

情報デザインに基づく交通マネジメント： 需要が変動する状況下での基礎的研究

鵜飼 健太¹・福田 大輔²

¹正会員 社会システム株式会社 技術開発室 (〒 150-0013 東京都渋谷区恵比寿 1-20-22)

E-mail: k_ukai@crp.co.jp

²正会員 東京大学教授 大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 (〒 113-8656 文京区本郷 7-3-1)

E-mail: fukuda@civil.t.u-tokyo.ac.jp (Corresponding Author)

車両への交通情報提供は必ずしも社会的に望ましい効果をもたらすとは限らない。完全情報の提供よりも、無情報や部分的に正しい情報を提供した方が交通管理者である送信者にとってより最適な結果をもたらす場合が存在する。本研究では、情報デザインの手法であるメカニズムデザインアプローチとピリーフデザインアプローチを用いて需要の不確実性に着目した交通情報モデルを構築し、最適シグナルの導出・分析をした。個別シグナル・公共シグナルのそれぞれを送信した場合において、送信者がドライバーの総コストを最小化したい場合と最適な交通割合に配分したい場合の2つの設定を想定し、最適シグナルによって結果が完全情報や無情報よりも改善される場合があることを確認した。

Key Words: *information design, congestion game, traffic information, optimal signal*

1. 序論

(1) 交通情報の提供

現在、交通情報は様々な媒体を通じて提供されている。道路の混雑情報の提供には、情報掲示板やラジオ・テレビの放送、カーナビゲーションの道路交通情報通信システム (VICS)、インターネット上の交通情報サービス、Google Map のようなモバイルアプリケーションなどがある。観光地などの混雑情報もアプリや Web サイトを通じて配信されるようになってきている。これらの情報提供は、不確実性を伴うネットワークにおいてドライバー (旅行者) の選択行動に対し大きな影響力を持つ。交通管理者の視点に立てば、交通状態の情報を提供することで、ドライバーの選択行動の間接的な誘導を行うことができる。道路や観光目的地などの混雑を管理者の目的に合わせて分散させ、適切に割り振ることができる可能性がある。それによって、過度な混雑の抑制や閑散とした地域ににぎわいをもたらすことができると考えられる。また、近年の IT の進展によって、交通情報の収集と提供は将来より重要な役割を持つと予想される。より詳細なリアルタイムの交通データが収集・処理され、アプリケーションなどを通じて個別に交通情報を送るような環境が形成されることで、交通管理者はネットワークの最適な利用を促す交通マネジメント政策を実現できる可能性がある。

ところが、交通情報提供は、一般的には必ずしも社会的に効果があるとは限らないことが分かっている。と

ころで、車両への交通情報提供は、一般的には必ずしも社会的に効果があるとは限らないことが分かっている。より具体的には、交通情報を常に正しく提供する完全情報 (full information)¹よりも、情報をドライバーに与えない無情報 (no information) とした場合や、情報にノイズが混じり部分的に正しい情報を提供した方が交通管理者にとってより最適な結果をもたらす場合がある。したがって、交通管理者にとって最適な交通状態を実現するためには、どのような構造の情報を提供するかといった情報提供メカニズムを適切にデザインすることが重要である。

(2) 情報デザイン

状態の不確実性を含むゲームにおいて最適な情報構造を分析するものに、情報デザイン (information design) がある。情報デザインは、ベイズ説得 (Bayesian persuasion) とも呼ばれ、ゲーム理論における分野である。

情報デザインの着想は、情報を通じて他の経済主体の行動とそれに伴って生じる結果に影響を与えることを目的とする。多くの場合、サービスの管理者はその利用者よりも多くの情報を持つ。状態が利用者にとって不確実性を持つ場合、管理者が情報を戦略的に送信することで利用者の行動に影響を与えることができる。ここで、サービスの管理者は情報を送ることから送信者 (Sender)、利用者は情報を受け取ることから受信者

¹ perfect information も同様に完全情報と訳されるが、ゲーム理論においては両者は意味が異なるので注意されたい。

(Receiver) と一般に呼ばれる。情報デザインは、情報の送信によって送信者がどのように受信者の行動に影響を与え、送信者の目的を達成できるかどうかを分析するものである。受信者は情報構造を理解し、ベイズの定理に基づいた合理的な方法で情報に反応すると仮定する。受信者の不確実性を持つ状態についての信念(状態分布の予想)が送信者にとって最適となるように情報構造のデザインを行う。

情報デザインのアプローチは、行動のコントロールに着目したものと信念のコントロールに着目したものの2つがある。田村¹⁾は、前者をメカニズムデザインアプローチ、後者をビリーフデザインアプローチと呼称している。メカニズムデザインアプローチは、情報デザインの問題を Myerson²⁾ のゲーム内コミュニケーション (communication in games) 問題とみなし、メカニズムデザインの考え方をを用いて解くものである。このアプローチでは、受信者が行動を変化させるインセンティブを与えられるような情報提供をすることで、最適な結果を得る。ビリーフデザインアプローチは、Kamenica and Gentzkow³⁾ によって提案された、受信者の信念に関する送信者の目的関数の凹化 (concavification) によって最適シグナルを導く幾何学的なアプローチである。このアプローチは、受信者の行動が状態に関する信念に依存していることに着目し、情報提供によって最適な結果を得られる信念の形成を目指すものである。

(3) 研究の目的

本研究では、情報デザインのフレームワークを利用した最適な情報構造で情報を提供する新たな交通情報モデルを構築し、各ドライバーが自律的に経路選択をする状況下で、交通管理者にとって最適な交通状態の実現が起こる条件を明らかにすることを目的とする。特に、需要に不確実性を持つ交通ネットワークにおける混雑ゲームの設定において、個別シグナルを送信する場合にメカニズムデザインアプローチを、公共シグナルを送信する場合にはビリーフデザインアプローチを適応し、それらの特徴の考察と比較を行う。

2. 既往研究のレビューと本研究の位置付け

(1) 情報デザインの理論

本節では情報デザインの基礎理論として、Kamenica and Gentzkow³⁾ が示した、単一送信者・単一受信者間の情報デザインの基本モデルにおけるゲームの設定と2つの分析手法であるメカニズムデザインアプローチとビリーフデザインアプローチの理論について述べる。

a) 基本モデルのゲームの設定

基本モデルは1人の送信者が情報を提供し、それを受け取る1人の受信者が意思決定をするゲームである。起こり得る世界の状態の有限集合を Θ とし、その要素を θ で表す。状態 θ は、分布 $\mu_0 \in \Delta(\Theta)$ に従って実現する。状態 θ の実現 (realization) は、送信者のみが知り受信者は知り得ない。 μ_0 はコモンノレッジであり、受信者と送信者に共有される。 μ_0 を事前信念 (prior) と呼ぶ。受信者が取ることができる行動の有限集合を A とし、その要素を a で表す。受信者は、自身の行動 $a \in A$ と状態 $\theta \in \Theta$ に依存する利得関数 $u : A \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ を持つ。送信者の利得も、受信者の行動と状態に依存し、 $v : A \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}$ である。

送信者が受信者に送信する情報をシグナルと呼び、シグナル表示の集合 S とシグナル構造 π の組 (S, π) から成る。シグナル表示 s は、受信者が情報として受け取るメッセージであり、その集合 S は有限集合である。シグナル構造 $\pi \in \Pi$ は、状態からシグナル表示の確率分布への写像 $\pi : \Theta \rightarrow \Delta(S)$ であり、状態 θ の実現に対する各シグナル表示が送信される確率分布を指定する。

ゲームは次のような順序で進行する。

1. 受信者と送信者は事前信念 μ_0 を共有している。
2. 送信者がシグナル構造 π を選択する。
3. 受信者はどのシグナル構造が送信者により選択されたのかを観測する。
4. μ_0 に従い、状態 θ が実現する。
5. シグナル構造 π に従いシグナル表示 s が決定し、送信される。
6. 受信者はシグナル表示 s を観測する。
7. 受信者は事前信念と送られたシグナル表示 s に基づき、行動 a を選択する。
8. ゲームの結果が確定し、受信者・送信者の利得 u, v が実現する。

送信者は、シグナル構造 π を選択し、受信者の行動を変更することによって、利得 v に影響を与えることができる。送信者はシグナル構造 π の選択を通じて、自らの利得 v の最大化を行う。

b) メカニズムデザインアプローチによる基本モデルの情報デザイン

メカニズムデザインアプローチでは、まず、顕示原理 (revelation principle)²⁾ によって考慮するシグナルの範囲を限定する。情報デザインの問題において、顕示原理は「従順制約を満たす決定ルール (decision rule)

$\sigma : \Theta \rightarrow \Delta(A)$ が存在する場合かつその場合に限り、その決定ルールと同じ結果をもたらすシグナルが存在する」というものである。

ここで、考えるシグナル (S, π) をシグナル構造が決定ルール (decision rule) $\sigma : \Theta \rightarrow \Delta(A)$ であるシグナル (A, σ) に限定する。すると、シグナル表示は行動の推奨を表すと解釈できる。

顕示原理が決定ルールに要求する制約に、従順制約 (obedience constraint)²がある。従順性は、決定ルール (A, σ) によって行動 a が推奨されたとき、受信者は他の行動 a' を取るようなインセンティブを持たず、その推奨行動 a に従うというものである。すなわち、任意の $a, a' \in A$ について次式が成り立つ。

$$\mathbb{E}_{\mu_0}[u(a, \theta)|a] \geq \mathbb{E}_{\mu_0}[u(a', \theta)|a]$$

ここで、 $\mathbb{E}_{\mu_0}[u(a, \theta)|s]$ はシグナル表示 s を受け取り行動 a を選択したときの受信者の期待利得を表し、ベイズの定理を用いれば、

$$\mathbb{E}_{\mu_0}[u(a, \theta)|s] = \sum_{\theta \in \Theta} u(a, \theta) \frac{\sigma(s|\theta)\mu_0(\theta)}{\sum_{\theta' \in \Theta} \sigma(s|\theta')\mu_0(\theta')}$$

と書き表される。よって、従順制約は、

$$\sum_{\theta \in \Theta} u(a, \theta)\sigma(a|\theta)\mu_0(\theta) \geq \sum_{\theta \in \Theta} u(a', \theta)\sigma(a|\theta)\mu_0(\theta)$$

である。従順制約を満たす決定ルールをベイズ相関均衡 (BCE, Bayes-correlated equilibrium) と呼ぶ⁴。

顕示原理によって、送信者が情報提供によって実現可能な結果の集合は BCE によってもたらされる結果の集合に一致する。すなわち、シグナル表示を行動の推奨に限定し、従順制約によって受信者が行動推奨に常に従うような決定ルールによるシグナルを送信すると限定して考えても一般性は失われない。

結果として、送信者の解くべき情報デザイン問題は、BCE の集合から送信者にとって最適な決定ルール σ を選択することに帰着する。送信者の期待利得は、

$$\mathbb{E}_{\mu_0}[V(\sigma)] = \sum_{a \in A, \theta \in \Theta} v(a, \theta)\sigma(a|\theta)\mu_0(\theta)$$

である。従順制約を制約とし $\mathbb{E}_{\mu_0}[V(\sigma)]$ を最大化するような σ を数理計画問題として解くことによって、最適シグナルが求められる。

c) ビリーフデザインアプローチによる基本モデルの情報デザイン

シグナル表示 s を観測した受信者は状態に関する信念を事前信念 μ_0 から事後信念 (posterior) $\mu_\pi \in \Delta(\Theta)$ に更新する。ここで、受信者はシグナル構造 π を把握し

² 田村¹⁾ではこの条件は誘因両立条件と書かれている。しかし、Bergemann and Morris⁴⁾では incentive compatibility (誘因両立性) と obedience (従順性) は区別されているため、ここでは従順制約と記す。

ているので、事後信念 μ_π はベイズの定理を利用して

$$\mu_\pi(\theta|s) = \frac{\pi(s|\theta)\mu_0(\theta)}{\sum_{\theta' \in \Theta} \pi(s|\theta')\mu_0(\theta')}$$

となる。受信者は事後信念に基づき、自らの期待利得 $\mathbb{E}_{\mu_\pi(\cdot|s)}u(a, \theta)$ を最大化するような行動 $a^*(\mu_\pi(\cdot|s))$ を選択する。すなわち、

$$a^*(\mu_\pi(\cdot|s)) = \arg \max_{a \in A} \mathbb{E}_{\mu_\pi} u(a, \theta)$$

である。

ここで、送信者の最適化問題を考える。送信者は、受信者の事後信念に基づく期待利得最大化行動を考慮し、自らの期待利得 $v(a, \theta)$ を最大化するようなシグナル構造を選択する。すなわち、送信者の解くべき問題は、

$$\max_{\pi \in \Pi} \mathbb{E}_{\mu_0} \mathbb{E}_{\pi(\cdot|\theta)} v(a^*(\mu_\pi(\cdot|s)), \theta)$$

である。

ところで、シグナル構造が何であれ、ゲームの結果は受信者の事後信念によって決定される。そこでビリーフデザインアプローチでは、送信者は「シグナル構造」を選択するのではなく、「受信者の信念の分布」を選択すると置き換えた再定式化をする。

まず、送信者の期待利得 v を受信者の信念 μ を用いて書き表すことを考える。信念 μ における送信者の期待利得は、 $\hat{v}(\mu) = \mathbb{E}_\mu v(a^*(\mu), \theta)$ である。

さて、ゲームの順序を考えると、送信者がシグナル構造 π を選択し、シグナル表示 s が送信されることで、受信者の事後信念 μ_π が形成されるのであった。すなわち、シグナル表示が実現する前のシグナル構造選択時の視点に立ってみれば、シグナル構造 π の選択によって事後信念の分布 $\tau \in \Delta(\Delta(\Theta))$ がもたらされると見ることができる。事後信念 μ の分布 τ に対する期待値が事前信念に等しい場合、すなわち $\mathbb{E}_\tau \mu = \mu_0$ のとき、 τ はベイズ妥当 (Bayes plausible) であるという³⁾。そして、「事後信念の分布 τ がベイズ妥当である場合かつその場合に限り、事後信念の分布 τ をもたらすシグナル構造 $\pi \in \Pi$ が存在する」ことが分かっている。これより、ベイズ妥当性を満たすことを条件に最適な結果をもたらす事後信念の分布 τ を求めることによって、最適シグナル構造 π を導くことができる。

以上をまとめ、情報デザインの問題を再定式化すると、

$$\begin{aligned} \max_{\tau} \mathbb{E}_\tau \hat{v}(\mu) \\ \text{s.t. } \mathbb{E}_\tau \mu = \mu_0 \end{aligned} \quad (1)$$

となる。

この最適化問題は、凹化 (concavification) を用いた次のような幾何学的手法によって分析することができる。まず、図-1 に示すように、 $\hat{v}(\mu)$ とその凸包 $\text{co}(\hat{v})$ をプロットする。ここで、凸包 $\text{co}(\hat{v})$ は、 \hat{v} に属する点の凸結合として表現できる点の集合である。このことか

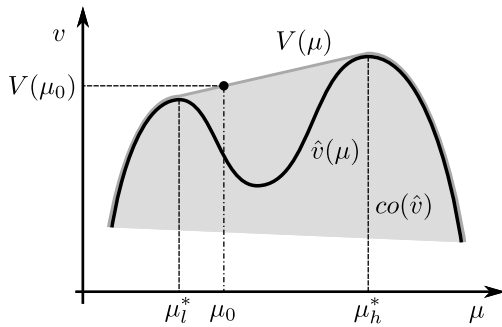


図-1 凹化

ら、凸包 $\text{co}(\hat{v})$ は事後信念の分布 τ によって実現可能な信念の期待値 $\mathbb{E}_\tau \mu$ と期待利得 $\mathbb{E}_\tau \hat{v}$ の組の範囲を視覚的に表したものと考えることができる。

次に、 $V(\mu)$ を $\hat{v}(\mu)$ の凹化として定義する。 $\hat{v}(\mu)$ の凹化とは、凸包 $\text{co}(\hat{v})$ の μ における最大を表す関数であり、 $V(\mu) = \max\{z \mid (\mu, z) \in \text{co}(\hat{v})\}$ と表現される。ここで、ベイズ妥当性の条件を考えると、 $\mathbb{E}_\tau \mu = \mu_0$ を満たす必要がある。グラフの横軸が信念の期待値 $\mathbb{E}_\tau \mu$ を表すことから、事後信念の分布 τ によって実現可能かつベイズ妥当性を満たす送信者の期待利得の集合は、 $\{z \mid (\mu_0, z) \in \text{co}(\hat{v})\}$ である。よって、送信者の期待利得が最大となる値は $V(\mu_0)$ であり、これをもたらす事後信念の分布 τ が式 (1) の解となる。図-1 の例では、 $\text{supp}(\tau) = \{\mu_l^*, \mu_h^*\}$ となるような事後信念の分布 τ が最適である。

最後に、最適な事後信念の分布 τ をもたらす最適シグナルを導出する。シグナル表示の集合 S の要素を $\text{supp}(\tau)$ の要素のそれぞれと対応させる。シグナル表示 s によって事後信念 μ_π が誘導されるとすれば、最適な事後信念の分布 $\tau(\mu)$ をもたらす最適なシグナル構造 π は、 $\pi(s|\theta) = \frac{\tau(\mu_\pi)\mu_\pi(\theta)}{\mu_0(\theta)}$ によって求められる。

(2) 情報デザインの理論的拡張

情報デザインの分野では、メカニズムデザインアプローチ・ブリーフデザインアプローチの両手法から、多くの理論的拡張や各分野への応用が行われている。

交通情報への情報デザインの適用を考えたとき、ネットワーク上に複数のドライバーがいることが必然であるから、最も関連の高い理論的拡張は複数受信者への拡張である。Bergemann and Morris⁴⁾ は、メカニズムデザインアプローチを用いて複数受信者へ理論的拡張をしている。不完全情報ゲームにおけるベイズ相関均衡の集合を考えることで、受信者が 2 人以上いる場合の情報デザイン問題を分析できることを示している。一方、Mathevet et al.⁵⁾ は、ブリーフデザインアプローチを用いた複数受信者への拡張をしている。具体的には、受信者の信念階層の最小分布 (minimal distribution) について、各信念 μ で送信者の利得を最大化した上で更

に凹包の最大化を行う 2 段階の最大化を提案している。このアプローチには、ベイズ相関均衡以外の解概念にも適用が可能であるというメリットがある。

複数の受信者にシグナルを送るとき、シグナルの送信方法に各受信者に同じシグナルを送信する場合としない場合が考えられる。各受信者や受信者集団ごとでシグナル構造 π が異なるならば、これは複数の送信者がいる場合への拡張と同じである。同じシグナル構造によるシグナルを得る受信者集団内でも、受け取るシグナル表示が各個人によって異なる可能性がある場合と受信者集団内で常に共通の場合が考えられる。受け取るシグナル表示が各個人によって異なる可能性がある場合、シグナルは個別シグナル (private signal) である。この場合のシグナルは、カーナビや Google Map のようなアプリによって各個人へ他人には知られずに提供される情報として考えられる。一方、全受信者に常に同じシグナル表示を送信する場合、シグナルは公共シグナル (public signal) である。この場合のシグナルは、道路上の情報掲示板やラジオの交通情報放送のように皆に同じ情報を伝える媒体による情報提供と考えられる。複数受信者への情報デザインの理論的拡張を考える Bergemann and Morris⁴⁾、Mathevet et al.⁵⁾ は共に個別シグナルを送信する場合のモデル設定を考えている。その上で、公共シグナルは個別シグナルの特殊なケースとも考えられることから、個別シグナルと公共シグナルのそれぞれが有効なる場合について考察を加えている。

情報デザインの他の理論的拡張としては、2 人以上の送信者がそれぞれ別のシグナルを送信する複数送信者の設定⁶⁾、時間経過を含む動的な設定^{7),8)}、状態集合 Θ が無限である設定⁹⁾ などがある。情報デザインの考え方を応用した問題設定としては、交通情報への適用の他に、金融機関のストレステスト¹⁰⁾、学校の成績開示¹¹⁾、従業員へのフィードバック⁸⁾ などがある。

(3) 情報デザインの交通情報提供問題への応用

情報デザインを交通情報提供問題へ応用する研究は、シンプルな設定を持つものが大半である。これは、複雑な設定とすると、複数受信者の拡張に加えて更にモデルの拡張が必要となり、分析がより困難となるためである。

多くの具体的な設定は次のようなものである。送信者は交通管理者であり、受信者は車両のドライバーである。交通ネットワークは 1OD2 経路ネットワークのように簡単なもので、ドライバーは全て同じ OD 間を移動し、2 つ以上の選択肢から行動を決定する。状態 θ はネットワークのあるリンクの状態を表し、ある経路を選択したときのコストが状態によって変化する。ま

た、送信者の目的関数は期待総コストの最小化である場合が多い。

このような問題設定において Das et al.¹²⁾ と Tavafoghi and Teneketzi¹³⁾ はメカニズムデザインアプローチを適用し最適な個別シグナルを求めている。Das et al.¹²⁾ は、1OD2 経路ネットワークと Braess ネットワーク¹⁴⁾ において、メカニズムデザインアプローチによって最適シグナルを求める例を示した。更に、Tavafoghi and Teneketzi¹³⁾ では、1OD2 経路ネットワークにおいて、SO が実現可能なパラメーターの設定を特定している。Massicot and Langbort¹⁵⁾ は同様の問題設定でピリーフデザインアプローチの適用し最適な公共シグナルを求めている。1OD2 経路ネットワークにおいて、パラメータに応じて最適シグナルの特徴を大きく 4 つに分類している。更に、複数のリンクが独立して変動するネットワークへのモデルの拡張も示した。

他には、Wu and Amin¹⁶⁾ は、ネットワークを利用するドライバーに一定割合で情報を受け取るドライバーと受け取らないドライバーが混在しているモデルを扱っている。この設定は、後者のドライバーを常に無情報に相当するシグナル構造を受け取るドライバー集団があると解釈できるため、複数送信者への拡張の特殊なケースであると言える。送信者の目的関数を 2 経路のうち片方の経路の超過交通量の最小化とし、ピリーフデザインアプローチを用いて最適シグナルを導出している。Liu and Whinston¹⁷⁾ は、ドライバーのコストに待ち行列を用いた個別シグナルのモデルを扱っている。メカニズムデザインアプローチを用い、2 ドライバーが同時に経路選択をする場合の最適シグナルを特徴づけている他、任意の時間に車両が出発する動的な設定のモデルを示している。

(4) 本研究の位置付け

上で述べたように、情報デザインの交通情報への応用研究は、リンクコスト関数を状態として変化させたもの、すなわち交通サービス供給側の不確実性に着目したものがほとんどである。しかし、現実の交通問題へ情報デザインのモデルの適用を考えるならば、基礎として多様なゲームの設定による結果をより多角的に検討する必要がある。

そこで、本研究ではこれまでの研究では扱われていない需要の不確実性に着目し、状態によって交通需要が変化する混雑ゲームの設定を考える。この設定が表す具体的な状況としては、目的地に観光地やイベント施設等があるために需要が急激に増減する道路ネットワークなどが考えられる。この設定において我々は、個別シグナルを送信する場合と公共シグナルを送信する場合のそれぞれに情報デザインのモデルを適用し、そ

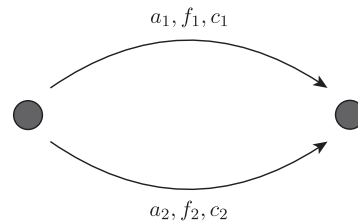


図-2 1OD2 経路ネットワーク

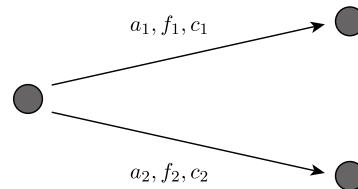


図-3 2 目的地の選択問題

れらの基本特性を比較する。

本研究の個別シグナルのモデルは、Das et al.¹²⁾ 及び Tavafoghi and Teneketzi¹³⁾ によるモデルを供給の不確実性への着目に拡張したものである。公共シグナルのモデルは Massicot and Langbort¹⁵⁾ によるモデルを拡張したものである。Das et al.¹²⁾ と Tavafoghi and Teneketzi¹³⁾ のモデルがメカニズムデザインアプローチを、Massicot and Langbort¹⁵⁾ のモデルがピリーフデザインアプローチをそれぞれ適用したものであることから、本研究の個別シグナルのモデルはメカニズムデザインアプローチであり、公共シグナルのモデルはピリーフデザインアプローチである。本研究では、送信者のコストがドライバーの総コストの場合に加えて、送信者が最適な交通割合に配分したい場合についても分析する。

3. 個別シグナルのモデル

(1) ゲームの設定

ドライバーが行動集合 $A = \{a_1, a_2\}$ から行動を選択する交通ゲームを考える。具体的なネットワークにおける設定としては、図-2 に示すような 1OD2 経路ネットワークでの経路選択問題や、図-3 に示すような 2 つの目的地から行き先を選択する目的地選択問題が考えられる。図-2 の問題設定は、道路上の混雑を対象に経路の最適配分を考えるものである。図-3 の問題設定は、観光地などの交通目的地を対象に過度な混雑の抑制や適度な賑わいの創出をする配分を考えるものである。

状態集合は、 $\{\theta_0, \theta_1\} = \Theta$ であり、その要素は需要つまりドライバーの総交通量の集合 $\{n_0, n_1\} = \mathcal{N}$ の要素の実現にそれぞれ対応する。すなわち、状態 θ_0 は総交通量

n_0 の実現を, θ_1 は総交通量 n_1 の実現を表す. 総交通量 n_0 と n_1 の差は Δn であり, $0 < n_0 < n_0 + \Delta n = n_1$ とする. 送信者は状態 θ の実現を知っている. 一方で, 受信者であるドライバーは状態 θ の実現を知らず, 事前信念 $\mu_0(\theta)$ に従って実現すると想定しているとする. 分布 $\mu_0(\theta)$ はコモンレッジであり, これが事前信念である. 以後, 表記の簡略化のため, 信念 $\mu(\theta_1)$ を単に $\mu \in [0, 1]$ と書く. $|\Theta| = 2$ であるから, $\mu(\theta_0) = 1 - \mu, \mu(\theta_1) = \mu$ のように μ のみを用いて全ての状態に関する信念を表現できる. これより, 事前信念は $\mu_0 \in (0, 1)$ である.

全てのドライバーは同時に共通の行動集合 A からそれぞれ自身の行動を選択する. 行動 a_1, a_2 それぞれの交通量を f_1, f_2 で表す. 行動 a_1 の選択割合を $\omega \in [0, 1]$ とする. このとき, 総交通量 $n \in N$ を用いて, $f_1 = n\omega, f_2 = n(1 - \omega)$ である. また, 各行動を選択した場合のドライバーのアフィン型コスト関数は, 非負のパラメーター $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ を用いて,

$$\begin{aligned} c_1 &= \alpha_1 f_1 + \beta_1, \\ c_2 &= \alpha_2 f_2 + \beta_2 \end{aligned}$$

とする. ただし, $\alpha_1 = \alpha_2 = \beta_1 - \beta_2 = 0$ ではないとする. なぜなら, この場合にはドライバーの行動に関係なく $c_1 = c_2$ となるからである.

送信者は, 状態 θ の実現に応じて交通情報であるシグナルを送信する. メカニズムデザインアプローチを適用するから, 顕示原理によりシグナル表示の集合は行動集合と同じ大きさで見なしてよい. $S = \{s_1, s_2\}$ とし, シグナル表示 s_1 の実現は行動 a_1 の推奨, s_2 の実現は行動 a_2 の推奨を表すとする. シグナル構造 $\pi(s|\theta)$ は $\varepsilon_0, \varepsilon_1 \in [0, 1]$ を用いて

$$\begin{aligned} \pi(s_1|\theta_0) &= \varepsilon_0, & \pi(s_2|\theta_0) &= 1 - \varepsilon_0, \\ \pi(s_1|\theta_1) &= \varepsilon_1, & \pi(s_2|\theta_1) &= 1 - \varepsilon_1 \end{aligned} \quad (2)$$

であるとする. シグナルは個別シグナルであり, 状態 θ が実現するとシグナル構造 $\pi(s|\theta)$ に従って各ドライバーへ個別にシグナル表示 s が送信される.

最適化問題の目的関数となる送信者のコストは v で表す. 送信者は v を最小化することを目指す. すなわち, 解くべき問題は $\min_{\pi} \mathbb{E}_{\mu_0} v$ である. 本研究では最適化問題の目的関数として (i) 総コストと (ii) 最適配分からの乖離度を考える場合の 2 種類を扱う. 目的関数に総コストを考える場合, 送信者のコスト v は全ドライバーのコストの総和であり,

$$v = f_1 c_1 + f_2 c_2$$

である. 目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合は, 送信者にとって理想となる行動 a_1 の選択割合を ω_{ideal} とする. このとき, 実際に実現した選択割合 ω と

ω_{ideal} の差の 2 乗を送信者のコストとする.

$$v = (\omega - \omega_{\text{ideal}})^2$$

この問題設定における, SO および, 無情報・完全情報を提供した場合の結果を先に求めておく.

SO は, 各状態 θ で v が最小となるものである. 状態 θ で総交通量 n が実現したとする. 目的関数に総コストを考える場合, 次のような行動 a_1 の選択割合で行動選択が行われる状況が SO である.

$$\omega^{\text{SO}}(\theta) = \begin{cases} 0 & (2\alpha_2 n \leq \beta_1 - \beta_2) \\ \frac{2\alpha_2 n - (\beta_1 - \beta_2)}{2(\alpha_1 + \alpha_2)n} & (-2\alpha_1 n < \beta_1 - \beta_2 < 2\alpha_2 n) \\ 1 & (\beta_1 - \beta_2 \leq -2\alpha_1 n) \end{cases}$$

一方, 目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合, SO は $\omega^{\text{SO}} = \omega_{\text{ideal}}$ であり, このときの送信者のコストは $v = 0$ となる.

無情報の場合の結果は, ドライバーの事前信念による Bayesian Wardrop 均衡 (BWE) を成立させるとして計算する. BWE とは, 期待コストに基づく Wardrop 均衡である. すなわち, $\mathbb{E}_{\mu_0} c_1(\omega = 0) \geq \mathbb{E}_{\mu_0} c_2(\omega = 0)$ ならば, $\omega = 0$ である. 逆に, $\mathbb{E}_{\mu_0} c_1(\omega = 1) \leq \mathbb{E}_{\mu_0} c_2(\omega = 1)$ ならば, $\omega = 1$ である. それ以外の場合には, $\mathbb{E}_{\mu_0} c_1 = \mathbb{E}_{\mu_0} c_2$ が成り立ち, $\omega = \frac{\alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) - (\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu_0 \Delta n)}$ である. 以上より, 無情報の場合の行動 a_1 の選択割合は,

$$\omega^{\text{NI}} = \begin{cases} 0 & (\alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2) \\ \frac{\alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) - (\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu_0 \Delta n)} & \begin{cases} -\alpha_1(n_0 + \mu_0 \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \\ < \alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) \end{cases} \\ 1 & (\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \mu_0 \Delta n)) \end{cases}$$

である.

完全情報では, ドライバーは実現した状態 θ を知ることができるから, 各状態 θ で Wardrop 均衡が成立すると考えられる. したがって, 行動 a_1 の選択割合は,

$$\omega^{\text{FI}}(\theta) = \begin{cases} 0 & (\alpha_2 n \leq \beta_1 - \beta_2) \\ \frac{\alpha_2 n - (\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)n} & (-\alpha_1 n < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n) \\ 1 & (\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n) \end{cases}$$

である.

(2) 理論モデル

従順制約を満たすシグナル構造の範囲を求める. 従順制約は, 各シグナル表示が表示されたときにそのシグナル表示が推奨した選択を選択すれば他の選択をしたときよりもドライバーの期待コストが小さくなることであり,

$$\mathbb{E}_{\mu_0}(c_1|s_1) \leq \mathbb{E}_{\mu_0}(c_2|s_1), \quad (3)$$

$$\mathbb{E}_{\mu_0}(c_2|s_2) \leq \mathbb{E}_{\mu_0}(c_1|s_2) \quad (4)$$

で表される。従順制約 (3) と (4) はそれぞれ ε_0 と ε_1 の 2 次不等式で表され、

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_1 + \alpha_2)(1 - \mu_0)n_0\varepsilon_0^2 \\
 & + (-\alpha_2n_0 + \beta_1 - \beta_2)(1 - \mu_0)\varepsilon_0 \\
 & + (\alpha_1 + \alpha_2)\mu_0(n_0 + \Delta n)\varepsilon_1^2 \\
 & + \{-\alpha_2(n_0 + \Delta n) + \beta_1 - \beta_2\}\mu_0\varepsilon_1 \leq 0 \quad (3')
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\alpha_1 + \alpha_2)(1 - \mu_0)n_0\varepsilon_0^2 \\
 & + \{-(\alpha_1 + 2\alpha_2)n_0 + \beta_1 - \beta_2\}(1 - \mu_0)\varepsilon_0 \\
 & + (\alpha_1 + \alpha_2)\mu_0(n_0 + \Delta n)\varepsilon_1^2 \\
 & + \{-(\alpha_1 + 2\alpha_2)(n_0 + \Delta n) + \beta_1 - \beta_2\}\mu_0\varepsilon_1 \\
 & + \alpha_2(n_0 + \Delta n\mu_0) - (\beta_1 - \beta_2) \leq 0 \quad (4')
 \end{aligned}$$

である。

次に、最小化問題の目的関数について考える。目的関数に総コストを考える場合、送信者の期待コスト $\mathbb{E}_{\mu_0}v$ は、

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}_{\mu_0}v &= \mathbb{E}_{\mu_0}(f_1c_1 + f_2c_2) \\
 &= (\alpha_1 + \alpha_2)(1 - \mu_0)n_0^2\varepsilon_0^2 \\
 &+ (-2\alpha_2n_0 + \beta_1 - \beta_2)(1 - \mu_0)n_0\varepsilon_0 \\
 &+ (\alpha_1 + \alpha_2)\mu_0(n_0 + \Delta n)^2\varepsilon_1^2 \\
 &+ \{-2\alpha_2(n_0 + \Delta n) + \beta_1 - \beta_2\}\mu_0(n_0 + \Delta n)\varepsilon_1 \\
 &+ \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n)\Delta n + \beta_2\Delta n\}\mu_0 + \alpha_2n_0^2 + \beta_2n_0
 \end{aligned} \quad (5)$$

である。一方、最適配分からの乖離度を考える場合には、

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}_{\mu_0}v &= \mathbb{E}_{\mu_0}(\omega - \omega_{\text{ideal}})^2 \\
 &= (1 - \mu_0)\varepsilon_0^2 - 2(1 - \mu_0)\omega_{\text{ideal}}\varepsilon_0 \\
 &+ \mu_0\varepsilon_1^2 - 2\mu_0\omega_{\text{ideal}}\varepsilon_1 + \omega_{\text{ideal}}^2
 \end{aligned} \quad (6)$$

である。

ここで、最適なシグナル構造は最小化問題

$$\begin{aligned}
 & \min_{\varepsilon_0, \varepsilon_1} \mathbb{E}_{\mu_0}v \quad (7) \\
 & \text{s.t. (3'), (4'),} \\
 & 0 \leq \varepsilon_0 \leq 1, 0 \leq \varepsilon_1 \leq 1
 \end{aligned}$$

の解である $(\varepsilon_0, \varepsilon_1)$ の組である。また、 $\omega(\theta) = \pi(s_1|\theta)$ であるから、最適なシグナル構造のもとでの各状態での選択割合は $(\omega(\theta_0), \omega(\theta_1)) = (\varepsilon_0, \varepsilon_1)$ となる。

(3) 数値計算例

各目的関数の設定で、個別シグナルのモデルに具体的な数値を入れて適用した例を示す。

a) 目的関数が総コストの場合

パラメータ設定が $\alpha_1 = 1, \beta_1 = 0, \alpha_2 = 0, \beta_2 = 1, n_0 = 1, n_1 = 5, (\Delta n = 4), \mu_0 = 0.2$ であるゲームを考え

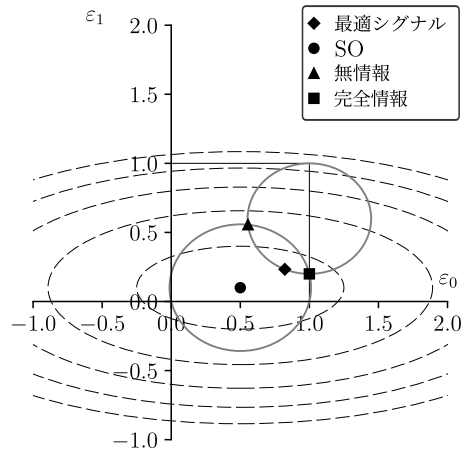


図-4 個別シグナルのモデルによる結果の例 (目的関数が総コスト)

る。この設定における従順制約 (3'), (4') は、

$$0.8\varepsilon_0^2 - 0.8\varepsilon_0 + 1.0\varepsilon_1^2 - 0.2\varepsilon_1 \leq 0, \quad (8)$$

$$0.8\varepsilon_0^2 - 1.6\varepsilon_0 + 1.0\varepsilon_1^2 - 1.2\varepsilon_1 + 1.0 \leq 0 \quad (9)$$

である。目的関数 (5) は、

$$\mathbb{E}_{\mu_0}v = 0.8\varepsilon_0^2 - 0.8\varepsilon_0 + 5.0\varepsilon_1^2 - 1.0\varepsilon_1 + 1.8$$

となる。そして、解くべき最小化問題は、

$$\begin{aligned}
 & \min_{\varepsilon_0, \varepsilon_1} \mathbb{E}_{\mu_0}v \\
 & \text{s.t. (8), (9),} \\
 & 0 \leq \varepsilon_0 \leq 1, 0 \leq \varepsilon_1 \leq 1
 \end{aligned}$$

である。

最小化問題の結果を図-4 に示す。従順制約 (8), (9) をそれぞれ 2 つの灰色の楕円が表し、楕円の内側が条件を満たす範囲である。破線は目的関数 $\mathbb{E}_{\mu_0}v$ の値が等しい点を結んだ線で、内側ほど値が小さくなる。最小化問題の解はダイヤの点で表され、今回の例における最適シグナル構造、およびそのときの選択割合は $(\varepsilon_0, \varepsilon_1) = (\omega(\theta_0), \omega(\theta_1)) = (0.822, 0.233)$ である。このとき、目的関数である期待コストの値は $\mathbb{E}_{\mu_0}v = 1.72$ である。

本モデルにおいては $(\varepsilon_0, \varepsilon_1) = (\omega(\theta_0), \omega(\theta_1))$ が成り立つから、図-4 の横軸と縦軸はそれぞれ $\omega(\theta_0), \omega(\theta_1)$ とみなすことができる。すなわち、各状態で実現した選択割合の点をプロットすることで期待コストを比較することができる。

図-4 の丸の点、三角の点、四角の点はそれぞれ SO、無情報、完全情報において各状態で実現する選択割合に相当する点をプロットしたものである。今回のパラメータの設定では、SO は $(\omega^{\text{SO}}(\theta_0), \omega^{\text{SO}}(\theta_1)) = (0.5, 0.1)$ 、 $\mathbb{E}_{\mu_0}v = 1.55$ 、無情報は $\omega^{\text{NI}} = 0.556$ 、 $\mathbb{E}_{\mu_0}v = 2.59$ 、完全情報は $(\omega^{\text{FI}}(\theta_0), \omega^{\text{FI}}(\theta_1)) = (1.0, 0.2)$ 、 $\mathbb{E}_{\mu_0}v = 1.8$ である。これより、最適シグナルによって SO は達成できないも

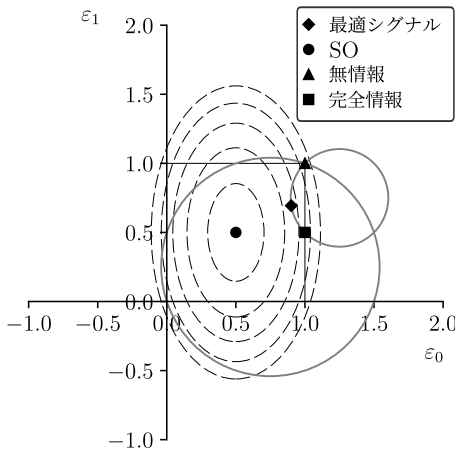


図-5 個別シグナルのモデルによる結果の例
(目的関数が最適配分からの乖離度)

の、無情報や完全情報の場合よりも送信者にとって優れた結果が得られることが分かる。

b) 目的関数が最適配分からの乖離度の場合

ゲームの各パラメーターを $\alpha_1 = 2, \beta_1 = 0, \alpha_2 = 0, \beta_2 = 3, n_0 = 1, n_1 = 3, (\Delta n = 2), \mu_0 = 0.25, \omega_{ideal} = 0.5$ とする。これらのパラメーターを従順制約 (3'), (4') に代入するとそれぞれ

$$1.5\varepsilon_0^2 - 2.25\varepsilon_0 + 1.5\varepsilon_1^2 - 0.75\varepsilon_1 \leq 0, \quad (10)$$

$$1.5\varepsilon_0^2 - 3.75\varepsilon_0 + 1.5\varepsilon_1^2 - 2.25\varepsilon_1 + 3.0 \leq 0 \quad (11)$$

となる。目的関数 (6) へも代入すると、

$$\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.75\varepsilon_0^2 - 0.75\varepsilon_0 + 0.25\varepsilon_1^2 - 0.25\varepsilon_1 + 0.25$$

となる。解くべき最小化問題は、

$$\begin{aligned} \min_{\varepsilon_0, \varepsilon_1} \mathbb{E}_{\mu_0} v \\ \text{s.t. (10), (11),} \\ 0 \leq \varepsilon_0 \leq 1, 0 \leq \varepsilon_1 \leq 1 \end{aligned}$$

である。

最小化問題の結果を図-5 に示す。今回の例における最適シグナル構造、およびそのときの選択割合は $(\varepsilon_0, \varepsilon_1) = (\omega(\theta_0), \omega(\theta_1)) = (0.901, 0.694)$ である。このとき、目的関数である期待コストの値は $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.129$ である。今回のパラメーターの設定では、SO は $\omega^{SO} = 0.5$ で $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0$ 、無情報は $\omega^{NI} = 1$ で $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.25$ 、完全情報は $(\omega^{FI}(\theta_0), \omega^{FI}(\theta_1)) = (1, 0.5)$ 、 $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.188$ である。これより、最適シグナルによって SO は達成できないものの、無情報や完全情報の場合よりも送信者にとって優れた結果が得られることが分かる。

(4) 考察

最小化問題の制約条件である従順制約 (3'), (4') の境界は、 ε_0 - ε_1 軸上にプロットするとそれぞれ

点 $(0, 0), (1, 1)$ を通る楕円となる。これらの境界の交点は、 $\left(\frac{\alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) - (\beta_1 + \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu_0 \Delta n)}, \frac{\alpha_2(n_0 + \mu_0 \Delta n) - (\beta_1 + \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu_0 \Delta n)} \right)$ と $\left(\frac{\alpha_2 n_0 - \beta_1 + \beta_2}{n_0(\alpha_1 + \alpha_2)}, \frac{\alpha_2(n_0 + \Delta n) - (\beta_1 + \beta_2)}{(n_0 + \Delta n)(\alpha_1 + \alpha_2)} \right)$ であり、この 2 点はいずれかの経路の交通量が 0 でない場合の無情報の交通割合と完全情報の交通割合 ((1) を参照) に一致する。このように、無情報・完全情報に相当する点は、制約条件の境界の交点となる。最小化問題の解がこれらの点に一致するなら最適シグナルはそれぞれ無情報・完全情報となる。一致しなければ、最適シグナルにより無情報と完全情報よりも送信者にとって優れた結果を得ることができる。また、SO のときの選択割合 $(\omega^{SO}(\theta_0), \omega^{SO}(\theta_1))$ を従順制約 (3'), (4') の $(\varepsilon_0, \varepsilon_1)$ に代入し制約条件が成立するならば、最適シグナルにより SO が達成できる。以上のように、メカニズムデザインアプローチを用いた個別シグナルのモデルでは、目的関数と制約条件のグラフ上の位置関係で最適シグナルの特徴を分析できる。

4. 公共シグナルのモデル

(1) ゲームの設定

交通システムや送信者のコストといったゲームの設定は、3. (1) で述べた個別シグナルのモデルと同じものを用いる。よって、SO の場合、無情報・完全情報を提供した場合の結果も 3. (1) で述べたものと同じになる。

シグナルに関しては、ピリーフデザインアプローチを用いることから次のように設定する。 $|\Theta| = 2$ であることより、状態に関する信念は 1 次元の μ で表現できる。よって、凸包 $\text{co}(\hat{v})$ 内の点は $\hat{v}(\mu)$ 上の高々 2 点の凸結合で表わせる。これより、 $|\text{supp}(\tau)| \leq 2$ であり、その要素と対応させるシグナル表示集合も $|S| = 2$ とすれば十分である。そこで、シグナル表示集合を $S = \{s_0, s_1\}$ とする。ドライバーの視点から見れば、ピリーフデザインアプローチにおけるシグナル表示 s は各状態 θ の実現を表し、総交通量に関する情報の送信と捉えることができる。

シグナル構造 $\pi(s|\theta)$ は $\varepsilon_0, \varepsilon_1 \in [0, 1]$ を用いて次のように表すこととする。

$$\begin{aligned} \pi(s_0|\theta_0) &= \varepsilon_0, & \pi(s_1|\theta_0) &= 1 - \varepsilon_0, \\ \pi(s_0|\theta_1) &= \varepsilon_1, & \pi(s_1|\theta_1) &= 1 - \varepsilon_1 \end{aligned}$$

公共シグナルでは、状態 θ が実現するとシグナル構造 $\pi(s|\theta)$ に従ってすべてのドライバーへ同じシグナル表示 s が送信される。

(2) 理論モデル

まず、ドライバーが信念 μ を持っているときの送信者の期待コスト $\hat{v}(\mu)$ を求める。ドライバーが信念 μ を持つとき、Bayesian Wardrop 均衡を達成すると仮定する。

目的関数に総コストを考える場合、 $\mu \in [0, 1]$ にわたる $\hat{v}(\mu)$ は、

(I) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n) + \beta_2\} \Delta n \mu + (\alpha_2 n_0 + \beta_2) n_0$$

(II) $\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n) + \beta_2\} \Delta n \mu + (\alpha_2 n_0 + \beta_2) n_0 & (\mu \leq \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \\ \frac{k_3 \mu^3 + k_2 \mu^2 + k_1 \mu + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)^2} & (\mu > \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \end{cases}$$

(III) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \frac{k_3 \mu^3 + k_2 \mu^2 + k_1 \mu + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)^2}$$

(IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \{\alpha_1(2n_0 + \Delta n) + \beta_1\} \Delta n \mu + (\alpha_1 n_0 + \beta_1) n_0 & (\mu \leq \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \\ \frac{k_3 \mu^3 + k_2 \mu^2 + k_1 \mu + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)^2} & (\mu > \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \end{cases}$$

(V) $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \{\alpha_1(2n_0 + \Delta n) + \beta_1\} \Delta n \mu + (\alpha_1 n_0 + \beta_1) n_0,$$

である。ただし、

$$\begin{aligned} k_3 &= \{2\alpha_1\alpha_2 n_0 + \alpha_1\alpha_2 \Delta n + \alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1\} \Delta n^3, \\ k_2 &= \{5\alpha_1\alpha_2 n_0^2 + 2\alpha_1\alpha_2 n_0 \Delta n, \\ &\quad + 3\alpha_1\beta_2 n_0 + 3\alpha_2\beta_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)^2\} \Delta n^2, \\ k_1 &= \{4\alpha_1\alpha_2 n_0^3 + 3\alpha_1\beta_2 n_0^2 + 3\alpha_2\beta_1 n_0^2, \\ &\quad + \alpha_1\alpha_2 n_0^2 \Delta n + (\beta_1 - \beta_2)^2 \Delta n\} \Delta n, \\ k_0 &= (\alpha_1\alpha_2 n_0 + \alpha_1\beta_2 + \alpha_2\beta_1) n_0^3 \end{aligned}$$

とする。

また、目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合の $\mu \in [0, 1]$ にわたる $\hat{v}(\mu)$ は、

(I) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \omega_{\text{ideal}}^2$$

(II) $\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \omega_{\text{ideal}}^2 & (\mu \leq \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \\ \left\{ \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \omega_{\text{ideal}} \right\}^2 & (\mu > \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \end{cases}$$

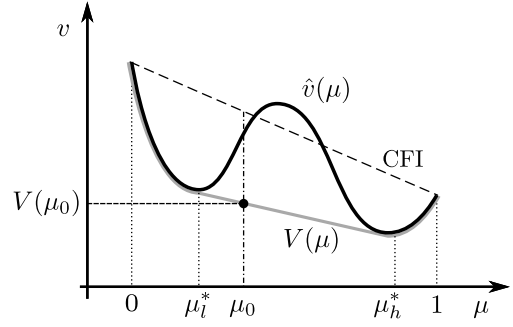


図-6 凹化 (交通ゲーム)

(III) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \left\{ \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \omega_{\text{ideal}} \right\}^2$$

(IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} (1 - \omega_{\text{ideal}})^2 & (\mu \leq \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \\ \left\{ \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \omega_{\text{ideal}} \right\}^2 & (\mu > \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \end{cases}$$

(V) $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = (1 - \omega_{\text{ideal}})^2$$

である。

次に、 $\hat{v}(\mu)$ の凹化を計算する。今回の問題設定では送信者は自らの期待コスト $\mathbb{E}_{\mu_0} v$ を最小化したいので、求めるべき $\hat{v}(\mu)$ の凹化は

$$V(\mu) = \min\{z \mid (\mu, z) \in \text{co}(\hat{v})\}$$

と定式化される (図-6)。ここで、ベイズ妥当性を満たす最小の送信者の期待コストは $V(\mu_0)$ で達成される。 $(\mu_0, V(\mu_0))$ は $\{(\mu, \hat{v}(\mu)) \mid \mu \in [0, 1]\}$ に属する高々 2 点の凸結合で表される。それらの点を $(\mu_l^*, \hat{v}(\mu_l^*))$, $(\mu_h^*, \hat{v}(\mu_h^*))$ とすれば、 $\lambda \in [0, 1]$ を用いて

$$\mu_0 = (1 - \lambda)\mu_l^* + \lambda\mu_h^*$$

$$V(\mu_0) = (1 - \lambda)\hat{v}(\mu_l^*) + \lambda\hat{v}(\mu_h^*)$$

と表現できる。ここで、送信者にとって最適な結果をもたらす事後信念の分布 τ は、

$$\tau(\mu_l^*) = 1 - \lambda, \quad \tau(\mu_h^*) = \lambda.$$

である。

最後に、最適な事後信念の分布 τ をもたらす最適シグナルを求める。シグナル表示 s_0 が事後信念 μ_l^* 、シグナル表示 s_1 が事後信念 μ_h^* に対応するとする。ここで式 (c) を用いると、最適なシグナル構造は、

$$\varepsilon_0 = \frac{(1 - \lambda)(1 - \mu_l^*)}{(1 - \mu_0)}, \quad \varepsilon_1 = \frac{(1 - \lambda)\mu_l^*}{\mu_0}$$

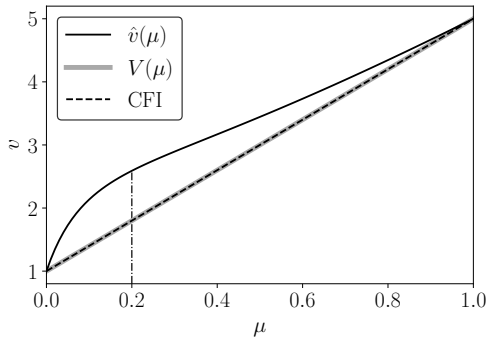


図-7 目的関数が総コストの例における $\hat{v}(\mu), V(\mu)$

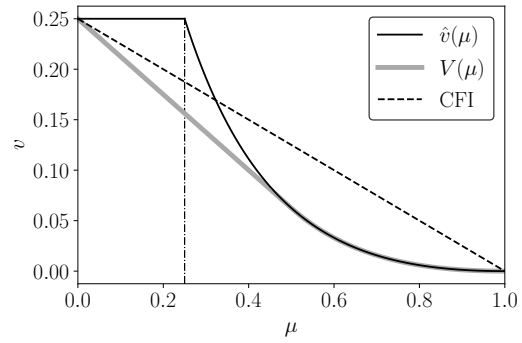


図-8 目的関数が最適配分からの乖離度の例における $\hat{v}(\mu), V(\mu), CFI$

と求められる。

なお、無情報の場合、送信者の期待コストは $\hat{v}(\mu_0)$ である。他方完全情報の場合、送信者の期待コストは $(0, \hat{v}(0)), (1, \hat{v}(1))$ を結ぶ直線（図-6の破線）の $\mu = \mu_0$ のときの v 座標の値である。この直線を以後 CFI (cost of full information) と呼ぶ。以上より、グラフ上で CFI, $\hat{v}(\mu_0), V(\mu)$ のそれぞれの $\mu = \mu_0$ での位置関係によって、無情報、完全情報、最適シグナルを送信する場合の送信者の期待コストが私は比較可能である。

(3) 数値計算例

a) 目的関数が総コストの場合

目的関数に総コストを考える場合について個別シグナルのモデルの例 (3. (3) a) と同じパラメーターの設定 ($\alpha_1 = 1, \beta_1 = 0, \alpha_2 = 0, \beta_2 = 1, n_0 = 1, n_1 = 5, \Delta n = 4, \mu_0 = 0.2$) を用いて、公共シグナルのモデルを適用した例を示す。

このパラメーター設定において $\hat{v}(\mu)$ は、

$$\hat{v}(\mu) = \frac{64\mu^3 + 32\mu^2 + 28\mu + 1}{16\mu^2 + 8\mu + 1}$$

である。これをグラフに図示すると図-7の黒実線となり、その凹化 $V(\mu)$ は灰色の線で表される。ここで、 $V(\mu)$ のグラフは CFI に一致する。よって、任意の事前信念 $\mu_0 \in (0, 1)$ において、 $\mu_l^* = 0, \mu_h^* = 1$ となり、最適シグナルは完全情報である。

b) 目的関数が最適配分からの乖離度の場合

同様に、目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合について個別シグナルのモデルの例 (3. (3) b) と同じパラメーターの設定 ($\alpha_1 = 2, \beta_1 = 0, \alpha_2 = 0, \beta_2 = 3, n_0 = 1, n_1 = 3, \Delta n = 2, \mu_0 = 0.25, \omega_{ideal} = 0.5$) を用いて、公共シグナルのモデルを適用した例を示す。

このパラメーター設定において $\hat{v}(\mu)$ は、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} 0.25 & (\mu \leq 0.25) \\ \frac{1}{4} \left(\frac{3}{2\mu+1} - 1 \right)^2 & (\mu > 0.25) \end{cases}$$

である。これをグラフに図示すると図-8の黒実線とな

り、その凹化 $V(\mu)$ は灰色の線で表される。また、CFI を破線で表す。

$\mu_0 = 0.25$ のときを考えると、図-8より、点 $(0.25, V(0.25))$ は 2 点 $(0, \hat{v}(0)), (0.5, \hat{v}(0.5))$ の凸結合で表されるから $\mu_l^* = 0, \mu_h^* = 0.5$ である。最適な事後信念の分布は、

$$\tau(0) = 0.5, \quad \tau(0.5) = 0.5.$$

であり、この分布を誘導する最適シグナル構造は、 $(\varepsilon_0, \varepsilon_2) = (\frac{2}{3}, 0)$ である。このとき、実現する送信者の期待コストは $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.156$ である。これより、最適シグナルによって、 $\text{SO } \mathbb{E}_{\mu_0} v = 0$ は達成できないものの、無情報 $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.25$ や完全情報 $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.188$ の場合よりも送信者にとって優れた結果が得られることが分かる。

(4) 考察

a) 目的関数が総コストの場合

目的関数に総コストを考える場合、完全情報が必ず最適シグナルとなる。以下にその証明をする。

証明. $\hat{v}(\mu)$ の凹化 $V(\mu)$ が $(0, \hat{v}(0)), (1, \hat{v}(1))$ を結ぶ直線 (CFI) に一致するとき、完全情報が最適シグナルである。これは、 $\mu_0 \in (0, 1)$ において、完全情報によって実現される事後信念の分布が $\tau(0) = 1 - \mu_0, \tau(1) = \mu_0$ であり、これが最適シグナルの期待コスト $V(\mu_0)$ を実現する事後信念の分布に一致することから明らかである。よって、完全情報が必ず最適シグナルとなることを証明するには、 $\hat{v}(\mu)$ の凹化 $V(\mu)$ が必ず CFI に一致することを示せばよい。これはすなわち、 $\hat{v}(\mu)$ が $\mu \in (0, 1)$ において、CFI を下回らないことである。

$g_1(\mu) = \frac{k_3\mu^3 + k_2\mu^2 + k_1\mu + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu\Delta n)^2}$ としたときに、 $(0, g_1(0)), (1, g_1(1))$ を結ぶ直線を l とする。 l の式は、

$$v = \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2} \right\} \mu + \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2}$$

である。

まず、任意の $\mu \in [0, 1]$ において、 $g_1(\mu)$ が直線 l より小さくならないこと、すなわち

$$\frac{k_3\mu^3 + k_2\mu^2 + k_1\mu + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu\Delta n)^2} \geq \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2} \right\} \mu + \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2} \quad (12)$$

を示す。両辺を $(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2(n_0 + \Delta n)^2(n_0 + \mu\Delta n)^2$ 倍して整理すると、

$$\begin{aligned} & n_0^2(n_0 + \Delta n)^2(k_3\mu^3 + k_2\mu^2 + k_1\mu + k_0) \\ & - (k_3 + k_2 + k_1 + k_0)n_0^2(n_0 + \mu\Delta n)^2\mu \\ & + k_0(n_0 + \Delta n)^2(n_0 + \mu\Delta n)^2\mu \\ & - k_0(n_0 + \Delta n)^2(n_0 + \mu\Delta n)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

である。この左辺について、 $\mu \in [0, 1]$ において、

$$\begin{aligned} (\text{LHS}) &= (k_3n_0^4 + 2k_3n_0^3\Delta n - k_1n_0^2\Delta n^2 \\ & - k_2n_0^2\Delta n^2 + 2k_0n_0\Delta n^3 + k_0\Delta n^4)\mu^3 \\ & + (k_2n_0^4 - 2k_1n_0^3\Delta n - 2k_3n_0^3\Delta n \\ & + 3k_0n_0^2\Delta n^2 + k_2n_0^2\Delta n^2 - k_0\Delta n^4)\mu^2 \\ & + (-k_2n_0^3 - k_3n_0^3 + 2k_1n_0^2\Delta n \\ & - 3k_0n_0\Delta n^2 + k_1n_0\Delta n^2 - 2k_0\Delta n^3)n_0\mu \\ & = (\beta_1 - \beta_2)^2\mu(1 - \mu)(n_0 + \Delta n)^2n_0^2\Delta n^2 \\ & \geq 0 \end{aligned}$$

である。よって不等式 (12) は成り立ち、任意の $\mu \in [0, 1]$ において、 $g_1(\mu)$ が l より小さくならない。

次に、**4.(2)** における目的関数に総コストを考えた場合の (I)~(V) のそれぞれについて、 $\mu \in (0, 1)$ において $\hat{v}(\mu)$ が CFI を下回らないことを示す。

(I) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n) + \beta_2\}\Delta n\mu + (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0$$

であり、 $\hat{v}(\mu)$ のグラフは直線となる。よって、 $\hat{v}(\mu)$ と CFI は一致し、 $\hat{v}(\mu)$ は、CFI を下回らない。

(II) $\alpha_2n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n) + \beta_2\}\Delta n\mu + (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0 & (\mu \leq \frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n}) \\ g_1(\mu) & (\mu > \frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n}) \end{cases}$$

である。このとき、CFI の式は、

$$v = \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0 \right\} \mu + (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0$$

である。

まず、 $0 \leq \mu \leq \frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n}$ の範囲について考える。この直線の傾きと、 $\hat{v}(\mu)$ の傾きを比較したとき、 $\beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ であることから、

$$\begin{aligned} & \{\alpha_2(2n_0 + \Delta n) + \beta_2\}\Delta n \\ & - \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0 \right\} \\ & = \frac{\alpha_2(n_0 + \Delta n)\{\alpha_2(n_0 + \Delta n) - (\beta_1 - \beta_2)\}}{\alpha_1 + \alpha_2} \\ & > 0 \end{aligned}$$

である。よって、直線の傾きは $\hat{v}(\mu)$ の方が大きい。いずれの直線も $(0, \hat{v}(0))$ を通ることから、 $0 \leq \mu \leq \frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n}$ において、 $\hat{v}(\mu)$ が、CFI を下回ることはない。

次に、 $\frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n} < \mu \leq 1$ について考える。ここでは、直線 l との傾きを比較する。 $\alpha_2n_0 \leq \beta_1 - \beta_2$ であることから、

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_2n_0 + \beta_2)n_0 \right\} \\ & - \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)n_0^2} \right\} \\ & = \frac{\alpha_2\{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)\}n_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)} \\ & \geq 0 \end{aligned}$$

である。よって、直線 l の傾きは、CFI の傾きより小さいかせいぜい同じである。どちらの直線も $(1, \hat{v}(1))$ を通過することから、 $\frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n} < \mu \leq 1$ において、 l は、CFI を下回ることはない。さらに $\frac{-\alpha_2n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2\Delta n} < \mu \leq 1$ において $\hat{v}(\mu) = g_1(\mu)$ であり、 $g_1(\mu)$ は l を下回らないことから、 $\hat{v}(\mu)$ は CFI を下回ることはない。

以上より、 $\mu \in (0, 1)$ において $\hat{v}(\mu)$ は CFI を下回らない (図-9)。

(III) $\alpha_1n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2n_0$ のとき、 $\hat{v}(\mu) = g_1(\mu)$ であり、CFI は直線 l に一致する。よって、 $\hat{v}(\mu)$ は $\mu \in (0, 1)$ において、CFI を下回らない。

(IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \{\alpha_1(2n_0 + \Delta n) + \beta_1\}\Delta n\mu + (\alpha_1n_0 + \beta_1)n_0 & (\mu \leq \frac{-\alpha_1n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1\Delta n}) \\ g_1(\mu) & (\mu > \frac{-\alpha_1n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1\Delta n}) \end{cases}$$

であり、(II) と同様の手順で考えられる。まず、CFI の式は、

$$v = \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_1n_0 + \beta_1)n_0 \right\} \mu + (\alpha_1n_0 + \beta_1)n_0$$

である。

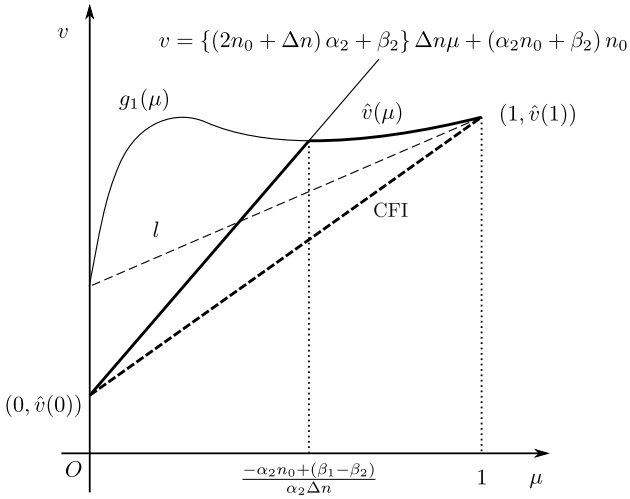


図-9 (II)における $\hat{v}(\mu)$ と CFI の大小の比較

$0 \leq \mu \leq \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1 \Delta n}$ の範囲において、CFI と $\hat{v}(\mu)$ の傾きを比較すると、 $\beta_1 - \beta_2 < \alpha_1 (n_0 + \Delta n)$ であることから、

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\alpha_1 (2n_0 + \Delta n) + \beta_1}{\alpha_1 + \alpha_2} \Delta n - \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_1 n_0 + \beta_1) n_0 \right\} \right\} \\ &= \frac{\alpha_1 (n_0 + \Delta n) \{ \alpha_1 (n_0 + \Delta n) - (\beta_1 - \beta_2) \}}{\alpha_1 + \alpha_2} \\ &> 0 \end{aligned}$$

である。よって、直線の傾きは $\hat{v}(\mu)$ の方が大きい。ここで、いずれの直線も $(0, \hat{v}(0))$ を通ることから、 $0 \leq \mu \leq \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1 \Delta n}$ において、 $\hat{v}(\mu)$ が、CFI を下回ることはない。

$\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1 \Delta n} < \mu \leq 1$ の範囲において直線 l と CFI の傾きを比較すれば、 $\alpha_1 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2$ であることから、

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - (\alpha_1 n_0 + \beta_1) n_0 \right\} \\ & - \left\{ \frac{k_3 + k_2 + k_1 + k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \Delta n)^2} - \frac{k_0}{(\alpha_1 + \alpha_2) n_0^2} \right\} \\ &= \frac{\alpha_1 \{ -\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2) \} n_0}{(\alpha_1 + \alpha_2)} \\ &\geq 0 \end{aligned}$$

である。よって、直線 l の傾きは、CFI の傾きより小さいかせいぜい同じである。どちらの直線も $(1, \hat{v}(1))$ を通過することから、 $\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1 \Delta n} < \mu \leq 1$ において、直線 l は、CFI を下回ることはない。更に、この範囲で $\hat{v}(\mu) = g_1(\mu)$ であり、 $g_1(\mu)$ は直線 l を下回らないことから、 $\hat{v}(\mu)$ は CFI を下回ることはない。

以上より、 $\mu \in (0, 1)$ において $\hat{v}(\mu)$ は CFI を下回ら

ない。

(V) $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 (n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \{ \alpha_1 (2n_0 + \Delta n) + \beta_1 \} \Delta n \mu + (\alpha_1 n_0 + \beta_1) n_0$$

であり、 $\hat{v}(\mu)$ のグラフは直線となる。よって、 $\hat{v}(\mu)$ に $(0, \hat{v}(0)), (1, \hat{v}(1))$ を結ぶ直線は一致し、 $\hat{v}(\mu)$ は、CFI を下回らない。

以上にて (I)~(V) のすべての場合で、 $\mu \in (0, 1)$ において $\hat{v}(\mu)$ が CFI を下回らないことが示された。よって、目的関数に総コストを考える場合、完全情報は必ず最適シグナルとなる。□

b) 目的関数が最適配分からの乖離度の場合

目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合の最適シグナルの特徴について分析する。

始めに準備として、関数

$$g_2(\mu) = \left\{ \frac{(\beta_1 - \beta_2)}{(\alpha_1 + \alpha_2)(n_0 + \mu \Delta n)} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \omega_{\text{ideal}} \right\}^2$$

について考える。ただし、 $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ とする。 $g_2(\mu)$ を微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\mu} g_2(\mu) &= - \frac{2 \{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} (n_0 + \mu \Delta n) + \beta_1 - \beta_2 \} (\beta_1 - \beta_2) \Delta n}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (n_0 + \mu \Delta n)^3} \\ \frac{d^2}{d\mu^2} g_2(\mu) &= \frac{2 \{ 2 \{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} (n_0 + \mu \Delta n) + 3(\beta_1 - \beta_2) \} (\beta_1 - \beta_2) \Delta n^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (n_0 + \mu \Delta n)^4} \end{aligned}$$

である。 $\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) = 0$ のとき、 $0 \leq \mu \leq 1$ において

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\mu} g_2(\mu) &= - \frac{2(\beta_1 - \beta_2)^2 \Delta n}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (n_0 + \mu \Delta n)^3} < 0 \\ \frac{d^2}{d\mu^2} g_2(\mu) &= \frac{6(\beta_1 - \beta_2)^2 \Delta n^2}{(\alpha_1 + \alpha_2)^2 (n_0 + \mu \Delta n)^4} > 0 \end{aligned}$$

より、下に凸の減少関数である。 $\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \neq 0$ のとき、この関数の極小値を取る μ を μ_{min} とすると、

$$\mu_{\text{min}} = - \frac{\beta_1 - \beta_2}{\{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} \Delta n} - \frac{n_0}{\Delta n}$$

である。また、変曲点となる μ を μ_{infrec} とすると、

$$\mu_{\text{infrec}} = - \frac{3}{2} \frac{\beta_1 - \beta_2}{\{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} \Delta n} - \frac{n_0}{\Delta n}$$

である。ここで、 $\{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} (\beta_1 - \beta_2) > 0$ のとき、

$$\mu_{\text{infrec}} < \mu_{\text{min}} < - \frac{n_0}{\Delta n} (< 0)$$

となる。よって、 $0 \leq \mu \leq 1$ において $\frac{d}{d\mu} g_2(\mu) < 0$ 、 $\frac{d^2}{d\mu^2} g_2(\mu) > 0$ であるから、この範囲では下に凸の減少関数である。一方、 $\{ \alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2 (1 - \omega_{\text{ideal}}) \} (\beta_1 - \beta_2) < 0$ のとき、

$$- \frac{n_0}{\Delta n} < \mu_{\text{min}} < \mu_{\text{infrec}}$$

である。

続いて、点 $(1, \hat{v}(1))$ を通る $\hat{v}(\mu)$ の接線を考える。その接点を $(\mu_{t1}, g_2(\mu_{t1}))$ と置くと、

$$\mu_{t1} = \frac{-2\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}n_0(n_0 + \Delta n) - (\beta_1 - \beta_2)(3n_0 + 2\Delta n)}{2\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(n_0 + \Delta n) + \beta_1 - \beta_2}\Delta n$$

である。更に、点 $(0, \omega_{ideal}^2)$ または点 $(0, (1 - \omega_{ideal})^2)$ を通る $g_2(\mu)$ の接線を考える。 $\alpha_2 n_0 < \beta_1 - \beta_2$ において、点 $(0, \omega_{ideal}^2)$ を通る $g_2(\mu)$ の接線を考えたとき、接点の μ 座標が $\frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_2 \Delta n} < \mu < 1$ となるならば、その μ 座標を μ_{t2} とする。 $\beta_1 - \beta_2 < -\alpha_1 n_0$ において、点 $(0, \omega_{ideal}^2)$ を通る $g_2(\mu)$ の接線を考えたとき、接点の μ 座標が $\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{\alpha_1 \Delta n} < \mu < 1$ となるならば、その μ 座標を μ_{t2} とする。

これらを用いてパラメータによる関数 $\hat{v}(\mu)$ の関数形を大きく (A)~(H) に分類し、最適シグナルの特徴を分析する。

まず、(I) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ と (V) $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \Delta n)$ の場合に関して考える。

(A) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ または $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \Delta n)$ のとき、 $\hat{v}(\mu)$ は定数であるため、無情報が最適シグナルとなる。(図-10-a)

(A.1) $\alpha_2(n_0 + \Delta n) \leq \beta_1 - \beta_2$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \omega_{ideal}^2$$

より $\hat{v}(\mu)$ は定数であり、無情報が最適シグナルとなる。

(A.2) $\beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = (1 - \omega_{ideal})^2$$

より $\hat{v}(\mu)$ は定数であり、無情報が最適シグナルとなる。

(A.1) の場合、常に行動 a_2 を選んだ方がドライバーのコストは小さくなるため、信念 μ に関わらずドライバーは行動 a_2 を選択する。(A.2) の場合、常に行動 a_1 を選んだ方がコストが小さくなるため、信念 μ に関わらずドライバーは行動 a_1 を選択する。よって、これらの場合では $\hat{v}(\mu)$ は μ によって変化しないため、あらゆるシグナルを送信しても効果はなく無情報が最適シグナルに一致する。

次に、(III) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ の場合を考える。始めに、特に $\beta_1 - \beta_2 = 0$ の場合に注目する。

(B) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 = 0 < \alpha_2 n_0$ のとき、

$$\hat{v}(\mu) = \left\{ -\frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2} + \omega_{ideal} \right\}^2$$

であり、 $\hat{v}(\mu)$ は定数で μ によって変化しない(図-10-b)。よって、無情報が最適シグナルとなる。

この場合、状態 θ_1 、状態 θ_2 で実現する Wardrop 均衡の選択割合 ω が一致する。よって、どのようなシグナルを送

り信念を形成したとしても、実現する Bayesian Wardrop 均衡の選択割合 ω は一定であり送信者の期待利得は変化しない。そのため、 $\hat{v}(\mu)$ は (A) と同じく定数となり、どのようなシグナルを送信しても効果はなく無情報が最適シグナルに一致する。

一方、 $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ の場合、 $\hat{v}(\mu) = g_2(\mu)$ となる。そこで、 $g_2(\mu)$ の $0 \leq \mu \leq 1$ における関数形に着目して分析すると次のようになる。

(C) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ かつ $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ かつ $(\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2) \geq 0$ または $\mu_{infrec} \geq 1)$ のとき、無情報が最適シグナルとなる。(図-10-c)

(C.1) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ かつ $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ かつ $\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2) \geq 0$ のとき、 $g_2(\mu)$ は $0 \leq \mu \leq 1$ で下に凸の減少関数である。よって、無情報が最適シグナルとなる。

(C.2) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ かつ $\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2) < 0$ かつ $\mu_{infrec} \geq 1$ のとき、 $g_2(\mu)$ は $0 \leq \mu \leq 1$ で下に凸の関数である。よって、無情報が最適シグナルとなる。

(D) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ かつ $\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2) < 0$ かつ $\mu_{infrec} < 1$ かつ $\mu_{t1} > 0$ のとき、

(D.1) $0 < \mu_0 \leq \mu_{t1}$ において、無情報が最適シグナル

(D.2) $\mu_{t1} < \mu_0 < 1$ において、無情報と完全情報以外に最適シグナルが存在する

となる(図-10-d)。

(E) $\alpha_1 n_0 < \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2 n_0$ かつ $\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2) < 0$ かつ $\mu_{infrec} < 1$ かつ $\mu_{t1} \leq 0$ のとき、 $\hat{v}(\mu)$ の凹化 $V(\mu)$ は CFI に一致する(図-10-e)。よって、完全情報が最適シグナルとなる。

ここで実現する場合は、 $\{\alpha_1\omega_{ideal} - \alpha_2(1 - \omega_{ideal})\}(\beta_1 - \beta_2)$ の値が小さくなると、(C.1)、(C.2)、(D)、(E) の順に変化する。この中でも、条件 (D.2) を満たす場合のみ、完全情報と無情報以外の最適シグナルが存在する。

最後に、(II) $\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ または (IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$ の場合について考える。このとき、 $0 < \alpha_2 n_0, -\alpha_1 n_0 < 0$ より、 $\beta_1 - \beta_2 \neq 0$ であ

る。よって、(II) $\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ ならば、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} \omega_{\text{ideal}}^2 & (\mu \leq \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \\ g_2(\mu) & (\mu > \frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}) \end{cases}$$

であり、(IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$ ならば、

$$\hat{v}(\mu) = \begin{cases} (1 - \omega_{\text{ideal}})^2 & (\mu \leq \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \\ g_2(\mu) & (\mu > \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}) \end{cases}$$

である。ここで、 $\{\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2(1 - \omega_{\text{ideal}})\}(\beta_1 - \beta_2) < 0$ のときの μ_{\min} に対する $\frac{-\alpha_2 n_0 + (\beta_1 - \beta_2)}{a_2 \Delta n}$ と $\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}$ の関係性を調べる。(II) $\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ のとき、

$$\begin{aligned} \mu_{\min} - \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n} &= -\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(\beta_1 - \beta_2)\omega_{\text{ideal}}}{\alpha_2 \{\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2(1 - \omega_{\text{ideal}})\} \Delta n} \\ &> 0 \end{aligned}$$

より $\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n} < \mu_{\min}$ である。よって、 $g_2(\mu)$ は $\mu = \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}$ において下に凸の減少関数である。(IV) $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$ のときも同様に、

$$\begin{aligned} \mu_{\min} - \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n} &= -\frac{(\alpha_1 + \alpha_2)(\beta_1 - \beta_2)(1 - \omega_{\text{ideal}})}{\alpha_1 \{\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2(1 - \omega_{\text{ideal}})\} \Delta n} \\ &> 0 \end{aligned}$$

より $\frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n} < \mu_{\min}$ である。よって、 $g_2(\mu)$ は $\mu = \frac{-\alpha_1 n_0 - (\beta_1 - \beta_2)}{a_1 \Delta n}$ において下に凸の減少関数である。以上の点に注意して最適シグナルの特徴を分析すると次のようになる。

(F) $(\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ または $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$) かつ μ_{t2} が存在しないとき、 $V(\mu)$ は CFI に一致する (図-10-f)。よって、完全情報が最適シグナルとなる。

(G) $(\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ または $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$) かつ μ_{t2} が存在し、 $(\{\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2(1 - \omega_{\text{ideal}})\}(\beta_1 - \beta_2) \geq 0$ または $\mu_{\text{infrec}} \geq 1)$ のとき、

(G.1) $0 < \mu_0 \leq \mu_{t2}$ において、無情報が最適シグナル

(G.2) $\mu_{t2} < \mu_0 < 1$ において、無情報と完全情報以外に最適シグナルが存在する

となる (図-10-g)。

(H) $(\alpha_2 n_0 \leq \beta_1 - \beta_2 < \alpha_2(n_0 + \Delta n)$ または $-\alpha_1(n_0 + \Delta n) < \beta_1 - \beta_2 \leq -\alpha_1 n_0$) かつ μ_{t2} が存在し、 $\{\alpha_1 \omega_{\text{ideal}} - \alpha_2(1 - \omega_{\text{ideal}})\}(\beta_1 - \beta_2) < 0$ かつ $\mu_{\text{infrec}} < 1$ のとき、

(H.1) $0 < \mu_0 < \mu_{t2}$ または $\mu_{t1} < \mu < 1$ において、無情報と完全情報以外に最適シグナルが存在する

(H.2) $\mu_{t2} \leq \mu_0 \leq \mu_{t1}$ において、無情報が最適シグナル

となる (図-10-h)。

これらの場合のように、もし状態 θ_0 の実現が確定しているならば片方の選択しかドライバーは取らないが、状態 θ_1 が確定していれば両方の選択を取るドライバーがいる状況で均衡する設定のときに、無情報以外が最適シグナルになることが多く、無情報のときと比較した場合の送信者のコストの差も大きい。これは、状態 θ_2 の実現確率である事前信念 μ_0 が高くてもドライバーが行動 a_1 を選択し続ける範囲が広いため、情報を送信し状態の確定度を上げることが送信者のコストを下げることに大きく寄与するためである。これらの場合の中でも (G) が不確実性を伴う信念の実現が送信者のコスト削減をもたらすことのある場合であり、その信念をシグナルによって事後信念に実現することで完全情報よりも受信者にとって望ましい結果をもたらすことができる。(H) は、(D) の条件と (G) の条件を同時に満たす場合であり、これらの複合型と言える。

5. 総合考察と結論

(1) 個別シグナルと公共シグナルのモデルの比較

このゲームの設定においては、公共シグナルを考えるならばメカニズムデザインアプローチよりもピリーフデザインアプローチの方が適している。なぜなら、メカニズムデザインアプローチでは顕示原理によりシグナル表示に対応する行動にドライバーは従い、公共シグナルではすべてのドライバーに同じシグナル表示が送られるため、全てのドライバーが同じ行動を取ることになるためである。一方、ピリーフデザインアプローチでは、ドライバー集団が共有する事後信念に対応する結果を Bayesian Wardrop 均衡により導出できるため、公共シグナルの解を求めることができる。

逆に、ピリーフデザインアプローチを用いて個別シグナルの提供を考えることは原理的には可能である。本研究では取り扱っていないが、Mathevet et al.⁵⁾ のピリーフデザインを用いた情報デザインの複数受信者への拡張を交通問題に応用することで、本研究のゲームの設定においてもピリーフデザインアプローチを用いた個別シグナルの送信を分析できると考えられる。ただしこの場合、より複雑な凹化を含んだ最適化計算が必要となる。それに対してメカニズムデザインアプローチでは2次の数値最適化問題によって解が求められることから、個別シグナルの送信を考える場合はメカニズムデザインアプローチがより簡便な方法と言える。

続いて、本研究の、個別シグナルのモデルと公共シ

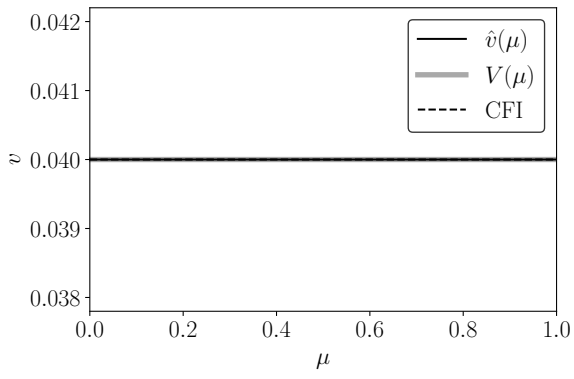


図-10-a (A) の場合

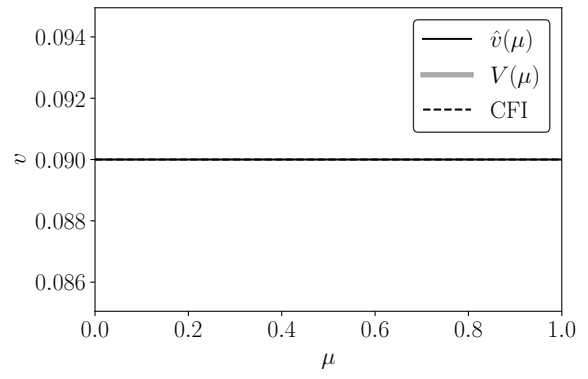


図-10-b (B) の場合

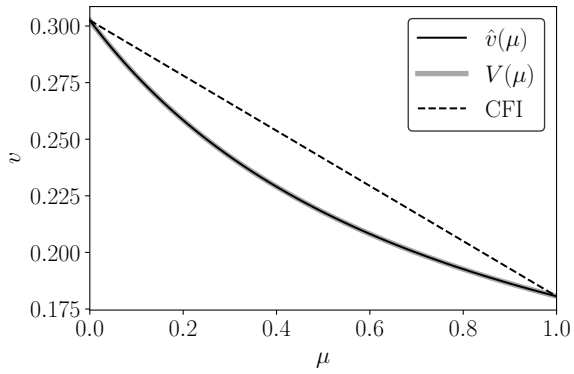


図-10-c (C) の場合

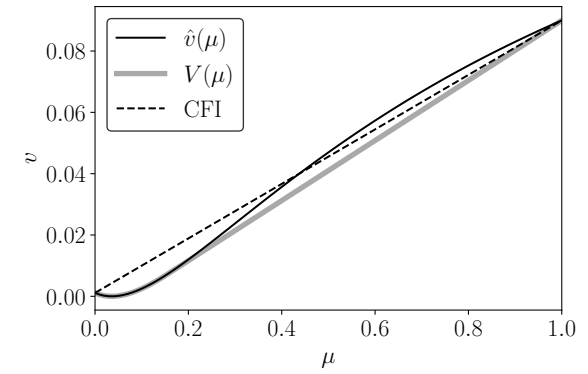


図-10-d (D) の場合

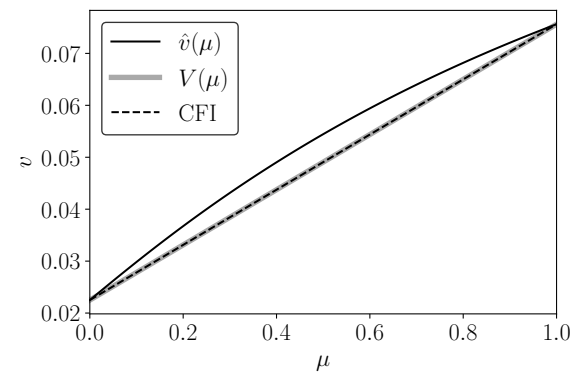


図-10-e (E) の場合

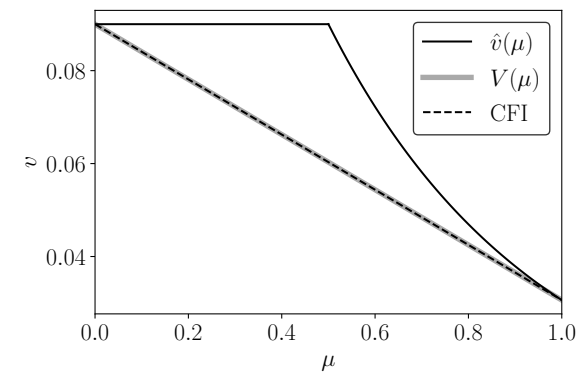


図-10-f (F) の場合

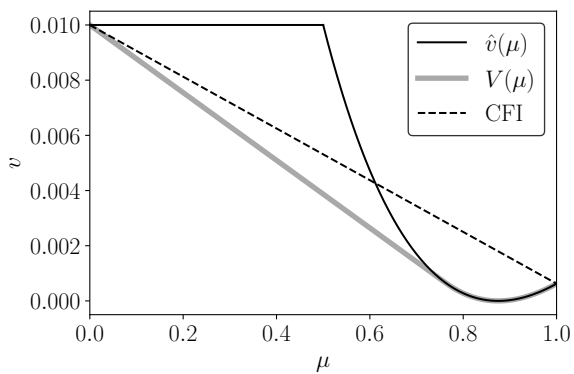


図-10-g (G) の場合

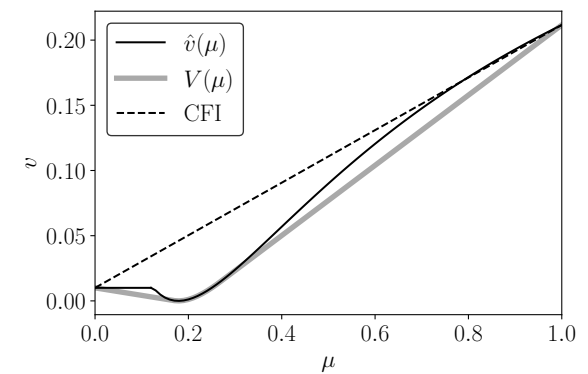


図-10-h (H) の場合

図-10 目的関数が最適配分からの乖離度の場合の $\hat{v}(\mu)$ の関数形

グナルのモデルを比較する。目的関数に総コストを考
える場合、公共シグナルを送信するならば常に完全情
報が最適シグナルであった (4.(4)a)。一方で、個別シ
グナルを送信した場合、完全情報よりも優れた結果を
もたらす最適シグナルを得られる場合がある (3.(3)a)。
これより、公共シグナルよりも個別シグナルを送信し
た場合の方が優れた結果が得られている。

目的関数に最適配分からの乖離度を考える場合には、
個別シグナル・公共シグナルいずれを送信した場合でも
無情報や完全情報よりも期待総コストが優れた最適シ
グナルを得られる場合があることを確認した。一方で、
最適シグナルによる送信者の期待コスト低減効果は個
別シグナルの方が優れた傾向が見られる。3. (3) b) と 4.
(3) b) では個別シグナルのモデルと公共シグナルのモデ
ルそれぞれに対し同じパラメーターのゲーム設定で例を
示した。ここで送信者の期待コストは、SO が $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0$ 、
無情報は $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.25$ 、完全情報で $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.188$ に対し、
個別シグナルによる最適シグナルが $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.129$ 、公共
シグナルが $\mathbb{E}_{\mu_0} v = 0.156$ であった。よって、あくまで
今回のパラメーター設定値に限った上での結論では
あるが、個別シグナルのモデルの方が公共シグナルの
モデルよりも優れた結果をもたらすシグナルを得られ
た。同様に 2 手法の最適シグナルによる結果を比較し
たとき、このように個別シグナルが公共シグナルより
も優れた結果となるケースや、同等の結果となるケー
スは確認された一方で、公共シグナルが個別シグナル
よりも優れた結果をもたらすケースは確認できなかった。
これより、最適シグナルの効果は公共シグナルより
も個別シグナルの方が高い傾向にあることが示唆さ
れる。

これらの結果が得られた理由として、公共シグナルよ
りも個別シグナルの方がドライバー集団全体に向けて
提供できる情報量が多いことが第一に考えられる。ま
た、混雑ゲームのように負の外部性がある問題設定で、
送信者が情報によって各受信者に異なる行動を誘導す
ることは、受信者全体に同じ情報もたらされる公共
シグナルよりも個別シグナルの方が向いていることか
ら、公共シグナルであるピリーフデザインアプローチ
よりも個別シグナルのメカニズムデザインアプローチ
の方が送信者のコストに関してより優れた結果が得ら
れたと考えられる。

(2) 結論

本研究では、情報デザインのフレームワークを用い
て需要の不確実性に着目した交通情報モデルを構築し、
送信者にとって最適な情報構造（最適シグナル）の分
析を行った。シグナルの送信方法として個別シグナル
と公共シグナルの 2 つを考慮し、個別シグナルでは情

報デザインの手法としてメカニズムデザインアプロ
ーチを、公共シグナルではピリーフデザインアプロ
ーチを適用し最適シグナルを扱った。それぞれのシグナル
送信法において、送信者がドライバーの総コストを最
小化したいと考えている場合と、最適な交通割合に配
分しようとしている場合の 2 つの設定でモデルを作成
した。

数値解析の結果、個別シグナルを送信する場合はい
ずれの設定においても最適シグナルによって結果が完
全情報や無情報よりも改善される場合があることを示
した。公共シグナルを送信する場合は、総コスト最小
化の設定においては、常に最適シグナルは完全情報と
なることが分かった。一方で、最適な交通配分の設定
においては最適シグナルによって完全情報や無情報よ
りも改善される場合があった。ここでは特に、最適シ
グナルが無情報や完全情報に同等となる場合とそれ以
外の場合のパラメーター設定について詳細に分析した。
最後に、本研究の交通モデル設定における個別シグナ
ルと公共シグナルのモデルの特徴を比較した。

今後の課題としては、需要の不確実性に着目したモ
デルにおいて、より多くの目的関数の設定を考慮し最
適シグナルが完全情報や無情報以外となる場合のある
目的関数の条件を求めることや、Mathevet et al.⁵⁾ を応
用しピリーフデザインを個別シグナルへ適用したモデ
ルを作成することがあげられる。また、本モデルを実
際の交通環境に適用できるケースを考えることも課題
の 1 つである。加えて、情報デザインを交通情報に適
用した研究はまだ少なく、多様なモデル設定への拡張
の可能性が存在する。

本研究のモデルでは状態集合の大きさは $|\Theta| = 2$ であ
るが、より多くの状態の実現を考慮すべきであるし、離
散的ではなく連続的な状態が実現する設定も考えられ
る。状態に関して、本モデルでは送信者は状態の実現
を完全に把握するものとしているが、実際の交通管理
者が交通に関する状態を完全に把握できるとは考えに
くい。送信者が状態の実現に不確実性を持つ場合も拡
張として考えられる。状態として考慮する対象も、リ
ンクコスト関数や総需要以外にもリンクの有無のよう
に混雑ゲームの他の要素を対象とすることも考えられ
る。最終的には、「リンクコスト関数と総需要」のよう
に複数の要素を複合する状態を考えられれば、現実の
交通情報に最も近いものとなる。

交通システムの設定も、本研究のものは $|A| = 2$ の行
動集合から行動を選択する単純なものである。より多
くの要素を持つ行動集合からの選択やより複雑なネッ
トワークに対する拡張が考えられる。本研究の交通モ
デルは静的であり交通情報が提供されるのは行動を選
択する前に限定されている。交通状況やドライバーの

持つ信念が時間的に変化する動的な設定での情報デザインの交通モデルは重要な拡張である。

ドライバーのコスト関数は、本研究では線形関数としているが、BPR 関数などへの拡張ができる。また、ドライバー集団は均一で同じコスト関数を持つとしているが現実にはそうとは限らない。急いでいるドライバーと渋滞に対して寛容なドライバーでは持つコスト関数が異なると考えられる。そのような場合、ドライバー集団内に異なるコスト関数を持つ複数の集合を考えたり、コスト関数の分布を考える必要がある。ドライバーの持つ事前信念にも同じことが言え、その場合は事前信念が状態分布の分布に従うとすることがある。

本研究のモデル設定では、全ドライバーは 1 人の送信者から同じシグナル構造を持つシグナルを受け取っている。しかし実際は、複数の情報提供媒体がありそれぞれ異なる情報構造に基づく情報提供を考えると考えられる。各ドライバーは複数の媒体から 1 つを選んで情報を受け取ったり、それらの情報を同時に受け取る可能性がある。更に、情報提供媒体間での競合も考慮すれば、最適シグナルは異なった特徴を持つと予想される。

謝辞： 本研究は、JSPS 科研費基盤研究 (B) 「交通渋滞マネジメントのためのピラーデザインアプローチ」(課題番号:20H02268, 研究代表者: 福田大輔) の一環として行われた。ここに記して感謝の意を表したい。

参考文献

- 1) 田村彌：最適シグナル，坂井豊貴（編）メカニズムデザインと意思決定のフロンティア，慶應義塾大学出版会，2014.
- 2) Myerson, R. B.: Optimal coordination mechanisms in generalized principal-agent problems, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 10, No. 1, pp. 67–81, 1982.
- 3) Kamenica, E. and Gentzkow, M.: Bayesian Persuasion, *American Economic Review*, Vol. 101, No. 6, pp. 2590–2615, 2011.

- 4) Bergemann, D. and Morris, S.: Bayes correlated equilibrium and the comparison of information structures in games, *Theoretical Economics*, Vol. 11, No. 2, pp. 487–522, 2016.
- 5) Mathevet, L., Perego, J. and Taneva, I.: On Information Design in Games, *Journal of Political Economy*, Vol. 128, No. 4, pp. 1370–1404, 2020.
- 6) Gentzkow, M. and Kamenica, E.: Bayesian persuasion with multiple senders and rich signal spaces, *Games and Economic Behavior*, Vol. 104, pp. 411–429, 2017.
- 7) Ely, J. C.: Beeps, *American Economic Review*, Vol. 107, No. 1, pp. 31–53, 2017.
- 8) Smolin, A.: Dynamic Evaluation Design, *American Economic Journal: Microeconomics*, Vol. 13, No. 4, pp. 300–331, 2021.
- 9) Gentzkow, M. and Kamenica, E.: A Rothschild-Stiglitz Approach to Bayesian Persuasion, *American Economic Review*, Vol. 106, No. 5, pp. 597–601, 2016.
- 10) Inostroza, N. and Pavan, A.: *Persuasion in Global Games with Application to Stress Testing* 2021.
- 11) Boleslavsky, R. and Cotton, C.: Grading Standards and Education Quality, *American Economic Journal: Microeconomics*, Vol. 7, No. 2, pp. 248–279, 2015.
- 12) Das, S., Kamenica, E. and Mirka, R.: Reducing congestion through information design, In *2017 55th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pp. 1279–1284, 2017.
- 13) Tavaoghi, H. and Teneketzis, D.: Informational incentives for congestion games, In *2017 55th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing (Allerton)*, pp. 1285–1292, 2017.
- 14) Braess, D.: Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung, *Unternehmensforschung*, Vol. 12, No. 1, pp. 258–268, 1968.
- 15) Massicot, O. and Langbort, C.: Public Signals and Persuasion for Road Network Congestion Games under Vagaries, *IFAC-PapersOnLine*, Vol. 51, No. 34, pp. 124–130, 2019.
- 16) Wu, M. and Amin, S.: Information Design for Regulating Traffic Flows under Uncertain Network State, *arXiv:1908.07105 [cs, eess]* 2019.
- 17) Liu, Y. and Whinston, A. B.: Efficient real-time routing for autonomous vehicles through Bayes correlated equilibrium: An information design framework, *Information Economics and Policy*, Vol. 47, pp. 14–26, 2019. Reporter: Information Economics and Policy.

(Received ?)

(Accepted ?)

FUNDAMENTAL STUDY OF TRAFFIC MANAGEMENT BASED ON INFORMATION DESIGN: THE VARIABLE DEMAND CASE

Kenta UKAI and Daisuke FUKUDA

The provision of traffic information to vehicles is not always socially effective in general. Rather than the provision of full information, no information or noisy information may yield more optimal results for Sender, who is the traffic manager. In this study, we constructed a traffic information model focusing on demand uncertainty using two information design methods, the mechanism design approach and the belief design approach, and analyzed optimal signal. For each method, we modeled two objective criteria: where Sender wanted to minimize the total cost of the drivers, and where Sender wanted to allocate to the optimal traffic ratio. We modeled the case where Sender wanted to minimize the total cost of the drivers and where Sender wanted to allocate to the optimal traffic ratio when sending private signals and public signals, respectively. We confirm that the optimal signal may improve the results over full information or no information.