

# 公的資金の限界費用を考慮した 最適長期補修施策

河野 達仁<sup>1</sup>・畷 万希音<sup>2</sup>・水谷 大二郎<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科 人間社会情報科学専攻  
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06)  
E-mail: kono@plan.civil.tohoku.ac.jp (Corresponding Author)

<sup>2</sup>非会員 東北大学大学院 情報科学研究科 人間社会情報科学専攻 (同上)  
E-mail: makine.shima.t4@dc.tohoku.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 東北大学助教 大学院工学研究科 土木工学専攻 (同上)  
E-mail: daijiro.mizutani.a5@tohoku.ac.jp

社会基盤施設の長期維持補修計画の策定には、ライフサイクル費用最小化基準が採用されている。しかしながら、維持管理主体には財政制約がある。そのため補修工事費用の支出に占める割合が大きくなると、補修工事費用が他用途への支出を圧迫する費用や追加的財政収入を得るために生じる死荷重といった公的資金の限界費用 (MCF) の考慮が欠かせない。本研究は内生的に変化するMCFを考慮して最適補修施策を決定する。本研究ではMCFを明示的に考慮し、長期的な補修施策を動的的に最適化する。最適補修施策は定常状態において補修費用が最小となる補修施策とは必ずしも一致しないことを示す。

**Key Words** : *optimal maintenance & rehabilitation, preventive maintenance, corrective maintenance, marginal cost of funds, social welfare*

## 1. はじめに

先進国を含め各国では第二次世界大戦後に整備された社会基盤施設の耐久期間が終わりに近づいている。ニューディール政策で一足早く社会基盤施設が整備されたアメリカでは1980年代からメンテナンス不足と考えられる事故が続いている。わが国でも、老朽化が進展している橋梁は多数あり、その維持管理費用もかさんでいる。例えば、国土交通省が管理する社会基盤施設の維持管理費用は5.2兆円/年 (国土交通省(2019))<sup>1)</sup>に達している。

国土交通省は、補修施策として予防保全と事後保全の比較をしており、国土交通省管理社会資本の維持管理・更新費用は2048年に予防保全で6.2兆円/年 (平均値)、事後保全で11.6兆円/年 (平均値)<sup>2)</sup>と、大きな差があると試算している。このように、補修施策は維持管理費用の規模を大きく変化させる。

以上の国土交通省の試算のように、社会基盤施設の最適補修施策はライフサイクル費用 (LCC) の最小化の観点から一般に決定される。しかし、管理団体の予算に占める補修工事費用の割合が高くなると他の公共財への支出を圧迫するため、管理団体の財政制約を考慮して、支

出対象すべての予算配分の最適化が重要になってくる。

Smilowits & Madanat (2000)<sup>3)</sup>は財政制約を考慮したうえで複数橋梁について、補修費用を最小化している。しかし、彼らの財政制約は橋梁の補修にかかる費用の上限值と下限値を外生的に与えるというものである。この方法では全橋梁を対象とした場合でも、管理団体の支出対象すべての予算配分の最適化にはならない。財政制約の影響をみるためには、すべての収支を対象とする必要がある。

施設を管理する団体の財政制約を考慮すると公的資金の限界費用 (以降、MCF : Marginal Cost of Funds) が社会厚生に影響を与える。例えば、財政収入額が変わらない場合は、補修費用の増減に伴うその他の公共財への支出の増減で家計の効用が変化する。そのときの公共財への支出額の変化に対する効用変化の割合がMCFである。特に財政が厳しい自治体ではそもそも公共支出の便益が高く、予算を減少させた支出項目の限界便益がかなり大きいことも想定される。また、課税による死荷重損失は一括固定税あるいは価格非弾力的な財に対する税以外の全ての税で発生するため、税の歪みを与件として分析することは重要である。なお、本研究では、税制や税率を

変更せずに最適補修施策を決定する状況を想定する。

MCFを考慮した公共政策についての研究は既に多数行われている。Parry & Bento (2001)<sup>3)</sup>では混雑税収入の用途によって社会厚生が大きく変わることが示されている。このように公共政策の最適化においてMCFの考慮は必要である。

しかしながら、補修施策に関してMCFを考慮した研究は、橋梁の最適補修施策を決定した河野ら(2021)<sup>4)</sup>に限られる。河野ら(2021)<sup>4)</sup>では多数の橋梁を持つ都市を想定し、性質が異なる2種類の橋梁群の健全度分布が定常であるもとの最適補修施策を決定した。ここで、長期的には、今後の補修施策により橋梁の健全度分布が定常になることは考えられるものの、現在は劣化が進んでいる橋梁が多く、定常に至るまで一定の時間が必要と考えられる。

每期、健全度分布が変わるような状態においてはMCFも每期変動し、補修施策も変わりうる。劣化した橋梁が多いと補修費用が高くなり、予防保全をすることでMCFが上昇することが考えられる。このとき事後保全が最適補修施策となる。一方、劣化した橋梁が少ないと予防保全をしてもMCFが大きく上昇しないと考えられる。このときは予防保全が最適補修施策となりうる。このように、変動する健全度分布に対してMCFを考慮して長期的に最適補修施策を決定する必要がある。

健全度分布、MCF、補修施策に毎期の変動が生じる場合には、世代間の公平性が損なわれないよう留意する必要がある。Barro(1974)<sup>5)</sup>は世代重複モデルを用いて、公債が家計に与える影響を世代間で分析している。本研究でも非定常の補修費用が世代間に与える影響の違いを検討するため、世代重複モデルを用いて世代間の公平性を検討する。

本研究では、MCFを考慮して社会厚生を最大化する長期最適補修施策を橋梁を例に検討する。家計のモデルに世代重複モデルを利用し、補修施策によって社会厚生が変化する動学的経済モデルを示す。新潟県を対象に行った数値分析の結果、健全度Ⅱの橋梁は補修せず、健全度Ⅲの橋梁を50%補修し続ける施策が最適となった。国土交通省が推進している健全度ⅡとⅢの橋梁を100%補修する施策とは異なる結果となった。さらに最適補修施策において将来世代が現世代よりも効用が高いことが示された。

以下、2. では本研究で用いたモデルを記述する。3. では2. のモデルを用いて数値分析を行い、補修対象とする橋梁群に依存する、健全度分布の初期値や、健全度の推移確率といった行政固有の条件が最適補修施策に与える影響を解析的および数値的に示す。

## 2. モデル

ある行政区画を対象に分析を行う。対象行政区画内には性質の異なる2種類（以降では $K \in \{A, B\}$ と示す）の橋梁を設定する。時点 $t$ を離散として動学的経済モデルを設定し、社会厚生を考える。

### (1) 橋梁の劣化と補修

本研究では津田ら(2005)<sup>6)</sup>を参考にマルコフ過程で劣化過程を表現する。橋梁の劣化の程度を4段階の離散的健全度で表す。最も劣化が進んでいない段階をⅠとし、早急に補修が必要な状態をⅣとする。

すべての橋梁を每期点検し、各橋梁群の健全度別に補修割合を決定する。健全度Ⅳの橋梁は全て補修する。健全度Ⅱ、健全度Ⅲの橋梁に対しては補修する割合 $\delta_{m,t}^K$ （健全度 $m$ の $K$ 橋を補修する割合）を決定する。補修割合 $\delta_{m,t}^K$ をもとに橋梁が補修されるため橋梁の補修行列 $\pi_t^{K+}$ は $\delta_{m,t}^K$ に依存する。

補修を每期行う一方で橋梁の劣化も進展していく。劣化を表現する劣化行列 $\pi^{K-}$ は橋梁の種類ごとに異なるものの、時間的変化はなく橋梁群固有の値である。每期、補修行列と劣化行列に従い、健全度分布が推移する。

補修費用は補修前健全度分布を用いて表現される。健全度分布に補修割合 $\delta_{m,t}^K$ と補修単価をかけ、橋梁数で乗じたものの総和が補修費用となる。

### (2) 家計の設定と行動

行政区画内に居住する家計は自動車2種類の橋梁を利用する。橋梁の交通量は非弾力的である。また、補修工事を行う際は、補修前の健全度に応じて迂回が発生する。

家計のモデルでは世代重複モデルを利用する。本研究では5年を1期とし、7期ずつ若年期と高齢期を経験する。 $t$ 期に生まれた第 $t$ 世代は $t+7$ 期に生まれる第 $t+7$ 世代を子として設け、高齢期の終わりに第 $t+7$ 世代の子に遺産をのこす。

第1~7世代の各1世帯とその親や子（直系血族を含む世帯）を1つの家系とする。家系 $i \in \{1, 2, 3, \dots, I\}$ は異質であり、効用関数および所得が異なる。

各世帯は若年期に労働し、賃金を収入として高齢期に向けた貯蓄を行う。高齢期は労働せず、若年期に貯めた貯蓄と、親から受け取る遺産を収入として、自身の子世代に遺産をのこす。

家計は所得制約と時間制約のもとで効用を最大化する行動を行う。所得制約としては収入に若年期の労働収入と親からの遺産、前期の貯蓄があり、支出として合成消費、交通の費用、迂回費用、来期への貯蓄、子への遺産、労働所得税、個人住民税を考える。時間制約としては余暇時間と交通の時間、迂回の時間に若年期のみ労働

時間を加えた時間の合計が利用可能時間に一致する。

効用関数はBarro(1974)<sup>9)</sup>に基づき、交通による効用と余暇時間による効用、公共財への支出による効用、合成財消費による効用、さらに次世代の効用を考えた効用関数とした。この効用関数は合成財消費について線形の準線形効用関数であるため、異質性を考えても同質な家計と同様に効用の集計が可能である。本研究では社会厚生を、計画期間内に家計が得る効用の総和と定義する。

(3) 政府の設定と行動

政府は財政制約と橋梁の健全度分布がマルコフ過程に従うという制約のもとで社会厚生を最大化するように橋梁の補修割合と公共財への支出額 ( $G_t$ ) を決定する。財政制約として補修費用と公共財への支出が税収と補助金の総和を上回らないとしている。

最適化問題のラグランジュ関数が式(1)である。ここで  $\sum_{i=1}^I \tilde{V}_t^i$  は全家計の効用の総和である。

$$\begin{aligned} \Phi = & \sum_{i=1}^I \tilde{V}_t^i + \sum_{i=1}^T \left(\frac{1}{\bar{r}}\right)^{t-1} \left[ \sum_K \lambda_t^K \left( \sum_m W_{m,t}^{K-} - 1 \right) \right. \\ & + \sum_K \sum_n \mu_{n,t}^K \left( W_{n,t+1}^{K-} - \sum_m \pi^{K-}[n|m] \pi^{K+}[m|n, \delta_{m,t}^K] W_{m,t}^{K-*} \right) \\ & \left. + \varphi_t \left( \sum_{i=1}^I ((\bar{\tau}_i + \bar{\tau}_{c,y}) L_t^* + \bar{\tau}_{c,o}) + \bar{R}_t - G_t - \sum_K C_t^K \right) \right] \end{aligned} \quad (1)$$

$\bar{r}$  : 粗利子率 (=利子率+1)

$\lambda_t^K, \mu_{n,t}^K, \varphi_t$  : 社会厚生最大化の各制約式に関するラグランジュ乗数

$W_{m,t}^{K-}$  :  $t$  期の  $K$  橋において健全度  $m$  の橋が占める割合

$\bar{\tau}_i$  : 労働所得税率

$\bar{\tau}_{c,y}, \bar{\tau}_{c,o}$  : 若年期, 高齢期の市民税率

$L_t^*$  :  $t$  期における家系  $i$  の1家計の最適化された労働時間

$\bar{R}_t$  :  $t$  期の補助金

$\sum_K C_t^K$  :  $t$  期の補修費用総額

公共財への支出について式(1)の一階条件をとると、式(2)が得られる。

$$7I \left[ \frac{\partial p_y^i(G_t)}{\partial G_t} + \frac{\partial p_o^i(G_t)}{\partial G_t} \right] = \varphi_t \quad (2)$$

$p_y^i(G_t), p_o^i(G_t)$  : 各家計での  $G_t$  についての効用関数 ( $G_t$  に関して逓減)

式(2)の左辺は公共財への支出 ( $G_t$ ) の限界費用の総和である。右辺は財政制約の厳しさを表現するラグランジュ乗数である。すなわち、 $\varphi_t$  は公共財への支出の社会的限界費用 (MCF) を示す。

表-1 補修割合の検討パターン

パターン	健全度ごとの補修割合	
	健全度 II	健全度 III
1	0%または 50%	50%
2	0%または 100%	50%
3	50%または 100%	50%
4	50%または 100%	100%
5	0%	50%または 100%
6	50%	50%または 100%
7	100%	50%または 100%

3. 数値分析事例

(1) 数値分析の設定

時間変数を含む数値計算のため、最適化する変数が膨大で、補修割合を連続変数として毎期決定することは不可能である。そこで、本数値分析では、各期の補修割合の候補を表-1のように設定した。パターンごとの補修割合の候補から発生しうる各期の補修割合の組み合わせを全計画期間分組み合わせさせた。組み合わせさせた全計画期間分の補修割合を補修施策として A 橋と B 橋に与え、社会厚生が最大となる補修施策を最適とした。

数値分析に使用するパラメータは新潟県を想定してキャリブレーションした。新潟県管理橋梁のうち幅員が 5m 以上は A 橋、5m 未満は B 橋と設定した。迂回に要する時間や金銭的費用はメンテナンス費用に比較して小さいと想定して、考えないこととした。

補修施策を決定する期間は10期間 (50年間) とし、11 期目から30期目までは10期目の補修施策が継続されるものとして30期分の社会厚生を計算した。

劣化確率は津田ら(2005)<sup>9)</sup>の手法を用いて推定した。全都道府県の管理橋梁の点検データと新潟県管理橋梁の点検データからそれぞれ推定した劣化確率で計算を行った。

MCFは観測できないためMCFの最大値が5程度、最大値が2程度、常に1 (以降各々、MCF=5, MCF=2, MCF=1) という状況で計算した。MCF=1はLCC最小化による補修施策最適化と同じ状況である。

(2) 数値分析の結果

MCF=2, MCF=5, MCF=1という状況と2種類の劣化確率 (新潟県, 全都道府県) を組み合わせさせたすべての計算で表-2に示す補修施策が最適となった。

最適補修施策においては補修施策が時点によって変化しないため、8期前後から A 橋, B 橋ともに健全度分布が定常となり補修費用も一定となった。

従来LCC最小化と同じ状況であるMCF=1固定と、MCFを内生的に考慮した際の最適補修施策は一致し

表-2 最適補修施策と最適補修施策における MCF の推移

期			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
最適 補修	A	II	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		III	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
割合 (%)	B	II	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
		III	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
MCF			1.99	1.99	1.98	1.97	1.96	1.95	1.94	1.93	1.92	1.91

表-3 最適補修施策と最小補修費用施策の比較

健全度	初期分布		定常分布	
	A 橋	B 橋	最適 補修施策	最小補修 費用施策
I	0.193	0.210	0.239	0.482
II	0.505	0.518	0.504	0.371
III	0.302	0.272	0.257	0.257
補修費用 (定常状態)			233.1 億円/期	211.4 億円/期

た。しかし、国土交通省が推進する健全度ⅡとⅢともに100%補修する施策ではなく、Ⅲを50%のみ補修する施策が最適となった。

最適補修施策は本数値分析で検討した施策の中で定常状態の補修費用が最小である補修施策（以降、最小補修費用施策）とは一致しなかった。つまり、将来の補修費用が低くなるように補修割合を決定していくと、社会厚生が低くなるということが示された。両施策が一致しない理由として初期の健全度分布の影響が考えられる。表-3より最小補修費用施策での定常分布に比べ、最適補修施策の定常分布が初期分布に近いことがわかる。

劣化した橋梁が多い初期分布から定常状態になるまでに多く橋梁を補修すると、定常状態になるまで補修費用がかかるものの、劣化した橋梁が少ない定常分布に収束し、将来の補修費用は低くなる。一方で、定常状態になるまでに補修する橋梁を減らすと、定常状態になるまで補修費用は低くなるものの、劣化した橋梁が多い定常状態に収束し、将来の補修費用が増大し将来の社会厚生を下げることになる。

さらに本数値分析では時間割引率を考慮しているため、定常状態になるまでの補修費用と定常状態になってからの補修費用が時間割引率によって重みづけされている。両方の補修費用が社会厚生に与える効果を踏まえて最適補修施策が決定されている。

加えて、計算コストの観点から健全度ごとの補修割合を絞って分析を行ったため、定常状態になるまでの補修費用を滑らかに変更することができない。本数値分析で設定した補修割合では定常状態になるまでの補修費用を高くすることによって社会厚生を下げることが、定常状態で補修費用を小さくすることによって社会厚生を上げる効果を上回らなかったため、補修費用が高い定常分布に収束したと考えられる。

ここで、定常分布は補修行列と橋梁群固有の劣化行列から計算される。補修施策を決定する際には初期分布だけでなく劣化行列も考慮する必要がある。行政区によらず一律の劣化行列を使用した場合、最小補修費用施策や最適補修施策から乖離することも考えられる。

世代間の公平性の評価を行うために、第1世代（1期に若年期の1期目）と、第5世代（5期に若年期の1期目）で最適補修施策での一生分の効用を比較した（表-4）。

最適補修施策では計画期間内において1期目の補修費用が最も高いため、1期目の補修費用を負担する第1世代は第5世代より負担する補修費用が高くなる。一生分の効用は世代間で5.8千万円の差がある。

世代間の効用差が大きくなる原因は2つある。まず1つ目の原因は補修費用の負担額の差である。負担する補修費用が高いと家計支出の増加と政府の公共財への支出減少によって効用が減少する。

2つ目の原因は経済成長である。経済成長により、時間が進むにつれて家計収入と政府の税収が増加する。後の世代であるほど、家計収入の増加と政府の税収増加による効用増加が見込める。

つまり第1世代は補修費用の負担による効用への負の影響を受け、第5世代は補修費用の負担による効用への負の影響が小さく、経済成長による効用への正の影響が第1世代よりも大きい。そのため世代間で一生分の効用に大きな差が出る。

#### 4. 結論

本研究では、社会基盤施設を管理する団体の財政制約を明示的に考慮し、動学的に長期間の補修施策を最適化する計算を行った。最適補修施策は必ずしも定常状態で補修費用が最小となる施策に一致するとは限らない。初期の健全度分布や時間割引率の影響を受けることが示された。また最適補修施策において世代間の公平性を見てみると、将来世代が得られる効用が著しく大きいことを示した。

今後の研究課題としては、補修施策の候補をより連続的な補修割合に近づけることがあげられる。本研究では計算コストの観点から、補修施策の候補として3種類の補修割合（0%、50%、100%）のみを与えた。より連

続的な補修割合を候補として与えることができれば、行政が固有に持つパラメータに合った補修施策をより正確に求められる。

次に、MCFが最小となる税制や補助金の分析をすることが今後の研究課題としてあげられる。本研究ではMCFは観測できないものとし、財政支出の分配により変化するMCFの最大値を設定することでMCFを内生化して数値分析を行った。税率や補助金を動的に最適化することは考慮していない。

最適課税理論においては全ての税におけるMCFが一致することが最適とされている。最適課税理論に基づいて税率を動的に最適化すると、社会全体の死荷重損失を減らすことができ、厚生改善を図れる。

さらに税制の最適化は本研究で明らかになった世代間の公平性に対する政策検討が必要である。例えば、現世代で公債を発行して将来に増税をすることで公債を返済するという事も考えられる。公債発行によって現世代のみが負担していた1期目の高額な補修費用を将来世代と分担することが可能になる。最適補修施策の提案に

おいて効率性だけでなく公平性も考慮することができる。そのため、動的に税制を最適化することも今後の課題である。

## REFERENCES

- 1) 国土交通省：2019. <http://www.mlit.go.jp/common/001282445.pdf> (2021年6月30日アクセス)
- 2) Smilowitz, K. and Madanat, S.: Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, Vol. 15, Issue 1, pp. 5-13, 2000.
- 3) Pary, I. W. H. and Bento, A.: The Scandinavian Journal of Economics, Vol. 103, No. 4, pp. 645-671, 2001.
- 4) 河野達仁, 篤万希音, 水谷大二郎: 土木学会論文集D3 (土木計画学), Vol. 7, No. 4, pp.389-399, 2021.
- 5) Barro, R. B.: The Journal of Political Economy, Vol. 82, Issue 6, pp. 1095-1117, 1974.
- 6) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 土木学会論文集, No. 801/I-73, pp. 69-82, 2005.

(Received ??????)

(Accepted ??????)

## LONG-RUN OPTIMAL MAINTENANCE POLICIES CONSIDERING THE MARGINAL COST OF PUBLIC FUND

Tatsuhito KONO, Makine SHIMA and Daijiro MIZUTANI

When public agencies design maintenance policies, if the maintenance cost has a large share of the budget, it is necessary to reduce the expenditures for other items, which decrease the benefits of the other items. These additional costs due to an increase in the public expenditure are called the marginal cost of public funds (or MCF). Our study takes account of the MCF endogenously to design maintenance policies. This study explicitly considers MCF, and optimizes the long-term maintenance policy dynamically. The optimal maintenance policy is not always the same as the maintenance-cost minimizing policy in steady state.