

Recursive Logit モデルにおける 正の効用の推定可能性

大山 雄己¹

¹正会員 芝浦工業大学 工学部土木工学科 (〒 135-8548 東京都江東区豊洲 3-7-5)
E-mail: oyama@shibaura-it.ac.jp

Recursive Logit (RL) モデルは再帰的な行動記述の一般性とその計算効率性から近年さまざまな拡張・適用が行われているが、価値関数評価に伴う数値計算上の問題を残している。特にモデル推定においては、パラメータ探索において一度でも RL モデルの実行可能領域外へパラメータが更新されれば、計算不可能となる。こうした問題を解決する方法として、本研究ではプリズム制約に基づいて定義された経路集合を持つ RL モデル (Prism-RL モデル) を提案する。数値実験を通じて Prism-RL モデルが RL モデルのパラメータを初期値、真値に依らず安定的に再現し、従前では不可能であった正の効用を推定できることを確認した。また実際の歩行者ネットワークへの適用も行い、歩行者が緑地の存在から受ける正の効用を捉えるとともに、従前の RL モデルと比較して高い適合度を得たことから、Prism-RL モデルがより現実的な行動を記述できる可能性が示唆された。

Key Words: Route choice analysis, recursive logit model, prism constraint, positive utility, pedestrian, probe person

1. はじめに

Recursive logit (RL) モデル¹⁾²⁾ はマルコフ決定過程に基づいて定式化され、経路選択行動の記述において経路列挙を必要としない効率的なモデリング手法である。しかし、モデリングの過程で必要とされる価値関数の算出に数値計算上の課題を残している。ネットワークに周回構造が含まれるとき、状態間推移効用の値に依存して価値関数が発散し、評価不可能となることが知られている³⁾⁴⁾。この数値計算上の課題は、モデル推定において特に重要な問題となる。効用値を定めるモデル・パラメータが推定の過程で更新されるため、たとえ初期値および真値が実行可能解であっても、推定途中に実行不可能解へ更新されて価値関数が発散し得る。RL モデルの従前研究²⁾⁵⁾ では、効用関数に負の効用 (e.g., 移動時間・距離) のみを含めるとともに、U ターンに関する十分大きい固定のペナルティ項を追加することで、価値関数発散の課題に対処している。しかし、こうした(場当たりの)操作は同時に、RL モデルの適用上の限界を意味している。再帰的な行動のモデル化は経路選択にとどまらない一般的な枠組みであり、目的地選択のシークエンス⁶⁾ やモードチェイン⁷⁾ のモデリングへの応用も考えられる。様々なケースへの応用可能性を高めるためにも、RL モデルの数値計算上の問題を解決し、効用に対する変数の正の影響を捉えることが重要である。

本研究は、Oyama and Hato (2019)⁴⁾ によるプリズム

制約型の経路集合限定手法に基づき、RL モデルをパラメータの真値、初期値に依らず安定的に推定するための手法を提案する。Oyama and Hato は状態拡張ネットワークにプリズム制約を導入して経路集合限定することで、RL モデルの計算効率性 (i.e., 経路選択肢の非列挙性) を損なうことなく価値関数の発散を解決する方法を提案した。ただし、交通量配分への適用にとどまっておらず、モデル推定への適用可能性は未検証である。本研究ではプリズム制約付の RL モデル (Prism-RL モデル) を提案し、その推定可能性を通常の RL モデルとの比較を通じて検証する。さらに実際のケーススタディとして歩行者ネットワークへの適用を行い、歩行者が負の効用 (移動コスト) のみならず、街路の魅力といった正の効用も認知していることを明らかとする。

2. Recursive Logit モデル

本章では Fosgerau et al. (2013)²⁾ による RL モデルを簡単に説明した後、近年の発展および数値計算上の課題について議論する。

有向グラフ $G = (N, L)$ を考える。 N, L はそれぞれ、ノード、リンクの集合である。RL モデルはマルコフ決定過程に基づき、経路選択行動を系列的な状態選択行動としてモデル化する⁸⁾。状態の定義に応じて、ノードベース、リンクベースいずれも可能であるが、通常交通量配分においてはノードベース¹⁾⁹⁾、離散選択分析の文脈ではリンクベース²⁾⁵⁾ が用いられる。ノードベース

モデルはシンプルな記述が可能な一方、リンクベース RL モデルではリンク間の推移、つまり 3 つのノード間の関係を考慮することが可能である。本研究でも経路選択メカニズムの柔軟な記述に着目し、リンクベースモデルを用いて 4 章の数値計算を行った。

状態 k にある旅行者は、状態間推移に伴う即時的な効用 $u(a|k)$ および目的地 d までの将来期待効用 $V^d(a)$ の和を最大化させるよう、次の状態 a を選択すると仮定する。効用 $u(a|k)$ はさらに、確定効用 $v(a|k)$ と確率効用 $\epsilon(a|k)$ の和として定義される。将来期待効用 $V^d(k)$ は状態 k の価値関数であり、ベルマン方程式によって次のように定式化される：

$$V^d(k) \equiv E \left[\max_{a \in A(k)} \{v(a|k) + \epsilon(a|k) + \mu V^d(a)\} \right]. \quad (1)$$

ここで $A(k)$ は状態 k に接続する状態集合 (i.e., 選択可能な行動集合), μ は $\epsilon(a|k)$ のスケール・パラメータである。確率項に i.i.d. ガンベル分布 $\epsilon(a|k) \sim \text{Gumbel}(0, \mu)$ を仮定し、(1) を整理すると次が得られる：

$$e^{\frac{1}{\mu} V^d(k)} = \sum_{a \in A(k)} e^{\frac{1}{\mu} \{v(a|k) + V^d(a)\}}, \quad \forall k \quad (2)$$

式 (2) は連立一次方程式であり、行列表記を用いて次のように書き直すことができる：

$$\mathbf{z}^d = \mathbf{M}\mathbf{z}^d + \mathbf{b}^d \Leftrightarrow \mathbf{z}^d = (\mathbf{I} - \mathbf{M})^{-1} \mathbf{b}^d \quad (3)$$

$z_k^d = e^{\frac{1}{\mu} V^d(k)}$, $M_{ka} = \delta(a|k) e^{\frac{1}{\mu} v(k|a)}$ であり、 $\delta(a|k)$ は状態間の接続行列である。 b_k^d は $k = d$ のときのみ 1, それ以外で 0 をとる。最終的に、RL モデルは経路 $\sigma = [k_1, \dots, k_J]$ の選択確率を、状態間推移確率の積によって記述する：

$$P(\sigma) = \prod_{j=1}^{J-1} p^d(k_{j+1}|k_j) = \prod_{j=1}^{J-1} \frac{e^{\frac{1}{\mu} \{v(k_{j+1}|k_j) + V^d(k_{j+1})\}}}{\sum_{a \in A(k_j)} e^{\frac{1}{\mu} \{v(a|k_j) + V^d(a)\}}}. \quad (4)$$

なお、式 (4) はすべての実行可能経路を選択肢集合とする multinomial logit (MNL) 型経路選択モデルに等価である^{1),2)}。RL モデルの詳細については、Fosgerau et al. (2013)²⁾ を参照されたい。

RL モデルについてはその計算効率性から、近年多くの適用・拡張研究がなされている。拡張モデルとしては例えば、nested RL (NRL) モデル⁵⁾, network multivariate extreme value (NMEV) モデル¹⁰⁾, discounted RL (DRL) モデル³⁾ 等がある。また、情報提供¹¹⁾, ネットワーク不確実性¹²⁾ を考慮する拡張も行われている。RL モデルのマルコフ型交通量配分モデルとの数学的な等価性についても議論が進んでおり¹⁾¹³⁾¹⁴⁾, 近年では NMEV 型マルコフ配分への拡張⁹⁾ や機械学習分野への適用¹⁵⁾ なども見られる。

こうした研究が進む一方で、RL モデルは未解決の数値計算上の課題を残している。RL モデルの解の存在はネットワークの構造、効用サイズ、そしてモデル・パラメータの値に依存し、特にネットワークに周回構造が含まれるとき、パラメータに依存して価値関数が評価不可能となる問題が生じやすい。数学的には、式 (3) が解を持つ必要十分条件は、行列 \mathbf{M} のスペクトル半径 (固有値の絶対値の最大値) $\rho(\mathbf{M})$ が厳密に 1 より小さいことである³⁾⁴⁾。従前の RL モデル研究²⁾⁵⁾ では、効用関数に負の効用のみを含めるとともに、U ターンに関する固定のペナルティ項を追加し、数値計算上の問題を回避してきた。ただし、こうした効用関数の操作が常に問題を解消する保証はない。実際、負の効用のみを含む場合でも、パラメータに依存して価値関数が発散することも既往研究では数値実験とともに示されている³⁾⁴⁾。モデル推定においてはその過程でパラメータを探索的に更新するため、更に問題が生じやすい。特に正の効用を捉えるためには、制約付き最適化のようにパラメータの探索範囲を事前に限定することも難しく、価値関数の発散をより一般的に回避する手法が求められる。

3. Prism-Constrained RL モデル

本章では、Oyama and Hato (2019) のプリズム制約型経路集合限定手法に基づく RL モデル (Prism-RL モデル) を定式化する。また、その行動論的解釈や推定の方法についても述べる。

(1) プリズム制約に基づく経路集合の限定

交通量配分の分野で近年、Oyama and Hato (2019)⁴⁾ は RL モデルの数値計算上の問題を解決するための経路集合限定手法を提案した。まず状態 s を、空間 (ノードまたはリンク) k および選択ステージ t の組 $s = (t, k)$ によって定義し、ネットワークを拡張する。ここで、選択ステージ t は旅行者の意思決定のタイミングを意味しており、(動的モデルの意味での) 時間を示していない。また、効用関数 $v(a|k)$ (に含まれる説明変数) は t に依存せず、モデルは静的である¹⁾。更に状態拡張ネットワークへ、選択ステージ制約 T を導入する。 T は旅行者が経験できる最大の選択行動回数を意味しており、元のネットワークの定義により様々な解釈が可能である (Oyama and Hato, 2019⁴⁾ の Table 1)。旅行者はステージ T かそれ以前に目的地 d に到着する必要がある、最終的な状態は常に $s_T = (T, d)$ である。この考えを用いてネットワーク上の状態数の削減を行い、実行可能経路

¹⁾ 従前の RL モデルとの比較のため静的モデルを仮定するが、同様の考えに基づいた時空間ネットワークとしての記述は素直に可能である¹⁶⁾。

集合を限定する。

状態 k から d に到達するために必要な最小ステップ (選択ステージ) 数を $D^d(k)$ とする。 $D^d(k)$ はグラフ G 上の最短経路探索によって算出可能である。 $D^d(k)$ に基づいて、状態 $s = (t, k)$ の存在可能条件は次のように定義される。

$$I^d(t, k) = \begin{cases} 1, & \text{if } D^d(k) \leq T - t \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad \forall t \in \{0, \dots, T-1\} \quad (5)$$

つまり、旅行者は $I^d(t, k) = 1$ を満たすステージ t に限って、空間 k を利用することができる。ステージ t における状態集合 S_t^d は、限定された集合 $S_t^d \equiv \{s = (t, k) | I^d(s) = 1\}$ として定義される。2つの状態 $s = (t, k)$, $s' = (t+1, a)$ 間の推移は、両状態が存在し、かつ空間的に接続されている場合のみ可能であり、この状態接続条件 $\Delta^d(s'|s) = \Delta_t^d(a|k)$ は次のように定義される:

$$\Delta_t^d(a|k) = I^d(t, k) \delta(a|k) I^d(t+1, a). \quad (6)$$

エッジ (接続する状態のペア) の集合 E_t^d は、 $E_t^d \equiv \{(s, s') = ((t, k), (t+1, a)) | \Delta^d(s'|s) = 1\}$ として限定される。ここで制約 Δ は、旅行者にとって移動可能な空間集合が選択ステージ t によって変わることを意味している。つまり実行可能経路集合 Ψ^d は、削減後の状態拡張ネットワーク (S^d, E^d) 上で定義される経路集合となり、時空間プリズム¹⁷⁾ の形をなす。

ここで2点、補足を述べたい。まず、選択ステージ制約 T は目的地ごと ($T \equiv T_d$)、または OD ペアごと ($T \equiv T_{od}$) に定義されることが望ましい。実経路情報から迂回率や最大ステージ数を観測することで、 T をより適切に設定することができよう。本稿第4章(2)の適用でも、実経路情報に基づく設定を行っている。また、上述では最終状態 (T, d) を唯一の頂点とするプリズムを定義した。しかし、初期状態 $s_0 = (0, o)$ に対する制約も同様に考慮することが可能であり、この場合の状態存在条件(5)は以下の式で置き換えられる。

$$I^{od}(t, k) = \begin{cases} 1, & \text{if } D^d(k) \leq T - t, D^o(k) \leq t \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (7)$$

ここで $D^o(k)$ は、出発地 o から空間 k への最小ステップ数である。式(7)に基づく二重制約のプリズム・アプローチは、より正確な行動範囲を記述し、考慮すべきネットワークの状態数を削減できる。一方で OD ペアごとにプリズムを定義する必要があり、大規模ネットワークでは計算コストが高くなる可能性がある。

(2) Prism-RL モデルの定式化

次に、前項のプリズム制約によって限定された経路集合をもつ Prism-Constrained RL モデル (i.e., Prism-RL

model) を定式化する。RL モデルとの重要な違いは、価値関数 $V^d(s) = V^d(t, k)$ が状態 $s \in S \equiv \{S_0, \dots, S_T\}$ ごとに定義されることである。つまり Prism-RL モデルにおいて、価値関数 $V^d(t, k)$ は、現在の状態 (t, k) および最終状態 (T, d) によって定義されるプリズムの評価関数であり、それゆえ空間が同じでも選択ステージごとに異なる値を取り得る (図-1)。

結果的に、RL モデルの式(2)(3)は次のように置き換えられる。

$$e^{\frac{1}{\mu} V^d(t, k)} = \sum_{a \in A(k)} \Delta_t^d(a|k) e^{\frac{1}{\mu} \{v(a|k) + V^d(t+1, a)\}} \quad (8)$$

and

$$\mathbf{z}_t^d = (\Delta_t^d \circ \mathbf{M}) \mathbf{z}_{t+1}^d + \mathbf{b}^d \quad (9)$$

ここで $\mathbf{z}_t^d(k) = e^{\frac{1}{\mu} V^d(t, k)}$ である。価値関数が状態別に定義されること、そしてプリズム制約を考慮すれば、式(9)は以下の後ろ向き帰納法によって解くことができる。

Step 1: 最終状態 (T, d) を定義し、 $\mathbf{D}^d, \mathbf{I}^d$, および Δ^d を計算する。

Step 2: 価値関数を $\mathbf{z}_T^d(d) = 1, \forall t \in \{0, \dots, T\}$ のように初期化する。 $t = T$, $\mathbf{z}_T^d(k) = 0, \forall k \neq d$ とする。

Step 3: $t = t - 1$ とする。 \mathbf{z}_t^d を式(9)によって計算する。

Step 4: $t = 0$ であれば計算を終了し、そうでなければ Step 3 に戻る。

つまり式(9)は T 回の反復によって常に求解可能であり、ネットワークの構造や効用関数に依らず価値関数を算出できる。加えて、本手法はモデルが線形・非線形かに依らず、NRL モデル⁵⁾ や DRL モデル³⁾ 等の非線形モデルにも適用可能である。計算性に関する特性や非線形モデルへの適用については、Oyama and Hato (2019)⁴⁾ を参照されたい。

上述の価値関数に基づいて、Prism-RL モデルにおける状態 $s = (t, k)$, $s' = (t+1, a)$ 間の推移確率 $p^d(s'|s) = p_t^d(a|k)$ は以下のように定式化される。

$$p_t^d(a|k) = \frac{\Delta_t^d(a|k) e^{\frac{1}{\mu} \{v(a|k) + V^d(t+1, a)\}}}{\sum_{a' \in A(k)} \Delta_t^d(a'|k) e^{\frac{1}{\mu} \{v(a'|k) + V^d(t+1, a')\}}} \quad (10)$$

式(10)はプリズム制約 $\Delta_t^d(a|k)$ を含んでおり、たとえ状態同士が空間的に接続している場合でも、プリズム外への移動は実行不可能 (i.e., 選択確率が 0) となる (図-2)。

(3) モデル推定

最尤法により Prism-RL モデルの推定を行う。いま、経路選択データ $\sigma_n = [k_0, \dots, k_{J_n}]$, $n \in \{1, \dots, N\}$ が観測されているとする。すべての観測経路が実行可能経路集合に含まれるよう、選択ステージ制約 T は観測経路の最大ステップ数 $\bar{J} \equiv \max_n J_n$ 以上になるよう設

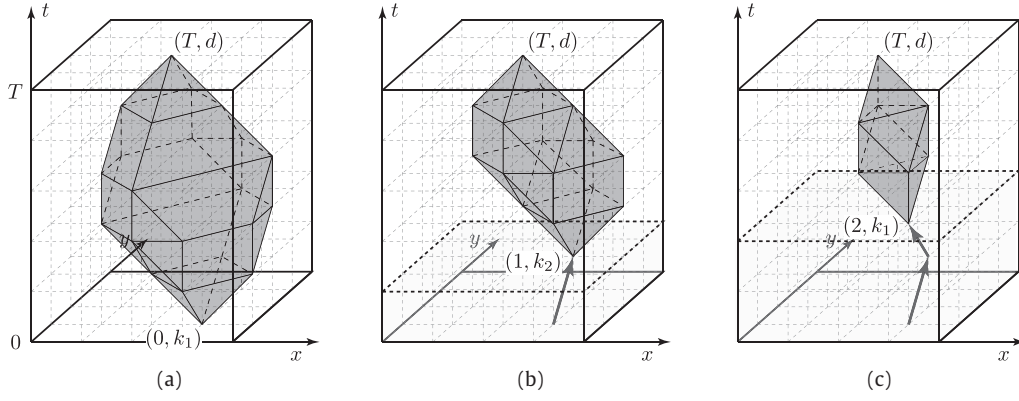


図-1 Prism representing the restricted set of states conditional on each of current states (a) $(0, k_1)$, (b) $(1, k_2)$, and (c) $(2, k_1)$, where the choice stage constraint is $T = 5$. The value function $V^d(s)$ evaluates all the feasible paths within the prism and thus takes different values by choice stages even in the same space; in this example, the panels (a) and (c) illustrate that $V^d(0, k_1) \neq V^d(2, k_1)$. Note that this 図-shows a doubly-constrained case.

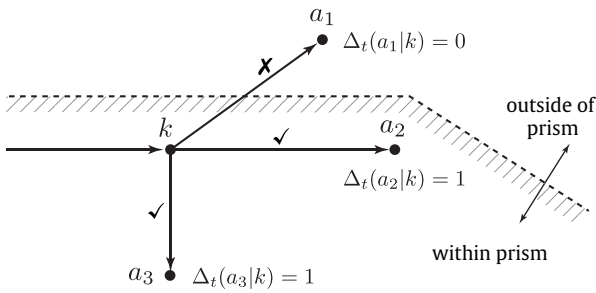


図-2 Route choice behavior constrained by the prism: In this example, node k is connected to three nodes $A(k) = \{a_1, a_2, a_3\}$, but state $(t + 1, a_1)$ is outside of the prism, i.e., $I(t + 1, a_1) = 0$. At node k and choice stage t , therefore, the choice of a_1 is violated ($\Delta_t(a_1|k) = 0$), and only the transitions to a_2 or a_3 are allowed ($\Delta_t(a_2|k) = \Delta_t(a_3|k) = 1$).

定する．次に、観測経路データに選択ステージの情報を追加し、Prism-RL モデル推定用のデータへ翻訳する $\sigma_n^* = [(0, k_0), \dots, (J_n, d_n), (J_n + 1, d_n), \dots, (T, d_n)]$ ．ここで d_n は経路 σ_n の目的地であり、 $k_{J_n} = \dots = k_T = d_n$ とする．なお、この翻訳によって経路そのものの性質や行動論的解釈は変化しない． σ^* に基づいて、Prism-RL モデルの対数尤度関数は以下のように定義される：

$$\begin{aligned} LL(\beta; \sigma^*) &\equiv \log \prod_{n=1}^N P(\sigma_n) \\ &= \sum_{n=1}^N \sum_{t=0}^{T-1} \log p_t^{d_n}(k_{t+1}|k_t) \\ &= \frac{1}{\mu} \sum_{n=1}^N \sum_{t=0}^{T-1} [v(k_{t+1}|k_t) + V^{d_n}(t+1, k_{t+1}) - V^{d_n}(t, k_t)] \end{aligned}$$

(11)

β はモデル・パラメータのベクトル、確定効用 $v(a|k) = v(\mathbf{x}_{a|k}, \beta)$ は β および空間ペア (k, a) の観測特性変数ベクトル $\mathbf{x}_{a|k}$ の関数である．本研究ではスケール μ は 1 に固定する．式 (11) の最大化には、nested fixed point (NFXP) algorithm¹⁸⁾ を用いる．パラメータ探索は非線形最適化のアルゴリズムである準 Newton 法 (BFGS) により実装した．

4. 数値計算結果

本章ではまず、Sioux Falls ネットワーク上で生成したシミュレーションデータを用いて、パラメータの再現性と推定安定性の観点から、RL モデルと Prism-RL モデルの比較実験を行う．その後、歩行者ネットワークを対象とし、歩行者が街路上の緑地の存在から受ける正の効用に着目し、実データへの適用結果を示す．

本研究ではすべての適用計算において、リンクベースのモデルを用いた．また、プリズム制約は目的地 (最終状態) のみの情報を用いて定義した．数値計算 (モデリング、推定、検証) はすべて、14 コア・Intel Xeon W プロセッサ (2.5 GHz)・64GB メモリ搭載の個人 PC (iMac Pro) を用いて、Python 3.6 上で実行した．

(1) シミュレーションデータに基づく数値実験

まずシミュレーションデータに基づく数値実験を通じて、Prism-RL モデルが実際に RL モデルの推定における数値計算上の問題を解決することを示す．Sioux Falls ネットワークデータ¹⁹⁾ を用いて、以下のように効用関数を定義する．

$$v(a|k) = \beta_{\text{len}} \text{Length}_a + \beta_{\text{cap}} \text{Capacity}_a - 10 \text{Turn}_{a|k} \quad (12)$$

Length_a, Capacity_a はそれぞれ、リンク a の長さ、容量/10000 であり、提供データセットに含まれている情報である²。さらに、既往研究 (e.g., Fosgerau et al, 2013²) に従い、U ターンダミー変数 $U_{turn_{a|k}}$ に対する固定の負のペナルティ項を追加している。本数値実験の既往研究に対する差異は、効用に対する正の効用の推定可能性を検証することにある。従ってここでは、容量 Capacity_a のパラメータ β_{cap} が正の値を取りうるものと仮定する (β_{len} は常に非正と考える)。従前の RL モデルでは、価値関数評価に伴う数値計算上の問題から、正の効用を含めることはできていなかった。

本項の数値実験では常に、既知のパラメータ $\hat{\beta}$ に基づく“RL モデル”のシミュレーションによって生成された経路選択データを用いて、RL モデルおよび Prism-RL モデルの推定結果を比較する。3 章 (3) で説明した方法によって経路データに選択ステージの情報を追加し、Prism-RL モデルの推定用データへ翻訳する (前述の通り、この翻訳によってデータの行動論的性質は変化しない)。本実験では $T = 15$ とした³。目的地を 4 つ、出発地を 6 つ、目的地・出発地で同一空間とならないように設定し (i.e., 24OD ペア)、モンテカルロシミュレーションにより各 OD ペアに対して 1000 の経路データを生成した。なお実験では (2 回以上使用されるリンクがあるという定義のもとでの) 周回を含む経路は観測されなかった。

以上の条件に基づいて、以下 2 つの数値実験を行う。

- (a) まず、RL モデルと Prism-RL モデルの推定結果を (i) $\beta_{cap} < 0$, (ii) $\beta_{cap} > 0$ の 2 ケースで比較する。本実験の目的は、Prism-RL モデルがパラメータ条件に依らず (i.e., 正の効用を含む場合でも) RL モデルの真のパラメータを再現できる可能性を検証することである。
- (b) 次に、それぞれのモデルの推定におけるパラメータ更新過程を可視化し、推定上の問題を分析する。本実験は $\beta_{cap} > 0$ の場合に着目し、RL モデルが推定過程においてどのように計算上の問題に直面するか、また Prism-RL モデルがどの程度安定的に推定可能かどうかを確認する。

a) パラメータの再現性

真のパラメータの再現可能性を詳細に検証するため、全体の経路データを 10 サンプル (i.e., 各 2400 経路) に分割し、各サンプルに対して RL モデルと Prism-RL モデルそれぞれの推定を行った。

² 4 章 (1) の数値実験では便宜上の理由でリンク長、容量を変数として用いており、数値計算上の問題に着目するため、変数の行動論的な解釈に重きを置いていない。

³ 追加的に $T = 10, 20, 30, 40$ のケースでも実験を行ったが、本実験では推定結果に変化は見られなかった。ただし、計算時間は T の増加に伴って、線形的に増加した。

最初のケースでは、式 (12) のパラメータを $(\hat{\beta}_{len}, \hat{\beta}_{cap}) = (-1.5, -1.0)$ とし、負の効用のみを含むよう設定した。表-1 に推定結果を示す。この場合、両モデルの推定値および標準誤差は、最も差が大きいものでも小数点第 4 位まで等しい値となった。さらに、10 サンプルすべての場合で、真値に近い推定結果が得られており、統計的にも 5% の有意水準で真値との有意な差がなかった。本結果は、Prism-RL モデルが選択ステージの次元を導入しつつも、RL モデルの真のパラメータを十分に再現できたことを示している。

表-1 Estimation results with the simulated observations. The true parameter values are $(\hat{\beta}_{len}, \hat{\beta}_{cap}) = (-1.5, -1.0)$. All estimates and standard errors of the RL and Prism-RL models were exactly equal to four decimal places.

Sample	β_{len}	std.err.	t-test	β_{cap}	std.err.	t-test
1	-1.529	0.028	1.059	-1.000	0.039	-0.009
2	-1.521	0.038	0.556	-0.978	0.054	-0.401
3	-1.506	0.028	0.201	-1.037	0.039	0.955
4	-1.509	0.051	0.174	-0.976	0.112	-0.213
5	-1.492	0.042	-0.181	-1.000	0.055	0.008
6	-1.468	0.032	-0.994	-0.996	0.040	-0.089
7	-1.504	0.034	0.107	-1.053	0.041	1.305
8	-1.514	0.026	0.535	-1.044	0.038	1.165
9	-1.538	0.028	1.372	-0.973	0.039	-0.698
10	-1.471	0.028	-1.003	-0.984	0.040	-0.403
Average	-1.505	0.034	0.183	-1.004	0.050	0.162

次に、正の効用を含むように真値を $(\hat{\beta}_{len}, \hat{\beta}_{cap}) = (-2.5, 2.0)$ として実験を行った。なおパラメータの初期値は $(\hat{\beta}_{len}, \hat{\beta}_{cap}) = (-1.0, -1.0)$ とし、真値、初期値ともに RL モデルの実行可能解となるように設定した。

表-2, 3 はそれぞれ、RL モデルと Prism-RL モデルの推定結果を示しており、1 つ目のケースと大きく異なる結果となった。まず RL モデルは、10 サンプルのうち 1 つのサンプルでのみ推定結果が得られ、他の 9 サンプルでは推定途中で価値関数が発散し、推定不可能となった。一方、Prism-RL モデルはすべてのサンプルで推定することができた。さらにすべてのサンプルで真値に近い推定値が得られており、5% の有意水準で真値との有意な差がなかった。この結果は、Prism-RL モデルが実際に RL モデルの数値計算上の課題を解決し、正の効用を捉えられることを示している。

b) 推定の安定性

RL モデルが推定途中でどのように数値計算上の問題に直面し、また Prism-RL モデルがそれをどう解決しているのかを考察するため、初期値を変えてパラメータ更新過程を可視化する。本実験ではサンプルを分割せずにすべてのデータを一度に用いて推定を行った。パラメータの真値は前述の実験における 2 つ目のケースと同様、正の効用を含むように $(\hat{\beta}_{len}, \hat{\beta}_{cap}) = (-2.5, 2.0)$ とした。

表-2 Estimation results of the RL model with the simulated observations. The true parameter values are $(\hat{\beta}_{\text{len}}, \hat{\beta}_{\text{cap}}) = (-2.5, 2.0)$. For samples 1 and 3-10, we did not obtain results.

Sample	β_{len}	std.err.	t-test	β_{cap}	std.err.	t-test
2	-2.454	0.044	-1.028	1.984	0.085	0.192
1, 3-10	-	-	-	-	-	-

表-3 Estimation results of the Prism-RL model with the simulated observations. The true parameter values are $(\hat{\beta}_{\text{len}}, \hat{\beta}_{\text{cap}}) = (-2.5, 2.0)$.

Sample	β_{len}	std.err.	t-test	β_{cap}	std.err.	t-test
1	-2.451	0.050	-0.972	1.982	0.037	0.481
2	-2.454	0.063	-0.724	1.984	0.051	0.318
3	-2.468	0.051	-0.620	1.976	0.037	0.654
4	-2.415	0.057	-1.499	1.954	0.036	1.275
5	-2.466	0.310	-0.111	1.943	0.258	0.221
6	-2.530	0.061	0.495	2.046	0.054	-0.847
7	-2.423	0.048	-1.597	1.950	0.051	0.997
8	-2.495	0.080	-0.062	2.012	0.039	-0.313
9	-2.511	0.112	0.101	2.040	0.064	-0.628
10	-2.455	0.049	-0.916	1.989	0.039	0.289
Average	-2.467	0.088	-0.591	1.988	0.067	0.245

3つの異なる初期値 A $(-1, -1)$, B $(-3, 0)$, C $(-4, 3)$ を用いたときの RL モデルと Prism-RL モデルの推定過程をそれぞれ、図-3(a)(b) に示す。なお、図中の横軸は β_{len} 、縦軸は β_{cap} の値をとり、薄黄色で着色された領域は RL モデルの実行可能領域を示している。初期値が C $(-4, 3)$ のとき、両モデルとも真値にほど近い推定値 $(-2.508, 1.990)$ に収束し、パラメータ更新過程も同様であった(黄色の軌跡)。しかし、A, B を初期値とした場合には、RL モデルのパラメータが(わずかな反復で)実行可能領域外へ更新され、推定不可能となった。一方で Prism-RL モデルは実行可能領域内でパラメータ更新を続け、数値計算上の問題を経験することなく真値へ収束した。Prism-RL モデルは初期値に依らず真値へ収束し、またパラメータ更新過程も安定していることが見て取れる(図-3b)。

さらに、Prism-RL モデルはパラメータが RL モデルの実行可能領域外にあっても、理論上計算が可能である⁴⁾。この事実の推定への効果を検証するため、初期値を RL モデルの実行可能領域外に設定し、Prism-RL モデルの推定過程を検証した。結果を図-3(c) に示す。初期値 D $(1, 0)$, E $(0, 2)$, F $(-1, 4)$ いずれのケースでも、パラメータは RL モデルの実行可能領域内へ更新され、真値に収束した。たとえパラメータがその更新過程において RL モデルの実行可能領域外に更新された場合でも、Prism-RL モデルは最終的に真値を再現できることを意味しており、Prism-RL モデルの推定安定性を示す結果となった。

(2) 歩行者経路選択分析への適用

つづいて、Prism-RL モデルの実データへの適用可能性を検証するため、歩行者の経路選択行動分析への適用を行う。歩行者は他の交通手段利用時と比較して経路選択における自由度が高く、街路上の正の効用(魅力)を認知しやすく、本研究のケーススタディとして適していると考えられる。本研究では第 6 回東京都市圏パーソントリップ(PT)調査補完調査²⁰⁾として実施されたプローブパーソン(PP)調査のデータを用いて、横浜市 JR 関内駅を中心とする 800m 四方の歩行者ネットワーク(724 ノード, 2398 リンク, 8434 リンクペア)を分析対象とした(付録 I, 図-5)。関内エリアは散策に人気のスポットであり、海辺や公園をはじめとする多様な緑地空間が存在する。PP データをマップマッチングすることで、159 人の被験者から合計 410 の歩行経路データを得た。観測された目的地数は 164 ノードである。

観測された経路データについて迂回特性を分析し(付録 I), その結果に基づいて目的地 d ごとの選択ステージ T_d を次のように設定した。

$$T_d \equiv \max_{n \in N_d} \{1.34 \times D^d(o_n), J_n\} \quad (13)$$

N_d は目的地を d とする観測経路集合であり、 o_n は経路 n の出発地である。迂回率の 75 パーセントイル値(≈ 1.34 , 付録 I 表-5)を用いて (o, d) の最短ステップ数 $D^d(o)$ に掛け、目的地ごとの最大観測ステップ数 \bar{J}_d と比較のうえ、大きい方を T_d として決定した。このとき、すべての観測経路はプリズム制約を満たしている。

本分析では、以下 2 種類の効用関数を仮定する。

$$v(a|k) = \beta_{\text{len}} \text{Length}_a + \beta_{\text{cross}} \text{Crosswalk}_a - 10 \text{Uturn}_{a|k}, \quad (14a)$$

$$v(a|k) = \beta_{\text{len}} \text{Length}_a + \beta_{\text{cross}} \text{Crosswalk}_a - 10 \text{Uturn}_{a|k} + \beta_{\text{green}} \text{Green}_a, \quad (14b)$$

ここで Length_a はリンク a のリンク長 (m/10)、 Crosswalk_a は横断歩道ダミーである。 Green_a はリンク a 沿いに緑地が存在しているかどうかを示すダミー変数である⁴⁾。Sioux Falls ネットワークの実験と同様、Uターンには固定の負のペナルティ (= -10) を課し、それ以外の $\beta_{\text{len}}, \beta_{\text{cross}}, \beta_{\text{green}}$ を推定する。これらは、リンク長や横断歩道は歩行者の経路選択効用に負の影響を与え、一方で緑地の存在は正の効用(魅力)として働くという仮説に基づく。従って、 Green_a を含まない効用関数(14a)と、含む場合(14b)を別々に推定し、モデルの実行可能性、適合度、行動論的解釈の観点から比較する。

⁴⁾ より具体的には、街路 a に街路樹が存在しているか、公園沿いといった街路を歩く際に緑地が視界に入る場合には 1、それ以外で 0 として設定した。

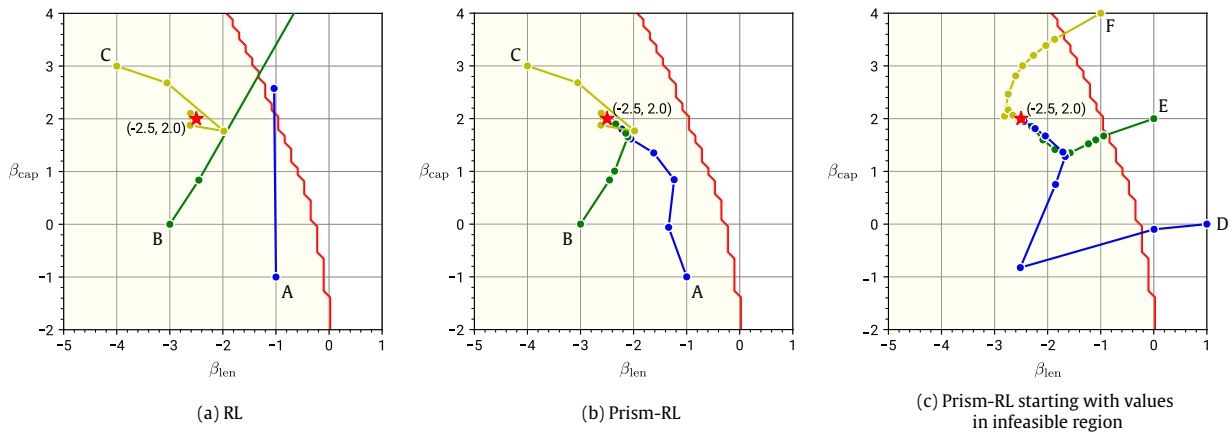


図-3 Parameter estimation processes of (a) RL model and (b) Prism-RL model tested with three different initial points A, B and C, and of (c) Prism-RL model with those in the infeasible region D, E and F. The yellowed area in the graph is the feasible region of the RL model.

表-4 に推定結果を示す。効用関数 (14a) の下では、RL モデルおよび Prism-RL モデルのいずれも推定結果を得ることができた。両モデルの推定結果は、符号が一致し、パラメータ値も近く、類似の行動メカニズムを示している。また、いずれのパラメータも 5% 有意で (0 と有意に異なる値として) 推定された。β_{len}, β_{cross} ともに負の値であり、経路長の短い経路、横断歩道を渡る回数の少ない経路が好まれていることを示している。仮説に合致した結果となった。

両モデルを適合度の観点から比較すると、Prism-RL モデルは RL モデルよりも良い尤度を得た。この点について詳細に検証するため、観測データを推定用、検証用に 8:2 の比率でランダムに分割したデータを 10 セット作成した。選択ステージ制約 T については、全サンプルのケースと同様の値とした。図-4 に検証結果を示す。すべてのセットにおいて、Prism-RL モデルは RL モデルを上回っており、より高い尤度を得た。この差は両モデルが仮定する選択肢集合の違いから生まれていると考えられる。RL モデルは暗黙裡に周回経路を含むすべての経路を考慮しているが、Prism-RL ではプリズム制約に基づいてその経路集合を限定している。つまり Prism-RL モデルはより現実的行動に近い経路集合を仮定しており、その結果として適合度の改善につながったものと考えられる。検証結果は Prism-RL モデルが RL モデルの数値計算上の課題を解決するだけでなく、より現実的な行動のモデル化も可能にすることを示している。

最後に、2 つの効用関数 (14a), (14b) を比較する。式 (14b) は緑地ダミーを追加したもので、RL モデルでは (複数の初期値をテストしたものの、いずれにおいても) 数値計算上の問題が発生し、推定結果を得ることがで

きなかった。一方で Prism-RL モデルでは初期値に依らず、常に推定結果を得ることができた (表-4, 第 5 列)。β_{green} を含むすべてのパラメータは 5% の水準で有意に 0 と異なっている。最も重要な点は、緑地の存在に対するパラメータ β_{green} が正の値として推定されたことである。β_{len}, β_{cross} は式 (14a) の場合と符号・スケールともに同様であり、緑地の存在が歩行者にポジティブな効果を持ち、距離や横断歩道のコストとトレードオフの関係を持つことを確認できた。また式 (14b), (14a) に基づく Prism-RL モデルの尤度比検定では以下の結果を得た。

$$-2(-1637.484 - (-1616.445)) = 42.078 > 3.84 = \chi_{0.05,1}^2 \tag{15}$$

つまり、緑地の効果を含む Prism-RL モデル (14b) は 95% の有意水準で、含まない場合の Prism-RL モデル (14a) よりも統計的に好ましい (変数 Green_a の追加が、モデルの適合度を有意に改善した) といえる。

表-4 Estimation results with the real observations. The second and third columns show the results for specification (14a), and the fourth and fifth columns for (14b). For specification (14b), we failed to estimate the RL model.

	RL (14a)	Prism-RL (14a)	RL (14b)	Prism-RL (14b)
β _{len}	-0.297	-0.245	-	-0.264
std.err.	0.008	0.007	-	0.014
t-test	-38.832	-37.264	-	-19.508
β _{cross}	-0.924	-0.774	-	-0.758
std.err.	0.075	0.171	-	0.082
t-test	-12.237	-4.517	-	-9.282
β _{green}	-	-	-	0.226
std.err.	-	-	-	0.036
t-test	-	-	-	6.317
LL	-1772.972	-1637.484	-	-1616.445
#paths	410	410	410	410

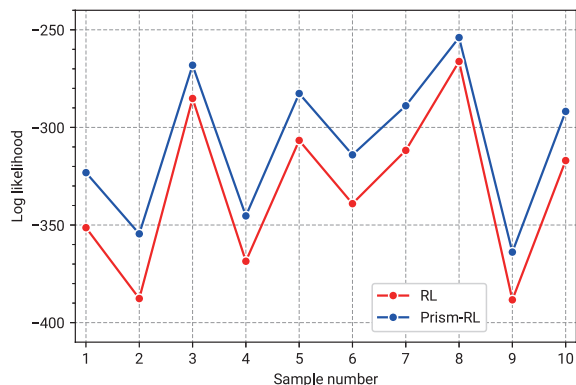


図4 Validation results, the log likelihood values of the 10 hold-out samples, of the RL model (red) and the Prism-RL model (blue). The Prism-RL model is above the RL model for all samples.

(3) 数値計算と適用可能性に関する議論

本章では数値計算結果を提示し、Prism-RL モデルの有用性を検証した。Prism-RL モデルは経路の非列挙性を保持したまま RL モデルの数値計算上の問題を解消し、真値や初期値に依らず安定的に推定可能とした。それにより、効用関数に含まれる正の効用を特定することができた。また実データへの適用では、RL モデルよりも高い適合度を得た。これらの分析結果を通じて、Prism-RL モデルが安定的な推定を可能にするだけでなく、非現実的な経路をプリズム制約により効率的に制限することで、従前の RL モデルと比較してより現実的な行動記述が可能にしたことを明らかにした。

特に歩行者行動分析においては、利用経路の多様性が高く(付録 I の図-6)、分析者が適切に選択肢集合を定義することは難しい。既存の経路列挙アルゴリズムでは歩行者のゆとりある経路を捉えられず、明示的な経路列挙に基づく経路選択モデルを歩行者経路選択分析へ適用することは難しい。一方、経路列挙を必要としない RL モデルは、数値計算上の課題を残しており、歩行者が街路上の魅力から受けるポジティブな影響を捉えられない。本研究で提案する Prism-RL モデルはこの両課題を解決するものであり、実際に歩行者経路選択分析における有用性を提示した。ただし、本研究は手法提案に重きを置いており、分析結果はあくまでも適用例に過ぎないため、より詳細な行動メカニズムの把握や地域間異質性等の検証は今後の課題である。

数値計算では、交差点をノード、交差点で区切られた街路区間をリンクとする通常のネットワーク構造に基づいて選択ステージを定義した。つまり、最大リンク数に基づいてプリズム制約を定義し、経路集合を限定している。また選択ステージの定義に従い、使用リンク数の観点から迂回率を算出し、ステージ制約 T_d を定

めた。Prism-RL モデルでは、選択ステージ (i.e., ネットワークにおけるリンク) の定義に応じて、最大経路長、最大歩行時間といった様々な制約を考慮することが可能である(詳細は Oyama and Hato, 2019⁴) の Table 1 を参照されたい)。距離や時間等の変数に基づく制約は行動論的に解釈しやすいものの、ネットワークの編集(リンクの分割)を通常必要とするとともに、編集に伴い状態数が増加して計算が非効率になる。また、ある1つの変数に着目して経路集合を限定することによるバイアス発生の可能性もある。一方でリンク数に基づく制約は特定の変数に依存せず、ネットワークの編集も必要としない。さらにネットワークにごく短いリンクからなる周回構造が存在するとき、リンク数に基づくプリズム制約によりその周回行動を限定することが可能であると考えられる。

5. 結論

本研究では、RL モデルの数値計算上の問題を解消するため、プリズム制約付きの RL モデルである Prism-RL モデルを提案した。Prism-RL モデルは状態拡張ネットワークに基づいて非明示的に経路集合を限定し、その限定ネットワーク内で経路選択行動をモデル化する。観測迂回性等の情報に基づいてデータオリエントドに経路集合を定義することで、経路の非列挙性を保持しながら、既存の RL モデルよりも現実的な行動記述を可能とした。

数値計算結果を通じて、2つの重要な貢献を確認した。一点目は、Prism-RL モデルが RL モデルよりも高い適合度を得たことであり、プリズム制約下の経路集合がより行動論的な現実性が高いことが検証結果から示された。二点目は、Prism-RL モデルが実際に正の効用を捉えられることであり、歩行者ネットワークにおける適用からは、緑地の存在が歩行者にとって魅力として働いていることを明らかとした。従前の RL モデルでは数値計算上の問題があり、こうした正の効果を捉えることはできていなかった。

世界の諸都市では、多くの人が訪れて豊かな時間を過ごすことのできるまちづくりを目指して、人間中心の都市設計が進んでいる。こうしたプロジェクトを適切に評価し、さらに推進していくためには、人の移動におけるネガティブな側面だけでなく、計画のポジティブな効果を定量的に把握していく必要がある。こうした観点からも、歩行者行動分析における魅力効果の分析を可能にした本研究は重要な貢献を果たしていると考えられよう。

加えて、RL モデルにおける行動の再帰的な記述は経路選択行動に限らず、例えばトリップチェーン(目的地

選択のシーケンス)といった様々な逐次的意思決定へ適用可能な枠組みである。その際、移動コスト等の負の側面のみならず、目的地の魅力を適切に評価することは重要であり、本研究の手法は幅広い応用可能性を持つと考えられる。

謝辞: 本研究は JSPS 科研費 20K14899, および道路政策の質の向上に資する技術研究開発(課題番号: 2020-1)の助成を受けて実施したものです。また本研究では第 6 回東京都市圏パーソントリップ調査補完調査のデータをご提供いただき、分析に使用しました。ここに感謝の意を表します。

付録 I 歩行者ネットワークおよび経路選択データ

図-5 に適用分析で用いる、関内駅を中心とする 800m 四方エリアの歩行者ネットワークを示す。モデルに用いた変数である、Crosswalk_a および Green_a をそれぞれ緑、赤色で示している。関内エリアには緑地が多く存在することがわかる。なお、元となるネットワークデータは OpenStreetMap²¹⁾ より入手したのち、変数の追加を行った。

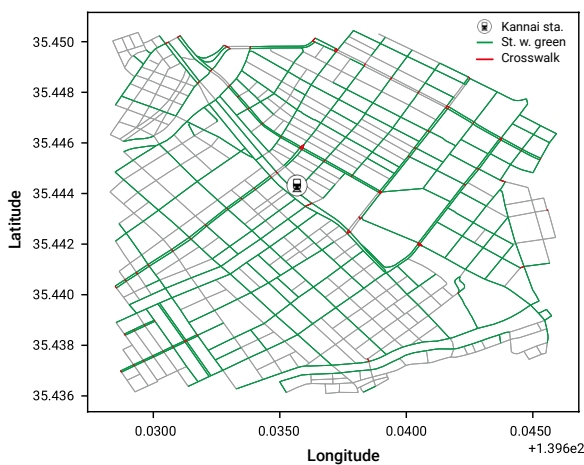


図-5 Pedestrian network for real application. The area is a mile square centered on the Kannai station. Green lines indicate streets with green, and red lines are crosswalks.

図-6 は観測された経路のうち、高い迂回度を持つ経路を例示した結果を示している。このように、歩行者の経路選択行動においては最短経路から大きく外れる経路が観測された。また経路 (b) のように、緑地の存在する経路を通して迂回する例も観測された。

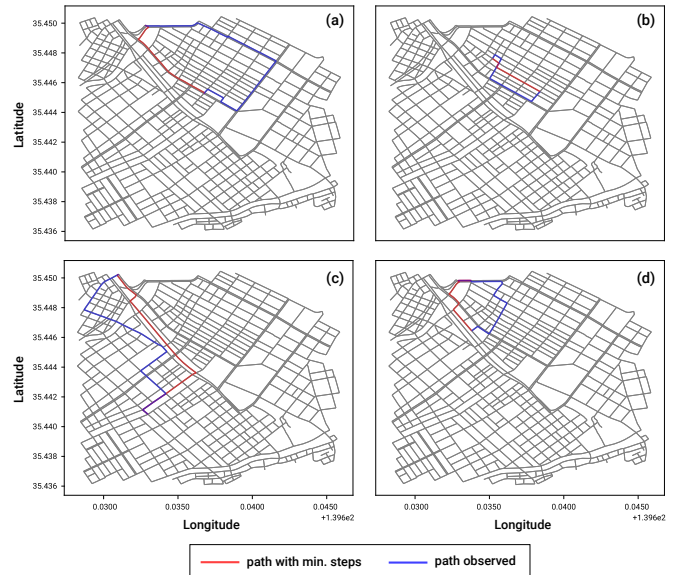


図-6 Examples of observed detour walking paths. Blue paths are the observed paths, and red paths are paths with minimum steps between the observed OD pairs.

図-7 は観測経路の迂回率をプロットしたものであり、その統計量を表-5 に示す。本稿では迂回率をリンク数ベースで計算し、観測経路の通過リンク数を(その OD 間の)最小リンク数で除したものと定義している。これは選択ステージの定義に基づいたものである。観測経路のうち 75%の迂回率は $4/3 \approx 1.34$ 以下であり、適用計算ではこの値と観測最大ステップ数を考慮して、目的地 d ごとの選択ステージ制約 T_d を定めた(式 13)。

表-5 Statistics of detour rates, or the observed number of steps divided by the minimum number of steps.

count	mean	std	min	25%	50%	75%	max
410	1.24	0.39	1.00	1.00	1.08	1.33	3.75

参考文献

- 1) Akamatsu, T.: Cyclic flows, Markov process and stochastic traffic assignment, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.30, No.5, pp.369–386, 1996.
- 2) Fosgerau, M., Frejinger, E., and Karlstrom, A.: A link based network route choice model with unrestricted choice set, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.56, pp.70–80, oct 2013.
- 3) Oyama, Y. and Hato, E.: A discounted recursive logit model for dynamic gridlock network analysis, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.85, pp.509–527, 2017.
- 4) Oyama, Y. and Hato, E.: Prism-based path set restriction for solving markovian traffic assignment problem, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.122, pp.528–546, 2019.
- 5) Mai, T., Fosgerau, M., and Frejinger, E.: A nested recursive

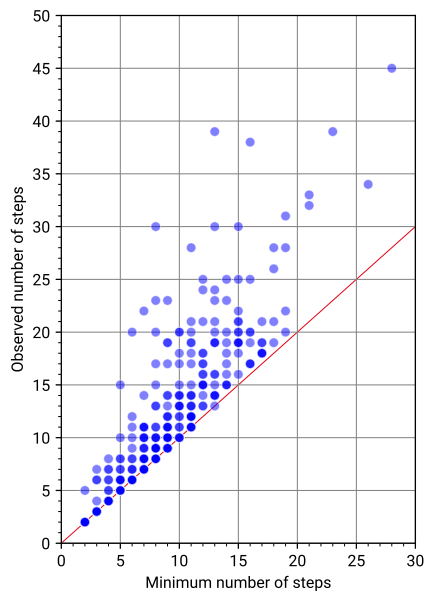


図-7 Plot of detour characteristics of the observed paths. The x-axis is the minimum step for each observed OD pair, and the y-axis is the steps actually used. Deep colors mean that the points are observed many times. The red line is the identity line.

rium, *Mathematical Programming*, Vol.111, No.1-2, pp.33–56, 2008.

- 15) Saerens, M., Achbany, Y., Fouss, F., and Yen, L.: Randomized shortest-path problems: Two related models, *Neural Computation*, Vol.21, No.8, pp.2363–2404, 2009.
- 16) Oyama, Y. and Hato, E.: Pedestrian activity model based on implicit path enumeration, *Proceedings of the 21st International Conference of Hong Kong for Transportation Studies (HKSTS)*, pp. 331–338, 2016.
- 17) Hägerstrand, T.: What about people in regional science?, *Regional Science Association*, Vol.24, 1970.
- 18) Rust, J.: Optimal replacement of gmc bus engines: An empirical model of harold zurcher, *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, pp. 999–1033, 1987.
- 19) Transportation Networks for Research Core Team: Transportation Networks for Research, 2016, Accessed: July 13, 2016.
- 20) 国土交通省: 第 6 回東京都市圏パーソントリップ調査補完調査, 2018.
- 21) OpenStreetMap contributors: Planet dump retrieved from <https://planet.osm.org>, <https://www.openstreetmap.org>, 2017.

(2022. 3. 6 受付)

logit model for route choice analysis, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.75, pp.100–112, 2015.

- 6) Gao, Y. and Schmöcker, J.-D.: Estimation of walking patterns in a touristic area with wi-fi packet sensors, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.128, pp.103219, 2021.
- 7) de Freitas, L. M., Becker, H., Zimmermann, M., and Axhausen, K. W.: Modelling intermodal travel in switzerland: A recursive logit approach, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol.119, pp.200–213, 2019.
- 8) Mai, T. and Jaillet, P.: A relation analysis of markov decision process frameworks, *arXiv preprint arXiv:2008.07820*, 2020.
- 9) Oyama, Y., Hara, Y., and Akamatsu, T.: Markovian traffic equilibrium assignment based on network generalized extreme value model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.155, pp.135–159, 2022.
- 10) Mai, T.: A method of integrating correlation structures for a generalized recursive route choice model, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.93, pp.146–161, 2016.
- 11) de Moraes Ramos, G., Mai, T., Daamen, W., Frejinger, E., and Hoogendoorn, S.: Route choice behaviour and travel information in a congested network: Static and dynamic recursive models, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.114, pp.681–693, 2020.
- 12) Mai, T., Yu, X., Gao, S., and Frejinger, E.: Route choice in a stochastic time-dependent network: the recursive model and solution algorithm, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.151, pp.42, 2021.
- 13) Akamatsu, T.: Decomposition of Path Choice Entropy in General Transport Networks, *Transportation Science*, Vol.31, No.4, pp.349–362, 1997.
- 14) Baillon, J. B. and Cominetti, R.: Markovian traffic equilib-

On the Estimation of Positive Utilities in Recursive Logit Models

Yuki Oyama

Although the recursive logit (RL) model has been recently popular and led to many applications and extensions, it remains a unsolved numerical issue regarding the value function evaluation. This issue is significant in particular for model estimation during which the model parameters are updated every iteration. In this paper, we propose the prism-constrained RL (Prism-RL) model to solve the numerical issue. Providing a set of numerical experiments, we show that the Prism-RL model succeeds in the estimation regardless of the initial and true values of parameters and can capture positive utilities. In the real application to a pedestrian network, we captured the positive utility of green presence on street for pedestrians. Moreover, the Prism-RL model got a higher goodness-of-fit than the RL model, meaning that the Prism-RL model can also describe more realistic route choice behavior.