

Ride-sourcing における定常状態の安定性解析

武田 翼¹・赤松 隆²

¹非会員 東北大学 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)
E-mail: tsubasa.takeda.t5@dc.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学教授 大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06-408)
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究では、Ride-sourcing 市場における車両供給状態の定常状態について調査する。Ride-sourcing とは、都市内をトリップする予定の乗客に対して、都市内を巡回する提携車両の中から、適切な車両を配車するサービスである。これまでの研究により、“最も近くの車両とマッチングする手法”では、効率的な車両供給状態と非効率的な車両定常状態が存在することが示されている。しかし、これらの研究では、2つの定常状態の安定性については議論されていない。本研究では、Ride-sourcing における定常状態の安定性解析を行い、非効率的な定常状態は不安定な状態であることを示す。

Key Words: ride-sourcing, steady state, stability

1. はじめに

近年、新たなモビリティサービスとして、世界の多くの都市で Ride-sourcing サービスが提供されている。Ride-sourcing とは、都市内をトリップする予定の乗客に対して、都市内を巡回する提携車両の中から、適切な車両を配車するサービスである。バス等の公共交通機関と異なり、個々のトリップに対して柔軟に対応できる点が、Ride-sourcing の特徴である。

Ride-sourcing 市場では、乗客と提携車両のマッチング手法に依存して、車両供給状態が変化する。最も素朴なマッチング手法として「幾何学的マッチング手法」がある。幾何学的マッチング手法とは、乗客が発生した際に最も近くにいる空車の提携車両をマッチングする手法である。

複数の既往研究により、幾何学的マッチング手法では、定常的な車両供給状態が二種類存在することが示されている (Castillo et al., 2017¹); Zha et al., 2018²); Daganzo and Ouyang, 2019³); Yang et al., 2020⁴); Ke et al., 2020⁵)。一方は、効率的な車両供給状態であり、常に十分な数の待機車両が確保されている状態である。もう一方は、非効率的な車両供給状態であり、待機車両の数が少なく、乗客の待ち時間が増加している状態である。

しかし、これらの既往研究では、二種類の定常状態の安定性については議論されていない。定常状態が不安定である場合、その定常状態は何らかの要因で即座に破綻するため、社会的には実現しないものとして考えることができる。従って、社会的に意味のある定常状態を考慮するためには、その定常状態が安定的であ

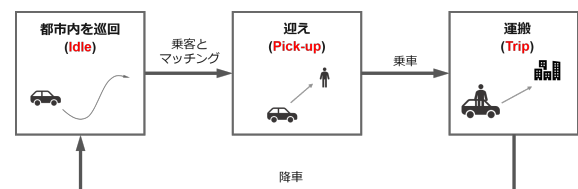


図-1: 車両の三状態

ることを示す必要がある。

本研究では、Ride-sourcing における定常状態の安定性を解析する。結果的に、非効率的な車両供給状態は不安定であり、社会的には実現しないことが示される。

2. モデル

(1) 想定するシステム

本研究では、都市空間を無限に広がる二次空間で表現する。乗客の発生率は、空間的にも時間的にも、一様であり、 Q [km²・h] で発生する。この都市空間に存在する車両の密度は N [km²] であり、空車の車両は都市内に均一に分布しているとする。

Ride-sourcing では、全ての車両が必ず以下の三状態のいずれかに属する (図-1): (i) Idle 車両, (ii) Pick-up 車両, (iii) Trip 車両。Idle 車両は、どの乗客ともマッチングしておらず、都市内を巡回している車両である。Pick-up 車両は、乗客とマッチングし、乗客を迎えに行っている車両である。Trip 車両は、乗客を乗せ、乗客の予定していたトリップを実行している車両である。

本研究では、現在の車両状態を車両状態ベクトル $\mathbf{n} \equiv$

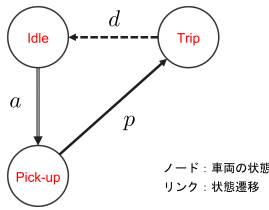


図-2: 車両状態ネットワーク

$[n_i, n_p, n_t]^T$ で表現する。 n_i [km^2] は Idle 車両の密度を、 n_p [km^2] は Pick-up 車両の密度を、 n_t [km^2] は Trip 車両の密度を表している。ここで、各状態の車両密度は非負であることと、全体の車両密度が N [km^2] であることから、以下の車両数保存則が常に成り立つ：

$$n_i + n_p + n_t = N \quad (1)$$

$$n_i, n_p, n_t \geq 0 \quad (2)$$

(2) 分析モデル

本研究では、車両の状態遷移を図-2に示すような車両状態ネットワークで表現する。車両状態ネットワークは、Daganzo and Ouyang(2019)³⁾によって提案された Ride-sourcing の分析モデルである。各ノードは車両の状態を表しており、有向リンクは車両状態の遷移可能な方向を表している。各リンクの重み a, p, d は、車両状態の遷移速度を表している：

- **配車速度** a [$\text{km}^2 \cdot \text{h}$]：単位時間あたりに配車される車両の密度。
- **乗車速度** p [$\text{km}^2 \cdot \text{h}$]：単位時間あたりに乗客が乗車する車両の密度。
- **降車速度** d [$\text{km}^2 \cdot \text{h}$]：単位時間あたりに乗客が降車する車両の密度。

本研究では、車両状態の遷移速度 a, p, d について、以下の仮定を置く：

仮定 1 車両状態の遷移速度 a, p, d は、現在の車両状態ベクトル \mathbf{n} に依存して決定される。

この仮定の下では、車両状態の遷移速度 a, p, d は、リンクの公式により、以下のように表される：

$$a(\mathbf{n}) = Q \quad (3)$$

$$p(\mathbf{n}) = \frac{n_p}{T_p(\mathbf{n})} \quad (4)$$

$$d(\mathbf{n}) = \frac{n_t}{T_t} \quad (5)$$

ここで、 $T_p(\mathbf{n})$ [h] は、Pick-up 時間を表しており、車両が乗客とマッチングしてから乗客が乗車するまでに要する時間である。一般に、Pick-up 時間 T_p は、採用す

るマッチング手法と、現在の車両状態ベクトル \mathbf{n} に依存して変化するため、 T_p は \mathbf{n} の関数として表現する。一方、 T_t [h] は、Trip 時間を表しており、乗客が乗車してから降車するまでに要する時間である。Trip 時間 T_t は、マッチング手法や、現在の車両状態ベクトル \mathbf{n} の影響を受けないため、定数である。

本研究では、乗客と提携車両のマッチング手法として「幾何学的マッチング手法」を採用する。幾何学的マッチング手法では、乗客が発生した際に、最も近くの Idle 車両がその乗客とマッチングする。従って、Pick-up 時間 T_p は、マッチング時の Idle 状態の車両数 n_i に依存する。具体的には、Pick-up 時間 T_p は定数 k を用いて以下の式で表される（証明は Daganzo, 2010⁶⁾ を参照）：

$$T_p(n_i) \approx kn_i^{-\frac{1}{2}} \quad (6)$$

3. 定常状態

本章では、Ride-sourcing 市場における、定常的な車両供給状態を調査する。定常的な車両供給状態とは、時間の変化に対して、 \mathbf{n} が変化しない状態である。この分析により、既往研究と同様に、提携車両が十分に用意されている場合には、定常的な車両供給状態が二種類存在することが示される。

本研究で扱うモデルでは、単位時間当たりの、車両状態ベクトルの変分 $\dot{\mathbf{n}}$ は以下の式で表される：

$$\dot{\mathbf{n}} = \begin{bmatrix} d(\mathbf{n}) - a(\mathbf{n}) \\ a(\mathbf{n}) - p(\mathbf{n}) \\ p(\mathbf{n}) - d(\mathbf{n}) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{T_t} n_t - Q \\ Q - \frac{1}{k} n_p n_i^{\frac{1}{2}} \\ \frac{1}{k} n_p n_i^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{T_t} n_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

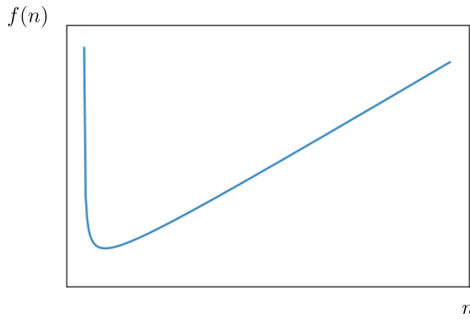
定常状態では、単位時間当たりの車両状態ベクトルの変分は零ベクトルとなる (i.e. $\dot{\mathbf{n}} = \mathbf{0}$)。従って、定常状態における Idle 状態の車両数を n と置くと、定常状態の車両状態ベクトル \mathbf{n} は以下のように表すことができる：

$$\mathbf{n} = \begin{bmatrix} n \\ kQn^{-\frac{1}{2}} \\ T_t Q \end{bmatrix} \quad (9)$$

以上より、定常状態での全車両数 (i.e. $n_i + n_p + n_t$) は、 n の関数として表現できる：

$$f(n) = n + kQn^{-\frac{1}{2}} + T_t Q \quad (10)$$

図-3は $f(n)$ の概形であり、 $f(n)$ は $n = (kQ/2)^{2/3}$ で最小値 $\{3(kQ/2)^{2/3} + T_t Q\}$ をとる。従って、車両数の保存則 (1) より、以下の二つの補題が得られる：

図-3: $f(n)$ の概形

補題 1 定常状態が存在するための最小の車両数 N_{\min} は以下の式で表される：

$$N_{\min} = 3 \left(\frac{kQ}{2} \right)^{\frac{2}{3}} + T_t Q \quad (11)$$

補題 2 全車両数 N が $N > N_{\min}$ を満たすとき、二種類の定常状態が存在する。

Pick-up 時間 T_p は、Idle 状態の車両数を変数とした減少関数である。従って、 n の値が大きい状態は、乗客の待ち時間が短くなるため、サービス水準が高い状態と考えることができる。この性質を踏まえ、本研究では、二種類の定常状態が存在する場合に、 n の値が大きい定常状態を"効率的な定常状態"と呼び、 n の値が小さい定常状態を"非効率的な定常状態"と呼ぶ。この時、これらの定常状態に関して、以下の補題が成立する：

補題 3 効率的な定常状態は $n > (kQ/2)^{2/3}$ を満たし、非効率的な定常状態は $n < (kQ/2)^{2/3}$ を満たす。

補題 1, 2, 3 は、いずれも Castillo et al.(2017)¹⁾ や Daganzo and Ouyang(2019)³⁾ で示された結果と等価である。Castillo et al.(2017)¹⁾ では、総車両数 N を定数とみなし、定常状態が存在するための最大の乗客数 Q_{\max} を明らかにした。さらに、 $Q < Q_{\max}$ の範囲内では二つの定常状態が存在することが示された。一方、Daganzo and Ouyang(2019)³⁾ は、乗客数 Q を定数とみなし、定常状態が存在するために最小の車両数 N_{\min} を明らかにした。さらに、 $N > N_{\min}$ の範囲内では、定常状態が二種類存在することが示された。本研究で扱うモデルでは、 Q を定数とみなしているため、Daganzo and Ouyang(2019)³⁾ と同一の結果が得られている。

しかし、これらの研究では、二種類の定常状態の安定性については議論されていない。不安定な定常状態は何らかの要因で容易に破綻するため、現実的には実現しない状態であるとみなすことができる。従って、Ride-sourcing 市場の分析を行うためには、安定的な定常状態

を考慮すべきである。以上の理由から、次章では、二種類の定常状態の安定性を示す。

4. 安定性

本章では、車両数 N が $N > N_m$ を満たす場合を想定し、二種類の定常状態の安定性解析を行う。この分析により、非効率的な定常状態は不安定であることが示される。

車両状態ベクトル \mathbf{n} は、各要素の総和が N であることから、二つの要素のみで表現することができる。従って、本章では新たな車両状態ベクトル \mathbf{x} を以下のように定義し、 \mathbf{x} によって安定性解析を行う：

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} n_i \\ n_p \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{where } n_i + n_p \leq N \quad (13)$$

$$n_i, n_p \geq 0 \quad (14)$$

車両状態ベクトル \mathbf{x} を用いると、単位時間当たりの車両状態ベクトルの変分 $\dot{\mathbf{x}}$ は以下の式であらわされる：

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_t}(N - n_i - n_p) - Q \\ Q - \frac{1}{k}n_p n_i^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (15)$$

第 3 章の分析より、定常状態における車両状態ベクトルを \mathbf{x}^* と置き、 $\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \dot{\mathbf{x}}$ と置くと、以下の式が成立する：

$$\mathbf{x}^* = \begin{bmatrix} n \\ kQn^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \mathbf{0} \quad (17)$$

ここで、 n は定常状態における Idle 車両の密度である。

定常状態 \mathbf{x}^* の近傍点の集合 X を以下のように定義する：

$$X = \{ \mathbf{x}_\varepsilon | \mathbf{x}_\varepsilon = \mathbf{x}^* + \varepsilon \mathbf{y}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^2, |\mathbf{y}| = 1, 0 < \varepsilon \ll 1 \} \quad (18)$$

定常状態 \mathbf{x}^* が安定であることは、定常状態の任意の近傍点 \mathbf{x}_ε において以下の式が成立することと等価である：

$$(\mathbf{x}_\varepsilon - \mathbf{x}^*)^\top \mathbf{F}(\mathbf{x}_\varepsilon) \leq 0 \quad \forall \mathbf{x}_\varepsilon \in X \quad (19)$$

定常状態 \mathbf{x}^* の近傍点において、 $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ は以下のように線形近似できる：

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}_\varepsilon) \approx \nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) (\mathbf{x}_\varepsilon - \mathbf{x}^*) \quad \forall \mathbf{x}_\varepsilon \in X \quad (20)$$

ここで、 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x})$ は $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ のヘッセ行列であり、以下のように表される：

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_t} & -\frac{1}{T_t} \\ -\frac{1}{2k}n_p n_i^{-\frac{1}{2}} & -\frac{1}{k}n_i^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (21)$$

定常状態では、式(12)を満たすことから、 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}^*)$ は以下のように表される：

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{x}^*) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_t} & -\frac{1}{T_t} \\ -\frac{1}{2k}n^{-1} & -\frac{1}{k}n^{\frac{1}{2}} \end{bmatrix} \quad (22)$$

定常状態が安定であるための条件式 (19) と、近傍点における $F(x)$ の近似式 (20) より、ヘッセ行列 $\nabla F(x^*)$ が半不定値行列である場合、定常状態 x^* は安定である。式 (22) より、ヘッセ行列 $\nabla F(x^*)$ が半不定値行列である必要十分条件は以下のとおりである：

$$n \geq \left(\frac{kQ}{2} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (23)$$

従って、補題 3 より、以下の命題が得られる：

命題 1 非効率的な定常状態は不安定であり、効率的な定常状態は安定である。

5. おわりに

本研究では、Ride-sourcing 市場における、定常的な車両供給状態の安定性を解析した。複数の既往研究により、Ride-sourcing 市場での定常的な車両供給状態は二種類存在することが示されているが、これらの研究では定常状態の安定性については議論されていない。従って、本研究では Ride-sourcing 市場の定常的な車両供給状態の安定性を解析した。結果として、効率的な定常状態は安定であり、非効率的な定常状態は不安定であることが示された。

REFERENCES

- 1) Camilo Castillo, J., Knoepfle, D., Athey, S., Azevedo, E., Bresnahan, T., Einav, L., Gentzkow, M., Johari, R., Levin, J., Snyder, C., Sutherland, R. and Skrzypacz, A.: Surge Pricing Solves the Wild Goose Chase, *Proceedings of the 2017 ACM Conference on Economics and Computation*, Vol.1, No.1, 2017.
- 2) Zha, L., Yin, Y. and Xu, Z.: Geometric matching and spatial pricing in ride-sourcing markets, *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, Vol.92, pp.58–75, jul 2018.
- 3) Daganzo, C. F. and Ouyang, Y.: A general model of demand-responsive transportation services: From taxi to ridesharing to dial-a-ride, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.126, pp.213–224, aug 2019.
- 4) Yang, H., Qin, X., Ke, J. and Ye, J.: Optimizing matching time interval and matching radius in on-demand ride-sourcing markets, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.131, pp.84–105, jan 2020.
- 5) Ke, J., Yang, H., Li, X., Wang, H. and Ye, J.: Pricing and equilibrium in on-demand ride-pooling markets, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol.139, pp.411–431, sep 2020.
- 6) Daganzo, C. F.: Public transportation systems: basic principles of system design, operations planning and real-time control, oct 2010.