

# 2 点間所要時間に与える影響の 大きい破損リンク組合せの検出

佐々木 颯馬<sup>1</sup>・杉浦 聡志<sup>2</sup>

<sup>1</sup> 学生会員 北海道大学工学部 環境社会工学科(〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8)

E-mail: jnrkeygeneral@eis.hokudai.ac.jp

<sup>2</sup> 正会員 北海道大学大学院准教授 工学研究院(〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8)

E-mail: sugiura@eng.hokudai.ac.jp

昨今の我が国では自然災害の増加・激甚化に伴い交通ネットワーク上の複数地点が同時に被災するケースが増えているが、所要時間の増加に着目した複数要素の破損を評価する研究は計算負荷の観点から行われてこなかった。本研究ではノード選択率とリンク所要時間から所要時間の短い部分を抽出する第一のカットと、第一のカットで抽出した部分内で OD 間を非連結とする第二のカットを特定する 2 段階のネットワーク分割により 2 点間所要時間を増大させる複数の破損リンクからなる集合を特定する手法を提供し、小規模ネットワークでの適用を行い、提案手法のパラメータの値について考察した。またネットワークのリンクの組合せ列挙との比較を行い、少ない要素数で大きな影響を与えるリンク集合を特定した。

**Key Words:** Travel Time, Link Failure Combination, Node Choice Probability, Gomory-Hu Tree

## 1. はじめに

昨今、我が国では自然災害の発生件数が増加・激甚化しており<sup>1)</sup>、それらの多くで交通ネットワーク上の複数地点が同時に被災するケースも見られる。例えば 2011 年に発生した東日本大震災では、東北地方沿岸部を中心とする広い範囲が被災し、被災地に向かう交通ネットワークも大きな被害を受けた<sup>2)</sup>。また、2016 年に発生した平成 28 年熊本地震においては、熊本市を中心とした都市圏の道路ネットワークが被害を受け、緊急輸送道路を含む複数の道路区間が使用不能となった。このような交通ネットワーク上の複数地点の同時被災に対応するための施策は多く展開され、道路新設においてネットワークの耐災化機能評価方法等も実務適用されている。またネットワークに被害が実際に発生した後も、以降の輸送に対する影響を小さくするために効果的な復旧計画を策定することが重要である。これらの災害発生によるネットワーク劣化をめぐる事前計画・復旧計画のためには、事前にネットワーク中のどのリンクが破損により大きな影響を与えるかを把握することが必要となる。ネットワーク中の要素には、単独の破損では周辺に迂回路があれば 2 点間の旅行時間への影響が小さい要素であっても、複数の要素が同時に破損することで大きな迂回を強いられ旅行時間へ甚大な影響を及ぼすものも存在する。その

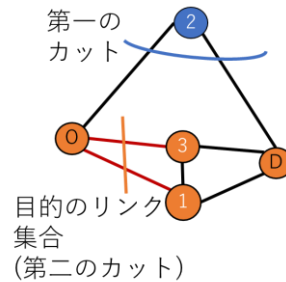


図-1：第一のカットと第二のカットの例

ため近年の状況と照らし合わせても、複数要素の組合せ破損が与える影響を評価する方法は交通ネットワークの脆弱性分析において重要であろう。しかし、破損する複数要素の組合せ数は膨大に存在することから、全て列挙しそれぞれについてその影響を評価することは、膨大な計算負荷を生じる。例えば、ネットワーク上のリンク集合を  $A$  として、リンクの数は  $|A|$  であるとしたとき、2 つの破損リンクの組合せは  ${}_{|A|}C_2$  であり、これに更に 3 つの破損リンクの組合せも考慮しようとするれば  ${}_{|A|}C_2 + {}_{|A|}C_3$  となり、リンクの数が大きくなれば組合せ数が膨大になる。そこで本研究では 2 段階のネットワーク分割により、ある 2 点間において、破損時に迂回路の旅行距離を増大させることが期待される複数からなるリンク集合を、リンクの組み合わせを直接列挙することなく特定する方法を提供する。

特定手法の概観を図-1 に示す例題ネットワークを用いて説明しよう。ネットワーク上のある 2 点、図中では  $O$  と  $D$  の経路所要時間を考える。 $(O, D)$  間の巡回等を含まない合理的な経路において、所要時間が短い経路に高い頻度で含まれるノードおよび起終点を含む集合  $F$  と、それ以外の集合  $B$  に分割しよう。図中ではオレンジ色のノードが  $F$  であり、青色が  $B$  である。もし、 $F$  のネットワークにおいて  $(O, D)$  間が通行できなくなるように複数のリンクが破損したとき、 $B$  に含まれるノードを経由せざるを得なくなり、所要時間が大きな経路のみが構成可能となる。この着想に基づいて、まず、 $F$  と  $B$  を分割するためのカット（以降、第一のカットと呼ぶ）を求める。第一のカットは Dial<sup>2)</sup> の確率的利用均衡配分により求めたノード選択率とリンク所要時間に基づいて、画像のエッジ検出に用いられる手法を援用して求める。次に、第一のカットで得られた  $F$  において  $(O, D)$  間を非連結とするカット（以降、第二のカットと呼ぶ）を求める。第二のカットでは破損することで 2 点間所要時間を増大させる破損リンクの集合を特定する。本稿では以上の方法論について定式化するとともに、小さなネットワークで挙動を確認する。

## 2. 既往研究と本研究の位置づけ

これまでネットワーク破損の影響分析は接続性と所要時間の 2 つの観点から行われてきた。ネットワークの接続性の分析に信頼性の概念を導入した飯田ら<sup>3)</sup>は、システム工学分野での信頼性解析手法を道路ネットワークに適用した。リンクに対し円滑な移動が保証される確率をリンク信頼度、ネットワーク中の任意の 2 点間において円滑な移動が保証される確率をノード間信頼度とし、リンク信頼度からノード間信頼度を求める手法について比較検討している。接続信頼性が破損の確率を考慮する一方で、Taylor and D'Este<sup>4)</sup>では、大規模ネットワークにおいては確率や接続性のみに基づく信頼性評価はネットワークの性能評価に不十分であると指摘している。発生確率の大小によらず数本のリンクが破損することでアクセシビリティが著しく低下するノードを脆弱なノード、破損によりアクセシビリティを著しく低下させるリンクをクリティカルリンクと定義し、オーストラリアの道路ネットワークでの分析を行い、複数箇所のクリティカルリンクを特定している。単独のリンクの破損とそれによる影響の評価を試みた例として、Taylor et al.<sup>5)</sup>がある。これは交通ネットワーク中のある単独リンクが破損した時の影響を所要時間の増加量で評価している。オーストラリアの道路ネットワークで破損により大きな迂回を強いる

単独リンクが存在することを特定している。大澤ら<sup>6)</sup>は、平成 28 年熊本地震で被災した熊本都市圏の道路ネットワークを対象として、全体旅行距離に与える影響の大きい順にリンク破損を復旧する順位を定めることを考えている。Jenelius and Mattson<sup>7)</sup>は、ネットワーク上を格子状に区切ったグリッドを用いて、あるグリッド内とグリッドの境界を横切るリンクが破損した場合の影響を評価している。これは複数リンクを調べているともいえるが、外生的に与えたグリッド内のあるノードの周りのリンクが破損した際の影響を調べており、複数のネットワーク要素の破損組み合わせを評価しているとは解釈しがたい。

また複数リンクの破損とそれによる影響の評価を試みた例として飯田・本田<sup>8)</sup>がある。これは  $OD$  間のリンクの容量低下が所要時間に与える影響をモンテカルロシミュレーションにより考慮し、所要時間が増大する破損パターンがある事を発見している。ランダムに破損を発生させた上でその影響を評価しており、ネットワーク上でどのリンクが破損した場合に影響が大きいのかを特定する事を目的とする本研究とは方向性が異なっている。

このように連結性の分析については、単一要素・複数要素共に既往研究がある一方、所要時間の分析については、単一要素については Tayloretal.<sup>9)</sup>などの既往研究があるものの、複数要素についてはランダムなリンク破損を考慮するものにとどまり、単一要素同様に破損により 2 点間所要時間を増加させる複数リンクを特定する事を考えるものは計算負荷が非常に大きくなることからなされてこなかったであろう。本研究では、膨大な破損リンクの組み合わせを列挙することなく、破損により与える影響が大きい複数リンクを特定する手法を提供する点で新規性があると考えられる。

## 3. 提案手法

### (1) 記号定義

本稿で使用する記号を以下に整理する。

- $N$  : ネットワーク中のノード  $n$  の集合。
- $A$  : ネットワーク中のリンク  $(i, j)$  の集合。
- $(o, d)$  : ネットワーク中の 2 点ペア。  $o, d \in N$  である。
- $c_{(i,j)}$  : リンク  $(i, j)$  の所要コスト。
- $p_n^{od}$  :  $(o, d)$  間経路において、ノード  $n$  を通過する確率
- $\alpha$  : 第一のカットで閾値として用いる値。  
 $p_n^{od} \leq \alpha$  となるノード  $n$  を通る経路は所要時間が長いとみなす。

- $\beta$  : 第一のカットにおいて用いる係数.
- $\sigma$  : Dial のアルゴリズムの分散パラメータ. 値が大きいほど最短経路に近い部分が選択されやすくなる.
- $F$  : 第一のカットにより特定される最短経路に近い所要時間経路で経由するノードの集合.  $F \subset N$ である.
- $B$  : 第一のカットにより特定される $F$ に含まれないノード. すなわち,  $B = N - F$ である.
- $N_F$  :  $F$ に含まれるノードの集合.  $N_F \subset N$ である.
- $A_F$  :  $F$ に含まれるノードを相互に接続するリンクの集合.  $A_F \subset A$ である.
- $x_i$  : ノード  $i \in N$ が $F$ に含まれる時 1,  $B$ に含まれる時 0 をとる関数.
- $\delta_F$  :  $F$ の中心点を示す仮想ノード.
- $\delta_B$  :  $B$ の中心点を示す仮想ノード.
- $In(n)$  : ノード  $n$ に流入するフローの通過するリンク集合.
- $Out(n)$  : ノード  $n$ から流出するフローの通過するリンク集合.

**(2) 提案手法の定式化**

提案手法ではある 2 点間における所要時間を検討するため, まずネットワーク上で対象とする OD ペアを特定する. ネットワーク中のリンクは通常時を想定し, その所要時間は既知であるとする. 提案手法ではネットワークに 2 つのカットを与えることで所要時間を著しく増大させるリンクの組合せを導出する.

**a) 第一のカット**

本項では第一のカットを導出するための Dial の配分<sup>2)</sup>に基づいたノード選択率について説明する. ノード選択率は, より 2 点間の所要時間が短い経路で通過されやすいノードがより大きく, そうでなければ小さくなる. この特性を利用して所要時間が短い経路で利用されやすいノードを特定する. したがって, OD 需要を予見として SUE 配分により得られる交通量等を参照するために導入するのではなく, 2 点間の所要時間が短くなるような経路に含まれるノードを把握するためのみに利用することに留意されたい. まず準備として, 起点  $o$  からノード  $i$  への最短所要時間  $c(i)$  を計算し, 全リンクについてリンク尤度  $L[i \rightarrow j]$  を計算する.

$$L[i \rightarrow j] = \begin{cases} \exp [\sigma\{c(i) - c(j) - c_{(i,j)}\}] & \text{if } c(i) < c(j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

次に起点  $o$  から近い順にノードを考え, 各ノード  $i$  から流出するリンクのリンク・ウェイト  $W[i \rightarrow j]$  を計算する.

$$W[i \rightarrow j] = \begin{cases} L[i \rightarrow j] & \text{for } i = o \\ L[i \rightarrow j] \sum_{m \in I_j} W[m \rightarrow i] & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

ここで  $I_j$  は  $i$  に流入するリンクの起点集合である. 次に起点  $o$  から遠い順にノードを考え, 各ノード  $j$  に流入するリンク交通量  $q(i, j)$  を計算する. ここで  $O_j$  は  $i$  から流出するリンクの終点集合である.

$$q(i, j) = \left( q_{oj} + \sum_{m \in O_j} x_{jm} \right) \cdot \frac{W[i \rightarrow j]}{\sum_{m \in I_j} W[m \rightarrow j]} \quad (3)$$

最後に, リンク交通量  $q(i, j)$  から, ノードの選択率  $p_i^{od}$  を計算する. ここで  $q_{od}$  は OD 間交通量であるが, 提案手法ではノード選択確率が求まればよいいため  $q_{od} = 1$  とする.

$$p_i^{od} = \frac{\sum_{m \in I_j} q(m, i)}{q_{od}} \quad (4)$$

**b) 第一のカット**

第一のカットでは  $F$  と  $B$  を分割する. この探索には, 画像を前景と背景のラベルに分割するエッジ検出に用いられる手法のうち, グラフカットを用いた方法(Boykov and Jolly<sup>9)</sup>, Li et al<sup>10)</sup>)を援用する. これらの論文では, 画像上のピクセルをノード, 隣接関係をリンクとして記述したネットワークで表現し, 前景と背景の境界となるカットを求めている. 隣接ピクセル間の色の近さをノードの重みとして与えることで, 色が大きく異なるピクセル対の組み合わせがカットとなる. 具体的には(5)式のように設定したエネルギー関数が最小化されるノードのラベル, すなわち, そのノードが  $F$  であるか  $B$  であるかを求める.

$$E(x) = \sum_{i \in N} \theta_i(x_i) + \lambda \sum_{a \in A} \theta_{ij}(x_i, x_j) \quad (5)$$

ここで  $\theta_i$  は対象のノード  $i$  が前景と背景のどちらに近いかを表す関数である.  $\theta_{ij}$  は隣接するピクセルの色の近さを表す関数であり, ノード  $i, j$  が同じラベルである場合エネルギーは 0, 異なる場合エネルギーを生じるような関数が与えられる.  $x_i$  は対象のノード  $i$  に付けるラベルであり, 前景なら 1, 背景なら 0 を与える. このように与えたエネルギー関数を最小化するラベルの組み合わせ, がすなわちカットである. Boykov and Jolly<sup>9)</sup> はネットワークを工夫することにより, この問題を最大流問題として求解できる手法を提供している. 本稿ではこれを援用した手法を提案する. 本稿ではネットワーク中の各ノードが OD 間の最短経路またはそれに近い所要時間で

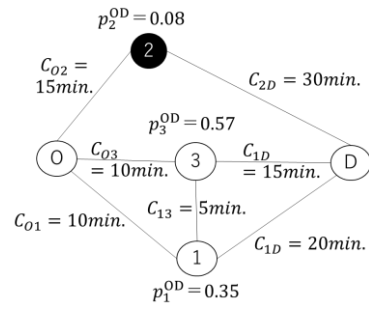
到達可能な経路に含まれやすいノードであれば $F$ ，そうでなければ $B$ と判別する．エネルギー関数は(5)式を採用することとして $\theta_i(x_i)$ ， $\theta_{ij}(x_i, x_j)$ を以下で特定する． $x_i$ はノードが $F$ に含まれるとき 1，そうでなければ 0 とする．

$$\theta_i(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{if } x_i = 1 \\ \infty & \text{if } x_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \in f \quad (6)$$

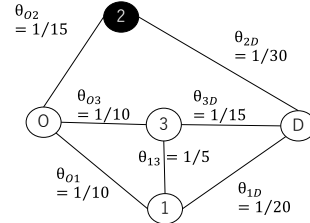
$$\theta_i(x_i) = \begin{cases} \frac{1-x}{2(1-\alpha)} & \text{if } x_i = 1 \\ 1 - \frac{1-x}{2(1-\alpha)} & \text{if } x_i = 0 \end{cases} \quad \forall i \in N - f \quad (7)$$

$$\theta_{ij}(x_i, x_j) = |x_i - x_j| \cdot \frac{1}{c_{(i,j)}} \quad (8)$$

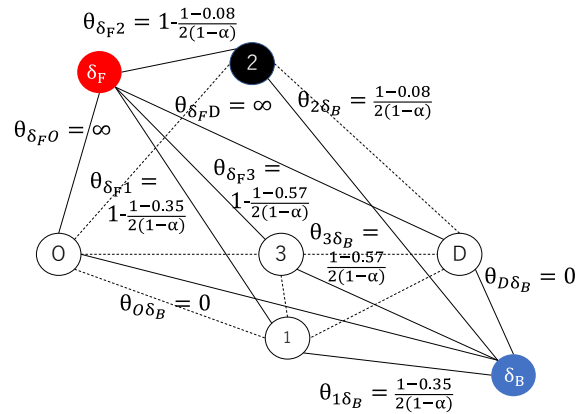
ここで $f$ は事前に分析者が与える $F$ に含まれるべきノードの集合である．ここでは，OD のペアの起終点ノードを $f$ とする．例題として図-2(a)に示す例題ネットワークを対象として，最大流問題に入力する求解用のネットワークの構成手順を説明する．まず，ノードの重みは対象 $(o, d)$ 間におけるノード $i$ の選択率 $p_i^{od}$ を与える．図-2(a)で示すようにノード 1 が $p_1^{od} = 0.35$ である．次にリンクの重みを(8)式で与え，図-2(b)のネットワークが得られる．以上のようにノード・リンクの重みを与えたネットワークに対して， $F$ と $B$ の中心点を示す仮想ノード $\delta_F$ と $\delta_B$ を付与する．元の道路ネットワーク内の全ノードと， $\delta_F$ および $\delta_B$ をそれぞれ仮想リンクにより接続する．接続した仮想リンクには，以下のように重みを与える．まず， $f$ として設定した起終点と $\delta_F$ と接続するリンクには(6)式の $x_i = 0$ のときの重み，すなわち $\infty$ を与える．一方で起終点と $\delta_B$ と $f$ に含まれるノードを接続するリンクには(6)式の $x_i = 1$ のときの重み，すなわち 0 を与える．これは，最小カットが起点 $o$ と $\delta_F$ のリンクで構成されず，起点 $o$ が必ず $F$ に含まれるようにするものである．その他 $\forall i \in N - f$ なるノード $i$ において， $\delta_F$ と接続するリンクには(7)式の $x_i = 0$ ， $\delta_B$ と接続するリンクには(7)式の $x_i = 1$ のときの重み関数の値を付与する．すなわち，各ノードが $F$ ， $B$ のどちらに近いかが仮想リンクの重みとして表現される．以上の手順で構築した図-2(c)に示すネットワークにおける $\delta_F$ から $\delta_B$ への最大流問題は，(5)式に示したエネルギー関数 $E(x)$ の最小化問題と同値な問題であり，この求解により最大フロー最小カット定理から $F$ と $B$ を分割する最小カットが求められる．なお，最大流問題は構成したネットワークの下，以下のように定式化できる．



(a) : 実ネットワークとノード選択率



(b) : 求解用ネットワークとリンクの重み



(c) : 求解用ネットワークと仮想リンクの重み

図-2 : 第一のカット求解用ネットワーク

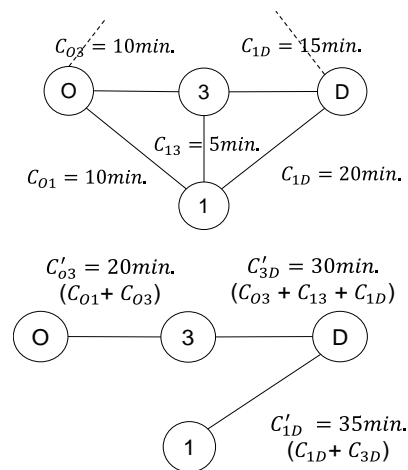


図-3 : 第一のカットで求めた $G(F, A_F)$ とそのGH木

$$\max_{Y_1} Y_1 \tag{9}$$

subject to

$$\sum_{a \in \text{Out}(n)} y_a - \sum_{a \in \text{In}(n)} y_a = \begin{cases} Y_1 & \text{if } n = \delta_F \\ -Y_1 & \text{if } n = \delta_B \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \tag{10}$$

$$0 \leq y_a \leq \theta_a \quad (a \in A) \tag{11}$$

c) 第二のカット

第二のカットではもとのネットワークの部分グラフ  $G(F, A_F)$  において OD 間を非連結とするようなカットを特定する. 第二のカットは  $G(F, A_F)$  において少ないリンク数の除去により非連結となるものを抽出することとした. これは, 少ない数のリンク破損により所要時間が増大する組み合わせを特定するためである. このとき, 例えば起終点  $(o, d)$  間について,  $A_F$  に含まれるすべてのリンクの重みを 1 として最小カットを求めれば, 最も少ないリンク数で起終点間を非連結とするカットが求められる. しかしながら,  $(o, d)$  を非連結とするカットは最小カットの一つだけでなく, 多くの組み合わせが存在する. そこで,  $G(F, A_F)$  においてすべての 2 点間の最小カットを求め, そのうち  $(o, d)$  を非連結とするカットを列挙する方法を考える.  $G(F, A_F)$  におけるすべての 2 点間の最小カットを効率的に求める方法として, Gomory-Hu 木<sup>11)</sup> (以下 GH 木) を導入する. グラフ  $G$  の GH 木とは次の特徴を満たす重み付きスパニングツリーである. グラフ  $G$  における  $(i, j)$  間の最小カットの重みが GH 木内の  $i$  と  $j$  を接続する唯一の経路中に存在するリンクの重みの最小値と一致する. すべての 2 点間の最小カットを求めるためにはノードを数  $|N|$  とすると, ナイーブには  $|N|^2$  回の最大流問題を求解する必要があるが, GH 木はすべての 2 点間最小カットの情報をもつにも関わらず  $|N| - 1$  回の最大流問題の求解で求められ, 効率的である. 交通ネットワークに GH 木を利用した分析手法としては Sugiura and Chen<sup>12)</sup> がある. 図-2(c) のネットワークにおいて求解した  $G(F, A_F)$  とその GH 木並びにリンクの重みの対応を図-3 に示す. GH 木を特定後,  $(o, d)$  間を非連結とするカットを特定し, それらを第二のカットとする.

4. 小規模ネットワークでの数値実験

(1) Sioux Falls ネットワーク

本研究ではテストネットワークとして, Sioux Falls ネットワーク<sup>13)</sup> を用いて計算を行った. ネットワークの概形は図-4 のように示され, ノード数は 24, リンク数は無向リンクで 38 である.

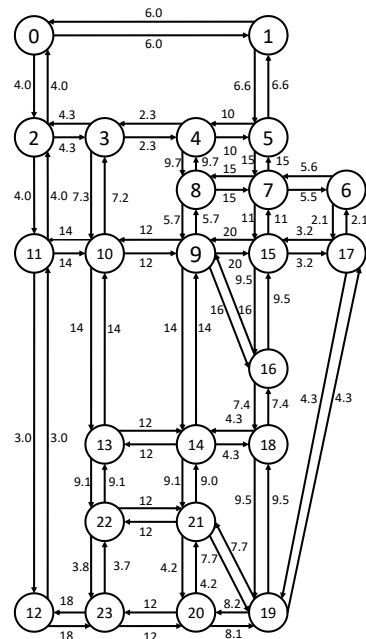
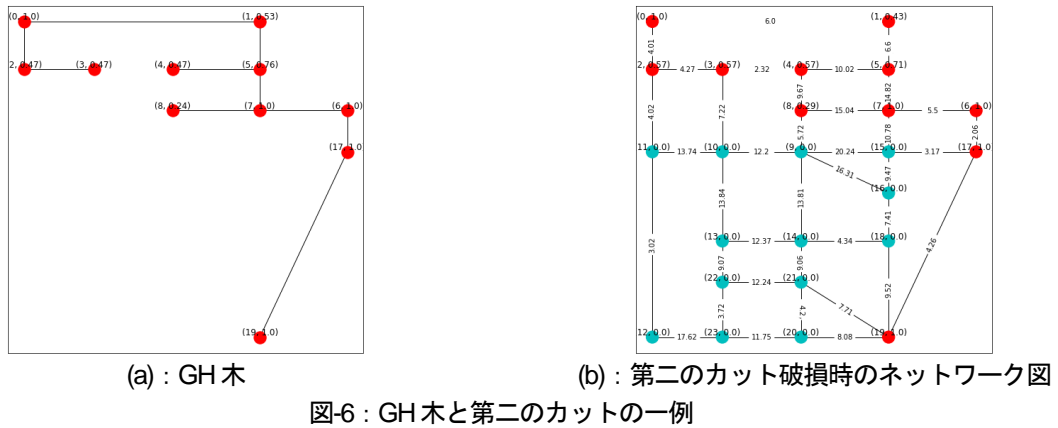
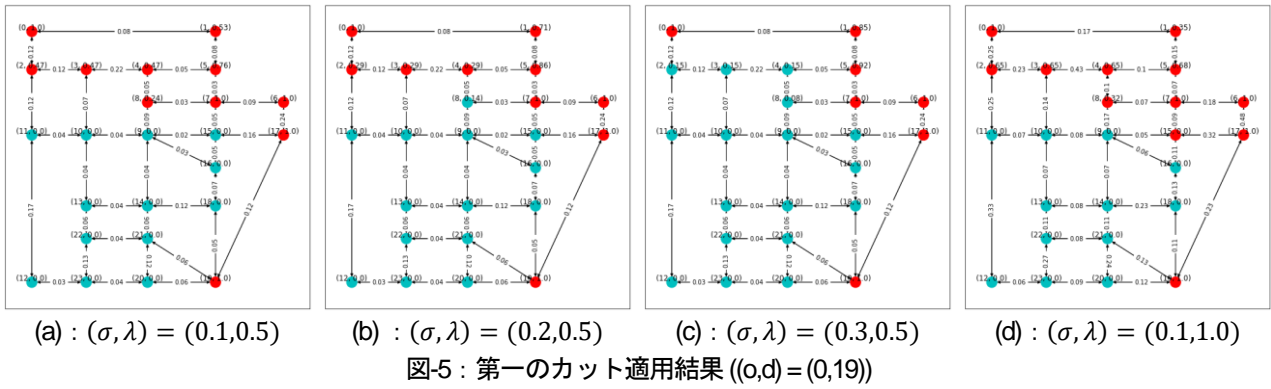


図-4 : Sioux Falls network の概形

(2) 第一のカット

本節では第一のカットを Sioux Falls ネットワークに適用した結果を示す. ここでは左上のノード 0 から右下のノード 19 に向かう OD ペアを対象とした. Dial の分散パラメータは  $\sigma = 0.1, 0.2, 0.3$  の 3 ケースを試算した. これらのリンクの重みの係数  $\lambda$  をいずれも 0.5 とした際の 3 ケースの結果はそれぞれ図-5(a)・(b)・(c) に示す. また  $\sigma = 0.1, \lambda = 1.0$  での試算結果を図-5(d) に示す. 図-5 のノード上の数字は(ノード番号, 選択率), リンク上の数字は求解用ネットワークにおけるリンクの重みであり, リンクコストの逆数を  $\lambda$  倍した値, すなわち  $\lambda/c(i, j)$  である. 図中の赤いノードは高選択率の部分  $F$  に, 水色のノードはそれ以外の部分  $B$  にそれぞれ含まれると判定されている. 図-5(a)~(c) から,  $\sigma$  の値が大きくなるに従い  $B$  に含まれる最短経路以外のノードが増え, 図-5(c) では 2 点間の最短経路上のノード  $\{0, 1, 5, 6, 7, 17, 19\}$  が  $F$  に含まれると判定されていることが分かる. このように,  $\sigma$  が大きくなるにつれ, 最短経路に近い所要時間で到達可能な経路上のノードが  $B$  に含まれやすくなる. 従って第二のカットに最短経路に近い所要時間で到達可能な経路への迂回を強いるカット, すなわち所要時間をあまり増大させないカットが得られる可能性が高くなる. 一方で  $\sigma$  が 0 に近づくと最短経路以外のノードが  $F$  に含まれやすくなる為第二のカットに複数リンクが特定されやすくなる. 一方で, あまりに小さければ所要時間が小さい経路で経由されやすいノードの集合という定義から乖離することも生じうる.

図-5(d) において, ノード 15 はノード選択率が 0 だが  $F$



に含まれた。これは $\lambda$ が大きいとき、リンクの重みが寄与する割合が増大するため、 $F$ に含まれる隣接するノードとの時間距離が小さいノードは選択率が0であっても $F$ に含まれたと考えられる。このように $\lambda$ が大きくなれば、リンクの重みが与える影響により、 $F$ に含まれる他のノードと時間距離が小さく、選択率が低いノードは $F$ に含まれ得る。一方で $\lambda$ が小さい場合、リンクの重みよりもノードの重みが大きく影響することから、最短経路に近い経路上にありノード選択率が閾値 $\alpha$ よりわずかに小さいノードも $B$ に含まれると判定される可能性がある。このように $\sigma$ 、 $\lambda$ の値が変わるとカットの位置が変わることを確認できた。提案手法は分析者がパラメータ $\sigma$ 、 $\lambda$ をアウトプットを見ながら適切な値に調整する事で、適切な重みづけと最小カットにより最短経路及びそれに近い所要時間のノードの集合を導出する必要がある。

### (3) 第二のカット

本節では第二のカットを Sioux Falls ネットワークに適用した結果の一例を示す。第一のカット同様、 $(o, d) = (0, 19)$ を対象とし、パラメータは図-5(a)のケース $(\sigma, \lambda) = (0.1, 0.5)$ とした。図-6 (a)に $G(F, A_F)$ のGH木、図-6 (b)にGH木のリンク(0,1)に対応する第二のカット破損時のネットワークを示す。これ以降ネットワーク図のリンク上の数字はリンク所要時間を示す。図-6 (b)では赤いノードのみを経由するノード0から19への経路

表-1： $(o, d) = (0, 19)$ における第二のカット

GH木の対応するリンク	所要時間比	第二のカット
(0,1)	1.24	(0,1), (3,4)
(0,2)	1	(0,2), (3,4)
(1,5)	1.24	(1,5), (3,4)
(2,3)	1	(2,3), (3,4)
(4,5)	1	(3,4), (4,5), (4,8)
(5,7)	1.24	(4,8), (5,7)
(6,7)	1.16	(6,7)
(6,17)	1.16	(6,17)
(7,8)	1	(4,8), (7,8)
(17,19)	1.24	(17,19)

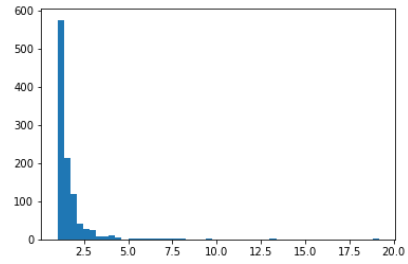
が無いことから、このカットの破損により2点間所要時間を増大させることが期待される。(0,19)における第二のカットの一覧を表-1に示す。表-1から、破損後の所要時間は3種類に区別できる。すなわち①最短経路(0→1→5→7→15→17→19)上に存在せず所要時間に影響を与えないカット、②最短経路上に存在し、破損時の最短経路をBに含まれるノード15を経由し破損時に所要時間が2番目に短い経路(0→1→5→7→15→17→19)への迂回を強いるカット、③最短経路と所要時間が2番目に短い経路上に存在し、破損時の最短経路をBに含まれるノードを複数箇所経由し破損時に所要時間が3番目に短い経路(0→2→11→12→23→20→19)への迂回を強いるカットの3

つである。

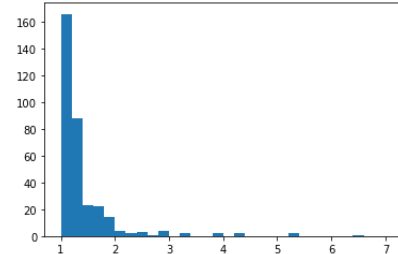
#### (4) 単一 OD の影響分析

本節ではSiouxFalls ネットワーク上の全ての2点間について第二のカットを導出し、第二のカットごとに破損時の2点間最短所要時間を求め、破損前の値との比率で比較した結果について分析する。ここでは2点間所要時間が無限になるようなカット、すなわちもとのネットワーク  $G(N, A)$  においても OD 間を非連結とする第二のカットは分析の対象外とする。第一のカットのパラメータは  $(\sigma, \lambda) = (0.1, 0.5)$  とした。2点間ペアは 1508 あり、それらのいずれのペアについても第二のカットまで導出した結果、対象とする第二のカットは 729 あった。対象とする第二のカットについて、所要時間比のヒストグラムを図-7 に示す。図-7(a)は全ての第二のカット、図-7(b)は複数リンクの組み合わせで構成されるカットのヒストグラムである。図-7(c)は2つのリンク破損の組み合わせ全てを列挙し、そのときの全 OD に対する所要時間比のヒストグラムである。図-7(c)のみ縦軸が対数目盛となっていることに注意されたい。破損時の所要時間が破損前の5倍以上になる第二のカットを表-2 に示す。このような第二のカットは 17 あり、うち単独のリンクが 14、複数リンクの組み合わせが 3 である。2リンクの組み合わせを列挙したとき、破損時のOD間所要時間が5倍以上となるのは540個である。これは提案手法で特定した第二のカットの個数を大きく上回り、提案手法が大きな迂回を求めるリンク組み合わせを十分に抽出できていない可能性を示唆する。この原因として、第二のカットでは  $G(F, A_F)$  の最小カット、すなわち最も少ないリンク数で非連結とするカットを求めるが、組み合わせ列挙する場合は、1つの破損で所要時間を増大させるリンクに加えて、その他の適当なリンクを組み合わせたものも含まれることが考えられる。すなわち、破損することで2点間所要時間を増大するような、できる限り少ないリンク組み合わせのみが抽出される本手法ではこのようなリンクの冗長なリンク組み合わせを抽出できない。

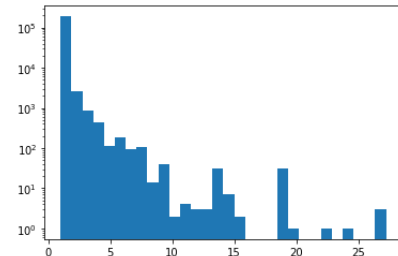
単独リンクからなる第二のカットが特定される原因について考察しよう。第二のカット破損時の所要時間増大は最大で 19.18 倍となる。この時のネットワークを図-8(a)に示す。(o, d) = (11,12)であり、第二のカットは(11,12)である。一方複数リンクからなる第二のカットについて、破損時の所要時間は最大で 6.57 倍となる。この時のネットワークを図-8(b)に示す。(o, d) = (3,11)であり、第二のカットは(2,11), (10,11)である。但しこのネットワーク上のリンクの一部は高規格道路を想定しておりリンクコストが周囲の他のリンクに比べ非常に小さい。リンク(11,12)のような付近の他リンクよりリンクコストが小さい箇所が最短経路に含まれる場合、このリ



(a) : 全ての第二のカット

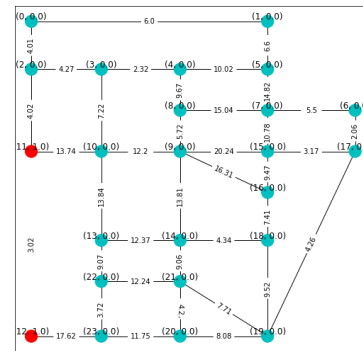


(b) : 複数リンク組合せのみ

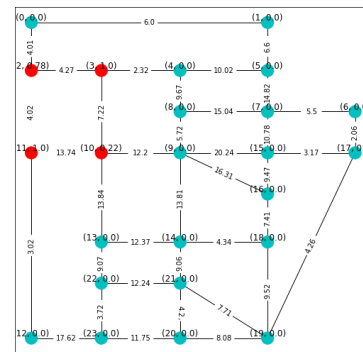


(c) : 2リンク組合せ列挙

図-7 : OD間所要時間の比のヒストグラム



(a) : 単独リンク



(b) : 複数リンク

図-8 : 所要時間の比が最大となる第二のカット

リンクを利用しない他の経路の選択率は著しく低くなる。そのため第一のカットで最短経路上のノードのみが  $F$  に含まれるケースが多くなると考えられる。サブグラフ  $G(F, A_F)$  が最短経路のみからなる場合、閉路が存在せず第二のカットは単独のリンクのみで特定される。

第二のカットが単独リンクで特定されないようにするためには、Dial のパラメータ  $\sigma$  を 0 に近づけ、 $G(F, A_F)$  が最短経路のみとならないようにする方法が考えられる。しかし(1)式から、 $\sigma$  を小さくする方法は  $o$  から  $i$  への最短所要時間  $c(i)$  が  $c(i) < c(d)$  となる場合しか効果が期待できない。これは Dial のアルゴリズムにおいて考慮する経路を Efficient Path に限定することによる課題として知られている。解決のためには経路を限定しない SUE 配分<sup>14)</sup> などの導入が必要である。あるいは、 $k^{\text{th}}$ -shortest path 等の方法により迂回経路に含まれるリンクを第二のカットに加える等の方法が考えられる。ただし、迂回経路中のリンクを第二のカットに加える場合、加えるリンクを特定する基準について検討が必要であると考えられる。

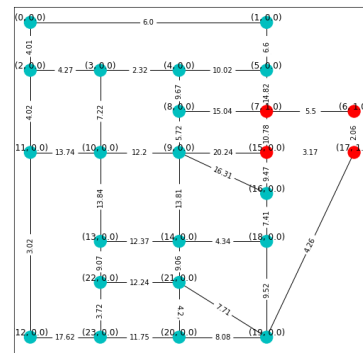
$\lambda$  による影響を分析するために、 $(\sigma, \lambda) = (0.1, 1.0)$  としたケースで、第二のカットまで演算した。この結果、 $(\sigma, \lambda) = (0.1, 0.5)$  では特定されなかった 2 点間所要時間を 5 倍以上と著しく増大する第二のカットが新たに発見された。いずれも  $(o, d) = (7, 17)$  であり、当該のカットを図-9 に示す。図-9(a)の第二のカットは(6,17), (15,17)であり、破損時の所要時間が 5.48 倍となる。また図-9(b)の第二のカットは(6,17), (7,15)であり、破損時の所要時間が 5.84 倍となる。ノードの選択率に注目すると、ノード 15 の選択率は 0 であった。これは 4.(2)節で説明したように、隣接ノードの重みと、リンクの重みにより  $F$  に含まれたものである。もし、ノード 15 が  $F$  に含まれないとき、(7,17)間の最短経路のみが  $G(F, A_F)$  に含まれる。しかしながらその場合においては、最短経路と所要時間が近い迂回路が構成可能である。すなわち、ノード 15 が  $F$  に含まれたことにより大きな迂回を要する経路のみが構成可能となったのである。したがって、ノード選択率 0 であってもリンクの重みを考慮して第一のカットが決定される提案モデルの利点が現れた例である。

**(5) ネットワーク全体に対する影響分析**

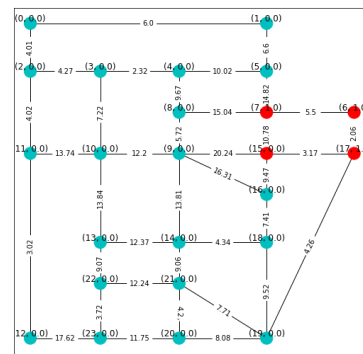
本節では提案手法により導出した第二のカットを除去したネットワークに対して全点間最短距離探索を実行し、第二のカットそれぞれにおいて破損時の 2 点間所要時間の総和を求め、破損前の値との比率で比較した結果について分析する。パラメータは前節と同じ  $(\sigma, \lambda) = (0.1, 0.5)$  である。本節では全 OD が連結となるような第二のカットのみを対象とし、161 のカットについて分析した。所要時間の総和の比率を図-10 に示す。図-10(a)は全ての第二のカットのヒストグラムである。図-10(b)は

表-2：所要時間が5倍以上となる第二のカット

OD ペア	所要時間比	第二のカット
(0,2)	7.29	(0,2)
(2,3)	5.85	(2,3)
(2,11)	6.28	(2,11)
(3,4)	13.34	(3,4)
(6,17)	9.43	(6,17)
(6,19)	5.00	(17,19)
(8,9)	5.49	(8,9)
(11,12)	19.18	(11,12)
(14,18)	6.06	(14,18)
(17,19)	6.94	(17,19)
(22,23)	7.57	(22,23)
(2,12)	7.91	(11,12)
(3,11)	5.26	(2,11), (3,10)
(15,17)	5.79	(15,17)
(0,12)	5.41	(11,12)
(3,11)	6.57	(2,11), (10,11)
(4,11)	5.36	(2,11), (10,11)



(a) : (6,17), (15,17)



(b) : (6,17), (7,15)

図-9：(o, d) = (7,17) における第二のカット

破損リンク 2 本の全組合せを列挙し、そのネットワークにおける所要時間の総和の比のヒストグラムである。2 つのリンクの組合せでは所要時間の総和が 1.3 倍未満となること分かる。第二のカットの内、破損により 2 点間所要時間の総和が 1.3 倍以上に増加したカットを表-3 に示す。いずれも 3 つ以上のリンクからなる組合せであった。これは破損箇所が増加すると破損の影響を受ける

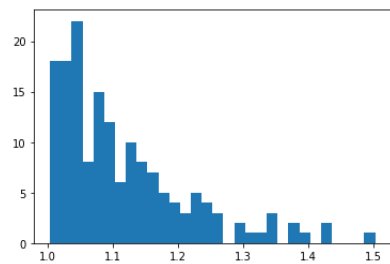
OD が増加する事からも妥当といえるだろう。また第二のカット破損時の 2 点間所要時間の総和は最大で破損前の 1.50 倍となった。この時の第二のカットは(3,4), (8,9), (9,15), (15,16), (17,19)であった。結果を図-11 に示す。以上より第二のカットの破損時における全点間最短距離の和の増加率は単一 OD の所要時間の増加率に比べ小さいと言える。これは、ある OD の最短所要時間を著しく増加させるリンク破損が他の OD に対しても同様に所要時間を増加させるとは限らないからである。図-11 に示した第二のカットは $(o, d) = (3,19)$ におけるカットであり OD 間所要時間を 1.21 倍に増加させる。この比率は 2 点間所要時間の総和の比率よりも小さい値であり、このカットの破損がネットワーク全体に与える影響は単一 OD に与える影響よりも大きいと言える。このように複数リンクの組合せの破損がネットワーク全体に大きな影響を与えるのは、複数リンクの破損が複数 OD に大きな迂回を生じさせ得るからだと考えられる。図-11 を見るとこのカットはネットワークの右上部分と右下部分を結ぶ OD に大きな迂回を強いている事が分かる。またあるノードに 1 つのリンクのみ接続する場合も接続リンクのない方向からの所要時間が増大することで複数 OD の所要時間が増大し得る。また選択率に注目すると、ノード 15 の選択率は 0 である。これはこれは 4.(2)節で説明したように、隣接ノードの重みと、リンクの重みにより  $F$  に含まれたものである。  $F$  に含まれる部分が拡大すると、複数リンクが第二のカットとして選択される可能性が高まり、複数 OD の所要時間を増加させる可能性が高まると考えられる。

5. おわりに

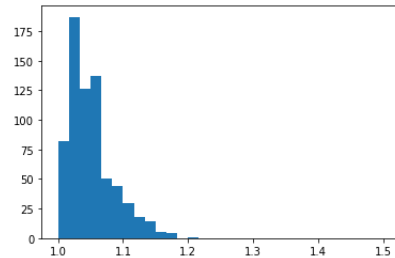
本研究では 2 点間所要時間に大きな影響を与える破損リンク集合の特定する手法を構築した。本手法では 2 段階のネットワーク分割を行い所要時間を増加させるリンク集合を特定した。この提案手法に基づき定式化を行いテストネットワークに適用した結果から Dial の分散パラメータ  $\sigma$  と第一のカットにおけるリンクの重みの係数  $\lambda$  が第一・第二のカットの特定に与える影響について考察した。テストネットワークで導出されたリンクの組み合わせには、単一 OD 所要時間への影響は小さいが全 OD の所要時間の総和に与える影響が大きいものがあることを示した。これらの結果から、本稿では第一のカットにおけるエネルギー関数について、ノードの重みを一次関数としたが、他の関数を検討する余地があると考えられる。第二のカットとして特定される単独リンクと迂回路中のリンクが合わせて破損することは更に所要時間を増大させることが期待されるため、単独リンクと迂回路のリンクの組合せを特定する手法についても今後検討する。本

表-3：所要時間の総和を 1.3 倍以上にする第二のカット

所要時間比	第二のカット
1.32	(0,2), (3,4), (8,9)
1.42	(3,4), (6,17), (7,15), (8,9)
1.39	(9,14), (13,14), (16,18), (17,19)
1.42	(0,2), (3,4), (6,17), (8,9)
1.50	(3,4), (8,9), (9,15), (15,16), (17,19)
1.38	(0,2), (3,4), (8,9), (9,15), (15,16)
1.34	(8,9), (9,15), (15,16), (17,19)
1.35	(0,2), (3,4), (8,9), (9,15)
1.34	(3,4), (9,10), (10,13), (11,12)
1.31	(0,2), (3,4), (9,10)
1.34	(6,17), (9,14), (10,13), (11,12)
1.38	(6,17), (11,12), (13,22), (14,18), (14,21)
1.30	(11,12), (13,22), (14,21), (6,17)



(a)：全ての第二のカット考慮



(b)：2リンク組合せ列挙

図-10：所要時間の総和の比のヒストグラム

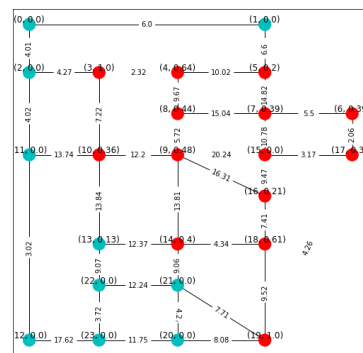


図-11：所要時間の総和が最大となる第二のカット

手法では第二のカット特定の際に Gomory-Hu 木を援用した。これは 2 番目に小さいカットのように最小カットに準ずるカットの情報を取得出来ない。こうしたカットが迂回路中にある可能性もあることから、単独リンクが第

二のカットとして特定された際には迂回路中のリンクと合わせて第二のカットとするなどの手法を検討する必要がある。

本稿ではテストネットワークへの適用にとどまっているが、実都市間を対象とするような大規模なネットワークへ適用し、パフォーマンスを確認する必要がある。実都市での適用により、各種防災施策へ貢献できる知見の蓄積を目指す。

**謝辞：**本研究は、JSPS 科研費 21H01452 によって実施されました。

#### 参考文献

- 1) 令和二年国土交通白書, 国土交通省, pp.71-75,2020
- 2) R. B. Dial: A probabilistic multipath traffic assignment which obviates path enumeration, *Transportation Research*, Vol.5, pp. 83-111, 1971.
- 3) 飯田恭敬・若林拓史・福島博: 道路網信頼性の近似解析方法の比較研究, 土木学会論文集 第 407 号/IV-11, pp107-116,1989
- 4) Michael A. P. Taylor, Glen M. D'Este: Transport Network Vulnerability: a Method for Diagnosis of Critical Locations in Transport Infrastructure Systems, *Critical Infrastructure: Reliability and Vulnerability*, pp9-30, 2007.
- 5) Michael A. P. Taylor & Somenahalli V. C. Sekhar & Glen M. D'Este: Application of Accessibility Based Methods for Vulnerability Analysis of Strategic Road Networks, *Networks and Spatial Economics*, Vol.6, pp 267-291, 2006.
- 6) Erik Jenelius, Lars-Göran Mattsson: Road network vulnerability analysis of area-covering disruptions: A grid-based approach with case study, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.46, pp746-760, 2012.
- 7) 飯田晃弘・本田利器: 容量低下の影響を考慮した道路ネットワークのリスク評価におけるリンクの被災レベルの影響評価の基礎的検討, 第 64 回土木計画学研究発表会講演集, 14-01, 2021
- 8) 大澤 脩司・中山 晶一郎・藤生 慎・高山 純一・溝上 章志: アクセシビリティ指標を用いた自然災害時の道路網の復旧順位設定手法に関する研究, 土木学会論文集 D3 (土木計画学), Vol.73, No.5, pp281-289, 2017.
- 9) Y.Y. Boykov., M. Jolly: Interactive graph cuts for optimal boundary & region segmentation of objects in N-D images., *Proceedings of ICCV*, pp.105-112, vol.1, 2001.
- 10) LI, Y., SUN, J., TANG, C. K., SHUM, H. Y.: Lazy-snapping, *Proc. Of ACM SIGGRAPH '04*, pp.303-308, 2004.
- 11) Gomory, R.E. and Hu, T.C.: Multi-terminal network flows. *SIAM Journal of Applied Mathematics*, 9, pp.551-570, 1961.
- 12) Sugiura, S., Chen A.: Vulnerability analysis of cut-capacity structure and OD demand using Gomory-Hu tree method, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 153, pp. 111-127, 2021.
- 13) Leblanc, L. J., Morlok, E. K., Pierskalla, W. P.: An efficient approach to solving the road network equilibrium traffic assignment problem, *Transportation Research*, Vol.9, pp.309-318, 1975.
- 14) Akamatsu, T.: Cyclic flows, markov process and transportation stochastic assignment, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 30, 5, pp.369-386, 1996.

(2022.???.? 受付)

Finding link failure combination causing increasing travel time between a node pair

Soma SASAKI, Satoshi SUGIURA