公共交通における規模の経済を考慮した居住地・通勤手段選択モデル

内山　瑛祐[1]・高山　雄貴[2]

[1]学生非会員　金沢大学　自然科学研究科（〒 920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: mwam210@stu.kanazawa-u.ac.jp
[2]正会員　金沢大学准教授　理工研究域（〒 920-1192 石川県金沢市角間町）
E-mail: ytakayama@se.kanazawa-u.ac.jp

世界中の多くの都市における社会問題の一つとして，通勤時の交通混雑が挙げられる．これに関して多くの既存研究があり，交通混雑対策の提案がされている．しかし，既存研究にはいくつかの課題が存在する．一つ目は，多くのモデルにおいて，通勤手段が自動車交通のみであり，公共交通が考慮されていないことである．二つ目は，公共交通を考慮したモデルはわずかに存在するが，規模の経済が考慮されていない場合が多いことである．三つ目は，人々の居住地選択を考慮していないモデルが多いことである．そこで，本研究では，公共交通における規模の経済を考慮した居住地・通勤手段選択モデルを構築する．そして，労働者が自らの居住地を選ぶ立地均衡と，労働者が自らの通勤手段を選ぶ通勤手段選択均衡の性質を調べる．さらに，通勤時の交通混雑緩和に資する政策の提言と，政策導入が労働者の居住地・通勤手段選択に与える影響の解明を行う．

Key Words : 交通混雑，通勤手段選択，規模の経済，居住地選択

1.　背景と目的

世界中の多くの都市に生じている社会問題の一つとして，通勤時の交通混雑があげられる．これによって移動時間の増加や排気ガスによる公害が生じている．この社会問題に関して多くの既存研究があり，混雑料金などの交通混雑対策の提案がされている．

しかし，既存研究に用いられたモデルには，いくつかの課題が存在する (e.g., 苗 [1])．一つ目は，通勤手段が自動車交通のみであるモデルが多く，現実に利用者が多く交通混雑に大きな影響を与える公共交通が考慮されていないことである．二つ目は，公共交通を考慮したモデルはわずかに存在するが，規模の経済がモデルに反映されていない場合が多いことである．ここで，規模の経済とは，利用者が多くなるほど一人当たりの通勤費用が低下することである．公共交通は規模の経済がはたらく代表例であり，規模の経済を反映させるか否かの違いは，分析結果を根本的に変化させる．三つ目は，人々の居住地選択を考慮していない場合が多いことである．長期には，人々は自らの居住地を変更することが可能であり，これは交通の起点及び混雑状況を大きく変化させる．これらの課題は，適切で効果的な政策提案の障害になり得る．

そこで，本研究では，公共交通における規模の経済を考慮した居住地・通勤手段選択モデルを構築する．そして，そのモデルを活用し，均衡状態の特性を明らかにする．さらに，政策提案と政策導入の影響の解明を行う．

本研究の構成は以下の通りである．2 章では，労働者の居住地・通勤手段選択行動をモデル化した上で，その均衡条件を定式化する．また，ポテンシャル関数の存在を証明する．3 章では，社会的最適状態を定義した上で，均衡状態と社会的最適状態が一致する政策を提案する．4 章では，2 居住地モデルにおける均衡状態の特性を，理論分析・数値解析を通じて明らかにする．5 章では，2 居住地モデルにおける政策の影響を，理論分析・数値解析を通じて明らかにする．最後に，6 章で結論を述べる．

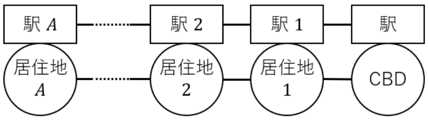
2.　多居住地モデル

(1)　多居住地モデルの設定

a)　都市と交通条件の設定

本モデルは，1 箇所の CBD と A 箇所の居住地が結ばれている単一中心都市を考える．居住地は，CBD から近い順にインデックスを付け，その集合を $\mathcal{A} = \{1, 2, \cdots, A\}$ と表す．各居住地の面積は全て同一で L であると仮定する．また，各居住地に駅が隣接している．労働者は全て均質であり，総数は固定的に N である．労働者は，居住地 $a \in \mathcal{A}$ を選択する．また，労働者は CBD までの交通手段として，公共交通か自動車のいずれかを選択する．この通勤手段集合を $\mathcal{B} = \{t, c\}$ と表す．

各駅を結ぶ線路および各居住地を結ぶ道路は全て均質であり，駅 $a-1$ と a の間の線路を"線路 a"，居住地 $a-1$ と a の間の道路を"道路 a"と呼ぶ．各線路および道路は互いに干渉しないとする．



図–1

線路 a および道路 a の交通量 $x_{a,i}$ は，それぞれ以下のように表される：

$$\begin{cases} x_{a,t} = \sum_{d=a}^{A} n_{d,t} & \text{(1a)} \\ x_{a,c} = \sum_{d=a}^{A} n_{d,c} & \text{(1b)} \end{cases}$$

ここで，$n_{a,i}$ は居住地 a に住み，通勤手段 i を利用する労働者数を表す．
そして，労働者が線路 a あるいは道路 a を通過する際にかかる混雑費用 $c_t(x_{a,t})$ および $c_c(x_{a,c})$ は，それぞれ，Henderson[2)] に基づき，非負，$x_{a,i}$ の単調増加，かつ凸関数で表されると仮定する．ただし，線路 a と道路 a の交通量が同じであるとき，両者の混雑具合は異なるため，$c_t(x_{a,t})$ と $c_c(x_{a,c})$ の関数は異なる．

b) 労働者の行動

この都市の労働者は均質であるため，同一の効用関数を有する．したがって，この労働者は，居住地 $a \in \mathcal{A}$，通勤手段 $i \in \mathcal{B}$ により特徴づけられる．この労働者の効用関数は，合成財の消費量 $z_{a,i}$，住宅面積 y_a の準線形関数 $u(z_{a,i}, y_a)$ により与えられると仮定する：

$$u(z_{a,i}, y_a) = z_{a,i} + f(y_a) \tag{2}$$

ここで，$f(x)$ は狭義単調増加，凹，かつ $x > 0$ の範囲で 2 階微分可能な関数である．さらに，$f(x)$ の導関数 $f'(x) = \mathrm{d}f(x)/\mathrm{d}x$ に関して，$\lim_{x\to 0} f'(x) = \infty$ が成立すると仮定する．合成財をニューメレールとすると，予算制約は以下の式で与えられる：

$$w = z_{a,i} + r_a y_a + c_{a,i} \tag{3}$$

ここで，w は企業から支払われる賃金，r_a は居住地 a の地代である．また，通勤費用 $c_{a,i}$ は通勤手段別に，以下の式で与えられる：

$$\begin{cases} c_{a,t} = \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{d,t}) + m + \frac{F}{N_t} & \text{(4a)} \\ c_{a,c} = \sum_{d=1}^{a} c_c(x_{d,c}) + c_F & \text{(4b)} \end{cases}$$

ここで，m は公共交通の限界費用，c_F は自動車の車両代などの固定費用である．

また，F は公共交通の固定費用，N_t は公共交通総利用者数であり，F/N_t は公共交通利用者一人当たりの固定費用負担分を表している．この費用は N_t の単調減少であり，公共交通利用者が多くなるほど一人当たりの固定費用負担分が小さくなるという規模の経済を考慮した項となっている．

財消費に関する効用最大化問題の一階条件から，次の関係が得られる：

$$\begin{cases} f'(y_a) = r_a & \text{if} \quad y_a > 0 \\ f'(y_a) \leq r_a & \text{if} \quad y_a = 0 \end{cases} \quad \forall a \in \mathcal{A} \tag{5}$$

仮定より $y_a = 0$ のとき $f'(y_a)$ が無限大となることから，常に $y_a > 0$ となる．したがって，地代 r_a は住宅面積 y_a に応じて，以下のように定まる：

$$r_a = f'(y_a) > 0 \quad \forall a \in \mathcal{A} \tag{6}$$

居住地 a の総労働者数を N_a で表すと，居住地 a の土地供給量が L より，需要量が L/N_a が得られる．なお，N_a は以下で与えられる：

$$N_a = \sum_{i\in\mathcal{B}} n_{a,i} \tag{7}$$

ここで，関数 $h(N_a)$ を以下のように定義する：

$$h(N_a) = f(\frac{L}{N_a}) - \frac{L}{N_a} f'(\frac{L}{N_a}) \tag{8}$$

なお，この $h(N_a)$ は，$f(y_a) - r_a y_a$ と書き換えられることからわかるように，住宅消費により得られる効用増分を表している．また，

$$h'(N_a) = \frac{L^2 f''(\frac{L}{N_a})}{N_a^3} < 0 \tag{9}$$

より，$h(N_a)$ は N_a の単調減少関数である．
以上の関係式を利用すれば，間接効用関数 $v_{a,i}$ が以下のとおり与えられる：

$$v_{a,i} = w - c_{a,i} + h(N_a) \tag{10}$$

c) 均衡条件の定式化

本モデルでは 2 段階の均衡を考える．短期的には，均衡状態での各居住地の人口 N_a を与件として，労働者は通勤費用 $c_{a,i}$ を最小化する通勤手段を選択する．その結果，均衡通勤費用 c_a^* が，各居住地の人口 N_a の関数で与えられる．長期的には，均衡通勤費用 c_a^* を与件として，労働者は居住地を選択する．その結果，均衡状態での各居住地の人口 N_a^* が決まる．本節では，これらの短期・長期均衡状態が満たす均衡条件を定式化する．

短期均衡条件：通勤手段選択均衡条件

通勤手段選択均衡が満たす均衡条件は，以下で与えられる：

$$\begin{cases} c_{a,t} = c_{a,c} & \text{if} \quad n_{a,t} > 0, \quad n_{a,c} > 0 & \text{(11a)} \\ c_{a,t} \geq c_{a,c} & \text{if} \quad n_{a,t} = 0, \quad n_{a,c} = N_a & \text{(11b)} \\ c_{a,t} \leq c_{a,c} & \text{if} \quad n_{a,t} = N_a, \quad n_{a,c} = 0 & \text{(11c)} \end{cases}$$

長期均衡条件：立地均衡条件

立地均衡が満たす均衡条件は，以下で与えられる：

$$\begin{cases} v^* = w - c_a^* + h(N_a) & \text{if} \quad N_a > 0 \quad (12a) \\ v^* \geq w - c_a^* + h(N_a) & \text{if} \quad N_a = 0 \quad (12b) \end{cases}$$

(2) 多居住地モデルにおける均衡特性分析

a) ポテンシャル関数

本節では，ポテンシャル関数が存在すること，均衡状態における居住地・通勤手段別の労働者分布 $\boldsymbol{n}$ がポテンシャルゲームの Nash 均衡とみなすことができることを示す．均衡状態は，均衡条件より，プレイヤーの集合が $\mathcal{S} \equiv [0, N]$，戦略集合が $\mathcal{A} \times \mathcal{B}$，利得関数が $\boldsymbol{v}(\boldsymbol{n}) = (v_{a,i}(\boldsymbol{n}))_{a \in \mathcal{A}, i \in \mathcal{B}}$ の population game の Nash 均衡状態と一致する．なお，以降では，このゲームをゲーム $S = \{\mathcal{S}, \mathcal{A} \times \mathcal{B}, \boldsymbol{v}\}$ と表記する．

このゲーム S は，Sandholm により示されているように，任意の $\boldsymbol{n} \in \Delta \equiv \{\boldsymbol{n} | \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{i \in \mathcal{B}} n_{a,i} = N, n_{a,i} \geq 0 \ \forall a \in \mathcal{A} \text{ and i} \in \mathcal{B}\}$ に対して，次の条件を満たすポテンシャル関数 $P(\boldsymbol{n})$ が存在すれば，ポテンシャルゲームである：

$$\frac{\partial P(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,i}} = v_{a,i}(\boldsymbol{n}) \ \forall a \in \mathcal{A} \text{ and } i \in \mathcal{B} \tag{13}$$

そして，次の命題で示すように，本稿で構築したモデルには以下のポテンシャル関数が存在する：

命題 1 ゲーム S は次のポテンシャル関数 $P(\boldsymbol{n})$ を持つポテンシャルゲームである：

$$P(\boldsymbol{n}) = wN - P_1(\boldsymbol{n}) - P_2(\boldsymbol{n}) - P_3(\boldsymbol{n}) \tag{14}$$

ここで，$P_1(\boldsymbol{n}), P_2(\boldsymbol{n}), P_3(\boldsymbol{n})$ は，各々，交通混雑，公共交通の規模の経済，土地消費に関する影響を表す関数であり，次の関係を満たす：

$$P_1(\boldsymbol{n}) = \sum_{d=1}^{a} \int_0^{x_{d,t}} c_t(x) dx + \sum_{d=1}^{a} \int_0^{x_{d,c}} c_c(x) dx \tag{15}$$

$$P_2(\boldsymbol{n}) = c_F n_{a,c} + m n_{a,t} + F \ln[N_t] \tag{16}$$

$$P_3(\boldsymbol{n}) = -\sum_{a \in \mathcal{A}} N_a f\left(\frac{L}{N_a}\right) \tag{17}$$

証明 付録 I 参照.

ゲーム S がポテンシャルゲームであることから，その均衡状態は，次の最適化問題の Karush-Kuhn-Tucker(KKT) 条件を満たす $\boldsymbol{n}^*$ の集合と一致する：

$$\max_{\boldsymbol{n}} P(\boldsymbol{n}) = wN - P_1(\boldsymbol{n}) + P_2(\boldsymbol{n}) - P_3(\boldsymbol{n}) \tag{18a}$$

$$\text{s.t.} \quad \text{n} \in \Delta. \tag{18b}$$

この事実は，上記の問題の KKT 条件が，均衡条件と完全に一致することから容易に確認できる．

b) 均衡状態の一意性

均衡状態の一意性は，(18a),(18b) より，ポテンシャル関数 $P(\boldsymbol{n})$ の形状から確認できる．具体的には，$P(\boldsymbol{n})$ が単峰であれば均衡状態は一意であり，そうでなければ一意とはいえない．ここで，$P_2(\boldsymbol{n})$ が凹関数，$P_3(\boldsymbol{n})$ が凸関数であることから，$P(\boldsymbol{n})$ は必ずしも単峰といえない．したがって，このモデルには複数の均衡状態が存在し得る．なお，$P_2(\boldsymbol{n})$ や $P_3(\boldsymbol{n})$ の凸性については，付録 II を参照.

c) 立地均衡

本項では，CBD に近い居住地ほど人口が多くなる特性を示す.

立地均衡条件は以下で与えられる：

$$\begin{cases} v^* = w - c_a^* + h(N_a) & \text{if} \quad N_a > 0 \quad (12a) \\ v^* \geq w - c_a^* + h(N_a) & \text{if} \quad N_a = 0 \quad (12b) \end{cases}$$

居住地 d と居住地 $d+1$ について着目する．立地均衡条件より，双方の効用が等しくなるので，以下の関係式が成立する：

$$w - c_d^* + h(N_d) = w - c_{d+1}^* + h(N_{d+1}) \tag{20}$$

$$c_{d+1}^* - c_d^* = h(N_{d+1}) - h(N_d) \tag{21}$$

$c_{d+1}^* - c_d^* > 0$ より，以下の関係式が得られる：

$$h(N_{d+1}) > h(N_d) \tag{22}$$

ここで，$h(N_a)$ は N_a の単調減少関数であることから，(22) 式より，以下の関係式が成立する：

$$N_{d+1} < N_d \tag{23}$$

以上より，成立する全ての通勤手段選択均衡において立地均衡を考えた場合，CBD に近い居住地ほど人口が多くなることを示している．これは，実社会での現象と一致しているといえる.

3. 社会的最適状態

本研究で構築したモデルの均衡状態は，外部性（交通混雑・規模の経済）の存在により，一般的には効率的な状態とはいえない．そこで，本章では，社会的最適状態の性質を調べ，均衡状態と比較することで，社会的最適状態への誘導策を提案する.

(1) 社会的最適状態

社会的最適状態 $\boldsymbol{n}^o$ は，社会全体の効用の総和で定義される社会厚生関数 $W(\boldsymbol{n})$ を最大化する状態であると定義する．このとき，社会厚生関数最大化問題は，次のように定義される：

$$\max_{\boldsymbol{n}} \quad W(\boldsymbol{n}) = wN - W_1(\boldsymbol{n}) - W_2(\boldsymbol{n}) - W_3(\boldsymbol{n}) \tag{24}$$

$$\text{s.t.} \quad \boldsymbol{n} \in \Delta \tag{25}$$

ここで，$W_1(\boldsymbol{n})$, $W_2(\boldsymbol{n})$, $W_3(\boldsymbol{n})$ は以下で与えられる．各々，交通混雑，公共交通における規模の経済，土地消

費に関する影響を表す関数である：

$$W_1(\boldsymbol{n}) = \sum_{a\in\mathcal{A}}\sum_{i\in\mathcal{B}} n_{a,i}\sum_{d=1}^{a} c_i(x_{d,i}) \tag{26}$$

$$W_2(\boldsymbol{n}) = c_F N_c + mN_t + F \tag{27}$$

$$W_3(\boldsymbol{n}) = -\sum_{a\in\mathcal{A}} N_a f(\frac{L}{N_a}) \tag{28}$$

a)　社会的最適状態の一意性

社会的最適状態の一意性は，(24),(25) より，社会厚生関数 $W(\boldsymbol{n})$ の形状から確認できる．ここで，$W_1(\boldsymbol{n})$ が凸関数，$W_2(\boldsymbol{n})$ が線形関数，$W_3(\boldsymbol{n})$ が凸関数であることから，社会厚生関数関数 $W(\boldsymbol{n})$ は単峰であるといえる．したがって，社会的最適状態は一意である．

b)　社会的最適状態が満たす条件

社会的最適状態 $\boldsymbol{n}^o$ は，社会厚生関数 $W(\boldsymbol{n})$ を最大化する点であることから，ラグランジュ乗数を λ とすると，以下で与えられる最適化問題 (24)(25) の KKT 条件を満足する：

$$\begin{cases} \lambda = w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) - \sum_{d=1}^{a} x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) \\ \qquad -m + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,t} > 0 & \text{(29a)} \\ \lambda = w - \sum_{d=1}^{a} c_c(x_{a,c}) - \sum_{d=1}^{a} x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) \\ \qquad -c_F + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,c} > 0 & \text{(29b)} \\ \lambda \geq w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) - \sum_{d=1}^{a} x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) \\ \qquad -m + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,t} = 0 & \text{(29c)} \\ \lambda \geq w - \sum_{d=1}^{a} c_c(x_{a,c}) - \sum_{d=1}^{a} x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) \\ \qquad -c_F + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,c} = 0 & \text{(29d)} \end{cases}$$

$$\sum_{a\in\mathcal{A}}\sum_{i\in\mathcal{B}} n_{a,i} = N \tag{30}$$

(2)　社会的最適状態への誘導策

本節では，社会的最適状態を達成するための政策について述べる．

均衡条件と社会的最適状態が満たす条件を比較することにより，均衡状態と社会的最適状態を一致させる政策として，以下を導入すればよいことがわかる．

まず，課金として，各通勤手段に対し，交通量に応じた混雑料金を導入する：

$$\begin{cases} p_{a,t} = \sum_{d=1}^{a} x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) & \text{(31a)} \\ p_{a,c} = \sum_{d=1}^{a} x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) & \text{(31b)} \end{cases}$$

ただし，これは居住地 a から通勤手段 i で通勤する際に課される混雑料金の和である．このモデルでは，労働者は自らの居住地 a を変更できるため，各線路，各道路を利用する際に課税する方が好ましい．したがって，線路 a，道路 a を通過する際の混雑料金は以下のようになる：

$$\begin{cases} \psi_{a,t} = x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) & \text{(32a)} \\ \psi_{a,c} = x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) & \text{(32b)} \end{cases}$$

次に，公共交通利用者に対し，以下の補助金を導入する：

$$\phi_{a,t} = +\frac{F}{N_t} \tag{33}$$

ただし，これは公共交通利用者一人当たりの補助金である．よって，公共交通に対しては，$\phi_{a,t}$ に公共交通利用者数 N_t をかけたもの，つまり固定費用 F の分だけを政府が公共交通事業者に補助すればよい．

最後に，混雑料金による税収と公共交通利用に対する補助金の収支を等しくするために，居住地・通勤手段に関わらず，一定の税金・補助金 ρ を課せばよい．その税金・補助金は以下の条件式を満たす：

$$\sum_{a\in\mathcal{A}}\sum_{i\in\mathcal{B}} n_{a,i}\psi_{a,i} + N\rho - F = 0 \tag{34}$$

なお，政策の導出過程は付録 IV を参照．

4.　２居住地モデル

前章までは，多居住地モデルの定式化と均衡状態の特性分析を行った．本章では，均衡状態のより具体的な特性を明らかにするため，単純化したモデルによる理論・数値解析を行う．

(1)　２居住地モデルの設定

本節以降では，解析を容易にするため，居住地が 2 つの都市を考える．また，公共交通及び自動車の混雑費用が，各々係数 α_t, α_c を用いて以下の式で与えられるとする：

$$\begin{cases} c_t(x_{a,t}) = \alpha_t x_{a,t} & \text{(35a)} \\ c_c(x_{a,c}) = \alpha_c x_{a,c} & \text{(35b)} \end{cases}$$

ただし，同じ交通量における線路と道路の混雑具合は一般に異なることから，$\alpha_t < \alpha_c$ であるとする．

以上より，各居住地における各通勤手段の通勤費用は以下の式で与えられる：

$$c_{1,t} = \alpha_t(n_{1,t} + n_{2,t}) + m + \frac{F}{N_t} \tag{36}$$

$$c_{1,c} = \alpha_c(n_{1,c} + n_{2,c}) + c_F \tag{37}$$

$$c_{2,t} = \alpha_t(n_{1,t} + 2n_{2,t}) + m + \frac{F}{N_t} \tag{38}$$

$$c_{2,c} = \alpha_c(n_{1,c} + 2n_{2,c}) + c_F \tag{39}$$

ただし，$c_F - m = \kappa$, $\frac{\alpha_t}{(\alpha_t+\alpha_c)} = \gamma_t$, $\frac{\alpha_c}{(\alpha_t+\alpha_c)} = \gamma_c$ と定義する．

(2) 均衡条件の定式化

通勤手段選択均衡が満たす均衡条件は以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{1,t} = c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} > 0, \quad n_{1,c} > 0 & \text{(40a)} \\ c_{1,t} \geq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} = 0, \quad n_{1,c} = N_1 & \text{(40b)} \\ c_{1,t} \leq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} = N_1, \quad n_{1,c} = 0 & \text{(40c)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} c_{2,t} = c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} > 0, \quad n_{2,c} > 0 & \text{(41a)} \\ c_{2,t} \geq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} = 0, \quad n_{2,c} = N_2 & \text{(41b)} \\ c_{2,t} \leq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} = N_2, \quad n_{2,c} = 0 & \text{(41c)} \end{cases}$$

立地均衡が満たす均衡条件は以下のように表される：

$$\begin{cases} v^* = w - c_a^* + h(N_a) \quad \text{if} \quad N_a > 0 & \text{(42a)} \\ v^* \geq w - c_a^* + h(N_a) \quad \text{if} \quad N_a = 0 & \text{(42b)} \end{cases}$$

(3) ２居住地モデルにおける均衡特性分析

a) 通勤手段選択均衡

本項では，２居住地モデルにおいて，考え得る９パターンの通勤手段選択均衡のうち，どのパターンが成立し得るか確認する．

均衡条件を用いて分析を行った結果, 成立し得る通勤手段選択均衡は以下の５パターンであることがわかった.

表–1 成立し得る通勤手段選択均衡

	通勤手段選択均衡
A	均衡条件（40a），（41a） 各居住地で自動車と公共交通の両方利用
B	均衡条件（40b），（41a） 居住地１は自動車，居住地２は両方利用
C	均衡条件（40b），（41b） 全員が自動車を利用
D	均衡条件（40c），（41a） 居住地１は公共交通，居住地２は両方利用
E	均衡条件（40c），（41c） 全員が公共交通を利用

なお，導出過程は付録 IV を参照.

また，同一パターンの均衡状態において，交通シェアが異なる２つの状態が存在する場合もあるため，細分化すると以下のようになる：

表–2 成立し得る通勤手段選択均衡（細分化）

	通勤手段選択均衡状態	成立条件
A-1	A-2 に比べ，$n_{1,c}$ が多い	$n_{a,i} > 0$, $D_1 \geq 0$
A-2	A-1 に比べ，$n_{1,t}$ が多い	
B-1	B-2 に比べ，$n_{2,c}$ が多い	$n_{2,i} > 0$，$D_4 \geq 0$, $c_{1,t} - c_{1,c} \geq 0$
B-2	B-1 に比べ，$n_{2,t}$ が多い	
C		なし
D-1	D-2 に比べ，$n_{2,c}$ が多い	$n_{2,i} > 0$，$D_7 \geq 0$, $c_{1,c} - c_{1,t} \geq 0$
D-2	D-1 に比べ，$n_{2,t}$ が多い	
E		$c_{2,c} - c_{2,t} \geq 0$

なお，D_1, D_4, D_7 は，各均衡状態の $n_{a,i}$ を表す一つの項であり，各々以下の式で与えられる：

$$\begin{cases} D_1 = (\alpha_c N + \kappa)^2 - 4F(\alpha_t + \alpha_c) & \text{(43a)} \\ D_4 = \{\alpha_c(N + N_2) + \kappa\}^2 - 8F(\alpha_t + \alpha_c) & \text{(43b)} \\ D_7 = (\alpha_t N_1 + 2\alpha_c N + \kappa)^2 - 8F(\alpha_t + \alpha_c) & \text{(43c)} \end{cases}$$

b) 各均衡状態の居住地間の通勤費用の差の違い

本項では, 前項で求めた通勤手段選択均衡の特性の一つとして, 各均衡状態の居住地間の通勤費用の差 $\Delta c^* = c_2^* - c_1^*$ の違いを示す.

まず, 通勤費用の設定 (36),(37),(38),(39) より，居住地間の通勤費用の差 $\Delta c^* = c_2^* - c_1^*$ は，居住地２から１へ向かう際の混雑費用 $\alpha_i n_{2,i}^*$ のみで定まる．よって，各通勤手段選択均衡の Δc^* は以下のようになる：

表–3 各通勤手段選択均衡の Δc^*

	均衡状態	Δc^*
A	各居住地で両方の通勤手段利用	$\alpha_c n_{2,c}^*$ $= \frac{\alpha_t \alpha_c N_2}{\alpha_t + \alpha_c}$
B	居住地１は自動車のみ利用	$\alpha_c n_{2,c}^*$
C	全員が自動車利用	$\alpha_c N_2$
D	居住地１は公共交通のみ利用	$\alpha_t n_{2,t}^*$
E	全員が公共交通利用	$\alpha_c N_2$

ただし, 各通勤手段選択均衡の $n_{2,i}^*$ は異なる．なお, 均衡状態における各変数を, 上付き添え字 $*$ で表している.

また，$\alpha_t < \alpha_c$，$n_{2,i} < N_2$ より，以下の大小関係が成立する：

$$\begin{cases} \dfrac{\alpha_t \alpha_c N_2}{\alpha_t + \alpha_c} < \alpha_t N_2 < \alpha_c N_2 & \text{(44a)} \\ \alpha_c n_{2,c} < \alpha_c N_2 & \text{(44b)} \\ \alpha_t n_{2,t} < \alpha_t N_2 & \text{(44c)} \end{cases}$$

以上より，次のことがいえる．

まず，(44a),(44b),(44c) より，全員が自動車を利用する均衡状態 C は，居住地間の通勤費用の差が最も大き

い．これは，居住地２の労働者全員が自動車を利用しているため交通混雑が最も激しく，それ故に居住地２から１へ向かう際の混雑費用が最も高いからである．

次に，(44a) より，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，全員が通勤手段の一方のみを利用する均衡状態 C・E に比べ，居住地間の通勤費用の差が小さい．これは，自動車と公共交通の両方に利用者が存在しており，どちらか一方に集中しておらず分散しているため，道路と公共交通が比較的混雑しておらず，それ故に居住地２から１へ向かう際の混雑費用が相対的に低いからである．

c)　立地均衡

本項では，立地均衡条件を用いて各居住地の人口を求める．

まず，立地均衡条件より以下の関係式が導かれる：

$$\Delta c^* = c_2^* - c_1^* = h(N_2) - h(N_1) \tag{45}$$

ここで，関数 $f(x)$ を係数 β を用いて以下のように定義する：

$$f(x) = -\frac{\beta}{x} \tag{46}$$

(8) より，$h(N_a)$ は関数 $f(x)$ を用いて $h(N_a) = f(\frac{L}{N_a}) - \frac{L}{N_a} f'(\frac{L}{N_a})$ と表されることから，$h(N_a)$ は以下のように表される：

$$h(N_a) = -\frac{2\beta N_a}{L} \tag{47}$$

よって，均衡状態の各居住地の人口 N_a は，各通勤手段選択均衡の居住地間の通勤費用の差 Δc^* と関係式 (45), (47)，人口保存則 $N = N_1 + N_2$ によって求まる．

以上より，各均衡状態の各居住地の人口は以下のようになる．

A-1：均衡条件 (40a),(41a)　状態１

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{\{\alpha_t\alpha_c L + 2(\alpha_t + \alpha_c)\beta\} N}{\alpha_t\alpha_c L + 4(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (48a) \\ N_2^* = \dfrac{2(\alpha_t + \alpha_c)\beta N}{\alpha_t\alpha_c L + 4(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (48b) \end{cases}$$

A-2：均衡条件 (40a),(41a)　状態２

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{\{\alpha_t\alpha_c L + 2(\alpha_t + \alpha_c)\beta\} N}{\alpha_t\alpha_c L + 4(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (49a) \\ N_2^* = \dfrac{2(\alpha_t + \alpha_c)\beta N}{\alpha_t\alpha_c L + 4(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (49b) \end{cases}$$

B-1：均衡条件 (40b),(41a)　状態１

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{\left\{(2{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad - \dfrac{\alpha_c L(\kappa - \sqrt{D_4})}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (50a) \\ N_2^* = \dfrac{\left\{{\alpha_c}^2 L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad + \dfrac{\alpha_c L(\kappa - \sqrt{D_4})}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (50b) \end{cases}$$

B-2：均衡条件 (40b),(41a)　状態２

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{\left\{(2{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad - \dfrac{\alpha_c L(\kappa + \sqrt{D_4})}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (51a) \\ N_2^* = \dfrac{\left\{{\alpha_c}^2 L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad + \dfrac{\alpha_c L(\kappa + \sqrt{D_4})}{(3{\alpha_c}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (51b) \end{cases}$$

C: 均衡条件 (40b),(41b)

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{(\alpha_c L + 2\beta)N}{\alpha_c L + 4\beta} & (52a) \\ N_2^* = \dfrac{2\beta N}{\alpha_c L + 4\beta} & (52b) \end{cases}$$

D-1：均衡条件 (40c),(41a)　状態１

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{8(\alpha_t + \alpha_c)\beta N}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad + \dfrac{\alpha_t L(\kappa - \sqrt{D_7})}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (53a) \\ N_2^* = \dfrac{\left\{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad - \dfrac{\alpha_t L(\kappa - \sqrt{D_7})}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (53b) \end{cases}$$

D-2：均衡条件 (40c),(41a)　状態２

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{8(\alpha_t + \alpha_c)\beta N}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad + \dfrac{\alpha_t L(\kappa + \sqrt{D_7})}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (54a) \\ N_2^* = \dfrac{\left\{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 8(\alpha_t + \alpha_c)\beta\right\} N}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} \\ \qquad - \dfrac{\alpha_t L(\kappa + \sqrt{D_7})}{(3{\alpha_t}^2 + 4\alpha_t\alpha_c)L + 16(\alpha_t + \alpha_c)\beta} & (54b) \end{cases}$$

E: 均衡条件 (40c),(41c)

$$\begin{cases} N_1^* = \dfrac{(\alpha_t L + 2\beta)N}{\alpha_t L + 4\beta} & (55a) \\ N_2^* = \dfrac{2\beta N}{\alpha_t L + 4\beta} & (55b) \end{cases}$$

d)　各均衡状態の人口流入の違い

本項では，立地均衡条件を用いて，成立し得る通勤手段選択均衡の人口流入の違いを確認する．

まず，立地均衡条件より，以下の関係式が得られる：

$$\Delta c^* = c_2^* - c_1^* = h(N_2) - h(N_1) \tag{56}$$

ここで，住宅消費により得られる効用増分 $h(N_a)$ は N_a の単調減少関数であることから，$h(N_2) - h(N_1)$ が大きいほど，居住地１と居住地２の人口の差 $N_1 - N_2$ が大きくなる．そして，(22) より $N_1 > N_2$ が成立していることから，$h(N_2) - h(N_1)$ がより大きい通勤手段選択均衡ほど，都心部の人口がより多くなることがわかる．よって，関係式 (56) 及び，各通勤手段選択均衡の Δc^*

が異なることを考慮すると，居住地間の通勤費用の差 Δc^* が相対的に大きい通勤手段選択均衡は，他の通勤手段選択均衡に比べ，都心部の人口がより多くなるといえる．

そして，４章３節 b 項より，以下のことがいえる．

まず，全員が自動車を利用する均衡状態 C は Δc^* が最も大きいことから，都心部の人口が最も多くなることが分かる．これは，居住地２から１へ移るインセンティブが最も大きいため，他の均衡状態に比べ，より多くの労働者が居住地２から１へ移動するからだと考えられる．

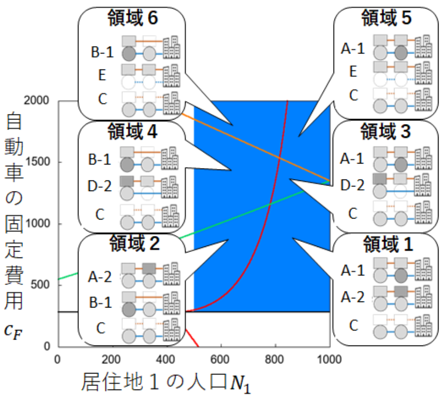
次に，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，全員が通勤手段の一方のみを利用する均衡状態 C・E に比べ，Δc^* が小さいことから郊外部の人口が多くなることが分かる．これは，居住地２から１へ移るインセンティブが相対的に小さいため，他の均衡状態に比べて，居住地２から１へ移動する労働者が比較的少ないからだと考えられる．

(4)　２居住地モデルにおける均衡状態の数値解析

a)　通勤手段選択均衡の変化

本項では，各通勤手段選択均衡の成立条件を用いて，パラメータ c_F, F, m, α_c と与件である N_a が変化した場合に，成立する通勤手段選択均衡はどのように変化するのかを示す．

まず，パラメータ c_F と N_1 が変化する場合において，成立する均衡状態は以下のようになる：



図–2　c_F, N_1 の変化と成立する均衡状態

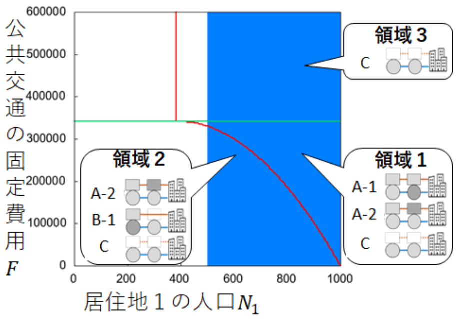
図 2 より，以下のことがわかる．

まず，赤色の境界線を超えるように居住地１の人口 N_1 が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは次の通りである．まず，均衡状態 B-1 では居住地１の労働者が全員自動車で通勤するため，居住地１の人口 N_1 の増加により道路１が非常に混雑する．これにより，自動車の混雑費用が増加する．これに伴い自動車の通勤費用も増加するため，一部の自動車利用者が通勤手段を公共交通に変更し，結果として均衡状態 A-1 に変化すると考えられる．

次に，緑色の境界線を超えるように自動車の固定費用 c_F が増加すると，均衡状態 A-2 は均衡状態 D-2 に変化する．これは，c_F の増加に伴い自動車の通勤費用も増加するため，結果として居住地１の自動車利用者全員が通勤手段を公共交通に変更するからだと考えられる．

最後に，オレンジ色の境界線を超えるように自動車の固定費用 c_F が増加すると，均衡状態 D-2 は均衡状態 E に変化する．これは，c_F の増加に伴い自動車の通勤費用も増加するため，結果として居住地２の自動車利用者全員が通勤手段を公共交通に変更するからだと考えられる．

次に，パラメータ F と N_1 が変化する場合において，成立する均衡状態は以下のようになる：



図–3　F, N_1 の変化と成立する均衡状態

図 3 より，以下のことがわかる．

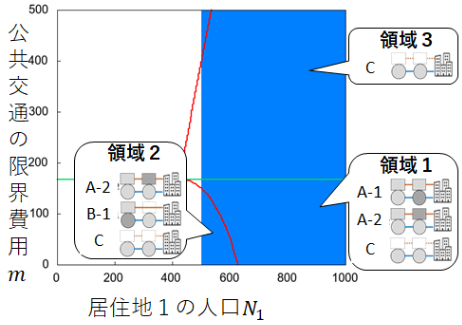
まず，赤色の境界線を超えるように居住地１の人口 N_1 が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは，図 2 で述べたことと同様である．

次に，赤色の境界線を超えるように公共交通の固定費用 F が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは次の通りである．前提として，公共交通には規模の経済がはたらくため，公共交通利用者が増加するほど 1 人あたりの固定費用負担分は減少する．よって，F が増加しても，公共交通利用者が増加し，1 人あたりの固定費用負担分が減少すれば，公共交通の通勤費用と自動車の通勤費用が等しくなることは起こり得る．したがって，F が増加しても，均衡状態 B-1 の居住地１の自動車利用者のうち一部が通勤手段を公共交通に変更した場合，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．

最後に，緑色の境界線を超えるように公共交通の固定費用 F が増加すると，均衡状態 A-1・A-2 は成立しなくなる．これは，F の増加に伴い公共交通の通勤費用も増加するため，結果として公共交通利用者全員が

通勤手段を自動車に変更するからだと考えられる．

パラメータ m と N_1 が変化する場合において，成立する均衡状態は以下のようになる：



図–4　m, N_1 の変化と成立する均衡状態

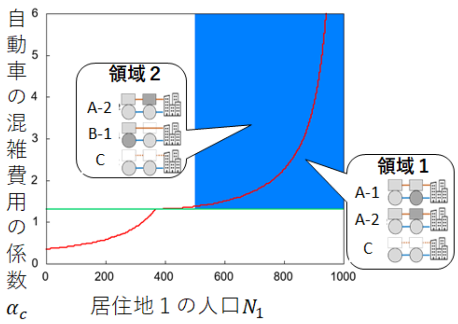
図 4 より，以下のことがわかる．

まず，赤色の境界線を超えるように居住地 1 の人口 N_1 が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは，図 2 で述べたことと同様である．

次に，赤色の境界線を超えるように公共交通の限界費用 m が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは次の通りである．前提として，公共交通には規模の経済がはたらくため，公共交通利用者が増加するほど 1 人あたりの固定費用負担分は減少する．よって，m が増加しても，公共交通利用者が増加し，1 人あたりの固定費用負担分が減少すれば，公共交通の通勤費用と自動車の通勤費用が等しくなることは起こり得る．したがって，m が増加しても，均衡状態 B-1 の居住地 1 の自動車利用者のうち一部が通勤手段を公共交通に変更した場合，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．

最後に，緑色の境界線を超えるように公共交通の限界費用 m が増加すると，均衡状態 A-1・A-2 は成立しなくなる．これは，m の増加に伴い公共交通の通勤費用も増加するため，結果として公共交通利用者全員が通勤手段を自動車に変更するからだと考えられる．

パラメータ α_c と N_1 が変化する場合において，成立する均衡状態は以下のようになる：



図–5　α_c, N_1 の変化と成立する均衡状態

ここで，自動車の混雑費用の係数 α_c が上昇すると，変化前後で交通量が一定であっても，自動車の混雑費用は増加する．このことに留意した上で，図 5 より，以下のことがわかる．

まず，赤色の境界線を超えるように居住地 1 の人口 N_1 が増加すると，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．このメカニズムは，図 2 で述べたことと同様である．

次に，赤色の境界線を超えるように自動車の混雑費用の係数 α_c が上昇すると，均衡状態 A-1 は均衡状態 B-1 に変化する．このメカニズムは次の通りである．前提として，公共交通には規模の経済がはたらくため，公共交通利用者が減少するほど 1 人あたりの固定費用負担分は増加する．よって，公共交通利用者が減少し，1 人当たりの固定費用負担分が増加すれば，α_c が上昇しても，公共交通の通勤費用と自動車の通勤費用が等しくなることは起こり得る．したがって，α_c が上昇しても，均衡状態 A-1 の居住地 1 の公共交通利用者のうち一部が通勤手段を自動車に変更した場合，均衡状態 B-1 は均衡状態 A-1 に変化する．

b)　各領域における均衡状態の居住地間の通勤費用の差の違い

本項では，各領域で成立している均衡状態の居住地間の通勤費用の差 Δc^* を比較する．

図 2 の各領域において，以下のような Δc^* の大小関係が確認された．

表–4　各領域における Δc^* の大小関係（c_F）

領域	Δ^* の大小関係
1	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{A-1} \cdot \Delta c^*_{A-2}$
2	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{B-1} > \Delta c^*_{A-2}$
3	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{D-2} > \Delta c^*_{A-1}$
4	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{B-1} or \Delta c^*_{D-2}$
5	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_E > \Delta c^*_{A-1}$
6	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_E > \Delta c^*_{B-1}$

なお，Δc^*_{Eq} は，均衡状態 Eq の居住地間の通勤費用の差 Δc^* を表す．また，領域 4 について，B-1 か D-2 の Δc^* がより大きいかは，N_1, c_F によって変化するため，明確な判断がつかない．

図 3，図 4，図 5 の各領域においては，全て同様に以下のような Δc^* の大小関係が確認された．

表–5　各領域における Δc^* の大小関係（F, m, α_c）

領域	Δ^* の大小関係
1	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{A-1} \cdot \Delta c^*_{A-2}$
2	$\Delta c^*_C > \Delta c^*_{B-1} > \Delta c^*_{A-2}$

表 4, 表 5 より，４章３節 b 項に加えて，次のことがいえる．

まず，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，居住地２は両方・居住地１は公共交通を利用する均衡状態 D よりも，居住地間の通勤費用の差 Δc^* が小さくなると考えられる．これは，Δc^* は居住地２から１へ向かう際の混雑費用 $\alpha_t n^*_{2,t}$ であり，均衡状態 A の $n^*_{2,t}$ は均衡状態 D の $n^*_{2,t}$ よりも小さいためである．

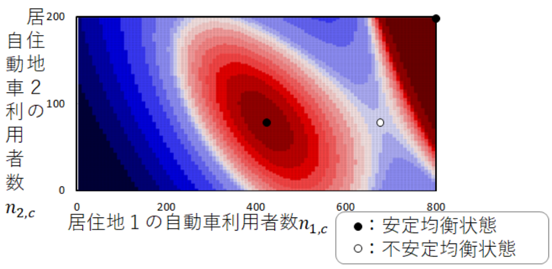
次に，均衡状態 A は，居住地２は両方・居住地１は自動車を利用する均衡状態 B よりも，居住地間の通勤費用の差 Δc^* が小さくなると考えられる．これは，Δc^* は居住地２から１へ向かう際の混雑費用 $\alpha_c n^*_{2,c}$ であり，均衡状態 A の $n^*_{2,c}$ は均衡状態 B の $n^*_{2,c}$ よりも小さいためである．

以上より，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，居住地間の通勤費用の差 Δc^* が最も小さくなると考えられる．

c) ポテンシャル関数を用いた通勤手段選択均衡の安定性解析

本項では，通勤手段選択均衡の安定性を調べる．具体的には，各居住地の人口が $N_1 = 800, N_2 = 200$ である場合において，各パラメータ c_F, F, m, α_c を変化させ，どの均衡状態が安定均衡状態であるか確認する．なお，解析に際して，ポテンシャル関数の最適化問題 (18a),(18b) を満たす状態 $\boldsymbol{n}^*$ のうち，ポテンシャル関数を局所的に最大化する均衡状態 $\boldsymbol{n}^*$ が安定均衡状態であり，その他の均衡状態 $\boldsymbol{n}^*$ が不安定均衡状態であることを用いる．

まず，基本パラメータ $c_F = 400, F = 300000, m = 50, \alpha_c = 1.5, \alpha_t = 1$ におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：

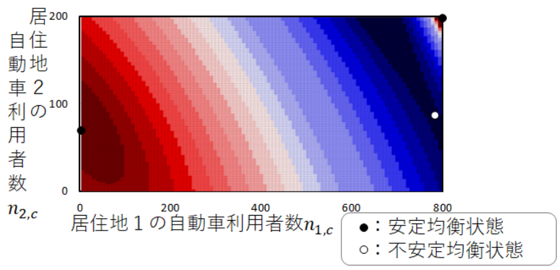


図–6 ポテンシャル関数の等高線図

なお，図 6 以降の図のグラデーションの色は，濃い赤色ほどポテンシャル関数の値が高く，濃い青色ほど値が低くなるように設定している．

まず，このパラメータにおいて成立する均衡状態は，A-1,A-2,C である．そして，図 6 より，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A のうち，自動車利用者数のより多い均衡状態 A-1 は，ポテンシャル関数の鞍点となっていることから不安定均衡であることが分かる．一方，均衡状態 A のうち，公共交通利用者数のより多い均衡状態 A-2 と，均衡状態 C は，ポテンシャル関数が局所的最大値を取っていることから，安定均衡であることが分かる．

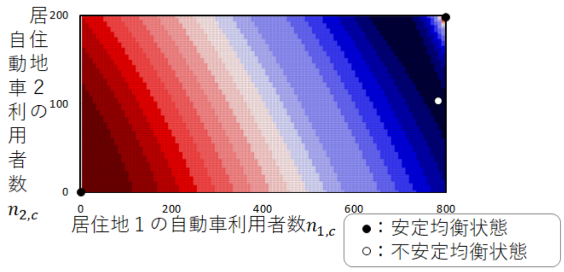
次に，基本パラメータに対し，c_F が $c_F = 1200$ まで上昇した場合におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：



図–7 ポテンシャル関数の等高線図（$c_F = 1200$）

このパラメータにおいて成立する均衡状態は，A,D,C である．そして，図 7 より，均衡状態 A は，ポテンシャル関数が局所的最小値を取っていることから不安定均衡であることが分かる．一方，均衡状態 D と C は，ポテンシャル関数が局所的最大値を取っていることから，安定均衡であることが分かる．

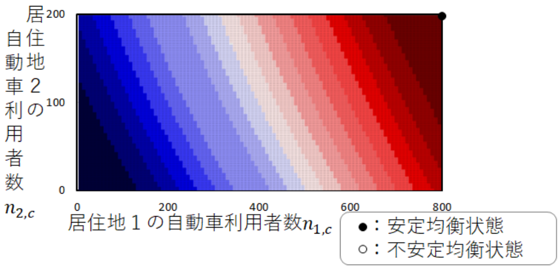
基本パラメータに対し，c_F が $c_F = 1600$ まで上昇した場合におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：



図–8 ポテンシャル関数の等高線図（$c_F = 1600$）

このパラメータにおいて成立する均衡状態は，A,C,E である．そして，図 8 より，均衡状態 A は，ポテンシャル関数が局所的最小値を取っていることから不安定均衡であることが分かる．一方，均衡状態 C と E は，ポテンシャル関数が局所的最大値を取っていることから，安定均衡であることが分かる．

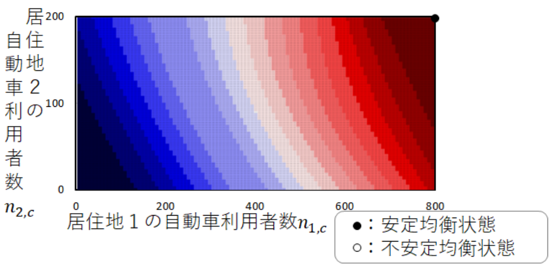
基本パラメータに対し，F が $F = 900000$ まで上昇した場合におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：



図–9 ポテンシャル関数の等高線図（$F = 900000$）

このパラメータにおいて成立する均衡状態は，C である．そして，図 9 より，確かに均衡状態 C のみが成立しており，安定均衡状態であることが分かる．

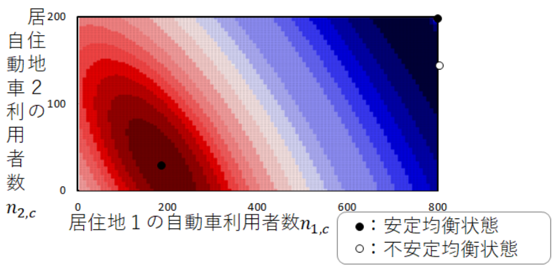
基本パラメータに対し，m が $m = 500$ まで上昇した場合におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：



図–10 ポテンシャル関数の等高線図（$m = 500$）

このパラメータにおいて成立する均衡状態は，C である．そして，図 10 より，確かに均衡状態 C のみが成立しており，安定均衡状態であることが分かる．

基本パラメータに対し，α_c が $\alpha_c = 6$ まで上昇した場合におけるポテンシャル関数の等高線図は以下のようになる：



図–11 ポテンシャル関数の等高線図（$\alpha_c = 6$）

このパラメータにおいて成立する均衡状態は，A,B,C である．そして，図 11 より，均衡状態 B は，ポテンシャル関数の鞍点であることから不安定均衡であることが分かる．一方，均衡状態 A と C は，ポテンシャル関数が局所的最大値を取っていることから，安定均衡であることが分かる．

このようにポテンシャル関数を用いることで安定性を確認することができる．

また，以下の 2 つのことがわかった．

まず，全員が自動車を利用する均衡状態 C は，ポテンシャル関数が各居住地の人口やパラメータによらず局所的最大値を取ることから，必ず安定均衡状態であることがわかった．これは，公共交通の利用者がいない場合，公共交通の通勤費用が自動車よりも必ず高くなるためである．また，公共交通の方が高くなる原因は，公共交通の規模の経済のメリットを発揮できていないために生じる．まず，公共交通の通勤費用には一人当たりの固定費用負担分が含まれており，これは公共交通の固定費用を公共交通利用者全員で折半したものである．均衡状態 C では，公共交通利用者が存在しないため，一人当たりの固定費用負担分は無限大となる．このように，公共交通の規模の経済のメリットを発揮できていないために，公共交通の通勤費用は自動車よりも必ず極端に高くなる．以上の理由から，均衡状態 C は必ず安定均衡状態である．
また仮に，均衡状態 C において，ごく少数の労働者が通勤手段を公共交通に変更した場合を考える．その場合，その労働者達はごく少数で公共交通の莫大な固定費用を負担することになる．よってこのような場合でも，公共交通の通勤費用が自動車に比べ極端に高くなるため，結果として，通勤手段を公共交通に変更した労働者達は，再び自動車を選択する．以上のメカニズムより，均衡状態 C は必ず安定均衡状態であると考えられる．

次に，均衡状態が 3 つ成立する場合，安定均衡状態の一つは均衡状態 C であるが，残る 2 つのうち，公共交通利用者数のより多い均衡状態が安定均衡状態であり，公共交通利用者数のより少ない均衡状態が不安定均衡状態であることがわかった．

そしてこれらは，公共交通をより多くの人々に利用してもらわなければ，全員が自動車を利用する状況に陥りかねないこと，対策を講じない限り，その状況から抜け出せなくなってしまうことを示唆している．

d) 各均衡状態の人口流入の違い

各均衡状態の人口流入の違いを確認する．具体的には，4 章 4 節 b 項に記載した各領域における Δc^* の大小関係（表 4, 表 5）と，4 章 3 節 d 項で導いた Δc^* が大きい均衡状態ほど都心部の人口が多くなる性質を用いて，どの均衡状態が最も都心部の人口が多くなるのか，あるいは郊外部の人口が多くなるのか，確認する．

まず，表 4 より，c_F が変化する領域図 2 の各領域において，以下のような人口流入の違いが確認された．

表–6 各領域における人口流入の違い（c_F）

領域	都心部人口最多		郊外部人口最多
1	C		A-1・A-2
2	C	B-1	A-2
3	C	D-2	A-1
4	C		B-1orD-2
5	C	E	A-1
6	C	E	B-1

なお，領域４について，B-1 か D-2 のどちらがより郊外部の人口が多くなるかは，Δc^* の大小関係によって変化するため，明確な判断がつかない．

表 5 より，F，m,α_c のいずれかが変化する領域図である図 3, 図 4, 図 5 の各領域において，全て同様に以下のような人口流入の違いが確認された．

表–7 各領域における人口流入の違い（F, m, α_c）

領域	都心部人口最多		郊外部人口最多
1	C		A-1・A-2
2	C	B-1	A-2

表 6, 表 7 より，４章３節 d 項に加えて，次のことがいえる．

まず，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，居住地２は両方・居住地１は公共交通を利用する均衡状態 D よりも，郊外部の人口がより多くなると考えられる．また均衡状態 A は，居住地２は両方・居住地１は自動車を利用する均衡状態 B よりも，郊外部の人口がより多くなると考えられる．これらは，均衡状態 A の Δc^*，すなわち居住地２から１へ移るインセンティブが相対的に小さく，居住地２から１へ移動する労働者が相対的に少ないために生じる．

以上より，各居住地に両方の通勤手段利用者が存在する均衡状態 A は，郊外部の人口が最も多くなると考えられる．

5. ２居住地モデルの社会的最適状態

本章では，社会的最適状態や政策のより具体的な特性を明らかにするため，２居住地モデルにおける理論・数値解析を行う．

(1) 政策導入による影響

本節では，成立し得る均衡状態に対し，３章２節で求めた混雑料金と補助金を導入した場合の影響を明らかにする．

通勤手段選択に対する影響については，各通勤手段の効用増分で判断することができる．具体的には，公共交通を利用する場合の効用増分 $-\sum_{d=1}^{a} x_{a,t} c_t'(x_{a,t}) + \frac{F}{N_t}$ と，自動車を利用する場合の効用増分 $-\sum_{d=1}^{a} x_{a,c} c_c'(x_{a,c})$ を比較し，より効用増分の大きい通勤手段の利用が促進されると判断できる．以上を用いると，政策導入による通勤手段選択への影響は以下のようになる．

表–8 政策導入による通勤手段選択への影響

均衡状態	居住地	影響
A-1	居住地１	公共交通の利用が促進される
	居住地２	公共交通の利用が促進される
A-2	居住地１	関係式 (VI.13) による
	居住地２	関係式 (VI.14) による
B-1	居住地１	公共交通の利用が促進される
	居住地２	公共交通の利用が促進される
B-2	居住地１	関係式 (VI.23) による
	居住地２	関係式 (VI.24) による
C	居住地１	公共交通の利用が促進される
	居住地２	公共交通の利用が促進される
D-1	居住地１	公共交通の利用が促進される
	居住地２	公共交通の利用が促進される
D-2	居住地１	関係式 (VI.37) による
	居住地２	関係式 (VI.38) による
E	居住地１	関係式 (VI.43) による
	居住地２	関係式 (VI.44) による

なお，関係式と導出過程は付録 V を参照．

表 8 より，全員が自動車を利用する均衡状態 C では，必ず公共交通の利用が促進されることが明らかである．これは，政策導入による公共交通利用時の効用増分が自動車利用時よりも必ず高くなるためである．また，公共交通の方が高くなる理由は次の通りである．まず，公共交通を利用する場合は，公共交通利用者が存在しないために公共交通の混雑料金はゼロであり，また，補助金をもらうことができる．一方，自動車を利用する場合は，全員が自動車を利用しているために自動車の混雑料金は非常に高くなっている．よって，公共交通利用時の効用増分は自動車よりも必ず高くなる．したがって，政策導入後の均衡状態 C においては，必ず公共交通の利用が促進される．

また，同一のパターンの均衡状態であっても，通勤手段選択への影響に違いが生じ得ることがわかった．

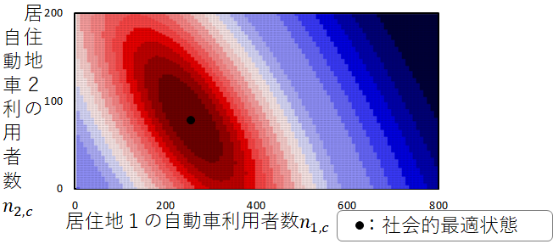
続いて，居住地選択に対する影響について述べる．居住地選択に対する影響は，成立し得る全ての均衡状態

において，政策導入前に比べ都心部の人口が多くなることがわかった．なお，証明は付録 VI を参照．

(2) 社会的最適状態の数値解析

本項では，社会的最適状態が一意であることを示す．

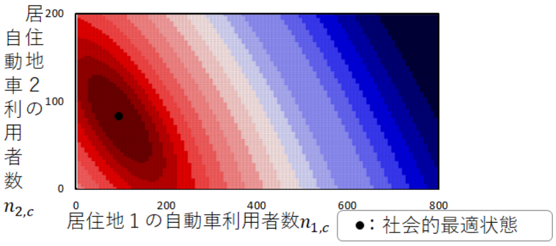
基本パラメータ $c_F = 400, F = 300000, m = 50, \alpha_c = 1.5, \alpha_t = 1$ における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



図–12 社会厚生関数の等高線図

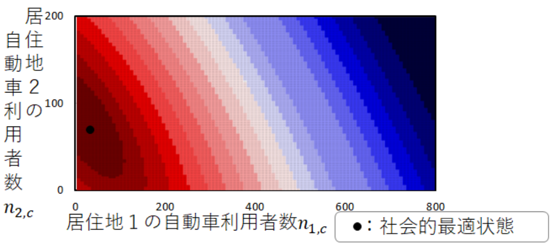
なお，図 12 以降の図のグラデーションの色は，濃い赤色ほど社会厚生関数の値が高く，濃い青色ほど値が低くなるように設定している．

基本パラメータに対し，c_F が $c_F = 1200$ まで上昇した場合における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



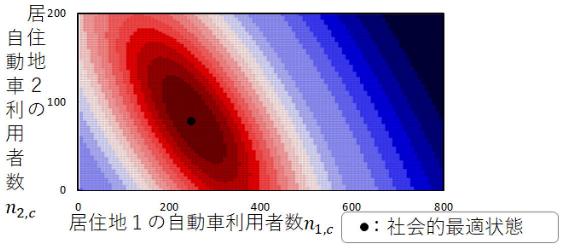
図–13 社会厚生関数の等高線図（$c_F = 1200$）

基本パラメータに対し，c_F が $c_F = 1600$ まで上昇した場合における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



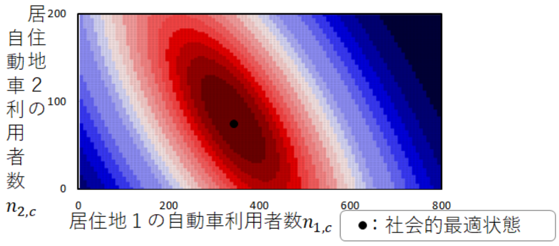
図–14 社会厚生関数の等高線図（$c_F = 1200$）

基本パラメータに対し，F が $F = 900000$ まで上昇した場合における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



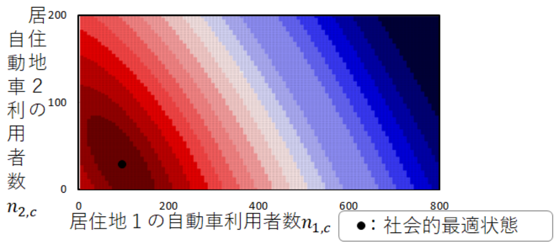
図–15 社会厚生関数の等高線図（$F = 900000$）

基本パラメータに対し，m が $m = 500$ まで上昇した場合における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



図–16 社会厚生関数の等高線図（$m = 500$）

基本パラメータに対し，α_c が $\alpha_c = 6$ まで上昇した場合における社会厚生関数の等高線図は以下のようになる：



図–17 社会厚生関数の等高線図（$\alpha_c = 6$）

以上より，パラメータの値によらず，社会厚生関数 $W(\boldsymbol{n})$ は必ず単峰になることが分かる．以上より，社会的最適状態は一意に定まることがわかる．

6. おわりに

本研究では，公共交通における規模の経済を考慮した居住地・通勤手段選択モデルを構築した．そして，多居住地モデルにおいて，ポテンシャル関数が存在することを示した．また，社会的最適状態が一意に定まること，社会的最適状態への誘導策は混雑料金と補助金であることを明らかにした．次に，均衡状態や政策の詳細な性質を調べるため，２居住地モデルでの理論分析と数値解析を行った．その結果，以下に示す知見が得られた：１）規模の経済を考慮しているため，複数の

均衡状態が成立し得る．２）通勤手段選択均衡において，公共交通利用者が少なければ，全員が自動車を利用する状況に陥りかねない．すなわち，公共交通を利用し続けてもらうには，より多くの人々に公共交通を利用してもらう必要がある．３）通勤手段として自動車のみが利用される場合は，他の場合に比べて都心部の人口がより多くなる．また，自動車と公共交通の両方が利用される場合は，他の場合に比べて郊外部の人口がより多くなる．４）政策を導入した場合，導入前に比べ，都心部の人口がより多くなる．

本稿では，居住地が２つであり，混雑費用が交通量の線形関数であるという仮定の下で，理論分析や数値解析を行った．しかし，これら仮定は，分析結果に大きな影響を与えていると考えられる．したがって，多居住地モデルや混雑費用が非線形関数である場合の理論分析や数値解析が，今後の発展として期待される．

謝辞:　本研究は国土交通省新道路技術会議「道路政策の質の向上に資する技術研究開発: 公共交通ターミナル整備の空間経済分野に関する研究開発 (代表者: 高山雄貴金沢大学准教授)」と,JST 創発的研究支援事業 JP-MJFR215M の支援を受けた. ここに記して謝意を表したい.

付録 I.　ポテンシャル関数の存在の証明

条件 (13) は，Sandholm により，”externality symmetry”と呼ばれる次の条件と対等であることが示されている：

$$\frac{\partial v_{a,i}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{b,j}} = \frac{\partial v_{b,j}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,i}} \ \forall a,b \in \mathcal{A}, i,j \in \mathcal{B} \text{ and } \boldsymbol{n} \in \Delta \tag{I.1}$$

本モデルの $\frac{\partial v_{a,i}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{b,j}}$ は，式 (I.1) を用いて以下で表される：

$$\frac{\partial v_{a,c}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{b,c}} = -\sum_{d=1}^{min\{a,b\}} \frac{\partial c_c(x_d,c)}{\partial n_{b,c}} = \frac{\partial v_{b,c}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,c}} \tag{I.2}$$

$$\frac{\partial v_{a,t}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{b,t}} = -\sum_{d=1}^{min\{a,b\}} \frac{\partial c_t(x_d,t)}{\partial n_{b,t}} + \frac{F}{N_t^2} = \frac{\partial v_{b,t}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,t}} \tag{I.3}$$

$$\frac{\partial v_{a,i}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,j}} = h'(N_a) = \frac{\partial v_{a,j}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,i}} \tag{I.4}$$

$$\frac{\partial v_{a,i}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{b,j}} = \frac{\partial v_{b,j}(\boldsymbol{n})}{\partial n_{a,i}} \tag{I.5}$$

よって，ゲーム S は (I.1) を満たす．
したがって，ゲーム S はポテンシャル関数 (14) を持つポテンシャルゲームである．

付録 II.　ポテンシャル関数の形状について

本章では，ポテンシャル関数 $P(\boldsymbol{n})$ を構成する $P_2(\boldsymbol{n})$ が凹関数,$P_3(\boldsymbol{n})$ が凸関数であることを示す．

まず，$P_2(\boldsymbol{n})$ が凹関数であることを示す．
$P_2(\boldsymbol{n})$ の Hessian 行列は以下のようになる：

$$\nabla^2 P_2(\boldsymbol{n}) = \frac{F}{N_t^2}\begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ -1 & 0 & \dots & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.1}$$

ここで，$\otimes$ をクロネッカー積，$\boldsymbol{E}$ を全ての要素が 1 の $A \times A$ 行列であるとすると，$\nabla^2 P_2(\boldsymbol{n})$ は以下のように表される：

$$\nabla^2 P_2(\boldsymbol{n}) = \frac{F}{N_t^2}\begin{bmatrix} \boldsymbol{B} & \dots & \boldsymbol{B} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{B} & \dots & \boldsymbol{B} \end{bmatrix} = \frac{F}{N_t^2}(\boldsymbol{E} \otimes \boldsymbol{B}) \tag{II.2}$$

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{II.3}$$

この Hessian 行列 $\nabla^2 P_2(\boldsymbol{n})$ の固有値 $\lambda_{a,i}$ は，$\boldsymbol{E}$ の固有値 e_a，$\boldsymbol{B}$ の固有値 b_i を用いて，以下で表される：

$$\lambda_{a,i} = e_a b_i \tag{II.4}$$

ここで，$e_a = 0, A$，$b_i = -1, 0$ であることから，$\lambda_{a,i} \leq 0$ である．よって，$\nabla^2 P_2(\boldsymbol{n})$ は半負定値である．したがって，$P_2(\boldsymbol{n})$ は凹関数である．

続いて，$P_3(\boldsymbol{n})$ が凸関数であることを示す．
$P_3(\boldsymbol{n})$ の Hessian 行列は以下のようになる：

$$\nabla^2 P_3(\boldsymbol{n}) = \begin{bmatrix} -h'(N_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -h'(N_2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & -h'(N_A) \end{bmatrix} \tag{II.5}$$

ここで, $h(N_a)$ は単調減少関数であることより, $h'(N_a) < 0$ である．よって，$\nabla^2 P_3(\boldsymbol{n})$ の固有値は全て正である．したがって，$W_3(\boldsymbol{n})$ は凸関数である．

付録 III.　政策の導出

本研究では，均衡状態と社会的最適状態が一致するような政策を考える．

均衡条件は以下の通り：

$$\begin{cases} v^* = w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) \\ \qquad -m - \frac{F}{N_t} + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,t} > 0 & \text{(III.1a)} \\ v^* = w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) \\ \qquad -c_F + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,c} > 0 & \text{(III.1b)} \\ v^* \geq w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) \\ \qquad -m - \frac{F}{N_t} + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,t} = 0 & \text{(III.1c)} \\ v^* \geq w - \sum_{d=1}^{a} c_t(x_{a,t}) \\ \qquad -c_F + h(N_a) \quad \text{if} \quad n_{a,c} = 0 & \text{(III.1d)} \end{cases}$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{i \in \mathcal{B}} n_{a,i} = N \qquad \text{(III.2)}$$

ここで，政策は，$\lambda_{a,i} = v^*_{a,i} - p_{a,i} + \phi_{a,i}$ となるような，税金 $p_{a,i}$ と補助金 $\phi_{a,t}$ である．均衡条件と社会的最適状態が満たす条件 (29a),(29b),(29c),(29d),(30) より，税金と補助金は各々以下のように求まる：

$$p_{a,i} = \sum_{d=1}^{a} x_{a,i} c'_i(x_{a,i}), \quad \phi_{a,t} = +\frac{F}{N_t} \qquad \text{(III.3)}$$

付録 IV. ２居住地モデルにおける通勤手段選択均衡の導出

A：均衡条件 (40a),(41a)

下記の均衡条件を満たす均衡状態を求める：

$$\begin{cases} c_{1,t} = c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} > 0, \quad n_{1,c} > 0 & \text{(40a)} \\ c_{2,t} = c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} > 0, \quad n_{2,c} > 0 & \text{(41a)} \end{cases}$$

均衡条件を用いて $n_{a,i}$ について解くと，以下の２つの均衡状態が求まる：

A-1: 状態１

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = \gamma_c N_1 - \frac{\gamma_c N}{2} + \frac{\kappa - \sqrt{D_1}}{2(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.2a)} \\ n^*_{1,c} = \gamma_t N_1 + \frac{\gamma_c N}{2} - \frac{\kappa - \sqrt{D_1}}{2(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.2b)} \\ n^*_{2,t} = \gamma_c N_2 & \text{(IV.2c)} \\ n^*_{2,c} = \gamma_t N_2 & \text{(IV.2d)} \end{cases}$$

A-2: 状態２

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = \gamma_c N_1 - \frac{\gamma_c N}{2} + \frac{\kappa + \sqrt{D_1}}{2(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.3a)} \\ n^*_{1,c} = \gamma_t N_1 + \frac{\gamma_c N}{2} - \frac{\kappa + \sqrt{D_1}}{2(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.3b)} \\ n^*_{2,t} = \gamma_c N_2 & \text{(IV.3c)} \\ n^*_{2,c} = \gamma_t N_2 & \text{(IV.3d)} \end{cases}$$

ただし，$D_1 = (\alpha_c N + \kappa)^2 - 4F(\alpha_t + \alpha_c)$ である．

また，状態１における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c^*_1 = \frac{\gamma_c}{2} \left\{ (\alpha_c + 2\alpha_t)N - \kappa + \sqrt{D_1} \right\} + c_F & \text{(IV.4a)} \\ c^*_2 = c^*_1 + \gamma_c \alpha_t N_2 & \text{(IV.4b)} \end{cases}$$

同様に，状態２における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c^*_1 = \frac{\gamma_c}{2} \left\{ (\alpha_c + 2\alpha_t)N - \kappa - \sqrt{D_1} \right\} + c_F & \text{(IV.5a)} \\ c^*_2 = c^*_1 + \gamma_c \alpha_t N_2 & \text{(IV.5b)} \end{cases}$$

また, この２つの均衡状態の成立条件は, 非負条件 $n_{a,i} > 0$，$D_1 = (\alpha_c N + \kappa)^2 - 4F(\alpha_t + \alpha_c) \geq 0$ である．

均衡条件 (40a),(41b)

下記の均衡条件を満たす状態は存在しないことを示す：

$$\begin{cases} c_{1,t} = c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} > 0, \quad n_{1,c} > 0 & \text{(40a)} \\ c_{2,t} \geq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} = 0, \quad n_{2,c} = N_1 & \text{(41b)} \end{cases}$$

居住地２における各通勤手段の通勤費用は，均衡条件 (40a) が成立すると仮定すると，c^*_1 を用いて以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{2,t} = c^*_1 + \alpha_t n_{2,t} & \text{(IV.7a)} \\ c_{2,c} = c^*_1 + \alpha_c n_{2,c} & \text{(IV.7b)} \end{cases}$$

均衡条件 (41b) より，$n_{2,t} = 0$，$n_{2,c} = N_2$ をそれぞれの通勤費用に代入し，$c_{2,t} \geq c_{2,c}$ が成立すればよい．それぞれの通勤費用に代入すると以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{2,t} = c^*_1 & \text{(IV.8a)} \\ c_{2,c} = c^*_1 + \alpha_c N_2 & \text{(IV.8b)} \end{cases}$$

$\alpha_c N_2 > 0$ より，$c_{2,t} \geq c_{2,c}$ は成立しない．よって，均衡条件 (40a),(41b) を満たす状態は存在しない．

均衡条件 (40a),(41c)

下記の均衡条件を満たす状態は存在しないことを示す：

$$\begin{cases} c_{1,t} = c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} > 0, \quad n_{1,c} > 0 & \text{(40a)} \\ c_{2,t} \leq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} = N_1, \quad n_{2,c} = 0 & \text{(41c)} \end{cases}$$

居住地２における各通勤手段の通勤費用は，均衡条件 (40a) が成立すると仮定すると，c^*_1 を用いて以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{2,t} = c^*_1 + \alpha_t n_{2,t} & \text{(IV.10a)} \\ c_{2,c} = c^*_1 + \alpha_c n_{2,c} & \text{(IV.10b)} \end{cases}$$

均衡条件 (41c) より，$n_{2,t} = N_2$，$n_{2,c} = 0$ をそれぞれの通勤費用に代入し，$c_{2,t} \leq c_{2,c}$ が成立すればよい．それぞれの通勤費用に代入すると以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{2,t} = c^*_1 + \alpha_t N_2 & \text{(IV.11a)} \\ c_{2,c} = c^*_1 & \text{(IV.11b)} \end{cases}$$

$\alpha_t N_2 > 0$ より，$c_{2,t} \leq c_{2,c}$ は成立しない．よって，均衡条件 (40a),(41c) を満たす状態は存在しない．

B: 均衡条件 (40b),(41a)

下記の均衡条件を満たす均衡状態を求める：

$$\begin{cases} c_{1,t} \geq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t}=0, \quad n_{1,c}=N_1 & \text{(40b)} \\ c_{2,t} = c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t}>0, \quad n_{2,c}>0 & \text{(41a)} \end{cases}$$

均衡条件 (40b) が成立すると仮定して，$n_{a,i}$ について解くと，以下の２つの均衡状態が求まる：

B-1: 状態１

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = 0 & \text{(IV.13a)} \\ n^*_{1,c} = N_1 & \text{(IV.13b)} \\ n^*_{2,t} = \dfrac{\gamma_c(N+N_2)}{4} + \dfrac{\kappa - \sqrt{D_4}}{4(\alpha_t+\alpha_c)} & \text{(IV.13c)} \\ n^*_{2,c} = N_2 - \dfrac{\gamma_c(N+N_2)}{4} - \dfrac{\kappa - \sqrt{D_4}}{4(\alpha_t+\alpha_c)} & \text{(IV.13d)} \end{cases}$$

B-2: 状態２

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = 0 & \text{(IV.14a)} \\ n^*_{1,c} = N_1 & \text{(IV.14b)} \\ n^*_{2,t} = \dfrac{\gamma_c(N+N_2)}{4} + \dfrac{\kappa + \sqrt{D_4}}{4(\alpha_t+\alpha_c)} & \text{(IV.14c)} \\ n^*_{2,c} = N_2 - \dfrac{\gamma_c(N+N_2)}{4} - \dfrac{\kappa + \sqrt{D_4}}{4(\alpha_t+\alpha_c)} & \text{(IV.14d)} \end{cases}$$

ただし，$D_4 = \{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\}^2 - 8F(\alpha_t+\alpha_c)$ である．

また，状態１における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \dfrac{3\gamma_t+2\gamma_c}{4}\{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\} \\ \qquad + \dfrac{(\gamma_t+2\gamma_c)}{4}\sqrt{D_4} + m & \text{(IV.15a)} \\ c_{1,c} = \alpha_c N - \dfrac{\gamma_c}{4}\{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\} \\ \qquad + \dfrac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_4} + c_F & \text{(IV.15b)} \\ c^*_2 = \dfrac{2\gamma_t+\gamma_c}{2}\alpha_c(N+N_2) \\ \qquad - \dfrac{\gamma_c}{2}(\kappa - \sqrt{D_4}) + c_F & \text{(IV.15c)} \end{cases}$$

状態１の成立条件は, 非負条件 $n_{a,i} > 0$, $D_4 = \{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\}^2 - 8F(\alpha_t+\alpha_c) \geq 0$，以下の条件式である：

$$c_{1,t} - c_{1,c} \qquad \text{(IV.16)}$$
$$= \frac{1}{4}(3\alpha_c N_2 - \alpha_c N - \kappa + \sqrt{D_4}) \geq 0 \qquad \text{(IV.17)}$$

同様に，状態２における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \dfrac{3\gamma_t+2\gamma_c}{4}\{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\} \\ \qquad - \dfrac{(\gamma_t+2\gamma_c)}{4}\sqrt{D_4} + m & \text{(IV.18a)} \\ c_{1,c} = \alpha_c N - \dfrac{\gamma_c}{4}\{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\} \\ \qquad - \dfrac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_4} + c_F & \text{(IV.18b)} \\ c^*_2 = \dfrac{2\gamma_t+\gamma_c}{2}\alpha_c(N+N_2) \\ \qquad - \dfrac{\gamma_c}{2}(\kappa + \sqrt{D_4}) + c_F & \text{(IV.18c)} \end{cases}$$

状態１の成立条件は, 非負条件 $n_{a,i} > 0$, $D_4 = \{\alpha_c(N+N_2)+\kappa\}^2 - 8F(\alpha_t+\alpha_c) \geq 0$，以下の条件式である：

$$c_{1,t} - c_{1,c} \qquad \text{(IV.19)}$$
$$= \frac{1}{4}(3\alpha_c N_2 - \alpha_c N - \kappa - \sqrt{D_4}) \geq 0 \qquad \text{(IV.20)}$$

C: 均衡条件 (40b),(41b)

下記の均衡条件を満たす均衡状態を求める：

$$\begin{cases} c_{1,t} \geq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t}=0, \quad n_{1,c}=N_1 & \text{(40b)} \\ c_{2,t} \geq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t}=0, \quad n_{2,c}=N_2 & \text{(41b)} \end{cases}$$

均衡条件を用いて $n_{a,i}$ について解くと，以下の均衡状態が求まる：

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = 0 & \text{(IV.22a)} \\ n^*_{1,c} = N_1 & \text{(IV.22b)} \\ n^*_{2,t} = 0 & \text{(IV.22c)} \\ n^*_{2,c} = N_2 & \text{(IV.22d)} \end{cases}$$

また，各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c^*_1 = \alpha_c N + c_F & \text{(IV.23a)} \\ c^*_2 = \alpha_c(N+N_2) + c_F & \text{(IV.23b)} \end{cases}$$

均衡条件 (40b),(41c)

下記の均衡条件を満たす状態は存在しないことを示す：

$$\begin{cases} c_{1,t} \geq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t}=0, \quad n_{1,c}=N_1 & \text{(40b)} \\ c_{2,t} \leq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t}=N_1, \quad n_{2,c}=0 & \text{(41c)} \end{cases}$$

均衡条件が成立すると仮定すると，各通勤費用は以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \alpha_t N_2 + m + \dfrac{F}{N_2} & \text{(IV.25a)} \\ c_{1,c} = \alpha_c N_1 + c_F & \text{(IV.25b)} \\ c_{2,t} = 2\alpha_t N_2 + m + \dfrac{F}{N_2} & \text{(IV.25c)} \\ c_{2,c} = \alpha_c N_1 + c_F & \text{(IV.25d)} \end{cases}$$

以下の関係式が成立する場合，均衡条件 (40a) が成立する：

$$c_{1,t} \geq c_{1,c} \tag{IV.26}$$

$$\alpha_t N_2 + m + \frac{F}{N_2} \geq \alpha_c N_1 + c_F \tag{IV.27}$$

同様に，以下の関係式が成立する場合，均衡条件 (41c) が成立する：

$$c_{2,t} \leq c_{2,c} \tag{IV.28}$$

$$2\alpha_t N_2 + m + \frac{F}{N_2} \leq \alpha_c N_1 + c_F \tag{IV.29}$$

よって, 以下の関係式が成立すれば, 均衡条件 (40b),(41c) の双方が成立する：

$$2\alpha_t N_2 + m + \frac{F}{N_2} \leq \alpha_c N_1 + c_F \leq \alpha_t N_2 + m + \frac{F}{N_2} \tag{IV.30}$$

ここで，$N_2 > 0$ より，上記の関係式は成立しない．したがって，均衡条件 (40b),(41c) を満たす状態は存在しない．

D: 均衡条件 (40c),(41a)

下記の均衡条件を満たす均衡状態を求める：

$$\begin{cases} c_{1,t} \leq c_{1,c} & \text{if} \quad n_{1,t} = N_1, \quad n_{1,c} = 0 \quad (40c) \\ c_{2,t} = c_{2,c} & \text{if} \quad n_{2,t} > 0, \quad n_{2,c} > 0 \quad (41a) \end{cases}$$

均衡条件 (40c) が成立すると仮定して，$n_{a,i}$ について解くと，以下の２つの均衡状態が求まる：

D-1: 状態１

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = N_1 & \text{(IV.32a)} \\ n^*_{1,c} = 0 & \text{(IV.32b)} \\ n^*_{2,t} = \dfrac{3\gamma_t(N_2 - N)}{4} + \dfrac{\gamma_c(2N_2 - N)}{2} + \dfrac{\kappa - \sqrt{D_7}}{4(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.32c)} \\ n^*_{2,c} = \dfrac{\gamma_t(N_2 + 3N)}{4} + \dfrac{\gamma_c N}{2} - \dfrac{\kappa - \sqrt{D_7}}{4(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.32d)} \end{cases}$$

D-2: 状態２

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = N_1 & \text{(IV.33a)} \\ n^*_{1,c} = 0 & \text{(IV.33b)} \\ n^*_{2,t} = \dfrac{3\gamma_t(N_2 - N)}{4} + \dfrac{\gamma_c(2N_2 - N)}{2} + \dfrac{\kappa + \sqrt{D_7}}{4(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.33c)} \\ n^*_{2,c} = \dfrac{\gamma_t(N_2 + 3N)}{4} + \dfrac{\gamma_c N}{2} - \dfrac{\kappa + \sqrt{D_7}}{4(\alpha_t + \alpha_c)} & \text{(IV.33d)} \end{cases}$$

ただし，$D_7 = (\alpha_t N_1 + 2\alpha_c N + \kappa)^2 - 8F(\alpha_t + \alpha_c)$ である．

また，状態１における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \dfrac{\gamma_t}{4}\{(3\alpha_t + 4\alpha_c)N_1 + 3\kappa\} \\ \quad + \dfrac{\gamma_c}{4}\{2\alpha_t N_2 + 4(\alpha_t + \alpha_c)N + 2\kappa\} \\ \quad + m + \dfrac{\gamma_t + 2\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} & \text{(IV.34a)} \\ c_{1,c} = \dfrac{\gamma_c}{4}\{\alpha_t N_2 + (3\alpha_t + 2\alpha_c)N - \kappa\} \\ \quad + \dfrac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} + c_F & \text{(IV.34b)} \\ c^*_2 = \dfrac{\gamma_c}{2}\left\{\alpha_t N_2 + (3\alpha_t + 2\alpha_c)N - \kappa + \sqrt{D_7}\right\} \\ \quad + c_F & \text{(IV.34c)} \end{cases}$$

状態１の成立条件は，非負条件 $n_{a,i} > 0$，$D_7 = (\alpha_t N_1 + 2\alpha_c N + \kappa)^2 - 8F(\alpha_t + \alpha_c) \geq 0$，以下の条件式である：

$$c_{1,c} - c_{1,t} \tag{IV.35}$$

$$= -3\alpha_t N_1 - 2\alpha_c N + \kappa - \sqrt{D_7} \geq 0 \tag{IV.36}$$

同様に，状態２における各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \dfrac{\gamma_t}{4}\{(3\alpha_t + 4\alpha_c)N_1 + 3\kappa\} \\ \quad + \dfrac{\gamma_c}{4}\{2\alpha_t N_2 + 4(\alpha_t + \alpha_c)N + 2\kappa\} \\ \quad + m - \dfrac{\gamma_t + 2\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} & \text{(IV.37a)} \\ c_{1,c} = \dfrac{\gamma_c}{4}\{\alpha_t N_2 + (3\alpha_t + 2\alpha_c)N - \kappa\} \\ \quad - \dfrac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} + c_F & \text{(IV.37b)} \\ c^*_2 = \dfrac{\gamma_c}{2}\left\{\alpha_t N_2 + (3\alpha_t + 2\alpha_c)N - \kappa - \sqrt{D_7}\right\} \\ \quad + c_F & \text{(IV.37c)} \end{cases}$$

状態１の成立条件は，非負条件 $n_{a,i} > 0$，$D_7 = (\alpha_t N_1 + 2\alpha_c N + \kappa)^2 - 8F(\alpha_t + \alpha_c) \geq 0$，以下の条件式である：

$$c_{1,c} - c_{1,t} \tag{IV.38}$$

$$= -3\alpha_t N_1 - 2\alpha_c N + \kappa + \sqrt{D_7} \geq 0 \tag{IV.39}$$

均衡条件 (40c),(41b)

下記の均衡条件を満たす状態は存在しないことを示す：

$$\begin{cases} c_{1,t} \leq c_{1,c} & \text{if} \quad n_{1,t} = N_1, \quad n_{1,c} = 0 \quad (40c) \\ c_{2,t} \geq c_{2,c} & \text{if} \quad n_{2,t} = 0, \quad n_{2,c} = N_2 \quad (41b) \end{cases}$$

均衡条件が成立すると仮定すると，各通勤費用は以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \alpha_t N_1 + m + \dfrac{F}{N_1} & \text{(IV.41a)} \\ c_{1,c} = \alpha_c N_2 + c_F & \text{(IV.41b)} \\ c_{2,t} = \alpha_t N_1 + m + \dfrac{F}{N_1} & \text{(IV.41c)} \\ c_{2,c} = 2\alpha_c N_2 + c_F & \text{(IV.41d)} \end{cases}$$

以下の関係式が成立する場合，均衡条件 (40c) が成立

する：

$$c_{1,t} \leq c_{1,c} \tag{IV.42}$$

$$\alpha_t N_1 + m + \frac{F}{N_1} \leq \alpha_c N_2 + c_F \tag{IV.43}$$

同様に, 以下の関係式が成立する場合, 均衡条件 (41b) が成立する：

$$c_{2,t} \geq c_{2,c} \tag{IV.44}$$

$$\alpha_t N_1 + m + \frac{F}{N_1} \geq 2\alpha_c N_2 + c_F \tag{IV.45}$$

よって, 以下の関係式が成立すれば, 均衡条件 (40c),(41b) の双方が成立する：

$$2\alpha_c N_2 + c_{fuel} \leq \alpha_t N_1 + m + \frac{F}{N_1} \leq \alpha_c N_2 + c_{fuel} \tag{IV.46}$$

ここで，$N_2 > 0$ より，上記の関係式は成立しない．したがって，均衡条件 (40c),(41b) を満たす状態は存在しない．

E: 均衡条件 (40c),(41c)

下記の均衡条件を満たす均衡条件を求める：

$$\begin{cases} c_{1,t} \leq c_{1,c} \quad \text{if} \quad n_{1,t} = N_1, \quad n_{1,c} = 0 & (40c) \\ c_{2,t} \leq c_{2,c} \quad \text{if} \quad n_{2,t} = N_2, \quad n_{2,c} = 0 & (41c) \end{cases}$$

均衡条件を用いて $n_{a,i}$ について解くと，以下の均衡状態が求まる：

$$\begin{cases} n^*_{1,t} = N_1 & (IV.48a) \\ n^*_{1,c} = 0 & (IV.48b) \\ n^*_{2,t} = N_2 & (IV.48c) \\ n^*_{2,c} = 0 & (IV.48d) \end{cases}$$

各居住地の通勤費用は以下のようになる：

$$\begin{cases} c_{1,t} = \alpha_t N + m + \frac{F}{N} & (IV.49a) \\ c_{1,c} = c_F & (IV.49b) \\ c_{2,t} = \alpha_t (N + N_2) + m + \frac{F}{N} & (IV.49c) \\ c_{2,c} = c_F & (IV.49d) \end{cases}$$

また，この状態の成立条件は，均衡条件より，以下の２つの条件を同時に満たすことである：

$$c_{1,t} \leq c_{1,c} \tag{IV.50}$$

$$\alpha_t N + m + \frac{F}{N} \leq c_F \tag{IV.51}$$

$$c_{2,t} \leq c_{2,c} \tag{IV.52}$$

$$\alpha_t (N + N_2) + m + \frac{F}{N} \leq c_F \tag{IV.53}$$

ここで $N_2 > 0$ より，この状態が条件式 (V.53) を満たすとき，この状態は同時に条件式 (V.51) を満たす．以上より，この状態の成立条件は非負条件 $n_{a,i} > 0$ と，条件式 (V.53) である．

付録 V. 政策による通勤手段への影響の導出過程

解析に際しては，$\kappa = c_F - m \geq 0$ であると仮定する．

A-1：均衡条件 (40a),(41a)　状態１

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．

居住地１から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,t} c'_t(x_{a,t}) + \frac{F}{N_t} \tag{V.1}$$

$$= \frac{\gamma_c}{2}(\kappa + \alpha_c N) + \frac{3\gamma_t + 2\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.2}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,c} c'_c(x_{a,c}) \tag{V.3}$$

$$= \frac{\gamma_c}{2}\{\kappa - (2\alpha_t + \alpha_c)N\} - \frac{\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.4}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,t} c'_t(x_{a,t}) + \frac{F}{N_t} \tag{V.5}$$

$$= \frac{\gamma_c}{2}(\kappa + \alpha_c N - 2\alpha_t N_2) + \frac{3\gamma_t + 2\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.6}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,c} c'_c(x_{a,c}) \tag{V.7}$$

$$= \frac{\gamma_c}{2}\{\kappa - (2\alpha_t + \alpha_c)N - 2\alpha_t N_2\} - \frac{\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.8}$$

(VI.2) と (VI.4)，(VI.6) と (VI.8) を各々比較することにより，居住地１と居住地２の両方において，公共交通の利用が促進される．

A-2：均衡条件 (40a),(41a)　状態２

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．

居住地１から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{2}(\kappa + \alpha_c N) - \frac{\gamma_t + 1}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.9}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{2}\{\kappa - (2\alpha_t + \alpha_c)N\} + \frac{\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.10}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{2}(\kappa + \alpha_c N - 2\alpha_t N_2) - \frac{\gamma_t + 1}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.11}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{2}\{\kappa - (2\alpha_t + \alpha_c)N - 2\alpha_t N_2\} + \frac{\gamma_c}{2}\sqrt{D_1} \tag{V.12}$$

(VI.9) と (VI.10) を比較することにより，以下の関係式が成立するとき，居住地１において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_c N \geq \sqrt{D_1} \tag{V.13}$$

同様に，(VI.11) と (VI.12) を比較することにより，以下の関係式が成立する時，居住地２において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_c N \geq \sqrt{D_1} \tag{V.14}$$

B-1：均衡条件 (40b),(41a)　状態１

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．
居住地１から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\alpha_c}{4}(1+\gamma_c)(N+N_2)+\frac{\gamma_t+2\gamma_c}{4}(\kappa+\sqrt{D_4}) \tag{V.15}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$-\alpha_c N+\frac{\alpha_c\gamma_c}{4}(N+N_2)+\frac{\gamma_c}{4}(\kappa-\sqrt{D_4}) \tag{V.16}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\alpha_c}{4}(1+\gamma_c)(N+N_2)+\frac{\gamma_t+2\gamma_c}{4}(\kappa+\sqrt{D_4}) \tag{V.17}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$-\alpha_c N_2+\frac{\alpha_c\gamma_c}{4}(N+N_2)+\frac{\gamma_c}{4}(\kappa-\sqrt{D_4}) \tag{V.18}$$

(VI.15) と (VI.16)，(VI.17) と (VI.18) を各々比較することにより，居住地１と居住地２の両方において，公共交通の利用が促進される．

B-2：均衡条件 (40b),(41a)　状態２

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．
居住地１から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\alpha_c}{4}(2-\gamma_t)(N+N_2)+\frac{1}{4}(2-\gamma_t)\kappa-\frac{1}{4}(2+\gamma_t)\sqrt{D_4} \tag{V.19}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$-\alpha_c N+\frac{\alpha_c\gamma_c}{4}(N+N_2)+\frac{\gamma_c}{4}(\kappa+\sqrt{D_4}) \tag{V.20}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\alpha_c}{2}(1-\gamma_t)(N+N_2)+\frac{1}{2}(1-\gamma_t)\kappa-\frac{1}{2}(1+\gamma_t)\sqrt{D_4} \tag{V.21}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$-\alpha_c N_2+\frac{\alpha_c\gamma_c}{4}(N+N_2)+\frac{\gamma_c}{4}(\kappa-\sqrt{D_4}) \tag{V.22}$$

(VI.19) と (VI.20) を比較することにより，以下の関係式が成立するとき，居住地１において公共交通の利用が促進される．

$$\alpha_c(5N+N_2)+\kappa-3\sqrt{D_4}\geq 0 \tag{V.23}$$

(VI.21) と (VI.22) を比較することにより，以下の関係式が成立するとき，居住地２において公共交通の利用が促進される．

$$\alpha_c(N+5N_2)-\alpha_c\gamma_t(N+N_2)+(1-\gamma_t)\kappa-(3+\gamma_t)\sqrt{D_4}\geq 0 \tag{V.24}$$

C：均衡条件 (40b),(41b)

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．
居住地１から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,t}c_t'(x_{a,t})+\frac{F}{N_t}=+\infty \tag{V.25}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,c}c_c'(x_{a,c})=-\alpha_c N \tag{V.26}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,t}c_t'(x_{a,t})+\frac{F}{N_t}=+\infty \tag{V.27}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,c}c_c'(x_{a,c})=-\alpha_c(N+N_2) \tag{V.28}$$

(VI.25) と (VI.26)，(VI.27) と (VI.28) を各々比較することにより，居住地１と居住地２の両方において，公共交通の利用が促進される．

D-1：均衡条件 (40c),(41a)　状態１

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．
居住地１から公共交通を利用する場合：

$$\frac{(\gamma_t+2\gamma_c)}{4}(\alpha_t N_1+2\alpha_c N+\kappa)+\frac{3(\gamma_t+2\gamma_c)}{4}\sqrt{D_7} \tag{V.29}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{4}\left\{\alpha_t N_1-2(2\alpha_t+\alpha_c)N+\kappa\right\}-\frac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} \tag{V.30}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$\alpha_t\gamma_t N_1 + \frac{\gamma_c}{4}\{6\alpha_t N_1 - 2(\alpha_t - \alpha_c)N + \kappa\} + \frac{3(\gamma_t + 2\gamma_c)}{4}\sqrt{D_7} \quad \text{(V.31)}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{4}\{\alpha_t N_1 - 2(2\alpha_t + \alpha_c)N + \kappa\} - \frac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} \quad \text{(V.32)}$$

(VI.29) と (VI.30)，(VI.31) と (VI.32) を各々比較することにより，居住地１と居住地２の両方において，公共交通の利用が促進される．

D-2：均衡条件 (40c),(41a)　状態２

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．

居住地１から公共交通を利用する場合：

$$\frac{1}{4}(2-\gamma_t)(\alpha_t N_1 + 2\alpha_c N + \kappa) - \frac{1}{4}(2+\gamma_t)\sqrt{D_7} \quad \text{(V.33)}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{4}\{\alpha_t N_1 - 2(2\alpha_t + \alpha_c)N + \kappa\} + \frac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} \quad \text{(V.34)}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$\frac{\alpha_c}{2}(2+\gamma_t)N_1 + \alpha_c\gamma_c N + \frac{1}{2}(1-\gamma_t)\kappa - \frac{1}{2}(1+\gamma_t)\sqrt{D_7} \quad \text{(V.35)}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$\frac{\gamma_c}{4}\{\alpha_t N_1 - 2(2\alpha_t + \alpha_c)N + \kappa\} + \frac{\gamma_c}{4}\sqrt{D_7} \quad \text{(V.36)}$$

(VI.33) と (VI.34) を比較することにより，以下の関係式が成立する時，居住地１において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_t N_1 + 6\alpha_c N + \kappa - 3\sqrt{D_7} \geq 0 \quad \text{(V.37)}$$

(VI.35) と (VI.36) を比較することにより，以下の関係式が成立する時，居住地２において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_t(4+\gamma_c)N_1 + 2\alpha_c(1+2\gamma_c)N + (1-2\gamma_t)\kappa - (3+\gamma_t)\sqrt{D_7} \geq 0 \quad \text{(V.38)}$$

E：均衡条件 (40c),(41c)

政策導入後の各居住地・通勤手段の効用増分は以下のようになる．

居住地１から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) + \frac{F}{N_t} = -\alpha_t N + \frac{F}{N} \quad \text{(V.39)}$$

居住地１から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{1} x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) = 0 \quad \text{(V.40)}$$

居住地２から公共交通を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,t}c_t'(x_{a,t}) + \frac{F}{N_t} = -\alpha_t(N+N_2) + \frac{F}{N} \quad \text{(V.41)}$$

居住地２から自動車を利用する場合：

$$-\sum_{d=1}^{2} x_{a,c}c_c'(x_{a,c}) = 0 \quad \text{(V.42)}$$

(VI.39) と (VI.40) を比較することにより，以下の関係式が成立する時，居住地１において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_t N \leq \frac{F}{N} \quad \text{(V.43)}$$

(VI.41) と (VI.42) を比較することにより，以下の関係式が成立する時，居住地２において公共交通の利用が促進される：

$$\alpha_t(N+N_2) \leq \frac{F}{N} \quad \text{(V.44)}$$

付録 VI.　政策導入後，都心部の人口がより多くなることの証明

均衡状態における各通勤手段の通勤費用は以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{1,t}^* = \alpha_t x_{1,t}^* + m + \dfrac{F}{N_t^*} & \text{(VI.1a)} \\ c_{1,c}^* = \alpha_c x_{1,c}^* + c_F & \text{(VI.1b)} \\ c_{2,t}^* = \alpha_t(x_{1,t}^* + x_{2,t}^*) + m + \dfrac{F}{N_t^*} & \text{(VI.1c)} \\ c_{2,c}^* = \alpha_c(x_{1,c}^* + x_{2,t}^*) + c_F & \text{(VI.1d)} \end{cases}$$

居住地間の通勤費用の差 Δc^* は以下のように求まる：

$$\begin{cases} \Delta c_t^* = \alpha_t x_{2,t}^* & \text{(VI.2a)} \\ \Delta c_c^* = \alpha_c x_{2,c}^* & \text{(VI.2b)} \end{cases}$$

政策導入後における各通勤手段の通勤費用は以下のように表される：

$$\begin{cases} c_{1,t}^o = 2\alpha_t x_{1,t}^* + m & \text{(VI.3a)} \\ c_{1,c}^o = 2\alpha_c x_{1,c}^* + c_F & \text{(VI.3b)} \\ c_{2,t}^o = 2\alpha_t(x_{1,t}^* + x_{2,t}^*) + m & \text{(VI.3c)} \\ c_{2,c}^o = 2\alpha_c(x_{1,c}^* + x_{2,t}^*) + c_F & \text{(VI.3d)} \end{cases}$$

政策導入後における居住地間の通勤費用の差 Δc^o は以下のように求まる：

$$\begin{cases} \Delta c_t^o = 2\alpha_t x_{2,t}^* & \text{(VI.4a)} \\ \Delta c_c^o = 2\alpha_c x_{2,c}^* & \text{(VI.4b)} \end{cases}$$

(VII.2a) と (VII.4a)，(VII.2b) と (VII.4b) より，どちらの通勤手段においても，政策導入後の居住地間の通勤費用の差は，政策導入前に比べ，大きくなる．した

がって，政策を導入した場合，都心部の人口がより多くなる．

参考文献

1) 苗璐, 野田幸太, 高山雄貴：公共交通における規模の経済を考慮した出発時刻・交通手段選択モデル, 土木学会論文集 D3(土木計画学)，Vol.77,No.2,pp.72-82，2021.
2) Henderson，J. V. ：The economics of staggered work hours, *Journal of Urban Economics*，Vol. 9, NO. 3，pp. 349-364，1981.

(2022. 9. 29 受付)