様にして，$(\alpha_i, e_i) = (1, 0)$ の点（図中の黒丸）が安定解となる．よって，期待効用最大化問題の安定解は $\alpha_i = 0$ と $\alpha_i = 1$ の二点であることが確かめられる．

また，図 7 より，期待効用を最大化する点は $\alpha_i = 0$ であることが分かる．よって，このケースにおいては，企業 i は保険を購入しないと考えられる．

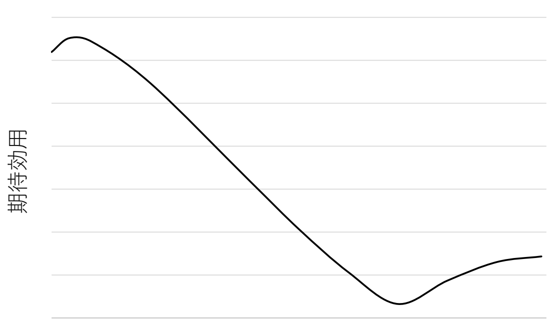
数値事例を検討した結果，企業行動の概要を以下のように考察する．

損失割合が小さい場合，努力によるリスク低減の限界効用より，努力の限界コストが相対的に大きくなるため，企業は努力をせず，フェアなフルカバー保険を購入する．一方で，損失割合が大きい場合には，努力の限界コストが相対的に小さくなるため，企業は努力を行おうとする．この状況において企業は，努力が反映されない保険料は割高であると判断するため，保険に加入しない選択が最適となる．特に後者の考察は，損失割合が大きいという災害の特性に合致しており，現況における企業の災害保険加入率の低さを支持するものとなっている．

また，損失割合をより大きくした場合 ($X = 9.7$) には，$0 < \alpha_i < 1$ と $\alpha_i = 1$ において安定解が一つずつ得られ，$\alpha_i = 0.1$ に満たないある保険購入率で期待効用が最大となる．その結果を，以下の図 8 と図 9 に示す．



図–8 保険料一定型の最適保険購入率と最適努力水準 ($X = 9.7$)



図–9 保険料一定型の保険購入率と期待効用の増減 ($X = 9.7$)

以上の数値計算を通して，企業は損失割合が小さい場合にはフルカバーの保険を購入する一方で，損失割合が大きくなると保険を購入しなくなる傾向にあることが示された．この結論は，澤田ら (2017)[1] が示している企業の災害保険加入率が低いという結果に一致していると言える．このように本研究では，損失割合に基づいた企業行動の概要までを推察することができたため，より解析的な分析は行わない．

4. 保険料に努力が反映されるケース

(1) 保険料変動型の保険を導入したモデル

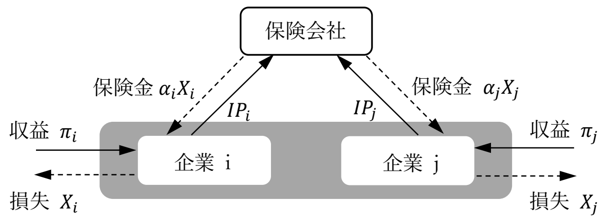
本章では，保険料に努力水準が反映されるモデルを検討する．保険会社は各企業の努力水準を観察し，その水準に応じて保険料を設定することができる．ここで，現段階では，防災の努力水準が正確に観察されるような技術の進歩や評価体系の確立はなされていないことに留意されたい．つまり，本章で述べるモデルは現状では実現困難なものであるが，これから先の防災 DX などの技術の進歩や，企業努力の評価体系の確立によってたしかに実現されうるものである．

操業が停止した際に保険会社から企業に支払われる保険金は，(2) 節の保険料一定型モデルと同様である．また，企業が保険会社に支払う保険料は以下のように設定される．

$$IP_i = \alpha_i F_i(e_i, e_j) X_i \tag{26}$$

$$IP_j = \alpha_j F_j(e_i, e_j) X_j \tag{27}$$

このとき，キャッシュフローは図 10 のようになる．



図–10 保険料変動型モデルのキャッシュフロー

各企業の期待利得は，操業停止がない場合，

$$R_{i,1} = \pi_i - \alpha_i F_i(e_i, e_j) X_i \tag{28}$$

$$R_{j,1} = \pi_j - \alpha_j F_j(e_i, e_j) X_j \tag{29}$$

操業停止がある場合，

$$R_{i,2} = \pi_i - X_i + \alpha_i \{1 - F_i(e_i, e_j)\} X_i \tag{30}$$

$$R_{j,2} = \pi_j - X_j + \alpha_j \{1 - F_j(e_i, e_j)\} X_j \tag{31}$$

のようになり，保険料に努力が反映されるような保険メカニズムを導入したモデルにおける企業の期待効用

は以下のように表される．ただし，添字 T は，保険料変動型モデルにおける分析を示すものである．

$$U_i^T(e_i,e_j,\alpha_i) = \{1-F_i(e_i,e_j)\}U_i(\pi_{i,1}) + F_i(e_i,e_j)U_i(\pi_{i,2}) - \gamma e_i \quad (32)$$

$$U_j^T(e_i,e_j,\alpha_j) = \{1-F_j(e_i,e_j)\}U_j(\pi_{j,1}) + F_j(e_i,e_j)U_j(\pi_{j,2}) - \gamma e_j \quad (33)$$

ここで，期待効用最大化問題を解くことによって，命題 3 と命題 4 が導かれる．

命題 3. 完全競争下の保険市場において，努力水準が保険料に反映されるような保険を購入することができる場合，リスク回避型企業の最適な保険購入率は $\alpha_i^T = \alpha_j^T = 1$ であり，企業の保険購入の決定は努力水準の決定に依存しない．

命題 4. 完全競争下の保険市場において，努力水準が保険料に反映されるような保険を購入することができる場合，リスク回避型企業の最適努力水準は以下のようになる．

$$e_i^T = \begin{cases} \dfrac{\beta}{2\beta-1}\ln\dfrac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} - \dfrac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\dfrac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} & (34a) \\ 0 & (34b) \end{cases}$$

$$(34a)\ldots e_j \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} \text{ のとき}$$
$$(34b)\ldots e_j > \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} \text{ のとき}$$

$$e_j^T = \begin{cases} \dfrac{\beta}{2\beta-1}\ln\dfrac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} - \dfrac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\dfrac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} & (35a) \\ 0 & (35b) \end{cases}$$

$$(35a)\ldots e_i \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} \text{ のとき}$$
$$(35b)\ldots e_i > \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} \text{ のとき}$$

命題 3 は，完全競争市場における保険会社は，他の保険割増金を課すことなく保険数理上公平な保険料を徴収するため，企業はフルカバーの保険を選択することを示している．つまり，リスク回避的な企業は，操業が停止した場合に補償を得られるような完全な保険を購入する可能性が高い．これは，Ehrlich and Becker(1972)[12] が出した結論と一致している．また，(2) 節における保険料一定型モデルの結果と比較すると，損失割合に関わらず，最適な保険購入率はフルカバーまで上昇している．よって，企業の災害保険加入率を改善するためには，保険料が企業の努力水準を反映するような保険メカニズムが有効である可能性が高い．

また，命題 4 は，一方の企業の努力水準がある閾値よりも小さい場合，他方の企業の努力水準は，収益に対する損失割合 X/π に基づいて決定されることを示している．また，命題 1 と同様に，一方の企業の努力水準が閾値よりも大きい場合には，他方の企業は努力をしない選択が最適となる．

(2) 努力水準の比較

本節では，保険なしの場合（基本モデル）の努力水準と，努力変動型保険を導入した場合の努力水準の比較を行う．企業が対称であるとしたとき，保険なしの努力水準 e^d と，努力変動型保険を導入した場合の努力水準 e^T は，それぞれ以下のように表される．ただし，企業が対称であるとは，各企業の収益 π と損失 X が等しい状況を指すものとする．

$$\begin{aligned} e^d &= \ln\left[\frac{\beta}{\gamma}p\{\ln(R_1)-\ln(R_2)\}\right] \\ &= \ln\left\{\frac{\beta}{\gamma}p\cdot\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right\} \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} e^T &= \ln\frac{(\beta+\gamma)pX}{\gamma\pi} \\ &= \ln\left\{\frac{(\beta+\gamma)p}{\gamma}\cdot x\right\} \end{aligned} \quad (37)$$

ただし，x は損失割合（$x = \dfrac{X}{\pi}$）とする．
ここで，$\gamma \ll \beta$ であることと，$x > 0$ において $\ln\left(\dfrac{1}{1-x}\right) > x$ であることより，命題 5 が導かれる．

命題 5. $e^d > e^T$.

完全競争下の保険市場において努力変動型の保険を導入すると，サプライチェーンに属するリスク回避型企業の防災努力の水準は減少する．

企業の防災努力が保険料に反映されるようになると，企業の保険加入率はフルカバーまで上昇する．このとき，期待利得が完全に平準化されるようになるため，企業は，リスクマネジメントの機能をリスク移転である

リスクファイナンスに委ねるようになる．命題 5 は，このようなメカニズムによって，企業にとってのリスクコントロールの役割が縮小した結果であると考えられる．

5. 社会的最適な努力水準

(1) 社会的最適なケース

本章では，4 章で分析したモデルを用い，社会的最適な努力水準について考える．ここで，社会的最適な努力水準とは，社会厚生を最大化するような努力水準を指すものとする．また，社会厚生は企業 i と企業 j の効用の総和として定義し，以下のように表す．

$$
\begin{aligned}
SW =& \{1 - F_i(e_i, e_j)\}U_i(\pi_{i,1}) + F_i(e_i, e_j)U_i(\pi_{i,2}) \\
&+ \{1 - F_j(e_i, e_j)\}U_j(\pi_{j,1}) + F_j(e_i.e_j)U_j(\pi_{j,2}) \\
&- \gamma e_i - \gamma e_j
\end{aligned}
\tag{38}
$$

社会厚生最大化問題を解くことによって，命題 6 が導出される．

命題 6. 完全競争下の保険市場において，努力水準が保険料に反映されるような保険を購入することができる場合，社会的最適な保険購入率は $\alpha_i^{SW} = \alpha_j^{SW} = 1$ であり，企業の保険購入の決定は努力水準の決定に依存しない．

ここで，式 (38) の一階微分式に $e_i = e_i^T, e_j = e_j^T$ を代入し，企業の損失割合 x が互いに等しいとすると，

$$
\left.\frac{\partial SW}{\partial e_i}\right|_{e_i=e_i^T} > 0 \tag{39}
$$

$$
\left.\frac{\partial SW}{\partial e_j}\right|_{e_j=e_j^T} > 0 \tag{40}
$$

となることから，命題 7 が導かれる．

命題 7. 企業の損失割合が対称であるとき，社会厚生を最大化する努力水準は，自社のみの効用を最大化する努力水準より大きくなる．すなわち，$e_i^{SW} > e_i^T, e_j^{SW} > e_j^T$．

また，企業が対称であると仮定すると，命題 8 が導出される．

命題 8. 企業が対称であるとき，完全競争下の保険市場において努力水準が保険料に反映されるような保険を購入することができる場合，社会的最適な努力水準は以下のようになる．

$$
e^{SW} = \ln\frac{(1+\gamma)pX}{\gamma\pi} \tag{41}
$$

命題 7，命題 8 より，企業の防災努力には社会的最適な水準まで改善する余地があることが確認された．

(2) ファーストベスト政策の検討

本節と次の節では，サプライチェーンに属するリスク回避型企業の行動に関するこれまでの分析を踏まえ，社会的最適な努力水準を企業に促すための提案を行う．まず，本節では，ファーストベストなケースとして，第 4 章の保険料変動型モデルについて，社会的限界効用と私的限界効用が等しくなる場合を考える．

保険料に努力水準が反映されるとき，企業が対称であると仮定すると，企業がフルカバーの保険を購入した場合の社会的限界効用は以下のようになる．

$$
\left.\frac{\partial SW}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = \frac{FX}{\pi - FX} - \gamma \tag{42}
$$

ただし，$F = \dfrac{p}{\exp\{e\}}$.（$e = e_i = e_j$）.

また，私的限界効用は以下のようになる．

$$
\left.\frac{\partial U_i^T}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=1} = \frac{\beta FX}{\pi - FX} - \gamma \tag{43}
$$

式 (42)，式 (43) より，限界効用の差分は以下のようになる．

$$
\begin{aligned}
\left.\frac{\partial SW}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} - \left.\frac{\partial U_i^T}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=1} &= \frac{(1-\beta)FX}{\pi - FX} \\
&= \frac{\partial \ln(\pi_j - F_jX_j)}{\partial e_i}
\end{aligned}
\tag{44}
$$

式 (44) より，限界効用の差分は，自社が行った努力 1 単位が相手企業にもたらす効用に等しい．私的効用最大化によっても社会的最適な努力水準を達成するためには，この限界効用式 (44) がゼロとなる必要がある．つまり，自社の努力水準に応じて，式 (44) に等しい限界効用が得られるような見返りを付けることによって，企業の努力水準は社会的最適レベルまで改善されることになる．しかし，そのような報酬を正確に表現することは難しい．そこで次の節では，セカンドベストなケースとして，より実現可能性の高い提案を示す．

(3) セカンドベスト政策の提案

セカンドベストなケースとして，リベート付きサプライチェーン保険を提案する．基本的なキャッシュフローは第 4 章で示した図 10 と同様であるが，さらに，努力によって生じた相手企業の保険料削減分が自社に還元されるようなリベート金が，政府から各企業に付与される．リベート金額 RP は，相手企業の保険購入率，操

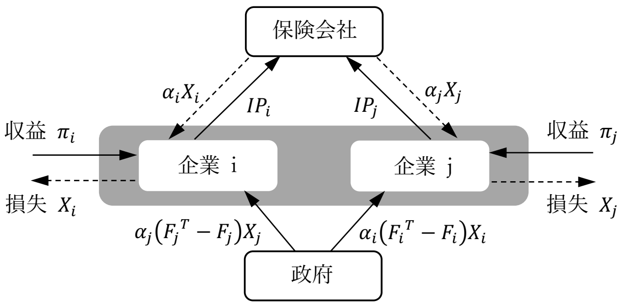
業停止確率の低減分，損害額の積とし，以下のように設定する．

$$RP_i = \alpha_j\{F_j^T - F_j(e_i, e_j)\}X_j \tag{45}$$

$$RP_j = \alpha_i\{F_i^T - F_i(e_i, e_j)\}X_i \tag{46}$$

ここで，F_i^T, F_j^T は，努力変動型モデルにおいて企業が努力 e^T を行った場合の操業停止確率（すなわちリベートを取り入れなかった場合の操業停止確率）とする．

このときのキャッシュフローは図 (3) のようになる．



図–11 リベート付きサプライチェーン保険モデルのキャッシュフロー

このとき，各企業の期待利得は，操業停止がない場合，

$$\begin{aligned} R_{i,1} = \ & \pi_i - \alpha_i F_i(e_i, e_j)X_i \\ & + \alpha_j\{F_j^T - F_j(e_i, e_j)\}X_j \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned} R_{j,1} = \ & \pi_j - \alpha_j F_j(e_i, e_j)X_j \\ & + \alpha_i\{F_i^T - F_i(e_i, e_j)\}X_i \end{aligned} \tag{48}$$

操業停止がある場合，

$$\begin{aligned} R_{i,2} = \ & \pi_i - X_i + \alpha_i\{1 - F_i(e_i, e_j)\}X_i \\ & + \alpha_j\{F_j^T - F_j(e_i, e_j)\}X_j \end{aligned} \tag{49}$$

$$\begin{aligned} R_{j,2} = \ & \pi_j - X_j + \alpha_j\{1 - F_j(e_i, e_j)\}X_j \\ & + \alpha_i\{F_i^T - F_i(e_i, e_j)\}X_i \end{aligned} \tag{50}$$

のようになり，期待効用は以下の式で表される．ただし，添字 R はリベート付きサプライチェーン保険を導入したモデルについての分析を表す．

$$\begin{aligned} U_i^R(e_i, e_j) = \ & \{1 - F_i(e_i, e_j)\}U_i(R_{i,1}) \\ & + F_i(e_i, e_j)U_i(R_{i,2}) - \gamma e_i \end{aligned} \tag{51}$$

$$\begin{aligned} U_j^R(e_i, e_j) = \ & \{1 - F_j(e_i, e_j)\}U_j(R_{j,1}) \\ & + F_j(e_i, e_j)U_j(R_{j,2}) - \gamma e_j \end{aligned} \tag{52}$$

効用最大化問題を解くことによって，命題 9 と命題 10 が導かれる．

命題 9. リベート付きサプライチェーン保険を導入した保険市場において，企業の最適な保険購入率は $\alpha_i^R = \alpha_j^R = 1$ であり，企業の保険決定は努力水準の決定に依存しない．

命題 10. リベート付きサプライチェーン保険を導入した保険市場において，企業が対称であると仮定すると，企業の最適努力水準は以下のようになる．

$$e^R = \ln\frac{(1+2\gamma)pX}{\gamma(\pi + F^T X)} \tag{53}$$

また，セカンドベストなケースにおける私的限界効用と社会的限界効用の差分について着目する．リベート付きサプライチェーン保険を導入した場合の私的限界効用は以下のようになる．

$$\left.\frac{\partial U_i^R}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = \frac{\beta F_i X_i + (1-\beta)F_j X_j}{\pi_i - F_i X_i + (F_j^T - F_j)X_j} - \gamma \tag{54}$$

ここで，企業が対称であると仮定すると，式 (54) は以下のようになる．

$$\left.\frac{\partial U_i^R}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = \frac{FX}{\pi - FX + (F^T - F)X} - \gamma \tag{55}$$

よって，リベートを取り入れた場合，企業の私的限界効用の右辺第 1 項の分子は，社会的限界効用の式 (42) に一致する．一方で，分母は $(F^T - F)X$ だけ増加しているため，この差分が社会的最適なケースとの乖離に繋がっていると考えられる．

(4) 数値計算

本節では，具体的な数値を用いた数値計算によって，各モデルにおける努力水準と社会厚生の確認を行う．ただし，セカンドベストのモデルについては，政府からリベート金の支出が発生するため，社会厚生を以下のように定義する．

$$\begin{aligned} SW^R &= U_i^R(e_i, e_j) + U_j^R(e_i, e_j) - \delta(RP_i + RP_j) \\ &= \{1 - F_i(e_i, e_j)\}U_i(R_{i,1}) + F_i(e_i, e_j)U_i(R_{i,2}) \\ &\quad + \{1 - F_j(e_i, e_j)\}U_i(R_{j,1}) + F_j(e_i, e_j)U_j(R_{j,2}) \\ &\quad - \gamma(e_i + e_j) \\ &\quad - \delta\{\alpha_j(F_j^T - F_j)X_j + \alpha_i(F_i^T - F_i)X_i\} \end{aligned} \tag{56}$$

ここで，$\delta > 0$ は政府の支出に対する社会厚生減少のパラメータとする．

次に，数値計算に用いる各数値を表 2 に，その結果を表 3 に示す．

表–2 入力数値（企業が対称の場合）

努力反映パラメータ β	0.6
努力による効用減少パラメータ γ	0.01
政府の支出による効用減少パラメータ δ	0.25
潜在的な操業停止確率 p	0.05
企業 i の損失 X_i	5
企業 j の損失 X_j	5
企業 i の収益 π_i	10
企業 j の収益 π_j	10

また，企業が非対称である場合について，表 4 の数値を入力すると，計算結果は表 5 のようになる．

表–4 入力数値（企業が非対称の場合）

努力反映パラメータ β	0.6
努力による効用減少パラメータ γ	0.01
政府の支出による効用減少パラメータ δ	0.25
潜在的な操業停止確率 p	0.05
企業 i の損失 X_i	5
企業 j の損失 X_j	5
企業 i の収益 π_i	20
企業 j の収益 π_j	10

表–5 数値計算結果（企業が非対称の場合）

	保険なし	保険料変動型
企業 i の努力水準	0	0
企業 j の努力水準	2.49	1.81
努力後の操業停止確率 (i)	0.018	0.024
努力後の操業停止確率 (j)	0.011	0.017
企業 i の期待効用	2.990	2.990
企業 j の期待効用	2.270	2.276
社会厚生	5.260	5.266

数値計算を行った結果，各モデル間における努力水準の大小関係は，前節までの分析結果に一致していることが確認された．また，企業が対称のケースにおいては，セカンドベストで保険にリベートを取り入れることによって，努力水準が社会的最適に近い水準まで改善されていることが分かる．

6. おわりに

(1) 結論

本研究では，企業の災害保険加入率が低いという現状と，サプライチェーンにおける防災投資の外部性に着目し，これらの課題に対処するための新たな災害保険スキームの提案を最終の目的として，サプライチェーンに属する企業の保険加入と防災努力に関する行動の分析を行った．

まず初めに，保険会社を導入せず，サプライチェーンに属する二つの企業のみでモデルを構築した．その結果，企業はお互いの努力水準がある閾値より高い場合には，努力をしないことが確認された．この結果は，防災努力の外部性を表現するものとなっており，一方の企業が他方の企業の努力にフリーライドするような状況を示すものであると考えられる．

次に，第 3 章で，先述のモデルに保険会社を導入した．このとき，企業が保険会社に支払う保険料は，企業の努力に関わらず一定であるように設定した．この仮定は，災害規模を正確に予測する技術や，防災努力を評価するシステムが確立されていない現況を表すものとなっている．このモデルで分析した結果，企業行動の傾向についての推察を以下に述べる．損失割合が小さい場合，企業は努力を行わず，フェアでフルカバーの保険を購入する．つまり，企業は，保険に加入してリスクを移転するリスクファイナンスによってのみリスクマネジメントを行う傾向にあると言える．一方で，損失割合が大きい場合，かえって企業は保険を購入しない可能性が高い．この結果は，損失割合が大きいという特徴を持つ災害について，企業の保険加入率が低いという現状を支持するものとなっている．

第 4 章では，現状の保険システムの改善案として，保険料が企業の努力水準を反映するような保険モデルを構築した．この結果，災害保険への加入率の上昇は確認されたが，その分努力水準が低下することが示された．

第 5 章では，初めに，社会厚生を二つの企業の期待効用の合計として定義し，社会厚生の最大化問題を解くことによって，社会的最適なケースを表現した．この分析を踏まえ，社会的最適な状況を達成するための新たな保険スキームを検討した．まず，ファーストベストとして，社会的限界効用と私的限界効用が一致するケースを検討したが，現実的な提言につなげることは困難であった．次に，セカンドベストでは，サプライチェーンにおける防災努力の外部性を緩和することを目的として，自社の防災努力がリベート金として還元される保険を導入した．この結果，リベート付きサプライチェーン保険に加入することで，企業の防災努力が社会的最適な水準付近まで向上することが示された．

表–3 数値計算結果（企業が対称の場合）

	保険なし	保険料変動型	セカンドベスト	社会的最適
企業 i の努力水準	0.73	0.42	0.92	0.93
企業 j の努力水準	0.73	0.42	0.92	0.93
努力後の操業停止確率 (i)	0.024	0.033	0.020	0.020
努力後の操業停止確率 (j)	0.024	0.033	0.020	0.020
企業 i の期待効用	2.279	2.282	2.298	2.283
企業 j の期待効用	2.279	2.282	2.298	2.283
リベート金支払い	—	—	0.13	—
社会厚生	4.557	4.564	4.565	4.567

第４章と第５章で示した保険スキームは，防災努力の水準を可視化するシステムや技術に加えて，災害時の被害予測技術の精度向上が前提となっており，現時点において実現可能なスキームとは言い難い．しかし，現在注目されつつある ESG 投資などの仕組みは企業努力を可視化する動きを作るものであり，今後より一層制度の確立が期待される．また，災害時の被害予測についても，防災 DX の活用によって今後その精度の向上が期待されている．このように，本研究における提案は，これらの技術やシステムの構築に関する流れを汲んだものとなっていることに留意されたい．

今回の分析で，企業努力が正確に評価・反映されないという災害保険の現状や，防災投資の外部性に着目することによって，企業行動を定性的に示すとともに，新たな保険スキームの提案につなげることができた．このように，現状における災害保険の課題に着目し，改善を図るための分析は，今後日本の防災水準を高めていく上で重要な取り組みであると感じる．

(2) 今後の課題

本研究の分析に関して，次のような課題が挙げられる．

一つ目は，保険料一定型モデルにおいて，最適な保険購入率と努力水準の解が解析的に求まっていない点である．今回の分析では解の特定は行わず，いくつかの数値事例を用いて企業行動の傾向を推察したが，企業行動をより定性的に示すためには，モデルの改善や異なるアプローチによる解の特定が必要である．

二つ目は，社会的最適なケースとセカンドベストなケースにおいて，努力水準を導出する際に企業が対称であるという仮定を用いている点である．現実のサプライチェーンにおいては，企業同士の規模が異なる場合が多いと想定されるため，企業が非対称である場合についても分析を進める必要がある．

三つ目は，効用関数やパラメータの設定についての課題である．まず，企業の効用関数と操業停止確率については，簡単のために関数形を限定して分析を進めたが，関数形を定めないモデルを採用した場合には，より一般化された議論を進めることができると考える．また，政府の効用関数についても，線形の効用関数を採用したが，現実をより忠実に再現するために，関数形の工夫を行う余地がある．さらに，数値計算結果については，パラメータや利得の数値設定を自由に行ったため，議論を一般化することが難しい．よって，数値計算を行う際にも，何らかのエビデンスに基づいた上で数値設定ができると望ましいと考える．

付録 I　証明

証明. (命題 1)

$$\frac{\partial U_i^d}{\partial e_i} = \frac{\beta p}{\exp\{\beta \mathrm{e_i} + (1-\beta)\mathrm{e_j}\}}\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} - \gamma \tag{I.1}$$

$$\frac{\partial^2 U_i^d}{\partial e_i^2} = \frac{-\beta^2 p}{\exp\{\beta \mathrm{e_i} + (1-\beta)\mathrm{e_j}\}}\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} - \gamma \tag{I.2}$$

$\dfrac{\partial^2 U_i^d}{\partial e_i^2} < 0$ より，U_i^d は e_i に関して凹関数であるので，$\dfrac{\partial U_i^d}{\partial e_i} = 0$, $R_{i,1} \neq R_{i,2}$ より，

$$\exp\{-\beta e_i - (1-\beta)e_j\} = \frac{\gamma}{\beta p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}} \tag{I.3}$$

企業 j についても同様にして，

$$\exp\{(1-\beta)e_i - \beta e_j\} = \frac{\gamma}{\beta p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}} \tag{I.4}$$

式 (I.3)，(I.4) より，

$$\begin{aligned} e_i^d = &\ \frac{\beta}{2\beta-1}\ln\left[\frac{\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}\right] - \\ &\ \frac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\left[\frac{1-\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}\right] \end{aligned} \tag{I.5}$$

$$\begin{aligned} e_j^d = &\ \frac{\beta}{2\beta-1}\ln\left[\frac{\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}\right] - \\ &\ \frac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\left[\frac{1-\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}\right] \end{aligned} \tag{I.6}$$

また，$e_i \geq 0$ より，$\left.\dfrac{\partial U_i^d}{\partial e_i}\right|_{e_i=0} \geq 0$

すなわち，$\dfrac{\beta p}{\exp\{(1-\beta)e_j\}}\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\} - \gamma \geq 0$ であるから，

$$e_j \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\left[\frac{\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{i,1}) - \ln(R_{i,2})\}\right] \tag{I.7}$$

同様にして，$e_j \geq 0$ より，

$$e_i \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\left[\frac{\beta}{\gamma}p\{\ln(R_{j,1}) - \ln(R_{j,2})\}\right] \tag{I.8}$$

□

証明. (命題 2)

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i^c}{\partial \alpha_i} = &\ (1 - F_i(e_i, e_j))\, U_i'(R_{i,1})(-pX_i) \\ &+ F_i(e_i, e_j) U_i'(R_{i,2})(-pX_i + X_i) \end{aligned} \tag{I.9}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_i^c}{\partial \alpha_i^2} = &\ (1 - F_i(e_i, e_j))\, U_i''(R_{i,1})(-pX_i)^2 \\ &+ F_i(e_i, e_j) U_i''(R_{i,2})(-pX_i + X_i)^2 \end{aligned} \tag{I.10}$$

$U_i''(R_i) < 0$ より，$\dfrac{\partial^2 U_i^c}{\partial \alpha_i^2} < 0$ であるから，U_i^c は α_i に関して凹関数である．

$\dfrac{\partial U_i^c}{\partial \alpha_i} = 0$ より，

$$\frac{-p(1 - F_i(e_i, e_j))}{\pi_i - \alpha_i p X_i} + \frac{(1-p)F_i(e_i, e_j)}{\pi_i - X_i + \alpha_i(1-p)X_i} = 0$$

$$\therefore\quad \alpha_i^c = \frac{(1 - F_i(e_i, e_j))pX_i - (p - F_i(e_i, e_j))\pi_i}{(1-p)pX_i} \tag{I.11}$$

企業 j についても同様にして，

$$\alpha_j^c = \frac{(1 - F_j(e_i, e_j))pX_j - (p - F_j(e_i, e_j))\pi_j}{(1-p)pX_j} \tag{I.12}$$

□

証明. (命題 3)

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_i^T}{\partial \alpha_i} = &\ (1 - F_i)U_i'(R_{i,1})(-F_i X_i) \\ &+ F_i U_i'(R_{i,2})(1 - F_i)X_i \end{aligned} \tag{I.13}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 U_i^T}{\partial \alpha_i^2} = &\ (1 - F_i)U_i''(R_{i,1})(-F_i X_i)^2 \\ &+ F_i U_i''(R_{i,2})\{(1 - F_i)X_i\}^2 \end{aligned} \tag{I.14}$$

$U_i''(R_i) < 0$ より，$\dfrac{\partial^2 U_i^T}{\partial \alpha_i^2} < 0$ であるから，U_i^T は α_i に関して凹関数である．

$\dfrac{\partial U_i^T}{\partial \alpha_i} = 0$ より，

$$U_{i,1}' = U_{i,2}' \implies R_{i,1} = R_{i,2} \qquad \therefore\quad \alpha_i^T = 1$$

企業 j についても同様にして，$\alpha_j^T = 1$

□

証明. (命題 4)

$\alpha_i = 1$ のとき，$R_{i,1} = R_{i,2} = R_i = \pi_i - F_i X_i$ となり，

$$U_i^T = U_i(R_i) - \gamma e_i \tag{I.15}$$

$$\left.\frac{\partial U_i^T}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=1} = U_i'(R_i)\left(-\frac{\partial F_i}{\partial e_i}X_i\right) - \gamma \tag{I.16}$$

$$\begin{aligned} \left.\frac{\partial^2 U_i^T}{\partial e_i^2}\right|_{\alpha_i=1} = &\ U_i''(R_i)\left(-\frac{\partial F_i}{\partial e_i}X_i\right) \\ &+ U_i'(R_i)\left(-\frac{\partial^2 F_i}{\partial e_i^2}X_i\right) \end{aligned} \tag{I.17}$$

$U_i''(R_i) < 0, \quad \dfrac{\partial F_i}{\partial e_i} < 0, \quad \dfrac{\partial^2 F_i}{\partial e_i^2} > 0$ より,

$$\left.\frac{\partial^2 U_i^T}{\partial e_i^2}\right|_{\alpha_i=1} < 0$$

よって，$U_i^T|_{\alpha_i=1}$ は e_i に関して凹関数であるので,

$\left.\dfrac{\partial U_i^T}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=1} = 0$ より,

$$\exp\{-\beta e_i - (1-\beta)e_j\} = \frac{\gamma\pi_i}{(\beta+\gamma)pX_i} \tag{I.18}$$

企業 j についても同様にして,

$$\exp\{-(1-\beta)e_i - \beta e_j\} = \frac{\gamma\pi_j}{(\beta+\gamma)pX_j} \tag{I.19}$$

式 (I.18)，(I.19) より,

$$e_i^T = \frac{\beta}{2\beta-1}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} - \frac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} \tag{I.20}$$

$$e_j^T = \frac{\beta}{2\beta-1}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} - \frac{1-\beta}{2\beta-1}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} \tag{I.21}$$

また，$e_i \geq 0$ より，$\left.\dfrac{\partial U_i^T}{\partial e_i}\right|_{e_i=0} \geq 0$

すなわち，$\exp\{(1-\beta)e_j\} \leq \dfrac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i}$ であるから,

$$e_j \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_i}{\gamma\pi_i} \tag{I.22}$$

同様にして，$e_j \geq 0$ より,

$$e_i \leq \frac{1}{1-\beta}\ln\frac{(\beta+\gamma)pX_j}{\gamma\pi_j} \tag{I.23}$$

□

証明.（命題 5）

$$e^d = \ln\left\{\frac{\beta}{\gamma}p\cdot\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right\} \tag{I.24}$$

$$e^T = \ln\left\{\frac{(\beta+\gamma)p}{\gamma}\cdot x\right\} \tag{I.25}$$

ここで，式 (I.24) について,

$$\frac{\partial}{\partial x}\ln\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{1-x} > 0 \text{ より,}$$

$$\left.\frac{\partial}{\partial x}\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)\right|_{x=0} = 1$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}\ln\left(\frac{1}{1-x}\right) = \frac{1}{(1-x)^2} > 0 \text{ より,}$$

$\ln\left(\dfrac{1}{1-x}\right)$ は x に関して凸関数である.

また，式 (I.25) について,

$$\frac{\partial}{\partial x}x = 1$$

よって，$x > 0$ において，$\ln\left(\dfrac{1}{1-x}\right) > x$ である.

ここで，式 (I.25) は，$\gamma \ll 1$ より，以下のように近似される.

$$e^T = \ln\left\{\frac{\beta p}{\gamma}\cdot x\right\} \tag{I.26}$$

以上より，$e^d > e^T$.

□

証明.（命題 6）

$\dfrac{\partial SW}{\partial \alpha_i} = \dfrac{\partial U_i^T}{\partial \alpha_i}$（式 (I.13)）より,

$$\frac{\partial SW}{\partial \alpha_i} = 0 \implies \alpha_i^{SW} = 1$$

同様にして，$\dfrac{\partial SW}{\partial \alpha_j} = 0 \implies \alpha_j^{SW} = 1$

□

証明.（命題 7）

SW は e に関して凹関数であるから，$\left.\dfrac{\partial SW}{\partial e}\right|_{e=e^{SW}} = 0$

よって，$\left.\dfrac{\partial SW}{\partial e}\right|_{e=e^T} > 0$ のとき，$e^T < e^{SW}$.

□

証明.（命題 8）

$$\left.\frac{\partial SW}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = \frac{\beta F_i X_i}{\pi_i - F_i X_i} + \frac{(1-\beta)F_j X_j}{\pi_j - F_j Xj} - \gamma \tag{I.27}$$

ここで，企業が対称であるとすると,

$$\left.\frac{\partial SW}{\partial e}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = \frac{FX}{\pi - FX} - \gamma \tag{I.28}$$

$$\left.\frac{\partial^2 SW}{\partial e^2}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = -\frac{FX}{\pi - FX} - \left(\frac{FX}{\pi - FX}\right)^2 < 0 \tag{I.29}$$

よって，$SW|_{\alpha_i=\alpha_j=1}$ は e に関して凹関数であるので,

$\left.\dfrac{\partial SW}{\partial e}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = 0$ より,

$$e^{SW} = \ln\frac{(1+\gamma)pX}{\gamma\pi} \tag{I.30}$$

□

証明. (命題 9)

$$\frac{\partial U_i^R}{\partial \alpha_i} = (1-F_i)U_i'(R_{i,1})(-F_iX_i) + F_iU_i'(R_{i,2})(1-F_i)X_i \quad \text{(I.31)}$$

$$\frac{\partial^2 U_i^R}{\partial \alpha_i^2} = (1-F_i)U_i''(R_{i,1})(-F_iX_i)^2 + F_iU_i''(R_{i,2})\{(1-F_i)X_i\}^2 \quad \text{(I.32)}$$

$U_i''(R_i) < 0$ より，$\dfrac{\partial^2 U_i^R}{\partial \alpha_i^2} < 0$ であるから，
U_i^R は α_i に関して凹関数である．
$\dfrac{\partial U_i^R}{\partial \alpha_i} = 0$ より，
$U_{i,1}' = U_{i,2}' \implies R_{i,1} = R_{i,2} \qquad \therefore \quad \alpha_i^R = 1$

企業 j についても同様にして，$\alpha_j^R = 1$

□

証明. (命題 10)
$\alpha_i = \alpha_j = 1$ のとき，
$R_{i,1} = R_{i,2} = R_i = \pi_i - F_iX_i + (F_j^T - F_j)X_j$
となるので，

$$U_i^R = U_i(R_i) - \gamma e_i \quad \text{(I.33)}$$

$$\left.\frac{\partial U_i^R}{\partial e_i}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = U_i'(R_i)\left(-\frac{\partial F_i}{\partial e_i}X_i\right) - \gamma \quad \text{(I.34)}$$

$$\left.\frac{\partial^2 U_i^R}{\partial e_i^2}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} = U_i''(R_i)\left(-\frac{\partial F_i}{\partial e_i}X_i\right) + U_i'(R_i)\left(-\frac{\partial^2 F_i}{\partial e_i^2}X_i\right) \quad \text{(I.35)}$$

$U_i''(R_i) < 0, \quad \dfrac{\partial F_i}{\partial e_i} < 0, \quad \dfrac{\partial^2 F_i}{\partial e_i^2} > 0$ より，

$$\left.\frac{\partial^2 U_i^R}{\partial e_i^2}\right|_{\alpha_i=\alpha_j=1} < 0$$

よって，$U_i^R\big|_{\alpha_i=\alpha_j=1}$ は e_i に関して凹関数である．
ここで，企業が対称であるとすると，
$\left.\dfrac{\partial U_i^R}{\partial e}\right|_{\alpha=1} = 0$ より，

$$\exp\{e\} = \frac{(1+2\gamma)pX}{\gamma(\pi + F^TX)} \quad \text{(I.36)}$$

$$\therefore \qquad e^R = \ln\frac{(1+2\gamma)pX}{\gamma(\pi + F^TX)} \quad \text{(I.37)}$$

□

参考文献

1) 澤田康幸・眞崎達二朗・中田啓之・関口訓央：日本企業における災害時リスクファイナンスの現状と課題，RIETI Policy Discussion Paper Series 17-P-002
2) Lingxiu Dong・Sammi Yu Tang・Brian Tomlin："Production Chain Disruptions: Inventory, Preparedness, and Insurance", Production and Operations Management Society, Vol. 27, No. 7, July 2018, pp.1251-1270
3) Paul R. Kleindorfer・Germaine H. Saad："Managing Disruption Risks in Supply Chains", Production and Operations Management Society, Vol.14, No.1, Spring 2005, pp.53-68
4) Xueping Zhen・Yongjian Li・Gangshu (George) Cai・Dan Shi："Transportation disruption risk management: business interruption insurance and backup transportation", Transportation Research Part E 90 (2016) pp.51-68
5) Towfique Rahman・Sanjoy Kumar Paul・Nagesh Shukla・Renu Agarwal・Firouzeh Taghikhah："Supply chain resilience initiatives and strategies: A systematic review", Computers and Industrial Engineering 170 (2022) 108317
6) Zhongyi Liu・Mengyu Li・Ying Lei・Xin Zhai："A joint strategy based on ordering and insurance for mitigating the effects of supply chain disruption on risk-averse firms", Internatioal Journal of Production Economics 244, February 2022, 108375
7) Tim Koller・Dan Lovallo・Zane Williams："Overcoming a bias against risk. McKinsey", corporate finance practice, Q.4, pp.15-17, 2012
8) Juan Camilo Serpa・Harish Krishnan："The Strategic Role of Business Insurance", Management Sciences 63(2), pp.384-404, 2017
9) Lingxiu Dong・Brian Tomlin："Managing Disruption Risk: The Interplay Between Operations and Insurance", Management Sciences 58(10):1898-1915, 2012
10) Rothschild, M.・Stiglitz, J.："Equilibrium in competitive insurance markets: an essay on the economics of imperfect information", Q. J. Econ. 90(4), pp.629-649, 1976
11) Azevedo, E.M.・Gottlieb, D.："Perfect competition in markets with adverse selection", Econometrica 85(1), pp.67-105, 2017
12) Ehrlich, I.・Becker, G.S.："Market insurance, self-insurance, and self-protection", J. Polit. Econ. 80(4), pp.623-648, 1972, （参照 2023-2-20）.

(2023.2.20 受付)

ANALYSIS OF DISASTER INSURANCE MODELS TAKING INTO ACCOUNT EXTERNALITY IN DISASTER PREVENTION INVESTMENT

Akari KOBAYASHI and Toshimori OTAZAWA

In Japan, where disasters occur frequently, it is important to enhance industrial systems to be prepared for emergencies. This study focuses on the current low late of firms purchasing disaster insurance and the externality in disaster prevention investment in the supply chain. It then aims to propose a new insurance scheme that can address these issues. By analyzing models of risk-averse firms in a supply chain, this study qualitatively demonstrates how firms make decisions on insurance coverage and disaster reduction investment. We then analyze how firms' behavior would change with the introduction of a new framework for disaster insurance. The analysis shows that the model representing the current situation reproduces the low rate of firms' participation in disaster insurance. Next, when we incorporate disaster insurance that reflects disaster prevention efforts, the insurance coverage rate increase, but the level of effort decreased. Further analysis of the model incorporating disaster insurance with rebate payments confirmed that firms' insurance coverage rates increased, and their efforts improved.