被災者の調達行動を考慮した 物資輸送戦略の検討

河瀬　理貴[1]

[1]正会員　東京工業大学　環境・社会理工学院助教　土木・環境工学系 〒 152-8552 東京都目黒区大岡山 2-12-1)
E-mail: kawase.r.ac@m.titech.ac.jp

災害時の円滑な物資輸送のためには，集積所から避難所までのラストマイル輸送問題を解決することが不可欠である．物資輸送を戦略の一つとし，被災者への迅速かつ的確な物資支援を目的とする人道支援物流では，物資「供給」を制御することで「需要」に応える方法論が一般的であるが，災害時の人的・物的の不足を考えれば，供給のみの制御で上記の問題を解決するのは容易でない．一方，2016 年の熊本地震では，被災者が自ら物資調達する行動の存在が確認された．これは，支援者（供給）と被災者（需要）の提携による円滑な物資輸送システムの可能性を示唆する．以上の背景を踏まえ，本研究では，被災者の調達行動（需要）と救援物資の供給を制御するという新しいアプローチを提案し，その最適な状態を求める．具体的に，物資配給により変化する被災者の配給待ち行列と，輸送戦略により変化する在庫量を Point Queue を用いて記述し，それらを最小とする最適化問題を，時間遅れを含む最適制御問題として定式化する．そして，最大値原理を用いることで問題の大域的最適解が得られることを示す．

Key Words: 人道支援物流, 救援物資輸送, 待ち行列, 在庫輻輳，最適制御理論

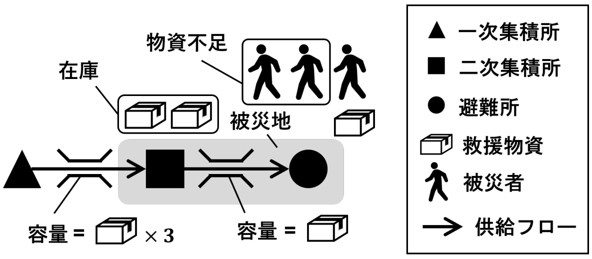
1. はじめに

世界的な人口増加や都市化の進展により，自然災害の数は急激に増加し，甚大な人的・経済的被害をもたらしている．Magrath(2007)[1] は，1980 年から 2006 年にかけて年間の災害発生数が約四倍に急増したと報告している．今後 40 年間に災害の発生数は五倍に増加すると予想されており[2]，今後も災害の影響は避けられないものの，発災後の対応活動を適切に行うことで被害を軽減させることはできるだろう．

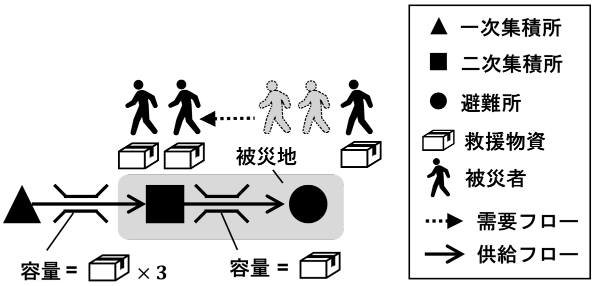
被災者への迅速かつ的確な物資支援を目的とする人道支援物流の中でも，救援物資の輸送は災害対応活動の重要な課題である．政府機関や非政府組織などの救援組織は,「被災者の需要を満たすため，供給地から消費地まで，救援物資の流動と保管および関連情報を，効率的・費用効果的に計画・実施・管理するプロセス[3),4)]」である人道支援物流を適切に設計する必要がある．Van Wassenhove(2006)[5] は，2004 年のスマトラ沖地震にて，人道支援物流が発災後の対応活動の中で最も費用がかかる活動であると述べた．Holguín-Veras et al.(2007)[6] は，2005 年のハリケーン・カトリーナを例に，効率的な物資輸送および在庫管理の運用方法の欠如を指摘した．河瀬ら (2021)[7] は，東日本大震災と熊本地震の実態を調査し，集積所から避難所へのラストマイル輸送における供給資源不足を解決する研究の方向性を整理した．これらの実例は，災害による被害を軽減させるために，救援物資の効率的な輸送戦略を策定する必要性を示す．

災害時の物資輸送における最大のボトルネックは，被災地内の集積所から避難所へのラストマイル輸送である[7]．典型的な救援物資の流れは，被災地外の一次集積所から被災地内の二次集積所を経由して避難所へ輸送され，最終的に避難所の職員の配給によって被災者のもとに届くという段階的な構造を有する（**図–1**）．この段階的な構造は，商業物流における在庫理論[8] や行政構造[9] が背景にある．しかし被災地内の道路インフラや輸送車両が損傷し，避難所への十分な供給資源を確保できない状況も少なくない．また職員の被災により，被災者への配給には多くの時間を要する．このとき，避難所の物資不足を招くだけでなく，物資配給の待ち行列（queueing congestion）や，集積所での在庫の輻輳（inventory congestion）を引き起こす．さらに，集積所の容量を超える在庫が発生すると他の避難所への輸送も滞る．このように人道支援物流では，局所的障害の影響が時空間的に波及し[10]，結果としてシステム全体の性能低下（i.e., 物資輸送の遅れ）を招き得る．

人道支援物流における運用の方法論の多くは，救援物資の「供給」を制御することで「需要」に応える単一方向システム（**図–1**）が一般的であるが，被災地内



図–1 従来の単一方向システムの概略図



図–2 本研究が提案する双方向システムの概略図

の供給資源不足を考えれば，供給のみで上記の問題を解決するのは容易でない．人道支援物流には，在庫管理[11)]・物資輸送[12)]・備蓄[13)]・施設配置[14)]・運搬経路[15)]など様々な戦略が含まれるが，いずれの意思決定ツールも，その多くが被災地外から被災地内への供給を前提とする．しかし，最大フロー最小カット定理に基づけば，最大可能供給量はボトルネック（i.e., ラストマイル輸送の容量）によって決まる．極論，ラストマイルに供給資源がなければ，何れの戦略をとっても避難所に物資を供給することはできない．供給資源が限られる中で被災者の需要を満たすためには，供給からの単一方向システムだけでは限界がある．

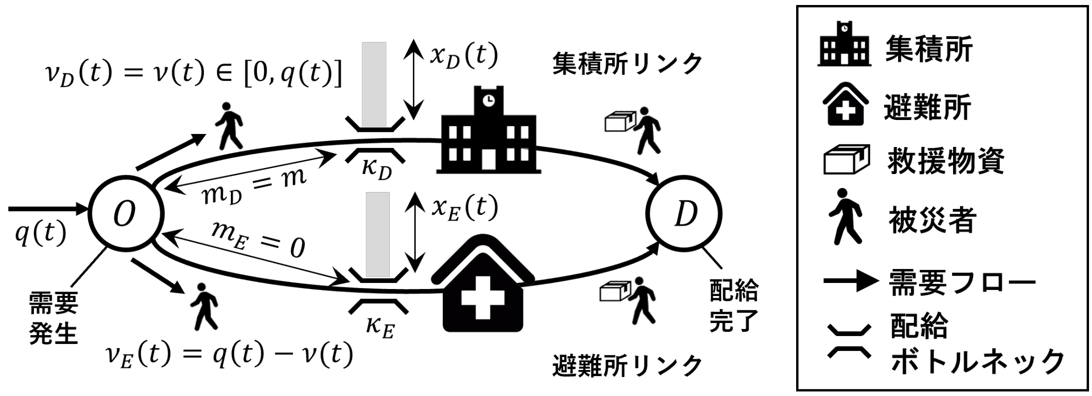
上記の問題を解決する有力なアプローチの一つが，被災者の物資調達（需要）により供給資源不足を補う双方向システム（**図–2**）である．具体的に，ラストマイルの供給資源不足によって生じた集積所の在庫から被災者自らが物資調達を行うことで，物資不足や在庫輻輳を解消することが期待できる．近年，高性能な携帯情報端末の普及により，供給者から被災者個人へのコンタクトが可能となっている．また災害時特有の行動目的として，物資調達の存在が観測されている[16),17)]．これらの事実は，需要と供給の双方向的な制御が実行可能であることを示す．本研究では，被災者の物資調達（需要）と救援物資の供給を制御するシステムを「需給制御システム」と呼称する．

ただし「需要」を被災者個々の物資調達の総体とみなしたとしても，需給制御の運用方法は明らかでない．人道支援物流では，救援物資の「供給」制御が一般的であり，被災者の物資「需要」を制御するアプローチの既存研究は限られる．関連する研究として，負傷者の搬送および被災者の避難と，救援物資の輸送を統合した最適化モデル[18),19),20),21)]がある．しかし，その目的は需要と供給の量の不一致を最小にする配分を求めることであり，被災者または物資が到着した瞬間に，需要は満たされ物資も消費されると仮定する．実際には，被災者や物資が到着して”配給”するまで需要は満たされず，被災者の待ち行列や救援物資の在庫（i.e., 物資の待ち行列）が発生する．同様に，Stamm (2010)[22)] や Muggy and Stamm(2020)[24)]，Gutjahr and Dzubur(2016)[23)] が構築した二段階最適化モデルは，混雑（flow congestion）のみを対象としており，静的な現象の記述に留まっている．Fikar et al.(2018)[25)] や Espej-Díaz and Guerrero(2021)[26)] は，個々の被災者への配給を先入れ先出しの待ち行列で記述したエージェントベースのシミュレーション最適化モデルを構築したが，その計算効率性には限界がある．災害の多様性および緊急性を考えれば，災害対応活動の計画および運用の双方にとっても，計算効率的なフレームワークを構築するのが望ましい．

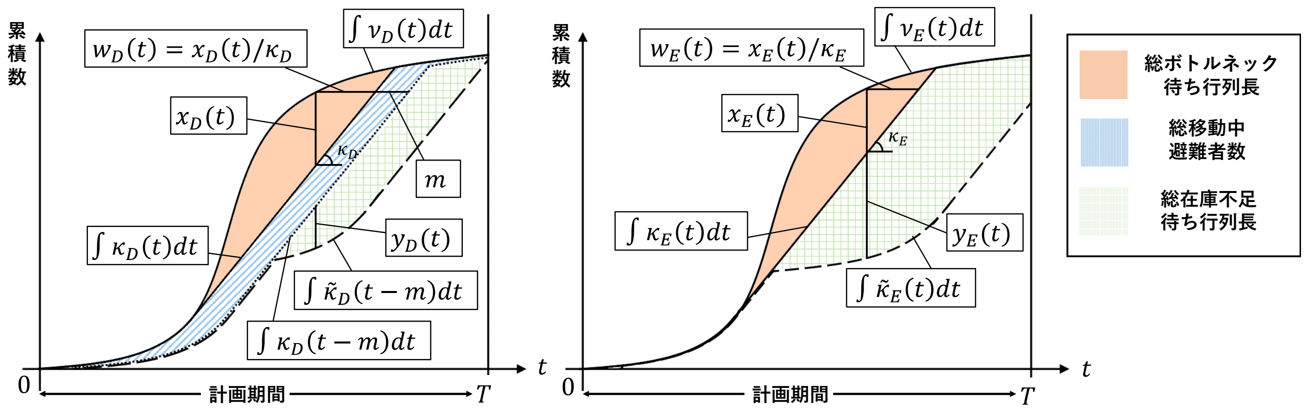
以上の背景を踏まえ，本研究では，被災者および救援物資の待ち行列を考慮した需給制御の計算効率的な最適化モデルを構築する．具体的に，待ち行列の時間的進展を物理的な長さを持たない Point Queue で記述し，ある計画期間中に発生する待ち行列を最小化する問題を，時間遅れを含む最適制御問題として定式化する．この問題は，人の待ち行列時間の最小化問題である動的システム最適交通量配分（e.g., Akamatsu and Nagae, 2007[27)]）と救援物資の在庫の最小化問題（e.g., 河瀬ら, 2021[28)]）を組合せて拡張したものである．定式化した最適制御問題は線形システムの制御問題であり，既存の計算効率的な解法が適用可能である．また，最適化の解法アプローチとして，最大値原理[29),30)]を用いることで問題の大域的最適解が得られることを示す．本研究では，需給制御システムの基本的な性質を検証するため，単一の避難所と集積所で構成されたネットワークを扱う．

2. 需給制御の最適化モデル

本章では，待ち行列の進展を考慮した需給制御の最適化モデルの定式化を示す．はじめに，任意の時刻における需給制御システム内の被災者と救援物資の流れを説明する．次に，計画期間中に発生する費用を定義し，その総費用を最小とする需給制御を求める最適制御問題を定式化する．



図–3 被災者の調達行動を表す需要ネットワーク



図–4 需要ネットワークにおける流入・流出の累積図と配給待ち時間による費用（左：集積所，右：避難所）

(1) 需給制御システム

本研究で扱う需給制御システムは，被災者の物資調達を表す需要ネットワーク，救援物資の流れを表す供給ネットワーク，それらのネットワーク上の待ち行列で構成される．その最適な状態は，計画期間 $[0, T]$ 中に発生する総費用を最小にする，被災者や救援物資の待ち行列とその時間的進展で与えられる．本節では，まず需要ネットワークと配給待ち行列の進展を説明し，次に供給ネットワークと在庫量の進展を説明する．

a) 需要ネットワークと配給待ち行列の進展

被災者の物資調達を**図–3** に示す需要ネットワークで表現する．ある一つの避難所で発生する物資需要は，その避難所で待機させて物資を配給する，あるいは集積所まで移動させて物資を配給することによって満たされるとする．この被災者の移動を，**図–3** に示す 1 つの起終点（OD）ペアと 2 つのリンクで構成される需要ネットワークで記述する．起点は物資需要の発生を示すダミーノード，終点は物資配給の完了を示すダミーノードである．また，需要ネットワーク内の上部のリンクは集積所での配給，下部のリンクは避難所での配給を示す．以下，それぞれのリンクを集積所リンク，避難所リンクと呼称する．各リンクの収容人数は十分に大きいと仮定する．

被災者の物資需要は，上記の需要ネットワークを起点から終点へ移動することで満たされる．物資需要を有する被災者は，まず起点に流入する．ここでは，時刻 $t \in [0, T]$ の単位時間あたりの物資需要の流入量（以下，総需要と呼称）を所与の関数 $q(t)$ と表記する．ただし，被災者一人は一単位だけ救援物資が必要と仮定する．システムの管理者は，この総需要 $q(t)$ を $\nu_D(t) = \nu(t) \in [0, q(t)]$ だけ集積所リンクに，残りの $\nu_E(t) = q(t) - \nu(t)$ を避難所リンクに流入させることができる．集積所リンクと避難所リンクにおいて，単位時間あたりに救援物資を配給できる被災者数（i.e., サービス率）は有限であり，それぞれ κ_D, κ_E と表記する．サービス率を上回る需要が流入すると，リンクに待ち行列が発生する．このとき，時刻 t に流入した被災者が配給によるボトルネックを通過するまでの旅行時間 $c_D(t), c_E(t)$ は，自由流旅行時間 m_D, m_E と待ち時間 $w_D(t), w_E(t)$ を用いて次式で与えられる

$$c_l(t) = m_l + w_l(t), \quad l \in \{D, E\}. \tag{1}$$

ただし，避難所リンクに流入した被災者は移動するこ

となく待ち行列に並ぶので $m_D = m, m_E = 0$ と表記する．以下では，添字 D を集積所，E を避難所の属性を表す記法とする．また上記を含め以下に示す数式は，特に記載がない限り，任意の時刻 $t \in [0, T]$ において成り立つ．

各リンクでは被災者の配給待ち行列が発生するが，その原因は二つある．第一に，サービス率を上回る物資需要の流入によるボトルネック待ち行列，第二に，在庫がないことによる在庫不足待ち行列である．時刻 $t \in [0, T]$ における各リンク $l \in \{D, E\}$ のボトルネック待ち行列を $x_l(t)$，在庫不足待ち行列を $y_l(t)$ とする．リンクの収容人数は十分に大きいと仮定するので，待ち行列の物理的な長さは捨象し，各待ち行列の時間変化率を次式で表すことができる

$$\dot{x}_l(t) = \nu_l(t) - \kappa_l(t), \quad x_l(0) = 0, \quad l \in \{D, E\}, \tag{2}$$

$$\dot{y}_l(t) = \kappa_l(t - m_l) - \tilde{\kappa}_l(t - m_l), \quad y_l(0) = 0, \quad l \in \{D, E\}. \tag{3}$$

配給待ち行列の時間変化を**図–4** の累積図に示す．ここで $\kappa_l(t)$ は時刻 $t + m_l$ における各リンク l の最大流出率，$\tilde{\kappa}_l(t)$ は時刻 $t + m_l$ における実際の流出率，すなわち単位時間あたりに配給を受けた被災者数を表す．式 (3) に時間遅れが含まれるのは，上記の流出率の定義によるものである．最大流出率 $\kappa_l(t)$ はボトルネック待ち行列の有無および流入・流出の関係によって次式で記述できる

$$\kappa_l(t) = \begin{cases} \kappa_l & \text{if } x_l(t) > 0, \\ \kappa_l & \text{if } x_l(t) = 0 \text{ and } \nu_l(t) \geq \kappa_l, \\ \nu_l(t) & \text{if } x_l(t) = 0 \text{ and } \nu_l(t) < \kappa_l, \end{cases} \quad l \in \{D, E\}. \tag{4}$$

式 (2)(4) に示すボトルネック待ち行列の進展は，交通渋滞現象を最も簡潔に表現する Point Queue モデルに準ずる．このとき，各リンク l の待ち時間 $w_l(t)$ は次式で与えられる

$$w_l(t) = x_l(t)/\kappa_l, \quad l \in \{D, E\}. \tag{5}$$

実際の流出率 $\tilde{\kappa}_l(t)$ は在庫や在庫不足待ち行列の有無によって記述できる．$\tilde{\kappa}_l(t)$ は在庫の進展とともに，次節で定義する．

b) 供給ネットワークと在庫量の進展

救援物資の輸送を**図–5** の実線に示す 2 ノード 1 リンクの供給ネットワークで表現する．ここで**図–5** の破線は，前節にて説明した需要ネットワークを簡潔に表現したものである．供給ネットワークにおけるノードは集積所と避難所を表し，リンクは集積所から避難所へのラストマイル輸送を表現する．また，各ノードの収容可能な救援物資の在庫数は十分に大きく，物理的な長さを捨象した待ち行列で在庫の時間的進展が記述できるとする．

救援物資は，被災者の総需要を満たすように被災地外から供給される．外部からの供給は，まず集積所に輸送される．ここでは，時刻 $t \in [0, T]$ の単位時間あたりの外部供給を所与の関数 $S_0(t)$ と表記する．管理者は，この供給により発生した集積所の在庫の内，ラストマイルの輸送容量 $\overline{S}$ を上限とし，避難所へ救援物資を輸送する．具体的に，時刻 t での単位時間あたりの集積所からの流出量を $S(t) \in [0, \overline{S}]$ と表記する．またラストマイルリンクに救援物資を意図的に滞留させないと仮定すると，集積所から流出した救援物資は，ラストマイルの自由流旅行時間 m 後に避難所へ流入する．ノードの収容容量は十分に大きいと仮定するので，ラストマイルリンク上に意図的に救援物資を滞留させる戦略は最適解に含まれない．被災者は起点ダミーノードから各ノードに流入し，そのノードに在庫が存在すれば配給を受け，各ノードから終点ダミーノードへと流出する．

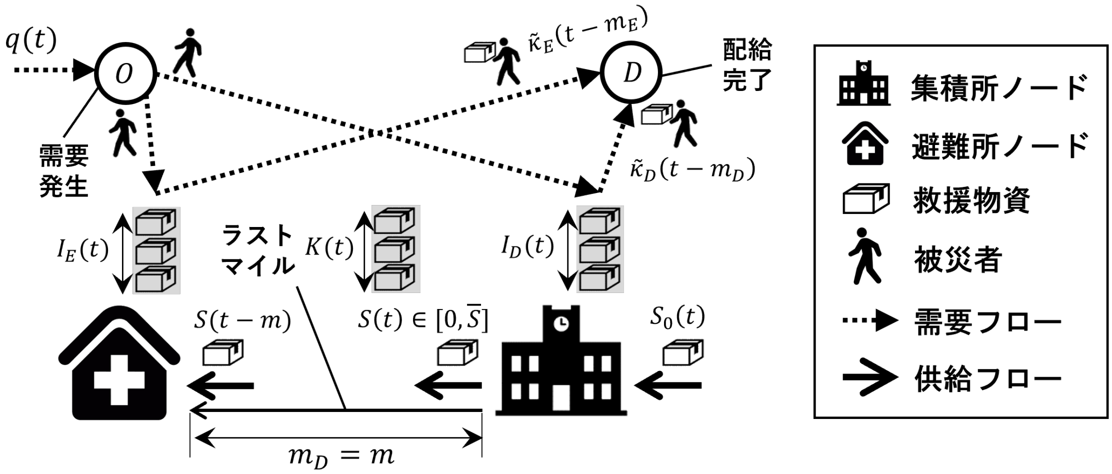
供給ネットワークの各ノードおよびラストマイルリンク上では，救援物資の在庫が発生する．時刻 $t \in [0, T]$ における各ノード $n \in \{D, E\}$ の在庫量を $I_n(t)$，ラストマイルリンク上に滞留する輸送中在庫量を $K(t)$ と表記する．被災者一人が必要とする救援物資は一単位だけである仮定とするので，集積所での流入率 $S_D(t) = S_0(t) - S(t)$ と避難所での流入率 $S_E(t) = S(t - m)$，各ノード n での実際の流出率 $\tilde{\kappa}_n(t)$ を用いて，在庫量の時間変化率は次式で表すことができる

$$\dot{I}_n(t) = S_n(t) - \tilde{\kappa}_n(t - m_n), \quad I_n(0) = I_{n0}, \quad n \in \{D, E\}, \tag{6}$$

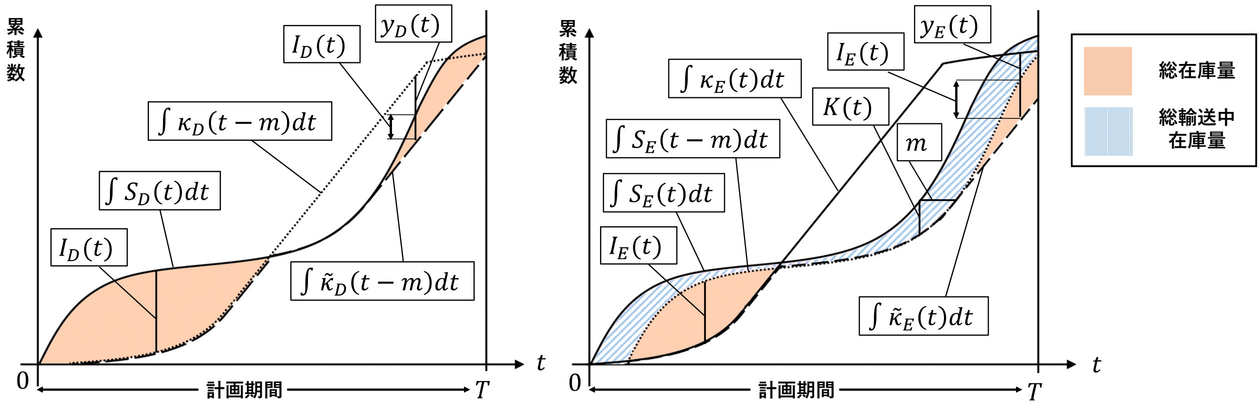
$$\dot{K}(t) = S(t) - S(t - m), \quad K(0) = 0. \tag{7}$$

在庫量の時間変化を**図–6** の累積図に示す．ここで I_{n0} はノード n の初期在庫を表す．式 (6) が時間遅れを含むのは，式 (3) と同様に，流出率の定義によるものである．各ノード n の実際の流出率 $\tilde{\kappa}_n(t)$ は，在庫量や在庫不足待ち行列の有無によって次式で記述できる

$$\tilde{\kappa}_n(t - m_n) = \begin{cases} \kappa_n(t - m_n) & \text{if } I_n(t) > 0 \text{ and } y_n(t) = 0, \\ \min\{\kappa_n(t - m_n), S_n(t)\} & \text{if } I_n(t) = 0 \text{ and } y_n(t) = 0, \\ \min\{\kappa_n, S_n(t)\} & \text{if } I_n(t) = 0 \text{ and } y_n(t) > 0, \\ \kappa_n & \text{if } I_n(t) > 0 \text{ and } y_n(t) > 0, \end{cases} \quad n \in \{D, E\}, \quad t \in [m_n, T). \tag{8}$$



図–5 救援物資の輸送を表す供給ネットワーク



図–6 供給ネットワークにおける流入・流出の累積図と在庫による費用（左：集積所，右：避難所）

式 (3)(6)(8) は，次の待ち行列および在庫量の進展を表す．まず，在庫が存在（$I_n(t) > 0$）し在庫不足待ち行列がない（$y_n(t) = 0$）場合，ボトルネック待ち行列から流出した被災者分 $\kappa_n(t-m_n)$ だけ配給される．次に，在庫も在庫不足待ち行列もなく $\kappa_n(t-m_n)$ が救援物資の流入 $S(t)$ を上回る場合は，被災者への配給は $S_n(t)$ だけとなり，在庫不足待ち行列のみが増加し在庫は 0 のまま変化しない．一方で $\kappa_n(t-m_n)$ が $S(t)$ を下回る場合は，$\kappa_n(t-m_n)$ だけ配給されるので，在庫のみ増加する．続いて，在庫不足待ち行列のみ存在する（$I_n(t) = 0, y_n(t) > 0$）場合は，$S_n(t)$ が配給サービス率 κ_n を超えていれば在庫は増加し，下回る場合は流入分 $S_n(t)$ しか配給されず在庫は変化しない．最後に，在庫も在庫不足待ち行列も存在する（$I_n(t) > 0, y_n(t) > 0$）場合，在庫と待ち行列の双方を減らすように配給サービス率 κ_n だけ配給される．

(2) 最適化問題の定式化

2.1 節で定義した需給制御システムの最適な状態を与える最適化問題を定式化する．本研究で扱う最適化問題は，時刻 $t \in [0, T]$ における集積所リンクへの被災者の流入 $\nu(t)$ および集積所での救援物資の流出 $S(t)$ を決定変数とし，ネットワーク上の待ち行列による費用を最小化する問題である．まず最適化問題の費用関数を定義し，その後，時間遅れを含む最適制御問題としての定式化を行う．そして，最大値原理[29),30)] を用いて最適制御問題の必要条件を導出し，その条件が十分性を満たすことを説明する．

a) 費用関数

需給制御システムでは，時刻 $t \in [0, T]$ におけるネットワーク上の待ち行列であるリンク $l \in \{D, E\}$ の配給待ち行列 $x_l(t), y_l(t)$，ノード $n \in \{D, E\}$ の在庫量 $I_n(t)$，ラストマイルリンクの在庫量 $K(t)$ によって費用が発生する．各待ち行列による費用を $C_x(t), C_y(t), C_I(t), C_K(t)$ と表記し，待ち行列長そのもので測定すると仮定する．

最適化問題の目的関数 V を時刻 t に発生する総費用 $C(t)$ の時間積分，総費用 $C(t)$ を各費用の線形和として次式で定義する

$$V = \int_0^T C(t)dt, \tag{9}$$

$$C(t) = C_x(t) + C_y(t) + C_I(t) + C_K(t), \tag{10}$$

$$C_x(t) = \sum_{l\in\{D,E\}} c_l(t)\nu_l(t), \tag{11}$$

$$C_y(t) = \sum_{l\in\{D,E\}} y_l(t), \tag{12}$$

$$C_I(t) = \sum_{n\in\{D,E\}} I_n(t), \tag{13}$$

$$C_K(t) = mS(t). \tag{14}$$

計画期間 $[0,T]$ 中の各費用の総和は，**図–4,6** に示す累積図で表される．式 (11) は**図–4** に示す総ボトルネック待ち行列長と総移動中避難者数の和，式 (12) は総在庫不足待ち行列長である．式 (13) は**図–6** に示す総在庫量，式 (14) は総輸送中在庫量である．式 (12)(13) に示すように，リンク l の在庫不足待ち行列 $y_l(t)$ とノード n の在庫量 $I_n(t)$ による費用は，その総和で記述する．一方で，式 (11)(14) に示すように，リンク l のボトルネック待ち行列 $x_l(t)$ とノード n の輸送中在庫量 $K_n(t)$ による費用は，それぞれ時刻 t における被災者と救援物資の総旅行時間の時間増加率を表す．各費用は待ち行列長そのものであると仮定するので，**図–4,6** に示すように，その時間積分は待ち行列の時間積分と等価である．ただし，一単位の救援物資しか積載できない車両で輸送する場合を除き，救援物資と輸送車両の総旅行時間は異なることに留意する．

b) 最適制御問題

需給制御の最適化問題を時間遅れを含む最適制御問題として定式化する．時間遅れを含む最適制御問題は，これまでの議論に初期条件および制御変数の制約条件を加えることにより，ネットワーク上の待ち行列を状態変数，$\nu(t)$ と $S(t)$ を制御変数とする次式の最適化問題として与えられる

時間遅れを含む最適制御問題

$$\{\nu^*(t), S^*(t) | t\in[0,T)\} = \underset{\nu(t),S(t)}{\operatorname{argmin}}\, V, \tag{15}$$

subject to Eqs.$(1)-(14)$, and

$$0 \le \nu(t) \le q(t) \tag{16}$$

$$0 \le S(t) \le \overline{S}(t) \tag{17}$$

$$v_D(t) = 0, \quad t\in[-m,0), \tag{18}$$

$$\kappa_D(t) = 0, \quad t\in[-m,0), \tag{19}$$

$$\tilde{\kappa}_D(t) = 0, \quad t\in[-m,0), \tag{20}$$

$$S(t) = 0, \quad t\in[-m,0). \tag{21}$$

式 (18)–(21) は計画期間 $[0,T]$ 外の初期条件を示す．式 (15)–(21) に示すように，最適制御問題は，需要ネットワークや供給ネットワークの設定から決まる状態変数の動的変化 (2)–(4),(6)–(8) および制御変数の制約条件 (16)(17) の下，システムの総費用 (1)(5)(9)–(14) を最小とする最適な制御変数経路 $\{\nu^*(t), S^*(t)|t\in[0,T)\}$ を求める問題である．さらに，最適な制御変数に従う状態変数の動的変化 (2)–(4)(6)–(8) を求めることで，最適な状態変数経路 $\{x_l^*(t), y_l^*(t), I_n^*(t), J_n^*(t), K^*(t)|t\in(0,T], l\in\{D,E\}, n\in\{D,E\})\}$ を得る．制約条件 (16)(17) が線形であり制約想定[31] を満たすので，最大値原理が最適制御問題 (15)–(21) の一次の最適性条件となることが保証される．

最適制御問題の一次の最適性条件である最大値原理より，最適な制御変数経路 $\{\nu^*(t), S^*(t)|t\in[0,T)\}$ が満たすべき条件は

最大値原理

$$\{\nu^*(t), S^*(t)\} = \underset{\nu(t),S(t)}{\operatorname{argmin}}\{L(t) + \chi(t)L(t+m)\}, \tag{22}$$

$$\dot{\lambda}_{x_l}(t) = \begin{cases} -\nu_l(t)/\kappa_l & \text{if } x_l(t) > 0 \quad \lambda_{x_l}(T) = 0, \\ 0 & \text{if } x_l(t) = 0 \qquad l\in\{D,E\}, \end{cases} \tag{23}$$

$$\dot{\lambda}_{y_l}(t) = \begin{cases} -1 & \text{if } y_l(t) > 0 \quad \lambda_{y_l}(T) = 0, \\ 0 & \text{if } y_l(t) = 0 \qquad l\in\{D,E\}, \end{cases} \tag{24}$$

$$\dot{\lambda}_{I_n}(t) = \begin{cases} -1 & \text{if } I_n(t) > 0 \quad \lambda_{I_n}(T) = 0, \\ 0 & \text{if } I_n(t) = 0 \qquad n\in\{D,E\}, \end{cases} \tag{25}$$

$$S(t) \ge 0,\ \ \theta_{\underline{S}}(t) \ge 0,\ \ \theta_{\underline{S}}(t)S(t) = 0, \tag{26}$$

$$S(t) - \overline{S} \le 0,\ \ \theta_{\overline{S}}(t) \ge 0,\ \ \theta_{\overline{S}}(t)\{S(t) - \overline{S}\} = 0, \tag{27}$$

$$\nu(t) \ge 0,\ \ \theta_{\underline{\nu}}(t) \ge 0,\ \ \theta_{\underline{\nu}}(t)\nu(t) = 0, \tag{28}$$

$$\nu(t) - q(t) \le 0,\ \ \theta_{\overline{\nu}}(t) \ge 0,\ \ \theta_{\overline{\nu}}(t)\{\nu(t) - q(t)\} = 0, \tag{29}$$

に状態変数の微分方程式 (2)–(4)(6)–(8)，費用関数 (1)(5)(10)–(14)，初期条件 (18)–(21) を加えたものである．式 (22) はラグランジュ関数 $L(t)$ の最小化，式 (23)–(25) は随伴方程式，式 (26)–(29) は相補性条件を示す．$\chi(t)$ は $t\in[0,T-m]$ であれば 1，そうでなければ 0 を示すバイナリ変数，$\theta_{\underline{S}}(t), \theta_{\overline{S}}(t), \theta_{\underline{\nu}}(t), \theta_{\overline{\nu}}(t)$ はラグランジュ乗数，随伴変数 $\lambda_{x_l}(t), \lambda_{y_l}(t), \lambda_{I_n}(t)$ は価値観数を状態変数で偏微分したものである．また，ラグランジュ関数 $L(t)$ は次式で定義される

$$L(t) = H(t) - \theta_{\underline{S}}(t)S(t) + \theta_{\overline{S}}(t)\{S(t) - \overline{S}\} - \theta_{\underline{\nu}}(t)\nu(t) + \theta_{\overline{\nu}}(t)\{\nu(t) - q(t)\}, \tag{30}$$

$$H(t) = C(t) + \sum_{l\in\{D,E\}} \lambda_{x_l}(t)\dot{x}_l(t) + \sum_{l\in\{D,E\}} \lambda_{y_l}(t)\dot{y}_l(t) + \sum_{n\in\{D,E\}} \lambda_{I_n}(t)\dot{I}_n(t). \tag{31}$$

ここで $H(t)$ はハミルトン関数である．最大値原理を満たす制御変数経路および状態変数経路が十分でもあるためには，最適制御問題の二次の最適性条件であるアローの定理[32)]を満たす必要がある．この点に関して上記の最大値原理は，全ての $t \in [0, T]$ においてラグランジュ関数 $L(t)$ が，状態変数および制御変数について線形であるため，アローの定理を満たす．従って，最大値原理によって特定される最適解は，唯一の大域的な最適解である．

3. おわりに

本研究は，災害時における救援物資の輸送戦略の新たなアプローチとして需給制御システムを提案した．発災後の混乱した環境で被災者の物資需要を迅速に満たすためには，供給資源・人的資源の不足故に，従来の「供給」制御のみに頼った単一方向システムでは限界がある．近年の高性能個人端末の普及や災害時の物資調達行動の存在は,「需要」からも問題解決にアプローチ可能であることを示す．需要と供給の双方を適切に制御すれば，ラストマイルの供給資源不足を解消するとともに，配給待ち行列や在庫輻輳を軽減することが期待できる．

本紙では，需給制御システムの最適化問題を時間遅れを含む最適制御問題として定式化した．システムの基本的検証を行うため，単一の避難所と集積所で構成されたネットワークを対象に，被災者の調達行動および救援物資の流れ，それらによる配給待ち行列および在庫の進展を，物理的な長さを持たない Point Queue で記述した．さらに最適制御問題の必要条件である最大値原理を適用し，その条件を満たす解が唯一の大域的な最適解であることを示した．

今後は課題として，定式化を用いて制御変数の解の特性を求める必要がある．提案した問題は，ハミルトン関数が制御変数に関して線形なので，変数の境界をとる bang-bang 解[33)] もしくは特異制御解[34)] となる．まずはこの制御解の性質を活用して，配給待ち行列や在庫の生起パターンごとの特性を明らかにする．また線形的システムの確定論的最適制御問題の解法（e.g., Göllmann et al., 2009[30)]）を適用し，系統的な数値計算を行うことで，提案する需給制御システムの有効性を検証する．適切な成果が出た際には発表時に追加で報告する予定である．

より挑戦的な課題としては，被災者個々の便益を損なわないシステムの構築およびインセンティブデザインの提案である．本研究で提案した定式化は，被災者個々の物資調達の総体を制御する「需要」の数量制御であり，被災者の調達行動を制限することによる社会的損失を生む．金銭の授受によって外部不経済を内部化するアプローチが一般的であるが，公平性の面から災害時には適当でない．例えば，調達一回あたりの物資配給量を増やすことで，個々の被災者の総行動回数を減らすといった正のインセンティブが考えられる．ただし，供給資源の制約下で実行可能なインセンティブの付与には限界がある．今後は，数量制御の高度化とともに，被災者の調達行動を促すインセンティブデザインの提案及びその限界を検討する．

謝辞： 本研究は，2021 年度大林財団研究助成を受けた．ここに記して謝意を表する．

REFERENCES

1) Magrath, J.: Climate alarm: Disasters increase as climate change bites, *Oxfam Policy and Practice: Climate Change and Resilience*, Vol.3, No.2, pp.1–28, 2007.
2) Thomas, A. S. and Kopczak, L. R.: From logistics to supply chain management: the path forward in the humanitarian sector, *Fritz Institute*, Vol.15, pp.1–15, 2005.
3) Thomas, A. S. and Mizushima, M.: Logistics training: necessity or luxury, *Forced Migr. Rev.*, Vol.22, pp.60–61, 2005.
4) Sheu, J.-B.: Challenges of emergency logistics management, *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, Vol.43, No.6, pp.655–659, 2007.
5) Van Wassenhove L. N.: Humanitarian aid logistics: supply chain management in high gear, *J. Oper. Res. Soc.*, Vol.57, No.5, pp.475–489, 2006.
6) Holguín-Veras, J., Pérez, N., Ukkusuri, S., Wachtendorf, T., and Brown, B.: Emergency logistics issues affecting the response to katrina: a synthesis and preliminary suggestions for improvement, *Transp. Res. Rec.*, Vol.2022, No.1, pp.76–82, 2007.
7) 河瀬理貴，浦田淳司，井料隆雅: 災害時における人道支援ロジスティクスの在り方: 東日本大震災と熊本地震のケーススタディ, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol.76, No.5, pp.I_987–I_999, 2021. [Kawase, R., Urata, J. and Iryo, T.: The post disaster humanitarian logistics: case studies of the Tohoku Disasters and Kumamoto Earthquake, *Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. D3 (Infrastructure Planning and Management)*, Vol.76, No.5, pp.I_987–I_999, 2021.].
8) Clark, A. J. and Scarf, H.: Optimal policies for a multi-echelon inventory problem, *Manag. Sci.*, Vol.6, No.4, pp.475–490, 1960.
9) 伊藤秀行，Wisinee Wisetjindawat，横松宗太: 南海トラフ巨大地震における政府調達物資供給計画の実行可能性の検討，実践政策学, Vol.3, No.1, pp.31–38, 2017. [Ito, H., Wisetjindawat, W. and Yokomatsu, M.: Is the government plan for the distribution of relief goods in the aftermath of the Nankai megathrust earthquake realistic?, *Policy and Practice*, Vol.3, No.1, pp.31–38, 2017.].
10) Tang, L., Jing, K., He, J., and Stanley, H. E.: Complex interdependent supply chain networks: Cascading failure and robustness, *Physica A Stat. Mech. Appl.*, Vol.443, pp.58–69, 2016.
11) Acar, M. and Kaya, O.: Inventory decisions for humanitarian aid materials considering budget constraints, *Eur. J. Oper. Res.*, Vol.300, No.1, pp.95–111, 2022.
12) Noyan, N. and Kahvecioğlu, G.: Stochastic last mile relief network design with resource reallocation, *Or Spectrum*,

Vol.40, No.1, pp.187–231, 2018.
13) Abazari, S. R., Aghsami, A., and Rabbani, M.: Prepositioning and distributing relief items in humanitarian logistics with uncertain parameters, *Socio-Econ. Plan. Sci.*, Vol.74, pp.100933, 2021.
14) Cavdur, F., Kose-Kucuk, M., and Sebatli, A.: Allocation of temporary disaster-response facilities for relief-supplies distribution: a stochastic optimization approach for after-disaster uncertainty, *Nat. Hazards Rev.*, Vol.22, No.1, pp.05020013, 2021.
15) Balcik, B., Beamon, B. M., and Smilowitz, K.: Last mile distribution in humanitarian relief, *J. Intell. Transp.*, Vol.12, No.2, pp.51–63, 2008.
16) Kawasaki, Y., Kuwahara, M., Hara, Y., Mitani, T., Takenouchi, A., Iryo, T., and Urata, J.: Investigation of traffic and evacuation aspects at kumamoto earthquake and the future issues, *J. Disaster Res.*, Vol.12, No.2, pp.272–286, 2017.
17) Urata, J., Sasaki, Y., and Iryo, T.: Spatio-temporal analysis for understanding the traffic demand after the 2016 kumamoto earthquake using mobile usage data, *21st International Conference on Intelligent Transportation Systems (ITSC)*, pp. 2496–2503, IEEE, 2018.
18) Setiawan, E., Liu, J., and French, A.: Resource location for relief distribution and victim evacuation after a sudden-onset disaster, *IISE Trans.*, Vol.51, No.8, pp.830–846, 2019.
19) Dalal, J. and Üster, H.: Robust emergency relief supply planning for foreseen disasters under evacuation-side uncertainty, *Transp. Sci.*, Vol.55, No.3, pp.791–813, 2021.
20) Seraji, H., Tavakkoli-Moghaddam, R., Asian, S., and Kaur, H.: An integrative location-allocation model for humanitarian logistics with distributive injustice and dissatisfaction under uncertainty, *Ann. Oper. Res.*, pp. 1–47, 2021.
21) Sun, H., Li, J., Wang, T., and Xue, Y.: A novel scenario-based robust bi-objective optimization model for humanitarian logistics network under risk of disruptions, *Transp. Res. E Logist. Transp. Rev.*, Vol.157, pp.102578, 2022.
22) Heier Stamm, J. L.: Design and analysis of humanitarian and public health logistics systems, PhD thesis, Georgia Institute of Technology, 2010.
23) Gutjahr, W. J. and Dzubur, N.: Bi-objective bilevel optimization of distribution center locations considering user equilibria, *Transp. Res. E: Logist. Transp. Rev.*, Vol.85, pp.1–22, 2016.
24) Muggy, L. and Heier Stamm, J. L.: Decentralized beneficiary behavior in humanitarian supply chains: Models, performance bounds, and coordination mechanisms, *Ann. Oper. Res.*, Vol.284, No.1, pp.333–365, 2020.
25) Fikar, C., Hirsch, P., and Nolz, P. C.: Agent-based simulation optimization for dynamic disaster relief distribution, *Cent. Eur. J. Oper. Res.*, Vol.26, No.2, pp.423–442, 2018.
26) Espejo-Díaz, J. A. and Guerrero, W. J.: A multiagent approach to solving the dynamic postdisaster relief distribution problem, *Oper. Manag. Res.*, Vol.14, No.1, pp.177–193, 2021.
27) Akamatsu, T. and Nagae, T.: Dynamics ramp control strategies for risk averse system optimal assignment, *International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Vol.17, pp.87–110, 2007.
28) 河瀬理貴，井料隆雅，浦田淳司: 情報の不確実性を考慮した救援物資の在庫輸送戦略の数理解析，土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol.77, No.3, pp.184–200, 2021. [Kawase, R., Iryo, T. and Urata, J.: Optimal inventory distribution strategy for relief supply considering information uncertainty, *Journal of Japan Society of Civil Engineers, Ser. D3 (Infrastructure Planning and Management)*, Vol.77, No.3, pp.184–200, 2021.].
29) Göllmann, L. and Maurer, H.: Theory and applications of optimal control problems with multiple time-delays, *J. Ind. Manag. Optim.*, Vol.10, No.2, pp.413–441, 2014.
30) Göllmann, L., Kern, D., and Maurer, H.: Optimal control problems with delays in state and control variables subject to mixed control–state constraints, *Optim. Control. Appl. Methods*, Vol.30, No.4, pp.341–365, 2009.
31) Arrow, K. J., Hurwicz, L., and Uzawa, H.: Constraint qualifications in maximization problems, *Nav. Res. Logist. Q.*, Vol.8, No.2, pp.175–191, 1961.
32) Arrow, K. J.: *Application of control theory to economic growth*, Stanford University, 1967.
33) Krener, A. J.: The high order maximal principle and its application to singular extremals, *SIAM J. Control Optim.*, Vol.15, No.2, pp.256–293, 1977.
34) Souman, M. and Ray, W.: On the optimal control of systems having pure time delays and singular arcsi, some necessary conditions for optimality, *Int. J. Control*, Vol.16, No.5, pp.963–976, 1972.

TRANSPORTATION STRATEGY FOR RELIEF SUPPLIES CONSIDERING BENECIARIES’ PROCUREMENT BEHAVIOR

Riki KAWASE