

修繕前後のデータ欠損を考慮した 舗装構造の耐荷力推移予測

新 雄成¹・貝戸 清之²・小林 潔司³・神谷 恵三⁴

¹学生会員 大阪大学大学院 工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: y.nii@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp (Corresponding Author)

³フェロー会員 京都大学経営管理大学院特任教授 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kobayashi.kiyoshi.6n@kyoto-u.jp

⁴正会員 中日本高速道路株式会社 高度技術推進部 (〒 460-0003 名古屋市中区錦 2-18-19)

E-mail: k.kamiya.ab@c-nexco.co.jp

我が国の高速道路アスファルト舗装では、表層材料が密粒度舗装から高機能舗装へと推移したこと、経年に伴う構造耐荷力の低下が相まって、損傷部位の深層化が生じている。実務においては、FWD 調査等による損傷状態の評価に応じた層別修繕が実施されているが、その効果についての定量的な評価がなされていない。本研究では、舗装構造の耐荷力の推移を、1) 経年により低下する劣化過程と、2) 修繕時に向上する回復過程との複合的なマルコフ過程としてモデル化する。さらに、混合マルコフ劣化ハザードモデルを拡張し、修繕前後の耐荷力を潜在変数として設定することによりマルコフ推移確率を推定する方法論を提案する。これにより、1) 修繕時に耐荷力がどの程度回復するかと 2) 修繕前後の劣化速度の差異とを定量的に評価することが可能となる。

Key Words : Markov deterioration hazard model, stratified repair, pavement management

1. はじめに

我が国の高速道路アスファルト舗装は、道路表面から順に表層、基層、上層路盤、下層路盤により構成される¹⁾。近年では、表層における舗装種別が密粒度舗装から高機能(排水性)舗装へと移り変わったこと、経年に伴う構造耐荷力の低下が相まって、損傷部位の深層化が生じている。これに応じて舗装マネジメントの実務においては、表層のみを対象とした修繕から基層や上層路盤までを対象とした修繕への転換が進められてきている。しかしながら、修繕が深層を対象とするに従って工事に必要となる費用や通行規制期間は増大する。損傷を修繕することに加え、工事費用や通行規制による経済的損失を抑えることも同時に考慮した上で、最も適した修繕対象層を選択することが求められる。そのためには、層別修繕効果の定量的な評価を行うことが、ひいては、1) 層別修繕による構造耐荷力の回復量と 2) 層別修繕前後の耐荷力低下過程の差異とを定量化する方法論を開発することが重要である。

社会基盤施設の劣化予測手法としてマルコフ劣化ハザードモデル²⁾が開発されて以降、幅広い施設を対象に適用事例が増えている。舗装構造を対象にした研究事例³⁾⁻⁵⁾も数多く存在し、これらの事例では FWD

(Falling Weight Deflectometer) 調査によって得られたたわみ量をもとに耐荷力のランクを定め、舗装構造の健全度指標としている。しかしながら、修繕時の耐荷力回復量(たわみ回復量)の推定を試みた適用事例は存在せず、モデルの推定に当たっては修繕が実施されていない区間のデータが用いられてきた。また、分析対象となる社会基盤施設群を複数の施設グループに分割し、グループごとの劣化過程の差異を異質性と捉えた混合マルコフ劣化ハザードモデル⁶⁾が開発されている。舗装を対象とした際に、グルーピングを修繕履歴によって行うことが可能であると考えられる。

以上の背景を踏まえ、本研究では高速道路舗装を対象に、2回の調査の間に修繕履歴が存在する調査データベースに基づいて混合マルコフ劣化ハザードモデルを推定する方法論を開発する。修繕履歴データからは修繕時点と修繕層に関する情報が獲得される。修繕直前・直後の耐荷力ランクは確定的には判明しないが、2回の調査データと修繕履歴データをもとにランクの推移を劣化・回復の複合過程として記述することができる。本研究では、劣化過程と回復過程における耐荷力ランクの推移確率をマルコフ推移確率で表す。その上で、経年におけるランク推移に修繕時点におけるランク推移が介在する状態を考慮した混合マルコフ劣化ハザード

モデルを定式化する。さらに、調査が実施された時点までの修繕履歴により調査データのグルーピングを行い、修繕前後の耐荷力低下過程の差異を修繕履歴による異質性として捉える。本研究で提案する方法論の開発によって、1) 回復過程の推移確率をもとに修繕時の耐荷力回復量を定量的に評価することと、2) 修繕前後の耐荷力低下過程の差異を異質性パラメータにより定量化することが可能となる。以下、2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では劣化と回復の複合過程を混合マルコフ劣化ハザードモデルの拡張により定式化する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 既往研究の概要

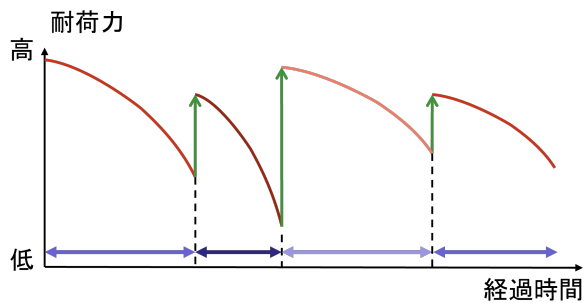
社会基盤施設を対象とした劣化予測手法であるマルコフ劣化ハザードモデル²⁾の開発以降、同モデルを応用したモデルが数多く開発されており、これらのモデルを舗装マネジメントに適用した事例も多数存在する。大井等³⁾は、舗装耐荷力の予測を目的としてマルコフ劣化ハザードモデルを推定し、舗装構造の劣化因子を特定するとともに、推定時に交互作用を考慮する必要性について言及した。また、小林等⁴⁾は、舗装構造の劣化は路面の劣化と耐荷力の低下の複合的な現象であるという考えから、耐荷力の低下過程を齊次マルコフ過程で表現し、路面の劣化過程を耐荷力の状態に依存する非齊次マルコフ過程で表現する階層的隠れマルコフ劣化モデルを提案した。さらに小林等⁵⁾は、階層的隠れマルコフ劣化モデルを拡張し、耐荷力の低下過程も路面健全度の影響を受けるという相互の依存関係を考慮した複合的隠れマルコフ劣化モデルを提案した。しかしながら、これらの既往研究においては、耐荷力が低下した舗装に対して修繕を実施することにより耐荷力が最も高い状態に確定的に回復する（厳密には事前に設定した耐荷力ランクに、事前に設定した割合で確定的に回復する）という前提が設けられている。これは、修繕の直前と直後に、点検・調査を実施することがない（修繕工事に対する竣工検査は実施されるが、今後の維持管理を目的とする点検・調査は実施されずその時点における耐荷力情報は記録されない）ために、修繕時の耐荷力ランク推移を推定するのに十分なデータサンプルを獲得できなかったことに起因する。

小濱等⁶⁾は、対象施設群を複数の施設グループに分割しグループごとの劣化過程の差異を不可観測要因による異質性と捉え、施設グループ単位での劣化ハザード率を推定するための混合マルコフ劣化ハザードモデルを開発した。また、これらの劣化予測手法をもとに施設に対する補修効果を評価するための方法論が開発さ

れている。水谷等⁷⁾は、混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて、施設グループ単位として補修チーム（供用開始または補修直後から次の補修直前までの期間）を選定することにより、補修チームごとの劣化速度の異質性に関して相対評価を行い補修効果を定量的に示した。また、各種の補修工法による補修効果の差異に関して、今後の補修工法に関する情報の蓄積により補修工法選定に対して有益な知見を獲得できる可能性を指摘している。

(2) 損傷部位の深層化

アスファルト舗装の舗装構造は、道路表面から順に表層、基層、上層路盤、下層路盤により構成される多層構造を有している。路面は自動車利用による摩耗や繰り返し荷重、天候・気象等の直接的な影響により劣化が進展する。加えて深層における損傷の発生が路面にも影響し、表層におけるひび割れやわだち掘れ、平坦性の低下等の現象が発生する。一方で、基層や上層路盤、下層路盤も雨水や地下水の浸透、繰り返し荷重の作用等により劣化が進展する。表層は、密粒度舗装と高機能舗装に大別され、近年では高機能舗装が標準的に採用されている。その理由は、高機能舗装が有する表層から基層へと雨水を通水させるという構造上の特徴にある。雨水が路面に滞留することがないため、雨天時にも安定的な滑り抵抗性を確保し交通事故発生の防止につながるほか、車両騒音を吸音する等の優れた機能を有するのである。表層に密粒度舗装が用いられていた昭和 40 年から平成 10 年にかけては表層におけるひび割れやわだち掘れ等の損傷が見られることが多く、それに対する修繕として主に表層の切削オーバーレイが実施されていた。平成 10 年以降表層に高機能舗装が用いられるようになると、表層において損傷が顕在化する前に基層の方が先に損傷するケースが増加した。すなわち、基層や路盤においてアスファルトの剥離や土砂化、疲労ひび割れの発生、脆弱化等が起きた後、それに起因するポンピング現象やポットホール等の損傷が表層において見られるようになった。これは、高機能舗装が有する表面の水を基層へ通水させるという構造上の特徴により、雨水が深層にまで達することに起因する。このような状況に応じて、基層を含めた 2 層の打ち換えが標準的な修繕工法になりつつある。基層以下の層を打ち替える場合、その層より上部に位置する層の全てを打ち替えることになる。つまり、基層修繕は表層修繕を、上層路盤修繕は基層修繕を、さらに極小事例である下層路盤修繕は上層路盤修繕をそれぞれ包含している。したがって、より深層を対象に修繕が実施されると、舗装構造の耐荷力はより大きく回復することが見込まれる。その一方で、修繕費用や工



注) 緑色の矢印は大規模修繕による耐荷力の回復量を示す。舗装耐荷力のような性能指標は、実施タイミングや工法によって回復量が異なることが想定される。また、青色の両矢印は修繕タームを示す。深層における損傷の蓄積の如何によって、修繕タームごとに耐荷力の低下速度が異なる場合がある。

図-1 耐荷力の推移

事期間は増大し、予算や規制時間の制約等から修繕延長を伸ばすことは難しくなる。修繕を実施すべき区間を適切に選定し、最も効果的な層に対して修繕を実施する必要があるといえる。そのためには、層別修繕効果の定量的な評価を行うことが重要である。

(3) モデル化の考え方

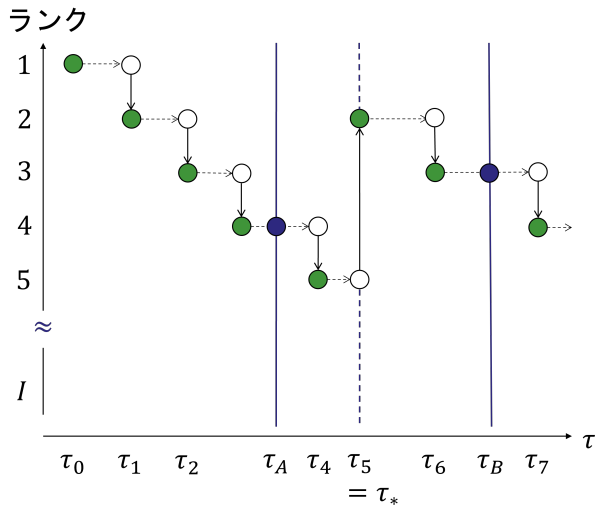
舗装の構造耐荷力の推移を、1) 経年により耐荷力が低下する劣化過程と、2) 修繕時に耐荷力が向上する回復過程の複合過程として記述する。その概念図を図-1に示す。耐荷力が低下と不確実な回復を繰り返しながら推移する様子が見て取れる。図中の赤線で表される劣化過程の差異は、構造条件、環境条件、使用条件の不確実性により生じる。図中の緑矢印で表される回復過程の推移の差異は、層別の修繕による不確実性（修繕工法、タイミング、施工の品質）が大きいと考えられる。さらに、修繕ターム（供用開始または修繕直後から次の修繕直前までの期間、図中の青両矢印）ごとに劣化過程は異なることが想定される。これは、層別の修繕により、修繕層より下層（例えば、基層修繕の場合、上層路盤・下層路盤・路床）には損傷の蓄積が進むためである。すなわち、修繕前よりも修繕後の方が低下速度は速まると考えられる。あるいは、適当な修繕層が選択された場合（損傷の蓄積が進んでいる層が適切に予測され、その層を対象に修繕が実施された場合）、修繕後の低下速度は遅くなることも考えられる。以上を踏まえ、本研究では、層別修繕効果を1) 層別修繕による構造耐荷力の回復量と2) 層別修繕前後の耐荷力低下過程の差異との2つに分解して考える。

一般的に、マルコフ劣化ハザードモデル（混合マルコフ劣化ハザードモデルも同様）を推定するためには2時点間の健全度推移に関するデータが必要となる。す

なわち、 n 回の調査により判明した n 個の健全度をもとに $n-1$ 個の健全度ペアを作成して推定に用いる。このとき、2回の調査時点の間に修繕履歴が存在するものが含まれることがある。このような健全度ペアは劣化過程の健全度推移に修繕時の健全度回復が含まれるため、すなわち健全度が1回目よりも2回目の方が改善するため、従来のモデル推定においては除外されることが多かった。あるいは、修繕時点が判明していれば、修繕時に最も健全な状態に耐荷力が回復すると仮定し、ランクペアを作成することも可能である。しかしながら、舗装構造のように複数の層から構成され、修繕時に全ての層が修繕されるとは限らない（修繕層の選択に多様性がある）場合にはこの仮定が適切でないことは想像に難くない。本研究においては、むしろこのように2回の調査の間に修繕履歴が存在するデータに着目して、修繕時における健全度回復の程度を推定する。

FWD 調査データの蓄積が進んでおり、劣化過程の推移確率を推定するために必要となる修繕を含まない2時点間の調査ペアが獲得される一方で、修繕を含む調査ペアが獲得される割合も高い。しかしながら、回復過程の推移確率を推定するために必要となる修繕直前と修繕直後の調査結果を獲得することはFWD 調査の性質上困難である（図-2に示すようにFWD 調査実施時点である T_A と T_B においては耐荷力ランクを直接観測可能であるが、修繕実施直前と直後の時点 T_5 における耐荷力ランクは観測できない）。そこで、本研究では混合マルコフ劣化ハザードモデルの拡張により修繕時の耐荷力の回復を考慮した劣化予測モデルを提案し、回復過程の推移確率を推定する。2時点における調査結果は観測可能であるが、その間に実施された修繕の直前・直後の耐荷力ランクは観測できないと考える。劣化・回復過程の推移確率と修繕履歴をもとに2時点における調査結果が獲得される尤度を定式化することにより、劣化・回復の複合過程が推定される。これにより、2時点における調査の間に修繕が含まれるデータをもとに混合マルコフ劣化ハザードモデルを推定することが可能となり、データ増加による推定精度の向上が見込まれる。さらに、回復過程の推移確率を修繕層別に推定することにより、層別修繕による構造耐荷力の回復量を評価することが可能となる。

混合マルコフ劣化ハザードモデル⁶⁾では、劣化過程に介在する異質性を確率変数で表現する。すなわち、評価単位とする施設グループに特有のシステムの要因に基づく劣化速度の違いが、異質性を表すパラメータ（以下、異質性パラメータ）に表れると考える。評価単位の設定に関しては、分析者の目的により変化する。例えば、森等⁸⁾は、国道のある路線に着目し、当該路線における重点管理区間の抽出を目的に、道路構造物であ



注) 時点 τ_A と τ_B において FWD 調査が実施され、耐荷力ランクがそれぞれ 4 と 3 であることが観測される。本図で直接観測可能な情報はこの 2 時点の耐荷力ランクだけであり、修繕実施時点 τ_5 において、修繕直前の耐荷力ランクが 5 であること、修繕直後の耐荷力ランクが 2 であることは実際には観測されない。

図-2 耐荷力ランクの推移

る橋梁、トンネル、交差点をもとに道路区間を区分し、これを評価単位とした分析を行った。宮崎等⁹⁾は、高速道路舗装の重点管理路線の抽出を目的に、評価単位を個々の路線に設定した分析を行った。本研究においては、評価単位を修繕タームに設定し、修繕前後の劣化速度の差異を異質性パラメータにより表現することを試みる。評価単位を修繕タームとすると、同一地点において複数回の調査ペアが獲得されたとしても、調査ペア獲得時点の修繕タームが異なれば別のグループに属すると考える。一方で、複数地点でそれぞれ一つの調査ペアが獲得された場合でも、各修繕タームが同様である（当該修繕ターム以前の修繕履歴が一致する）と見なせるならば、同一グループに属すると考える。

3. モデル

(1) モデル化の前提条件

本研究においては、舗装構造の耐荷力が推移する過程を耐荷力が経年的に低下するマルコフ推移確率と修繕時に耐荷力が向上するマルコフ推移確率を用いた複合的確率過程として表現する。舗装構造の耐荷力の状態を I 個の離散的なランクを表す状態変数 $i (i = 1, 2, \dots, I)$ を用いて表現する。耐荷力が最も高い状態を $i = 1$ で表し、耐荷力が低下するほど状態変数 i の値は大きくなる。ある道路区間の耐荷力ランクに関する履歴が図-2 に示すように与えられたとする。図中、時点 τ はカレンダー上の実時点を表す。時点 τ_0 で道路の供用が開

始された直後から耐荷力の低下が始まる。図中の時点 $\tau_n (n = 1, 2, \dots)$ において、ランクが経年によって 1 段階低下、あるいは修繕によって多段階上昇している。耐荷力は同図における 2 つの時点 τ_A, τ_B で観測される。劣化過程において観測者が獲得できる情報は調査時点 τ_A, τ_B におけるランクのみであり、ランクが推移した時点 $\tau_n (n = 1, 2, \dots)$ に関する情報は得られない。一方で、修繕が行われた時点 τ_* は判明しているため回復過程においてランクが推移した時点と修繕層 $b (b = 1, \dots, B)$ に関する情報は得られるが、そのときのランクについては判明しない。修繕が行われる直前の時点 τ_*^1 、直後の時点 τ_*^2 とする。

(2) マルコフ推移確率モデル

本研究では、舗装耐荷力の低下過程をマルコフ推移確率モデルを用いて表現する。時点 τ_A におけるランクを状態変数 $h(\tau_A)$ を用いて表す。マルコフ推移確率は、時点 τ_A におけるランク $h(\tau_A) = i (i = 1, \dots, I)$ を与件とし、将来時点（例えば τ_B ）において $h(\tau_B) = j$ が生起する条件付き推移確率として

$$\text{Prob}[h(\tau_B) = j | h(\tau_A) = i] = \pi_{ij} \quad (1)$$

と定義される。当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる。修繕が実施されない限り常に劣化は進行するので、 $\pi_{ij} = 0 (i > j)$ が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\begin{cases} \pi_{ij} \geq 0 & (i \leq j) \\ \pi_{ij} = 0 & (i > j) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1 \end{cases} \quad (2)$$

が成立しなければならない。ランク I は、修繕のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{II} = 1$ が成立する。このような推移確率をランクペア (i, j) に対して求めれば、劣化過程のマルコフ推移確率行列

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{II} \end{pmatrix} \quad (3)$$

を定義できる。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない。マルコフ推移確率モデルではランクが $i-1$ から i に推移した時点に関わらず、時点 τ_A から時点 τ_B の間に推移する確率は時点 τ_A におけるランクにのみ依存するというマルコフ性¹⁰⁾を満足する。

次に、回復過程に関してもマルコフ推移確率モデルを用いて表現する。本来、回復前後の耐荷力は確定しているが、修繕時点において耐荷力が観測されないため修繕後に実現する耐荷力を確率変数で表す。時点 τ_* に

における修繕層を $l(\tau_*)$ を用いて表す。時点 τ_* において、 $l(\tau_*) = b$ の修繕が行われ、修繕直前のランク $h(\tau_*^1)$ と修繕直後のランク $h(\tau_*^2)$ が仮に $h(\tau_*^1) = i$, $h(\tau_*^2) = j$ と与えられたとすると、マルコフ推移確率は $h(\tau_*^1)$, $l(\tau_*)$ を与件とし、 $h(\tau_*^2)$ が生起する条件付き推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob} [h(\tau_*^2) = j \mid h(\tau_*^1) = i, l(\tau_*) = b] = r_{ij}^b \quad (4)$$

と表せる。ただし、修繕により耐荷力が低下することはないため $r_{ij}^b = 0$ ($i < j$) が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=1}^i r_{ij}^b = 1$ が成立する。すなわち、回復過程のマルコフ推移確率に関して、

$$\begin{cases} r_{ij}^b \geq 0 & (i \geq j) \\ r_{ij}^b = 0 & (i < j) \\ \sum_{j=1}^i r_{ij}^b = 1 \end{cases} \quad (5)$$

が成り立つ。このような推移確率をランクペア (i, j) に対して求めれば、回復過程のマルコフ推移確率行列

$$\mathbf{R}^b = \begin{pmatrix} r_{11}^b & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{I1}^b & \cdots & r_{II}^b \end{pmatrix} \quad (6)$$

を定義できる。なお、回復過程に関しても、推移確率は過去の劣化履歴には依存しない。

(3) 劣化過程のマルコフ推移確率

劣化過程のマルコフ推移確率は混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて推定できる。同モデルの詳細は参考文献⁶⁾に詳しいが、ここではモデルの概要を説明しておく。いま、分析対象とする高速道路舗装を修繕履歴により K 個のグループに分割する。さらに、グループ k ($k = 1, \dots, K$) には、合計 L_k 個の要素が存在する。グループ k に固有なハザード関数の異質性を表すパラメータ ε^k を導入する。この時、グループ k の要素 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) のランク i ($i = 1, \dots, I$) のハザード関数を、個別ハザード関数

$$\begin{aligned} \theta_i^{l_k} &= \tilde{\theta}_i^{l_k} \varepsilon^k \\ (i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k) \end{aligned} \quad (7)$$

を用いて表す。ここに、 $\tilde{\theta}_i^{l_k}$ はグループ k の要素 l_k が有するランク i の平均的ハザード関数（以下、標準ハザード関数）である。異質性パラメータ ε^k は、グループ k の標準ハザード関数 $\tilde{\theta}_i^{l_k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ 成立すると仮定する。異質性パラメータ ε^k の値が大きくなるほど、当該グループ k に含まれる全ての施設の劣化速度が、標準ハザード関数に対して速いことを表す。式 (7) において、全てのランクのハザード率に同一の確率変数 ε^k が含まれること

に留意されたい。これにより、あるランクにおいて劣化速度が速い場合、他のランクの劣化速度も相対的に速くなることを表すことができる。いま、異質性パラメータ ε^k がガンマ分布 $f(\varepsilon^k \mid \alpha, \gamma)$

$$f(\varepsilon^k \mid \alpha, \gamma) = \frac{1}{\gamma^\alpha \Gamma(\alpha)} (\varepsilon^k)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma}\right) \quad (8)$$

から抽出された確率標本であると考ええる。ガンマ分布 $f(\varepsilon^k \mid \alpha, \gamma)$ の平均は $\alpha\gamma$ で、分散は $\alpha\gamma^2$ である。また、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{f}(\varepsilon^k \mid \phi)$ は、

$$\bar{f}(\varepsilon^k \mid \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon^k) \quad (9)$$

と表される。

ここで、グループ k ($k = 1, \dots, K$) の異質性パラメータ ε^k を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定する。このとき、グループ k のある要素 l_k のランク i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上になる確率 $\tilde{F}_i(y_i^{l_k})$ は、個別ハザード関数 (7) を用いて

$$\tilde{F}_i(y_i^{l_k}) = \exp(-\tilde{\theta}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k y_i^{l_k}) \quad (10)$$

と表すことができる。さらに、グループ k の要素 l_k の調査時点 $\tau_A^{l_k}$ においてランクが i と判定され、次の調査時点 $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ においてもランクが i と判定される確率 $\pi_{ii}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\pi_{ii}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\theta}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \quad (11)$$

となる。また、調査時点 $\tau_A^{l_k}$ と $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ との間でランクが i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{ij}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\begin{aligned} \pi_{ij}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{s=i}^j \prod_{m=i}^{s-1} \frac{\tilde{\theta}_m^{l_k}}{\tilde{\theta}_m^{l_k} - \tilde{\theta}_s^{l_k}} \prod_{m=s}^{j-1} \frac{\tilde{\theta}_m^{l_k}}{\tilde{\theta}_{m+1}^{l_k} - \tilde{\theta}_s^{l_k}} \exp(-\tilde{\theta}_s^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \\ (i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K) \end{aligned} \quad (12)$$

と表すことができる。ただし、表記上の規則として、

$$\begin{cases} \sum_{m=i}^{s-1} \frac{\tilde{\theta}_m^{l_k}}{\tilde{\theta}_m^{l_k} - \tilde{\theta}_s^{l_k}} = 0 & (s = i \text{ の時}) \\ \sum_{m=s}^{j-1} \frac{\tilde{\theta}_m^{l_k}}{\tilde{\theta}_{m+1}^{l_k} - \tilde{\theta}_s^{l_k}} = 0 & (s = j \text{ の時}) \end{cases} \quad (13)$$

が成立すると考える。また、 $\pi_{iI}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k)$ に関しては、マルコフ推移確率の条件より次式で表せる。

$$\begin{aligned} \pi_{iI}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k) &= 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{ij}(z^{l_k} \mid \bar{\varepsilon}^k) \\ (i = 1, \dots, I-1) \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、標準ハザード関数 $\tilde{\theta}_i^{l_k}$ ($i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K$) が舗装の観測可能な構造条件、環境条件（舗装構成や交通量、降雨・積雪量）に依存して変化すると考える。具体的な標準ハザード関数を

$$\tilde{\theta}_i^{l_k} = \exp(\mathbf{x}^{l_k} \boldsymbol{\beta}_i') \quad (15)$$

と表す. ここに, $\mathbf{x}^{l_k} = (x_1^{l_k}, \dots, x_D^{l_k})$ は, 耐荷力の低下要因を表す説明変数ベクトルを表し, $\beta_i = (\beta_{i1}, \dots, \beta_{iD})$ は未知パラメータの行ベクトルを表す. また, 記号「 $'$ 」は転置操作を表す. 式 (15) により, 未知パラメータベクトル $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_{I-1})$ の関数としてマルコフ推移確率を表現することができ, 施設の構造条件, 環境条件が劣化過程に及ぼす影響を定量化できる.

(4) 回復過程のマルコフ推移確率

回復過程のマルコフ推移確率 r_{ij}^b は, 層 b を対象とする修繕が実施された際, 修繕直前のランクが i のときに, 修繕直後のランクが j に推移する確率を表す. 本研究では r_{ij}^b をノンパラメトリックな離散確率分布で表現する. すなわち, マルコフ推移確率 r_{ij}^b ($i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, I; b = 1, \dots, B$) は,

$$r_{ij}^b = \begin{cases} \alpha_{ij}^b & (i \geq j \text{ のとき}) \\ 0 & (i < j \text{ のとき}) \end{cases} \quad (16)$$

と表される. ただし, α_{ij}^b は定数であり,

$$0 \leq \alpha_{ij}^b \leq 1 \quad (17a)$$

$$\sum_{j=1}^i \alpha_{ij}^b = 1 \quad (17b)$$

を満足する. 以下, $\alpha = (\alpha^1, \dots, \alpha^B)$ とし, $\alpha^b = (\alpha_{i1}^b, \dots, \alpha_{iT}^b)$ ($b = 1, \dots, B$), $\alpha_i^b = (\alpha_{i1}^b, \dots, \alpha_{ii}^b)$ ($i = 1, \dots, I$) とする.

(5) 尤度関数の定式化

FWD 調査を実施すれば, その時点の耐荷力を観測することができる. 一般に, 路面性状調査等の結果に基づいて舗装の修繕計画等が策定される. 舗装の修繕工事の直前と直後において FWD 調査が実施される機会はほとんど皆無である (特に FWD 調査は修繕層を決定することを主目的として実施されるため, 修繕直後の調査データは存在しない). したがって, 尤度関数の定式化にあたり, FWD 調査が実施された 2 時点間において実施された修繕前後における耐荷力の推移を直接観測することは不可能であるという点に留意する必要がある. また, 本研究では調査データを修繕履歴によりグルーピングを行うため, 同一地点における調査データであったとしても, その調査時点によってはデータの属するグループが異なる場合がある.

いま, 時点 τ_0 と τ_T において FWD 調査が行われ, その間の時点 $\tau_0 < \tau_t < \tau_T$ ($t = 1, \dots, T-1$) において修繕が実施されたとする. ただし, $T = 1$ の場合, 調査時点間に修繕が実施されなかったことを意味する. 時点 τ_0 に観測された耐荷力ランクを $h(\tau_0) = \bar{i}_0$, 時点 τ_T に観測された耐荷力ランクを $h(\tau_T) = \bar{i}_T$ と表し, 時点

τ_t ($t = 1, \dots, T-1$) における修繕層を $l(\tau_t) = b_t$ と表す. さらに, 調査・修繕間隔を $z_t = \tau_t - \tau_{t-1}$ ($t = 1, \dots, T$) とする. また, 調査・修繕間隔 z_t ($t = 1, \dots, T$) に対応する要素が属するグループを k_t ($t = 1, \dots, T$) とする. 修繕層ベクトル $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_{T-1})$, 調査・修繕間隔ベクトル $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_T)$, グループベクトル $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_T)$ を与件とし, 耐荷力ランク $\{\bar{i}_0, \bar{i}_T\}$ が観測される尤度関数 $\mathcal{L}(\alpha, \beta, \bar{i}_0, \bar{i}_T, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k})$ は, 再帰的に

$$\mathcal{L}(\alpha, \beta, \bar{i}_0, \bar{i}_T, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k}) = \ell_{\bar{i}_0}^T(0) \quad (18a)$$

$$\ell_h^r(t-1) = \sum_{w=h}^I \pi_{hw}(z_t | \varepsilon^{k_t}) \ell_w^\pi(t) \quad 1 \leq t \leq T-1 \quad (18b)$$

$$\ell_w^\pi(t) = \sum_{h=1}^h r_{wh}^{b_t} \ell_h^r(t) \quad 1 \leq t \leq T-1 \quad (18c)$$

$$\ell_h^r(T-1) = \pi_{h\bar{i}_T}(z_T | \varepsilon^{k_T}) \quad t = T \quad (18d)$$

と定義される.

小濱等⁶⁾は, 混合マルコフ劣化ハザードモデルを最尤法を用いて推定する手法を提案している. しかし, 尤度関数 (18a)-(18d) は単峰性の条件を満足しないなど, 最尤法に適さない性質を持っていることが知られている¹¹⁾. 最尤法の代わりにベイズ推定法を用いた場合にも, 尤度関数 (18a)-(18d) は極めて多くの項を含んでおり, 計算量が膨大になってしまう欠点がある¹²⁾⁻¹⁵⁾. このため, 尤度関数の完備化操作が必要となる.

(6) 完備化操作

着目する道路地点において, 時点 τ_0 と τ_T に FWD 調査が行われ, 時点 $\tau_0 < \tau_t < \tau_T$ ($t = 1, \dots, T-1$) において修繕が実施されたとする. このとき, 耐荷力ランク $\{\bar{i}_0, \bar{i}_T\}$ と修繕層ベクトル $\mathbf{b} = (b_1, \dots, b_{T-1})$, 調査・修繕間隔ベクトル $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_T)$, グループベクトル $\mathbf{k} = (k_1, \dots, k_T)$ が獲得できたと考える. 提案モデルを推定するために修繕直後の耐荷力ランクを示す潜在変数ベクトル $\mathbf{u} = (u_0, \dots, u_{T-1})$, 修繕直前の耐荷力ランクを示す潜在変数ベクトル $\mathbf{d} = (d_1, \dots, d_T)$ を導入する. ただし, $u_0 = \bar{i}_0$, $d_T = \bar{i}_T$ である. 潜在変数 (u_1, \dots, u_{T-1}) , (d_1, \dots, d_{T-1}) は観測不可能な変数であるが, ひとまず潜在変数が観測できたと考える.

潜在変数ベクトルを与件とした尤度関数は、

$$\begin{aligned} & \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k}) \\ &= \prod_{t=1}^{T-1} r_{d_t u_t}^{b_t} \cdot \prod_{t=1}^T \pi_{u_{t-1} d_t}(z_t | \varepsilon^{k_t}) \\ &= \prod_{t=1}^{T-1} \alpha_{d_t u_t}^{b_t} \cdot \prod_{t=1}^T \sum_{s=u_{t-1}}^{d_t} \prod_{m=u_{t-1}}^{s-1} \frac{\tilde{\theta}_m}{\tilde{\theta}_m - \tilde{\theta}_s} \\ & \quad \prod_{m=s}^{d_t-1} \frac{\tilde{\theta}_m}{\tilde{\theta}_{m+1} - \tilde{\theta}_s} \exp(-\tilde{\theta}_s \varepsilon^{k_t} z_t) \end{aligned} \quad (19)$$

と表現できる。ただし、表記上の規則として、 $T = 1$ のとき、

$$\prod_{t=1}^{T-1} r_{d_t u_t}^{b_t} = \prod_{t=1}^{T-1} \alpha_{d_t u_t}^{b_t} = 1 \quad (20)$$

が成立すると考える。以上の操作を完備化という。完備化された尤度関数 (19) (以下、完備化尤度関数と呼ぶ) は通常の尤度関数 (18a)-(18d) より大幅に簡略化されていることが理解できる。ただし、尤度関数の中に含まれる潜在変数 (u_1, \dots, u_{T-1}) , (d_1, \dots, d_{T-1}) は観測できない変数である。そこで完備化尤度関数を用いて、潜在変数の確率分布を推定することを考える。完備化尤度関数を展開すれば、潜在変数 (u_1, \dots, u_{T-1}) , (d_1, \dots, d_{T-1}) に関する条件付き事後確率分布を導出できる。ここで、 $\mathbf{u}_{-t} = (u_0, \dots, u_{t-1}, u_{t+1}, \dots, u_{T-1})$, $\mathbf{u}_{-t}^i = (u_0, \dots, u_{t-1}, i, u_{t+1}, \dots, u_{T-1})$ とすれば、 $u_t = i$ ($t = 1, \dots, T-1$) の全条件付き事後確率は、ベイズの法則より

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[u_t = i | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}_{-t}, \mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k}] \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}_{-t}^i, \mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k})}{\sum_{j=1}^I \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}_{-t}^j, \mathbf{d}, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k})} \\ &= \frac{\omega_{it}^u}{\sum_{j=1}^I \omega_{jt}^u} \end{aligned} \quad (21)$$

と表される。ただし、

$$\omega_{it}^u = \begin{cases} r_{d_t i}^{b_t} \pi_{i d_{t+1}}(z_{t+1} | \varepsilon^{k_{t+1}}) & (1 \leq t \leq T-2) \\ r_{d_{T-1} i}^{b_{T-1}} \pi_{i \bar{i}_T}(z_T | \varepsilon^{k_T}) & (t = T-1) \end{cases} \quad (22)$$

である。また、 $\mathbf{d}_{-t} = (d_1, \dots, d_{t-1}, d_{t+1}, \dots, d_T)$, $\mathbf{d}_{-t}^i = (d_1, \dots, d_{t-1}, i, d_{t+1}, \dots, d_T)$ とすれば、 $d_t = i$ ($t = 1, \dots, T-1$) の全条件付き事後確率は、ベイズの法則より

$$\begin{aligned} & \text{Prob}[d_t = i | \boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \mathbf{d}_{-t}, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k}] \\ &= \frac{\tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \mathbf{d}_{-t}^i, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k})}{\sum_{j=1}^I \tilde{\mathcal{L}}(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta}, \mathbf{u}, \mathbf{d}_{-t}^j, \mathbf{b}, \mathbf{z}, \mathbf{k})} \\ &= \frac{\omega_{it}^d}{\sum_{j=1}^I \omega_{jt}^d} \end{aligned} \quad (23)$$

と表される。ただし、

$$\omega_{it}^d = \begin{cases} \pi_{i_0 i}(z_1 | \varepsilon^{k_1}) r_{i u_1}^{b_1} & (t = 1) \\ \pi_{u_{t-1} i}(z_t | \varepsilon^{k_t}) r_{i u_t}^{b_t} & (2 \leq t \leq T-1) \end{cases} \quad (24)$$

である。すなわち、劣化過程の推移確率 $\pi_{ij}(z | \varepsilon^k)$ ($i = 1, \dots, I; j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K$) と回復過程の推移確率 r_{ij}^b ($i = 1, \dots, I; j = 1, \dots, i; b = 1, \dots, B$) が求めれば、 \mathbf{u}_{-t} , \mathbf{d} を与件とした時点 τ_t の修繕直後ランク u_t , 及び \mathbf{d}_{-t} , \mathbf{u} を与件とした時点 τ_t の修繕直前ランク d_t の全条件付き事後確率を求めることができる。

完備化尤度関数 (19) では、潜在変数 \mathbf{u} , \mathbf{d} は確定的である。ただし、劣化過程・回復過程の推移確率には未知パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ が含まれており、潜在変数に関する全条件付き事後確率を先験的に求めることができない。全条件付き事後確率 (21),(23) を用いた MCMC (Markov Chain Monte Carlo) 法を用いて、反復的に潜在変数 \mathbf{u} , \mathbf{d} をランダム発生させ、パラメータ $\boldsymbol{\alpha}$, $\boldsymbol{\beta}$ をベイズ推定する。このような手続きにより、完備化尤度関数を用いて求めたパラメータのベイズ推定値が、真の尤度関数を用いて求めたパラメータの最尤推定値に収束することが証明されている¹⁶⁾。

4. おわりに

本研究では、表層の高機能舗装化に伴い損傷部位・修繕が深層化する高速道路舗装構造を対象として、層別修繕効果の評価を行う方法論を提案した。具体的には、舗装構造の耐荷力推移を劣化・回復の複合過程として記述し、それぞれの推移確率を算出するために、修繕直前・直後の耐荷力ランクを潜在変数と捉えモデル化し、2時点間の調査データと修繕履歴をもとにした推定手法を提案した。これにより、修繕時の耐荷力の回復量を推移確率として定量化することが可能となる。また、提案方法論において、修繕履歴により修繕タームのグルーピングを行うことにより、修繕前後の劣化速度の差異を定量化できる。なお、提案した方法論に基づいた実証分析結果は、具体的なグルーピング方法を含め研究発表会当日に提示する予定である。

REFERENCES

- 1) (公社) 日本道路協会: 舗装設計便覧, 2006. [Japan Road Association: *Hososekkeibinran*, 2006.]
- 2) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801/I-73, pp.68-82, 2005. [Tsuda, Y. Kaito, K. Aoki, K. and Kobayashi K.: Estimating Markov transition probabilities for bridge deterioration forecasting, *Journal of JSCE*, No.801/I-73, pp.68-82, 2005.]
- 3) 大井明, 宮崎文平, 小濱健吾, 貝戸清之, 小林潔司, 山口清人: 定期的な FWD 調査データを用いた高速道路舗装の劣化予測, 土木学会論文集 E1, Vol.70, No.2, pp.11-

- 25, 2014. [Oi, A. Miyazaki, B. Obama, K. Kaito, K. Kobayashi, K. and Yamaguchi, K.: Deterioration prediction of expressway pavement with periodic FWD data, *Journal of JSCE E1*, Vol.70, No.2, pp.11-25, 2014.]
- 4) 小林潔司, 貝戸清之, 江口利幸, 大井明, 起塚亮輔: 舗装構造の階層的隠れマルコフ劣化モデル, 土木学会論文集 D3, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011. [Kobayashi, K. Kaito, K. Eguchi, T. Ohi, A. and Okizuka, R.: A hierarchical hidden Markov deterioration model for pavement structure, *Journal of JSCE D3*, Vol.67, No.4, pp.422-440, 2011.]
- 5) 小林潔司, 貝戸清之, 大井明, Nguyen Dinh THAO, 北浦直樹: データ欠損を考慮した複合的隠れマルコフ舗装劣化モデルの推計, 土木学会論文集 E1, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015. [Kobayashi, K. Kaito, K. Oi, A. Thao, D. N. and Kitaura, N.: Estimating composite hidden Markov deterioration models for pavement structure with sample missing, *Journal of JSCE E1*, Vol.71, No.2, pp.63-80, 2015.]
- 6) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008. [Obama, K. Okada, K. Kaito, K. and Kobayashi, K.: Disaggregated hazard rates evaluation and bench-marking, *Journal of JSCE A*, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.]
- 7) 水谷大二郎, 貝戸清之, 小林潔司: 階層ベイズ法による補修効果の事後評価, 土木学会論文集 F4, Vol.69, No.3, pp.204-221, 2013. [Mizutani, D. Kaito, K. and Kobayashi, K.: Post evaluation of repair effect by hierarchical bayesian methods, *Journal of JSCE F4*, Vol.69, No.3, pp.204-221, 2013.]
- 8) 森悠, 藤原栄吾, 貝戸清之, 小林潔司, 橋本拓己: 相対評価モデルを用いた舗装構造の劣化診断, 土木学会論文集 E1, Vol.67, No.2, pp.91-110, 2011. [Mori, H. Fujiwara, E. Kaito, K. Kobayashi, K. and Hashimoto, T.: Investigating pavement structure deterioration with a relative evaluation model, *Journal of JSCE E1*, Vol.67, No.2, pp.91-110, 2011.]
- 9) 宮崎文平, 加藤寛之, 小濱健吾, 貝戸清之, 風戸崇之, 田中克則: 膨大な路面性状調査データに基づく舗装補修施策の評価法の提案, 土木学会論文集 F4, Vol.71, No.3, pp.142-161, 2015. [Miyazaki, B. Kato, H. Obama, K. Kaito, K. Kazato, T. and Tanaka, K.: A proposal for evaluation method of pavement repair policy based on enormous data of road surface conditions, *Journal of JSCE F4*, Vol.71, No.3, pp.142-161, 2015.]
- 10) 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連, 1979. [Morimura, H. and Takahashi, Y.: *Marukohukaiseki*, Nikkagirenn, 1979.]
- 11) Titterington, D. M. Smithe, A. F. M. and Markov, U. E.: *Statistical Analysis of Finite Mixture Distributions*, John Wiley & Sons, 1985.
- 12) Rovert, C. P.: Mixtures of Distributions: Inference and Estimation, in: Gillks, W. R., Richardson, S. and Spiegelhalter, D. J. (eds.): *Markov Chain Monte Carlo in Practice*, Chapman & Hall, 1996.
- 13) Rovert, C. P. Rydén, T. and Titterington, D. M.: Bayesian inference in hidden Markov models through the reversible jump Markov chain Monte Carlo method, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.62, pp.57-75, 2000.
- 14) Demster, A. P. Laird, N. M. and Rubin, D. B.: Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.39, pp.1-33, 1977.
- 15) Celeux, G. Hurn, M. and Robert, C. P.: Computational and inferential difficulties with mixture posterior distributions, *Journal of the American Statistical Association*, Vol.95, pp.957-970, 2000.
- 16) Diebolt, J. and Robert, C. P.: Estimation of finite mixture distributions through Bayesian sampling, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*, Vol.56, pp.363-375, 1994.