

経路選択を考慮した適応型信号制御の動学解析

吉澤 尚輝¹・佐津川 功季²・井料 隆雅³

¹学生会員 東北大学 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: naoki.yoshizawa.s4@dc.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学助教 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: satsukawa@tohoku.ac.jp

³正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)

E-mail: iryo@tohoku.ac.jp (Corresponding author)

交通状況に応じて信号制御を行う適応型信号制御については理論から実装まで多数の既存研究や事例がある。一方で、ドライバーの経路選択と信号制御の相互作用によっておきる現象を分析したりあるいは考慮したものは必ずしも多いとはいえない。信号制御は各枝から交差点を通過するために必要な旅行時間の大小に当然ながら影響をあたえる。一方で、これはドライバーの経路選択に影響を与える。ドライバーの経路選択が変われば各枝への流入交通量が変わり、それにより旅行時間が変わる。このような相互作用下での適応型信号制御では、フィードバックがもたらす動学や安定性について注意を払わないとならない。本研究では、このような影響を考慮した既存の方法でも特によく知られている Smith による Policy P_0 について、その安定性や制御の動学の詳細について分析する。分析の結果、Policy P_0 は複数均衡解を持ちうることや、均衡状態においてヒステリシス・ループの発生が示唆されることが分かった。

Key Words: adaptive signal control, policy P_0 , user equilibrium, route choice, stability

1. はじめに

観測される交通流の状況にあわせて交通信号のパラメータを調整する信号制御は一般に適応型信号制御といわれる。適応型信号制御は理論研究と実務双方で膨大な経験が蓄積されている。実務で早期から世界中で実装が進んでいるものには SCOOT¹⁾ がよく知られている。理論的なものとして Varaiya の backpressure²⁾ がよく知られる。そのほか既存研究の詳細については実装されたシステムについては例えば Wang のレビュー論文³⁾ が、理論研究は例えば Sha and Chow のレビュー論文⁴⁾ に詳しい。

信号制御のパラメータ変更は交差点に隣接するリンクのサービスレベルに影響を与えるため、そのリンクを経路に含む車両の経路選択に影響を与える。経路選択と適応型信号制御の関係を精査した研究は、適応型信号制御の研究全体と比較すると決して多いとはいえない。例えば上述の SCOOT も backpressure による制御もいずれも制御の変更と経路交通量の変更の相互作用を明示的には扱ってはいない。

経路選択を考慮した適応型信号制御の手法としては、Smith により提案された Policy P_0 (P-naught) と呼ばれるものが知られている⁵⁾。Policy P_0 は各枝の遅れ時間にその飽和交通流率を乗じたものをその枝の pressure と定義し、すべての枝の pressure が等しくなるようにスプリットを逐次増減させる (これを equipressure と呼ぶ)。

スプリットの逐次増減により交差点での遅れ時間も変動し、それが経路選択に影響を与えて各枝の流入交通量が変化する。最終的には、equipressure と、通常の利用者均衡と同じ等旅行時間原則が同時に成立する状態に達することが期待される (これに代えて、pressure のより大きい方に最大スプリットが割り振られ、旅行時間のより短い方に全交通量が配分されている状況もありうる)。Policy P_0 は多くの場合図-1 のような簡単なネットワークでその性質が分析されている。

Policy P_0 は遅れ時間の最小化を直接狙う代わりに、スプリットおよび交通量が飽和交通流率のより小さい枝に集中し、その結果ネットワークの交通容量が OD 交通量より少なくなってしまうことを防ぐことを目標としている (これは a sea wall trying to deter bad things from happening のように表現される⁶⁾)。このことは capacity maximisation と呼ばれる。図-1 のケースであれば、OD 交通量が経路 1 側の飽和交通流率よりも大きいときに、経路 1 側にスプリットや交通量が集まってしまうことを防ぐことを意味する。Policy P_0 以外の手法を用いたときにはこの性質は必ずしも保障されず、最終的にどちらの枝に集中するかは、経路交通量とスプリットの初期条件に依存してしまうこともありうる。

Policy P_0 では capacity maximisation の性質が重視されるものの、適応型信号制御である以上、OD 交通量の変動に対応してどのような挙動を示すかを、capacity、すなわち最も大きい飽和交通流率より小さい OD 交通

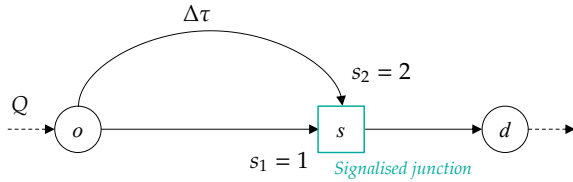


図-1 単一起点単一終点ネットワーク

量も含めたすべての OD 交通量の範囲で分析することが望ましい。もっともそのような状況での Policy P_0 の詳細分析は必ずしも十分には行われておらず、その性質を詳細に比べることは、Policy P_0 の性質をより明確にするという意味で意義があろう。

本研究では静的な交通量を想定した図-1 のネットワークにおける Policy P_0 の動学を、OD 交通量が 0 からより大きい飽和交通流率（経路 2 側）までのあいだで数値的に分析する。各 OD 交通量において equipressure 等旅行時間原則が同時に満たされる状態、あるいは、pressure のより大きい方に最大スプリットが割り振られ、旅行時間のより短い方に全交通量が配分されている状態を「均衡状態」と定義し、均衡状態におけるスプリットと経路交通量を求める。さらに、複数均衡解が存在する場合には、どの均衡解が安定かの安定性解析も行う。

本稿は 4 章からなる。第 1 章で研究の背景と目的を述べた。第 2 章で分析手法を述べる。第 3 章で結果を示す。第 4 章で考察と今後の課題を論じる。

2. 数値計算設定

(1) ネットワーク

図-1 に、本稿で取り扱う単一起点単一終点ネットワークを示す。起点はノード o であり、終点ノードは d である。起点と終点を結ぶリンク（経路）は二つ存在する。起点からは Q の交通需要が流入し、どちらかの経路を通り終点まで流れることになる。図中に各リンクの飽和交通流率、自由旅行時間の差を示す。なお、自由旅行時間 $\Delta\tau$ の差は非負であるものとする（i.e. 経路 2 の方が自由旅行時間が長い）。

二つの経路が合流するノード s では信号制御が行われており、後述する適応型信号制御方策に従い、各リンクへの青時間を割り当てる比率（スプリット）を決定する。割り当て可能な最小スプリットを λ_{\min} 、最大スプリットを $\lambda_{\max} (= 1 - \lambda_{\min})$ と表す。

各リンクの旅行時間は、流入交通流率およびスプリットを所与として、Webster の遅れ時間式を変形した式を用いて計算されるものとする。具体的には、Smith⁵⁾ で記述されている式をベースに、次の遅れ時間式を用い

てリンク $i \in \{1, 2\}$ の旅行時間 d_i を計算する¹⁾：

$$d_i(f_i, \lambda_i) = \frac{9}{20} \left[\frac{c(1 - \lambda_i)^2}{1 - y_i} + r \frac{y_i^2}{f_i \lambda_i (\lambda_i - y_i)} \right], \quad (1)$$

$$\text{where } y_i = f_i / s_i. \quad (2)$$

ここで、 f_i はリンク i への流入交通流率、 λ_i はリンク i に割り振られるスプリットを表す。また、 c はサイクル長、 s_i はリンク i の飽和交通流率である。ただし、流入交通流率とスプリットの関係は次の非飽和条件を満たすものとする：

$$f_i < s_i \lambda_i. \quad (3)$$

r は第二項の重みづけ係数であり、本稿で独自に設定している。この係数は、多様な遅れ時間関数の下での経路・信号制御の同時均衡状態の挙動を解析するために便宜的に設定している。数値解析では、この係数を変化させることで複数の遅れ時間関数を構築し、同時均衡状態を求めている。

この Webster の遅れ時間式で注意すべきなのは、交通流率がゼロのときにも遅れ時間を発生するという挙動である。具体的には、 $f_i = 0$ であるとき、 i の遅れ時間は次のように計算される：

$$d_i(0, \lambda_i) = \frac{9}{20} c (1 - \lambda_i)^2. \quad (4)$$

すなわち、遅れ時間の第一項が残り、サイクル長とスプリットに依存する遅れ時間が発生する。交通流率がゼロのときの遅れ時間は本来定義されないが、Webster の遅れ時間式では数式上定義されていることに注意されたい。

(2) 適応型信号制御：Policy P_0 と Revised Policy P_0

本稿では、適応型信号制御として、Smith^{5),7)} が提案した Policy P_0 、およびそれを微修正したもの（Revised Policy P_0 と呼ぶ）の二つを採用する。まず Policy P_0 では、信号交差点に接続する各リンクについて、遅れ時間と飽和交通流率から定められる「プレッシャー」を次のように計算する：

$$p_i(f_i, \lambda_i) = s_i d_i(f_i, \lambda_i), \quad \forall i \in \{1, 2\}. \quad (5)$$

そして、リンク間のプレッシャーが等しくなるように、プレッシャーの大きなリンクにスプリットをより多く割り振る、といった制御を行う。

この制御の結果実現する状態は、数学的には次のい

¹⁾ リンク 3 については、旅行時間を設定しても利用者の経路選択および信号制御に影響を与えないため、ここでは簡略化のため定義しないものとする：十分な容量を持ちかつ自由流旅行時間が十分長い状況と考えれば良い。

いずれかの条件を満たした状態として定義される：

$$\begin{cases} (1) p_1(f_1, \lambda_1) = p_2(f_2, \lambda_2) & \text{if } \lambda_{\min} \leq \lambda_1 \leq \lambda_{\max} \\ (2) p_1(f_1, \lambda_1) < p_2(f_2, \lambda_2) & \text{if } \lambda_1 = \lambda_{\min} \\ (3) p_1(f_1, \lambda_1) > p_2(f_2, \lambda_2) & \text{if } \lambda_1 = \lambda_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

ここで、一番目の条件はリンク間のプレッシャーが等しくなった状態を表している。二番目の条件は、リンク 2 のプレッシャーが大きくそちらへのスプリットを増加させたいが、既に最大スプリットとなっておりこれ以上増加させられない状態を表している。三番目の条件は二番目の逆である。以上が Policy P_0 で行う信号制御の説明となる。

ただし、前述した Webster の遅れ時間式のように交通流率がゼロのリンクにも正の遅れ時間が計算される時、上記のプレッシャーの定義ではそのようなゼロフロー・リンクにもプレッシャーが生じる。その結果、Policy P_0 に基づく信号制御では交通流率がゼロのリンクにもスプリットを多く割り振ってしまうという事態が生じる。これに対応するために、本稿では、交通流率がゼロであるリンクのプレッシャーをゼロとして取り扱う Revised Policy P_0 を考案・適用する。すなわちこの制御では、リンクのプレッシャーは次のように計算されることになる：

$$p_i(f_i, \lambda_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } f_i = 0, \\ s_i d_i(f_i, \lambda_i) & \text{otherwise,} \end{cases} \quad \forall i \in \{1, 2\}. \quad (7)$$

このようにして計算されたプレッシャーを用いて、式 (6) に基づきスプリットを配分する。

(3) 均衡条件式

以上の設定の下、本稿では外生変数である交通需要 Q ・重みづけ係数 r を変化させながら、交通流の物理的条件、および利用者の経路選択・信号制御の両方の均衡条件を満たした交通状態を数値解析により導出する。まず、交通流等の物理的条件は次のように表される：

$$f_1 + f_2 = Q \quad (8)$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1 \quad (9)$$

$$0 \leq f_i < s_i \lambda_i, \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (10)$$

$$\lambda_{\min} \leq \lambda_i \leq \lambda_{\max}, \quad \forall i \in \{1, 2\} \quad (11)$$

各式はそれぞれ、フロー保存則、スプリットの保存則、フローの非負条件および非飽和条件、スプリットの制約条件を表している。

一方、均衡条件式は、前述した信号制御の均衡条件式に加えて、交通流の経路選択を表す次の利用者均衡

条件を考える：

$$\begin{cases} (A) d_1(f_1, \lambda_1) = d_2(f_2, \lambda_2) + \Delta\tau & \text{if } f_1 > 0 \cap f_2 > 0 \\ (B) d_1(f_1, \lambda_1) < d_2(f_2, \lambda_2) + \Delta\tau & \text{if } f_2 = 0 \\ (C) d_1(f_1, \lambda_1) > d_2(f_2, \lambda_2) + \Delta\tau & \text{if } f_1 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

ここで、一番目の条件は両経路が使われており、かつ旅行時間が等しい状態を表している。二番目の条件は、経路 2 の旅行時間が 1 より大きく、そのためこの経路が使われていない状態を表している。三番目の条件は二番目の逆である。なお、経路 2 の方が自由旅行時間が大きいにも関わらず三番目の条件を考えているのは、前述したように、Webster の遅れ時間式では流入交通流率がゼロであっても遅れ時間が発生しうるためである。すなわち、遅れ時間式のパラメータ設定によっては、流入交通流率がゼロであっても遅れ時間を含めた旅行時間が大きくなることが考えられる。そのためこの条件を考えている。

フロー・スプリット保存則から分かるように、リンク 1 への流入交通流率 f_1 およびスプリット λ_1 が定まれば、リンク 2 でのこれらの変数は一意に定まる。よって以降では、 (f_1, λ_1) の変数をこの交通システムの状態変数として定義し、これらの変化から交通流・信号制御の挙動特性を分析する。

(4) 相図を用いた安定性解析方法の解説

前節で言及した経路・信号制御の条件式を満たす均衡状態は唯一とは限らず、複数存在する可能性がある。Webster の遅れ時間式は所与とするスプリットの下での経路旅行時間の単調性を保証するが、適応型信号制御はそのスプリット自体を変化させるためである。均衡状態が複数存在するときは、どの状態が尤もらしく実現するかを明らかにする安定性解析を行うことが望ましい⁸⁾。本稿では、Iryo and Watling⁹⁾ で用いられた、‘phase diagram’ (以下、相図) を活用した図式的解析法に基づき、均衡状態の安定性を分析する。

相図では、所与とする外生変数 (Q, r) の下でとりうる各交通状態 (f_1 と λ_1 の組み合わせ) について、経路間の等旅行時間条件および信号制御の等プレッシャー条件からどの程度・どのように乖離しているかが表現される。図-2 に示す。横軸は λ_1 の値、縦軸は f_1 の値をそれぞれ示している。図中の二つの線は、それぞれ等旅行時間条件と等プレッシャー条件が満たされる交通状態を表している。また、これらの線で区切られた各領域で示している符号は、経路 2 の旅行時間またはプレッシャーが経路 1 のそれらより大きい小さいことを表している (+: 旅行時間・プレッシャーが大きい; -: 小さい)。

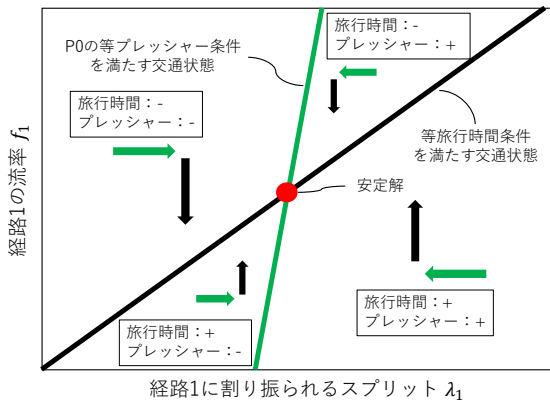


図-2 使用した相図の例

この相図からは、経路選択・信号制御の自然な調整過程における、各交通状態の安定性を明らかにすることができる。交通状態が不均衡から均衡状態へと至る調整過程（進化動学）には様々なモデリングが考えられるが、その基本は「より旅行時間が小さい経路に交通流率に移る」こと、および前述したように「よりプレッシャーが大きい経路にスプリットが移る」ことである。これを一般化した概念は‘positive correlation (PC)’と呼ばれる¹⁰⁾。そしてこの事実に基づき相図を解釈すれば、旅行時間・プレッシャーの大小関係を表す符号から、PCを満たした進化動学の下で交通流率・スプリットが変化する方向を知ることができるのである。具体的には、旅行時間が+の領域では経路2の旅行時間が大きく経路1に交通量に移る（i.e. f_1 が増加する）ので交通状態は図中の右側へ遷移する；同様に、プレッシャーが+の領域では経路2にスプリットが移り、交通状態は図中の下側へ遷移する。この結果、均衡状態から少し離れた状態から均衡へと戻るか否か、すなわち安定か不安定かを判別できる。本稿では、この解析を通して各状態の安定性解析を行う。

3. 数値計算結果

(1) Policy P_0 適用時の均衡フロー・スプリット

適応型信号制御として Policy P_0 を採用して数値計算をおこなった。ここでは、 $r = \{1, 10, 60\}$ と変化させた各遅れ時間において、 Q を 0.1 から 2.0（経路2の飽和交通流率）まで 0.01 ずつ変化させながら、各交通需要での同時均衡状態における経路1の交通流率・スプリットを求めている。また、 $\Delta\tau = 30$ と設定している。なお、均衡状態は Matlab のソルバである `vpasolve` を用いて求めている。

結果を図-3、図-4、図-5に示す。各図の横軸は流入交通需要であり、図中の各点が均衡状態におけるそれ

ぞれの変数の値を表している。以下では、交通需要 Q が増加するにつれて各変数がどのような挙動を示すのかを見ていこう。

均衡時の交通流率を示す図-3-a、図-4-a、図-5-aを見ると、交通需要 Q が少ないときは f_1 が Q と等しく、全てのフローが経路1に流入していることが分かる。これは、交通需要が少ないときは、全てのフローが経路1に流入しても遅れ時間が自由旅行時間差を超えないためである。ただし、 r が増加し同一の流入交通流率に対する遅れ時間が増加すると、全てのフローが経路1に流入する最大の Q も小さくなっていくことが見てとれる。

一方で Q が少ないときのスプリット（図-3-b、図-4-b、図-5-b）を見ると、経路1に全ての交通需要が流入しているにも関わらず λ_1 が最大スプリットに達していない（i.e. 経路2にスプリットが割り振られている）ことが分かる。これは前述したように、Websterの遅れ時間式ではフローがゼロのときも遅れ時間が生じるためである。この結果フローがゼロの経路であってもプレッシャーが生じ、等プレッシャー条件を満たすようにスプリットが調整された結果、経路2にスプリットが割り振られている。

次に、 Q が増加していくと、 f_1 と λ_1 の値が減少していることが見て取れる。すなわち、この範囲では経路2にフローが流入しており、等旅行時間・等プレッシャー条件を満たすようにスプリットが経路2により多く割り振られていっていることがわかる。特に $r=1$ のときはリンク1の飽和交通流率を超えると経路2にフローが流入し始めることがわかる。これは、リンク1の飽和交通流率が小さくスプリットを最大限割り振っても総交通需要を捌ききれない（i.e. $s_1\lambda_{\max} \leq Q$ ）ために、経路2の旅行時間が経路1と等しくフローが流れるようにスプリットが調整されたためである。最終的に、 Q が経路2の飽和交通流率に近くなるとスプリットの殆どを経路2に割り振ることで、流入交通需要を最大限に捌いていることが分かる。このことは、第1章で言及したように、Policy P_0 が capacity maximisation property を持っていることを示している。

特筆すべき点として、 Q が増加し経路2にフローが流入し始める少し前の値から、複数の均衡解が出現している。具体的には、 $r=1$ のときは $Q = 0.99$ 、 $r=10$ のときは $0.88 \leq Q \leq 0.93$ 、 $r=60$ のときは $0.57 \leq Q \leq 0.67$ の範囲に複数解が存在していることが見てとれる。この複数解は、一つは経路選択条件(B)・信号制御条件(1)を満たす（経路選択条件についての）端点解である。そして残り二つは、経路選択条件(A)・信号制御条件(1)の等旅行時間・プレッシャー条件を満たす内点解となっている。

均衡状態における総旅行時間を図-3-c、図-4-c、図-

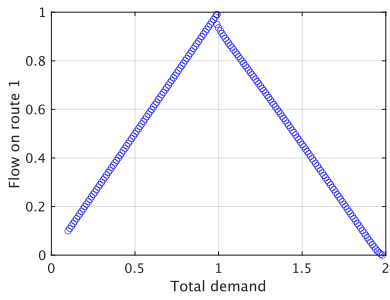


図-3-a 交通流率

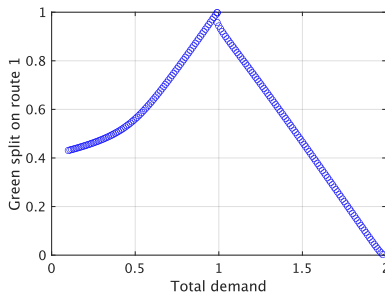


図-3-b スプリット

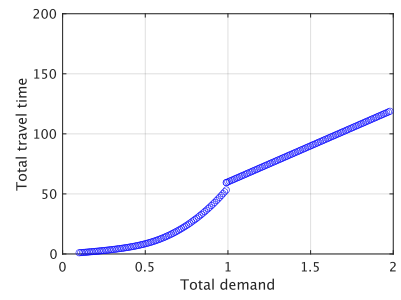


図-3-c 総旅行時間

図-3 $r = 1$ における各変数および総旅行時間の推移

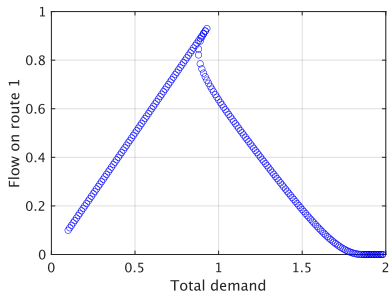


図-4-a 交通流率

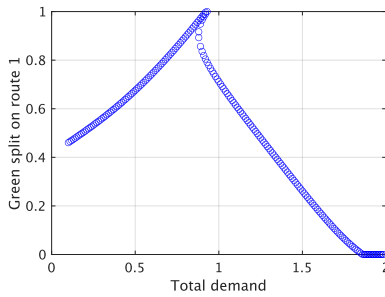


図-4-b スプリット

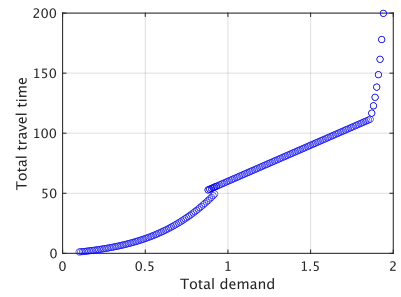


図-4-c 総旅行時間

図-4 $r = 10$ における各変数および総旅行時間の推移

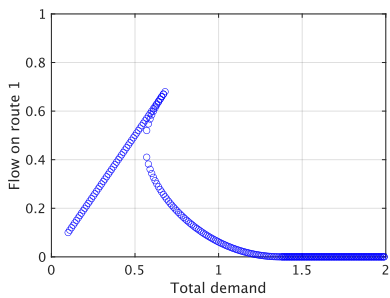


図-5-a 交通流率

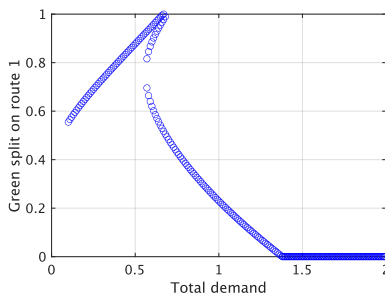


図-5-b スプリット

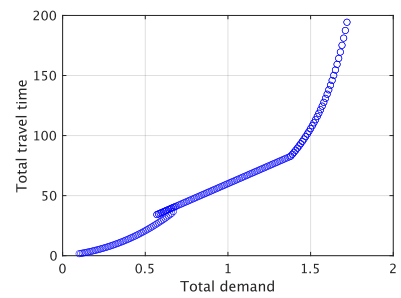


図-5-c 総旅行時間

図-5 $r = 60$ における各変数および総旅行時間の推移

5-c に示す。まずそれぞれの r について総旅行時間を見ると、 Q の増加に伴い総旅行時間も増加していることが確認できる。また、複数均衡解の範囲では、対応して複数の総旅行時間が実現していることが見て取れる。これは前述した複数均衡解において、総旅行時間が異なっていることを意味している。より具体的には、いずれの r においても、内点解では端点解より大きな総旅行時間が実現していた、i.e. 端点解の方が効率的であった。なお、二つの内点解では総旅行時間は等しい：これは、等旅行時間・等プレッシャー条件からなる連立方程式を遅れ時間 d_1, d_2 に関して解くことでも、理論的

に確認できる。

さらに、異なる r 同士を比較すると、 r の増加によって同一交通需要に対する総旅行時間が大きくなっていることが確認できる。加えて、複数の総旅行時間が出現する範囲が拡大するとともに、複数の総旅行時間が発した場合に生じる乖離の最大値も大きくなっていることがわかる。具体的には、 $r = 1$ のとき $Q = 0.99$ では二つの総旅行時間の差は 6.12 であったが、 r が 10 に増加すると、 $Q = 0.88$ において総旅行時間の差は 8.759 となっている。これは前述したように、 r の増加に伴い同一流入交通流率に対する遅れ時間の値も大きくなっ

ている (i.e. 流入交通需要に対する感度が高い) ためである。

(2) 安定性解析

複数均衡解のうち、どの解が安定/不安定であるのか、相図を用いて確認していこう。安定性解析が分かりやすいものとして、 $Q = 0.57, r = 60$ のときの相図を図-7 に示す。図-7-a を見ると、まず、等旅行時間・プレッシャー条件を満たす状態を表す線が二つの点 A, B で交わっていることが確認できる：これが二つの内点解に対応する。また、これらの解の右上には、相図の上側に張り付くようにして端点解が発現していることも見て取れる。

ここで二つの内点解周りの符号を調べると、図-7-b の通り、内点解 A 周りではこの解に向かうよう変数が遷移することが分かる。すなわち内点解 A は安定した内点解である。一方で、内点解 B 周りでは、図-7-c の通り、この解から離れるよう変数が遷移することが見て取れ、この解が不安定な解であることが分かる。また端点解周りでは図-7-a から、この端点解に向かうよう変数が遷移することが見て取れ、このことから端点解も安定解であることが分かる。結果、この状態では二つの安定均衡解と、一つの不安定均衡解が存在することがわかった。なお、この (Q, r) 以外のパターンでも、同様の安定性解析結果が導出された。

(3) Revised Policy P_0 適用時の均衡解析

前節の結果からは、Policy P_0 適用時には、フローがゼロであるリンクにもスプリットを最小スプリットより多く割り振られていることが確認できた。本節では、Revised Policy P_0 を適用することでこの結果がどう変化するかを見ていこう。

この数値計算結果の例として、図-6 に、 $r = 60$ のときの結果を示す。これらの図を見ると、 Q が小さく全てのフローがリンク 1 を利用しているとき、リンク 1 へのスプリットは最大スプリットを取ることがわかる。その一方で、それ以外の性質 (capacity maximisation, 複数均衡解) は変わっていないことがわかる。すなわち、Policy P_0 の性質を残しながら、フローが存在しないリンクに対して可能な限り少ないスプリットを割り振るように制御されていることがわかる。なお、これ以外の r においても同様の結果が得られた。

また図-6-c に、均衡状態における総旅行時間の推移を示す。プレッシャーの定義を変えることで、需要が小さいときの総旅行時間は低くなっていた。こうした結果からは、フローがゼロのときにプレッシャーをゼロにするという信号制御は、ある程度自然な交通流・信号制御を実現していることが示唆される。

(4) 考察：均衡状態のヒステリシス・ループ

さて、前節までの数値計算・安定性解析結果からは、交通需要 Q の増加・減少という変化に伴う、ヒステリシス・ループの発生が示唆される。これを図式的に説明したものを図-8-a に示す。まず、小さい値から Q が増加していき複数均衡解が発生する範囲に入ったとしよう。この範囲では (尤もらしく) 実現する状態として安定な端点解と内点解があるが、需要増加時は端点解が実現することになる。そして一定の値を超えると均衡解は安定な内点解のみになり、リンク 1 へのスプリットは急激に低下・以降は Q の増加とともにリンク 2 にスプリットが割り振られるようになる。

一方で、 Q が減少していくときのスプリット遷移を見ていくと、 Q が十分大きい範囲では増加時の逆の挙動を取ることが見てとれる。しかし、増加時にリンク 1 へのスプリットが急激に低下した値ではその逆の挙動は起きない。すなわち、端点解に遷移しリンク 1 へのスプリットが急激に増加するという事は起こらず、 Q の減少時には内点解が実現し続けることがわかる。そして、複数均衡解が発生しない範囲まで Q が低下し内点解が消失すると、リンク 1 へのスプリットが急激に増加することになる。

交通変数に関するヒステリシス・ループの存在は、ネットワークの効率性を示す総旅行時間に関してもヒステリシス・ループが発生していることを示唆している。これを示したのが、図-8-b である。これを見ると、複数均衡が存在する範囲において、 Q 増加時には交通状態は総旅行時間が小さい交通状態を遷移していくのに対して、 Q 減少時には総旅行時間が大きい状態を遷移していることがわかる。

以上の結果からは、Policy P_0 の適用時には、 Q が最大値に近い近飽和の交通状態だけではなく、 Q が小・中程度の非飽和状態における交通流・信号制御の挙動にも注意を払わなければならないことがわかる。元々 Policy P_0 は、capacity maximisation の実現すなわちネットワークが飽和に近い状態にあるときに望ましい性質を担保することを目的としていた。一方で本稿の結果からは、 Q が小程度でのスプリット配分や中程度での複数均衡解およびヒステリシス・ループの存在が確認され、これらが交通システム性能に影響を与えることが示されている。つまり、Policy P_0 により近飽和状態での交通状態の改善が見込める一方、非飽和状態においてより望ましい、あるいは自然な交通流・信号制御を実現するための工夫を考えることもまた重要であろう。

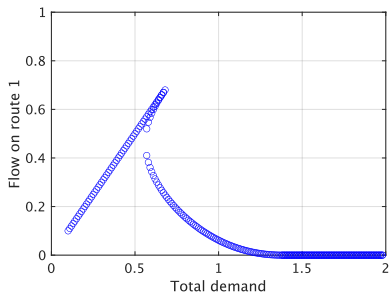


図-6-a 交通流率

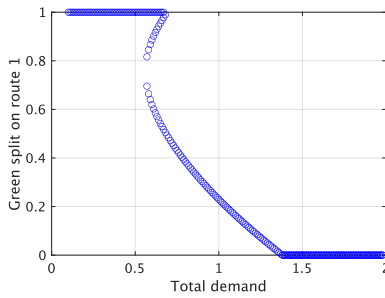


図-6-b スプリット

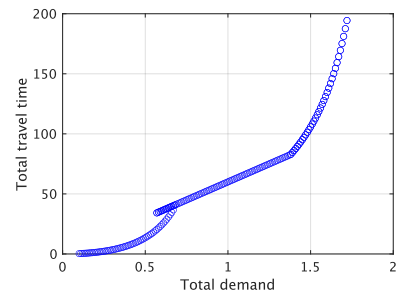


図-6-c 総旅行時間

図-6 $r = 60$ における各変数および総旅行時間の推移. Revised Policy P_0 適用時

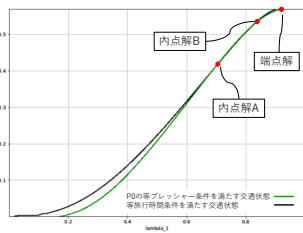


図-7-a 全体図

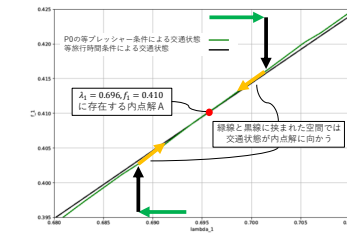


図-7-b 内点解 A 付近の拡大図

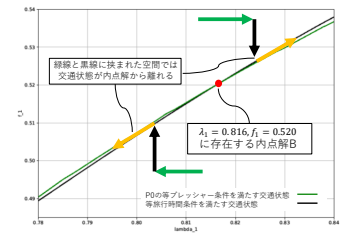


図-7-c 内点解 B 付近の拡大図

図-7 $Q = 0.57, r = 60$ における相図

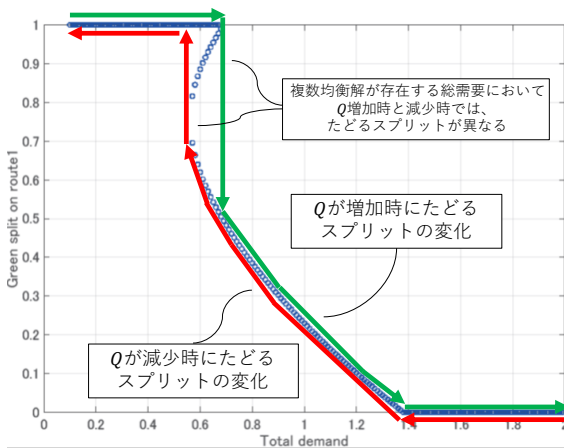


図-8-a スプリットの変化におけるヒステリシス・ループ

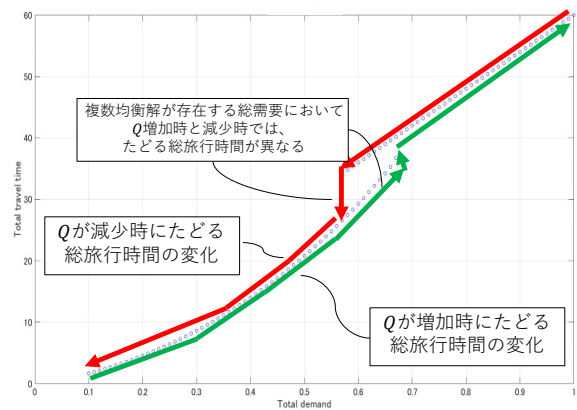


図-8-b 総旅行時間の変化におけるヒステリシス・ループ

図-8 均衡状態におけるヒステリシス・ループの発生

4. 終わりに

本稿では, Policy P_0 とそれを拡張した制御について, その安定性や制御の動学について分析を行った. 単一起点単一終点のネットワークについて, 利用者の経路選択, 信号制御の均衡条件を満たした交通状態を数値解析により導出した. ただし, 利用者の経路選択, 信号制御に使用する遅れ時間は Webster の遅れ時間式を変形

した式を使用した. 導出した交通状態について, 相図を基に安定性の解析を行った. 本稿で使用した信号制御は二種類である. 一つ目は Smith が提唱した Policy P_0 である. 二つ目が Revised Policy P_0 である. 本制御は Policy P_0 に対して, 交通流率がゼロのリンクはプレッシャーもゼロにする拡張を行った制御である.

数値計算の結果として, Policy P_0 と Revised Policy P_0

の双方において、複数の均衡解が存在する場合があることを示した。相図を用いた安定性の解析より、複数の均衡解が存在する場合は、二つの安定均衡解と、一つの不安定均衡解が存在することを示した。また、Revised Policy P_0 においては、フローがゼロのリンクに対するスプリットが最小スプリットとなることを確認した。

以上の結果は、Policy P_0 では交通重要の増加・減少という変化に伴い、ヒステリシス・ループが発生することを示唆する。そのため、Policy P_0 の適用時には、総需要が最大値に近い近飽和の交通状態だけではなく、総需要が小・中程度の非飽和状態における交通流・信号制御の挙動にも注意を払う必要があると考えられる。

謝辞： 本研究は、日本学術振興会 科学研究費補助金（基盤研究 (A) 「MaaS + CV 時代の次世代交通システムに向けたインフラと制度の設計（課題番号：20H00265, 代表：井料隆雅）」、および若手研究「高度な動的制御のためのゲーム理論に基づくネットワーク交通流解析理論の構築（課題番号：20K14843, 代表：佐津川功季）」の助成を受けた研究の一環として実施された。

参考文献

- 1) Robertson, D. I. and Bretherton, R. D.: Optimizing networks of traffic signals in real time-the scoot method, *IEEE Transactions on vehicular technology*, Vol.40, No.1, pp.11–15, 1991.
- 2) Varaiya, P.: Max pressure control of a network of signalized

- intersections, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.36, pp.177–195, 2013.
- 3) Wang, Y., Yang, X., Liang, H., and Liu, Y.: A review of the self-adaptive traffic signal control system based on future traffic environment, *Journal of Advanced Transportation*, Vol.2018, 2018, 引用 81.
- 4) Chow, A. H., Sha, R., and Li, S.: Centralised and decentralised signal timing optimisation approaches for network traffic control, *Transportation Research Procedia*, Vol.38, pp.222–241, 2019.
- 5) Smith, M. J.: Traffic control and route-choice; a simple example, *Transportation Research Part B*, Vol.13, No.4, pp.289–294, 1979.
- 6) Smith, M.: Personal communication (noted by Watling, D.), 2022.
- 7) Smith, M. J., Liu, R., and Mounce, R.: Traffic control and route choice: Capacity maximisation and stability, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.81, pp.863–885, 2015.
- 8) Beckmann, M., McGuire, C. B., and Winsten, C. B.: *Studies in the Economics of Transportation*, Yale University Press, 1956.
- 9) Iryo, T. and Watling, D.: Properties of equilibria in transport problems with complex interactions between users, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.126, pp.87–114, 2019.
- 10) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT press, 2010.

(Received 2022. 9. 30)

DYNAMICAL ANALYSIS OF ADAPTIVE SIGNAL CONTROL WITH ROUTE CHOICES

Naoki YOSHIKAWA, Koki SATSUKAWA and Takamasa IRYO