

定性情報を活用したベイジアン構造方程式 モデリングによる小規模被災コミュニティの 復興要因分析

中澤 悠悟¹・本田 利器²・小谷 仁務³

¹ 非会員 学生 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: yugonakazawa222@g.ecc.u-tokyo.ac.jp

² 正会員 東京大学大学院新領域創成科学研究科 国際協力学専攻 (〒 277-8563 千葉県柏市柏の葉 5-1-5)

E-mail: rhonda@k.u-tokyo.ac.jp

³ 正会員 京都大学大学院工学研究科 都市社会工学専攻 (〒 615-8540 京都市西京区京都大学桂 C1-2-333)

E-mail: kotani.hitomu.5c@kyoto-u.ac.jp

被災コミュニティの復興要因を分析する際には、直接観測できない概念の間にある関係を明らかにすることが重要である。構造方程式モデリング (SEM) は、これを定量的に分析するため頻繁に用いられる。SEM では通常、最尤法を用いてパラメータ推定をする。しかし、対象とするコミュニティの規模が小さいなどの理由により、十分なサンプルサイズを確保できない場合がある。最尤法に代えてベイズ推定を用いた、ベイジアン構造方程式モデリング (BSEM) は、分析者の持つ事前情報をモデルに組み込めるという特徴を持つ。しかし、BSEM における事前分布の具体的な決定法は確立されていない。そこで本研究では、事前分布のパラメータを変化させたときの結果の変化を考慮することにより、定性的な情報に基づいて事前分布を設定する方法を提案した。また、提案手法を 2009 年モラコット台風によって被災した、台湾の先住民コミュニティにおける復興要因の分析に適用した。これにより、本事例における復興の成功要因に関する示唆が得られた。

Key Words: Bayesian structural equation modeling, application of qualitative information, disaster-affected communities, small samples, Typhoon Morakot

1. 序論

(1) 被災コミュニティ研究と SEM

コミュニティにおける防災・災害復興に対して、「ソーシャル・キャピタル」や「レジリエンス」といった社会的な概念が注目されるようになってきた。このような概念の間関係を明らかにすることは、将来の防災・災害復興政策の立案のために重要である。しかし、これらの概念は、直接観測することができない。そのため、(重)回帰分析といった、観測可能な変数(観測変数)のみによってモデルを構成する統計的な手法を利用するのは困難である。

このような、観測不可能な概念の間関係を定量的に明らかにする必要がある場合に、構造方程式モデリング (structural equation modeling, SEM) と呼ばれる手法がよく用いられる。SEM は、「構成概念や観測変数の性質を調べるために集めた多くの観測変数を同時に分析するための統計的方法」¹⁾ である。SEM では、直接観測することができない構成概念を、観測変数を規定する「潜在変数」としてモデルに組み込むことができる。これによって、ある現象における、観測できない

構成概念間の因果構造を調べることができる。このような特徴から、被災コミュニティを対象とした社会科学的研究では、SEM が頻繁に用いられる。

a) 構造方程式モデリング

SEM は、潜在変数と観測変数の関係を表現する測定方程式と、潜在変数同士の関係を表現する構造方程式とからなる。

測定方程式は、

$$x_i = \lambda_{ij}f_j + e_i \quad (i = 1, \dots, p, \quad j = 1, \dots, q) \quad (1)$$

というモデル式によって表現される。ただし、 x_i は i 番目の観測変数を、 f_j は j 番目の潜在変数を、 e_i は i 番目の観測変数の観測誤差を表す。 p, q は、それぞれモデル中の観測変数の数と潜在変数の数を表す。 λ_{ij} は、回帰係数である。すなわち、測定方程式は、潜在変数 f_j を独立変数、観測変数 x_i を従属変数とする単回帰モデルである。

構造方程式は、

$$\mathbf{f} = \boldsymbol{\pi}\mathbf{f} + \mathbf{d} \quad (2)$$

という式によって表現される。ただし、 \mathbf{f} は、モデル中の潜在変数を縦に並べたベクトル (構造変数ベクトル)

を、 π は、パス係数を要素にもつ係数行列を、 d は、外生変数を縦に並べたベクトル（外生変数ベクトル）を表す。

SEM では、観測方程式と構造方程式を合わせ、構造方程式モデルを構成する。構造方程式モデルは、次の式によって表現される。

$$t = \Lambda t + u \quad (3)$$

ただし、 t は、モデル中の変数を縦に並べたベクトル（構造変数ベクトル）を、 Λ は、パス係数を並べた係数行列を、 u は、外生変数を縦に並べたベクトル（外生変数ベクトル）を表す。

b) サンプルサイズの制約

谷・平島 (2018) ²⁾ は SEM では「最低でも 150、できれば 200 以上、パラメータの多い複雑なモデルでは、自由パラメータ数の 10 倍以上の」標本を集めるのが基本的な目安であると述べている。しかし、小規模なコミュニティを対象とした研究においては、構成員の数が小さいなどの理由から、十分なサンプルサイズを確保できないことがある。

(2) ベイジアン構造方程式モデリング

SEM の問題点に対する解決策の 1 つとしてベイジアン構造方程式モデリング (Bayesian structural equation modeling, BSEM) がある。BSEM は、SEM のパラメータ推定に、最尤法ではなくベイズ推定を用いる方法である。

BSEM の中核をなすベイズの公式は、式 (4) のように表される。

$$p(\theta|X) = \frac{p(X|\theta)p(\theta)}{p(X)} \quad (4)$$

ただし、 θ 、 X は、それぞれ推定するパラメータとデータセットを表す。 $p(\theta|X)$ は、データセットが与えられたときの、パラメータの確率密度関数（事後確率密度関数）を表す。 $p(X|\theta)$ は、パラメータが与えられたときの、データセットの確率密度関数（尤度関数）を表す。 $p(\theta)$ は、(データの情報が何も与えられていないときの) パラメータの確率密度関数（事前確率密度関数）を表す。ここで、 $p(X)$ は手持ちの観測データのみ依存する。そこで、これを正規化定数とみなし、

$$p(\theta|X) \propto p(X|\theta)p(\theta) \quad (5)$$

と表現することができる。

ここで、事前確率密度関数 $p(\theta)$ に無情報事前分布 (例えば、十分に分散の大きい正規分布) を用いると、事後確率密度関数は尤度関数に一致する。すなわち、事後確率密度関数はデータセットから得られる情報のみに基づく。一方で、事前確率密度関数に、研究者が持つ事前情報を反映した関数を与えることで、データセッ

トから得られる情報と事前情報を組み合わせた事後確率密度関数を得ることができる。

BSEM には、小サンプルでも最尤法と比べて性能よくパラメータ推定を行うことができる、より複雑なモデル (非線形モデルなど) も柔軟に構築し、推定することができる、事前情報をモデルに組み込めるなどの利点があることから、近年注目されている手法である³⁾。特に、事前確率密度関数を適切に設定することで、事前情報をデータセットと組み合わせて分析できるという点、小サンプルでの性能が最尤法よりも優れているという点は、小規模な被災コミュニティを対象とした研究においてアドバンテージとなる。

(3) 本研究の目的

以上の議論を考慮すると、小規模コミュニティを対象とした研究において、十分なサンプルサイズが確保できない状況においても利用可能な SEM の利用法はニーズがあるといえる。本研究ではとくに、定性的な情報を利用した手法を提案したい。具体的には、SEM のパラメータ推定にベイズ推定を利用した、ベイジアン構造方程式モデリング (Bayesian structural equation modeling, BSEM) を用いる。BSEM では、データから得られる情報 (尤度関数) と、分析者の持つ事前情報 (事前確率密度関数) とを、ベイズの定理により組み合わせることができる。そこで、事前確率密度関数に、定性的な情報を反映させることで、有用な定量分析を行うことができると考えた。

以上のことに基づき、本研究は、

1. BSEM を利用して、定性的な情報を定量的なモデルに組み込む手法を提案すること
2. 提案する手法を利用して、実際の事例を分析し、適用可能性を検討すること

を目的とする。

(4) 先行研究

ベイズ理論を用いて、定性的な情報を定量的な分析に活用する試みは、いくつかなされている。例えば、Humphreys (2015)⁴⁾ は、Bayesian integration of qualitative and quantitative data (BIQQ) という手法を提案している。しかし、SEM のような、潜在変数を含む多くの変数を持つモデルについては手法の提案がなされていない。また、BIQQ は、実際の事例への適用がほとんどなされていない。

BSEM に関する先行研究としては、サンプルサイズが小さい場合における、BSEM の SEM に対する優位性を示した Lee and Song (2004)⁵⁾ や、事前情報を活用することで推定の性能が向上することを示した Depaoli (2014)⁶⁾ などがある。しかし、これらの研究は、いずれ

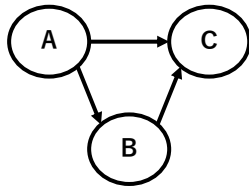


図-1 潜在変数を3つ持つパス図の例

も、パラメータの真値が既知であることを前提とした理論的な研究である。小規模コミュニティを対象とした研究では、定性データからパラメータの真値を想定した事前分布設定をすることは難しい。

そこで本研究では、BSEM を用いて、定性データを事前分布として定式化し、分析に活用するための手法を提案する余地があると考えた。

2. 本論文で提案する手法

本論文では、定性データを事前分布として定式化し、BSEM 分析に活用するため、次の2つの点を提案したい。

1. パラメータ間の相対的な関係を定式化すること。
2. 事前分布のハイパーパラメータを段階的に変化させ、分析に適した事前分布を探索すること。

本節では、これらを提案する理由を説明する。

そのために、まず、被災コミュニティ研究において、SEM を利用する際に生じうる問題について検討する。

1. 節でも述べたように、対象とするコミュニティの構成員数が小さい場合、アンケート調査のサンプルサイズを十分に確保できないことがある。サンプルサイズが小さいとき、通常最尤法による SEM を行うと、局所最適解にハマってしまい、「適切でない解」しか得られないことがある。すなわち、パラメータの推定値は得られるものの、現地調査で得られるその他のデータ（インタビューなどの定性データなど）と整合しないことがある。このような問題を、BSEM を用いて、事前分布の設定に定性的なデータを活用して回避したい。

しかし、被災コミュニティ研究においては、定性的なデータから推定すべきパラメータの真値を知ることが不可能である。そのため、定性的な情報に基づいたある値を期待値にもつような事前分布を直接設定することは難しい。

(1) パラメータ間の相対的な関係

そこで、パラメータ間の大小関係などといった相対的な関係を表現するパラメータを導入する。そして、新たに導入したパラメータについて、事前分布を設定する。

例えば、図1のような、潜在変数を3つ持つモデルにおいて、A から C に至る2つの経路のうち間接効果 (A

→ B → C。 π_{CBA} とする) が直接効果 (A → C。 π_{CA} とする) よりも大きいという定性的な情報があるとする。このとき、 π_{CBA} , π_{CA} について、正規分布を事前分布として設定したい。しかし、定性的な情報からは、正規分布の期待値をどの値にするのが適切か決めることができない。そこで、 $\alpha = \pi_{CBA} - \pi_{CA}$ というパラメータを新たに導入し、 α に対して事前分布を設定する。このとき、大部分が正の範囲に分布するような事前分布 (例えば、期待値 0.5 とする正規分布) を設定すれば、事前分布に定性的な情報を反映させることができる。

(2) 分析に適した事前分布の探索

定性的な情報を基にする場合、分散などといった事前分布のハイパーパラメータを決定することができない。

そこで、事前分布のハイパーパラメータを段階的に変化させる。そして、事前分布の影響が推定値に現れたときの事前分布を用いて分析を行う。これにより得られた、各パラメータの推定値や信用区間を確認し、定性的な情報を加味した構造モデルの評価を行う。

例えば、図1の例において、 α の事前分布として用いる正規分布の分散を決定したいとする。そこで、分散を $\sigma^2 = 1$ から $\sigma^2 = 0.01$ まで段階的に変化させる。そして、 $\sigma = 0.04$ のときに事前分布の影響が推定値に現れたとする。このとき、 α の事前分布は、期待値 0.5、分散 0.04 の正規分布として分析を行うと決める。これによって BSEM 分析を行い、各パラメータの推定値を得る。

最後に、定性的な情報を加味して得られた結果が定量的な観測データと整合することを確認する。これには、広く使える情報量規準 (WAIC)⁷⁾ などの指標を用いる。WAIC は、赤池情報量規準 (AIC) を、非線形・非ガウスの問題にも利用可能なように拡張した指標である。本研究では、WAIC が無情報あるいは弱情報事前分布を用いた場合と比べて著しく悪化しない場合、定性的な情報を加味した結果が定量的な観測データと整合すると判断する。

これにより、BSEM による分析を行う際に、定性的な情報が得られている場合、それに基づいた事前分布を設定し、定性的な情報を加味したパラメータの推定値を得ることができる。また、WAIC といったモデルの評価指標を用いることで、推定値が事前分布の影響で恣意的に導かれたものではなく、アンケート調査などで得られた定量的な情報とも整合することが確認できる。結果として、妥当な BSEM 分析が行え、被災コミュニティにおける復興の要因について、より有用な知見を得ることが期待される。

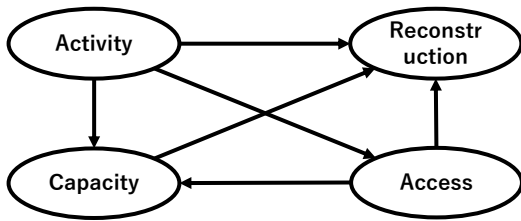


図-2 本分析で使用するモデル

3. 実事例への適用

本節では、2. 節で提案した手法を、実際の事例に適用し、手法の適用可能性を検討する。

(1) モラコット台風 (2009)

モラコット台風 (平成 21 年台風 8 号) は、2009 年 8 月 3 日に発生し、同 7 日から 8 日にかけて台湾に直撃した。この台風により、台湾では 3 日間に渡って激しい雨が続き、台湾の年平均降水量の 8 割にも上る降水量を記録した。この豪雨によって洪水や地滑りが発生し、およそ 2 万人が移転を余儀なくされた。災害の危険があるとされた地域の 160 箇所の集落のうち、62 箇所は、Paiwan、Bunun、Rukai、Tsou といった先住民族の居住地であった⁸⁾。

被災後の復興における課題の一つであったのが、先住民族の移転および文化・伝統の維持である。先住民族の移転事業では、これらの点が重視された。また、生計維持のための産業復興にも重点が置かれた。

本田・小谷・安富 (2019)⁹⁾ は、政府の移転事業に賛同し、移転を行なった、Rinari と Ulaljuc と呼ばれる 2 つのコミュニティを対象として研究を行なった。

本論文では、本田・小谷・安富 (2019) が Ulaljuc コミュニティにおいて収集したデータ ($N = 119$) に対して、提案手法を適用する。

(2) 定性的な情報の定式化

a) 使用するモデル

本分析では、図 2 に示すモデルを使用し、Uljuc コミュニティについて復興要因を分析した。このモデルは、本田・小谷・安富 (2019) が本事例の分析に使用したものを基にしている。本研究では、本田・小谷・安富 (2019) が行ったインタビュー調査の結果を考慮しながらモデルを再検討した。

各潜在変数は、次のような概念を表す。「Activity」はコミュニティにおいて住民が参与した活動への各人の参加の度合いを表す。「Capacity」は各人が認識するコミュニティの課題対処能力の程度を表す。「Access」は各人が認識するコミュニティ内外の経済的・人的・物

的・政治的などの様々な資源へのアクセスの度合いを表す。「Reconstruction」は各人の復興の度合いを表す。

それぞれの潜在変数には、それを測定するための観測変数 (アンケート調査の項目) が割り当てられている。なお、「Activity」「Capacity」「Reconstruction」「Access」の各潜在変数にそれぞれ 1, 2, 3, 4 と番号を振り、潜在変数 i から j へと至るパス係数を π_{ji} と表す。

b) 提案手法の適用

本田・小谷・安富 (2019) によれば、Uljuc コミュニティでは、住民が文化・産業振興活動に主体的に参加することにより、「コミュニティの課題対処能力」が向上し、復興事業の持続的な成果に繋がっていることが観察される。すなわち、「Activity」から「Capacity」を経由し、「Reconstruction」へと至るパスの効果が高いという情報があるといえる。これを定式化する。

まず、「Activity」から「Reconstruction」へのパスのパス係数 (直接効果) は、 π_{31} である。また、「Activity」から「Capacity」を経由し、「Reconstruction」へと至るパスのパス係数 (間接効果) は、 $\pi_{321} = \pi_{21}\pi_{32}$ と表せる。ここで、これらのパス係数に対する事前分布を検討する。しかし、上記の定性的な情報からは、パス係数の真値を知ることができない。そのため、これらのパラメータに対して直接、事前分布の期待値を設定することは難しい。

しかし、上記の定性的な情報は、「間接効果は直接効果よりも大きい」と言い換えることができる。そこで、「間接効果と直接効果の差」を表すパラメータ α を導入し、式 (6) のように表す。

$$\alpha = \pi_{21}\pi_{32} - \pi_{31} \quad (6)$$

これを事前確率密度関数の形で表現し、潜在変数間の関係を表すモデル式を書くと、式 (7) のように表現できる。

$$\begin{aligned}
 R &= (\pi_{31} + \pi_{21}\pi_{32} + \pi_{41}\pi_{24}\pi_{32} + \pi_{41}\pi_{34})A + (\dots) \\
 \alpha &= \pi_{21}\pi_{32} - \pi_{31} \\
 \alpha &\sim \text{Normal}(\mu_\alpha, \sigma_\alpha) \\
 \pi_{21} &\sim \text{Normal}(0, 5), \quad \pi_{32} \sim \text{Normal}(0, 5)
 \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 R は、潜在変数 Reconstruction を、 A は、潜在変数 Activity を表す。また、本手法の適用に関係のない項は省略している。式 (7) 中の、 $\mu_\alpha, \sigma_\alpha$ の値を適切に定めることにより、「間接効果と直接効果の差」に対して事前分布を設定することができる。なお、事前情報がない部分については、いずれも弱情報事前分布 ($\text{Normal}(0, 5)$) を用いる。

ここで、得られている定性的な情報からは、事前分布のパラメータ (分散など) に適切な値を設定することは難しいという問題が生じる。そこで、事前分布の

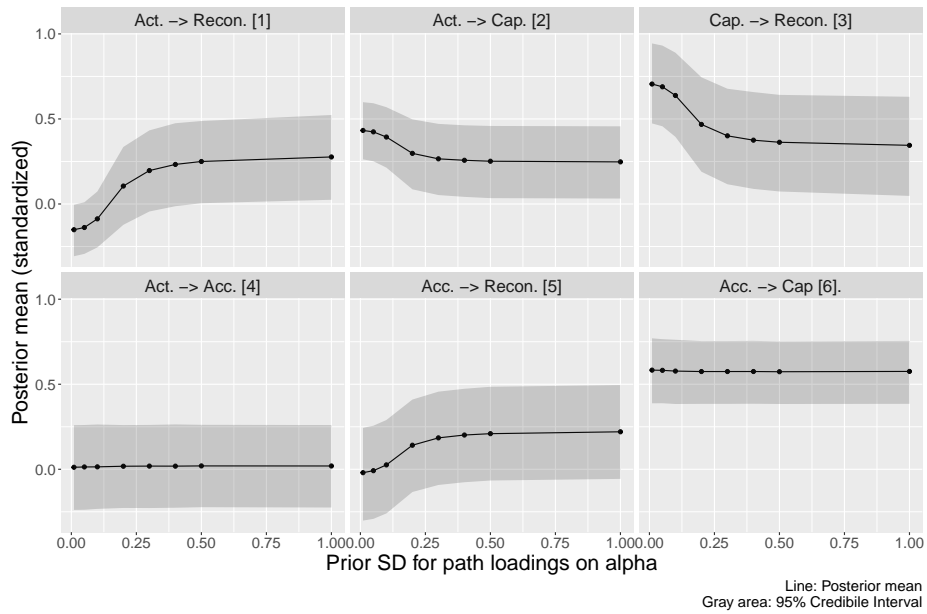


図-3 潜在変数間のパス係数の標準化推定値の推移

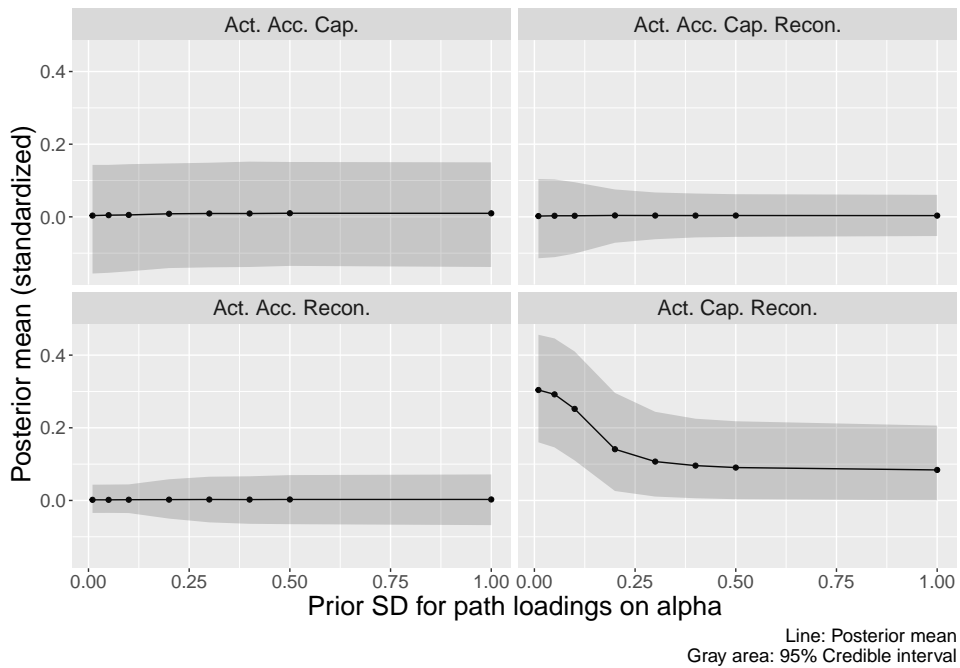


図-4 間接効果の標準化推定値の推移

ハイパーパラメータを変化させながら複数回計算を行い、推定値の変化を観察する。そして、事前分布による効果が現れたときの事前分布を採用し、分析を行う。

本分析では、式 (7) 中の、 σ_α の値を変化させながら、全体のパラメータ推定の推移を観察する。 μ_α は、 α が 0 より大きいという事前情報を与えるため $\mu_\alpha = 0.5$ とする。そして、 $\sigma_\alpha = 0.01, 0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 1$ と、事前標準偏差の値を変化させる。

これらの 8 回の計算は、 \hat{R} 値による収束診断¹⁰⁾ で、いずれも収束したと判断された。また、トレースプロッ

トや自己相関プロットの目視による収束診断でも、収束に問題はないと判断された。

間接効果と直接効果の差 (α) に対する事前分布を変化させたことによる、潜在変数間のパス係数の標準化推定値の推移を、図 3 に示す。図中、上段にある係数 ((1)-(3)) は、事前分布の操作に直接関係するパラメータ、下段 ((4)-(6)) は、事前分布を直接的には操作していないパラメータである。また、図 4 は、間接効果の標準化推定値の推移を示すグラフである。図 3 および図 4 から、パラメータの推定値は、 $\sigma_\alpha = 0.2$ から大きく変化

Ulaljuc (Standardized)

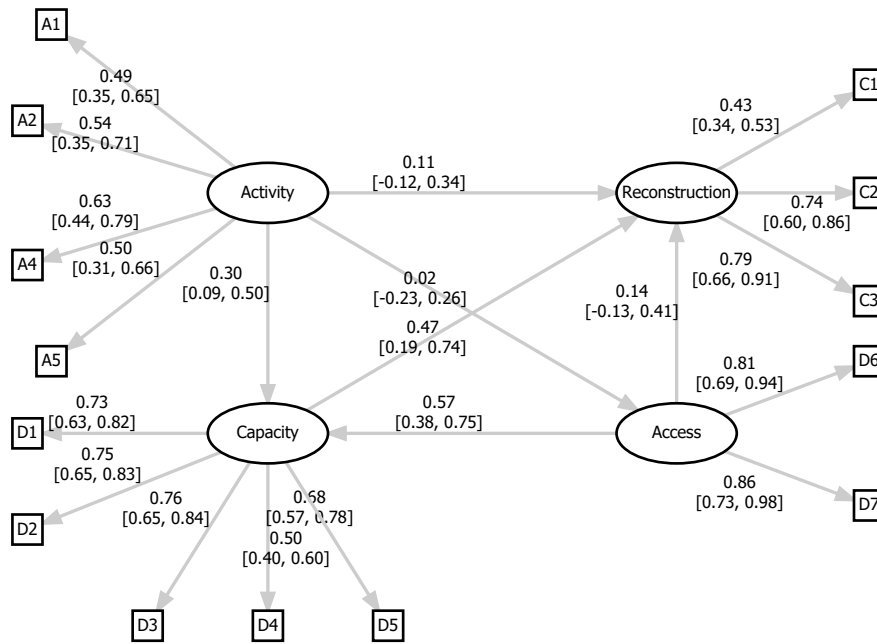


図-5 BSEM で得られた Ulaljuc の構造

することが読み取れる。したがって、Normal(0.5, 0.2) を α に対する事前分布とし、BSEM による分析を行う。

(3) 結果

分析の結果を、図 5 に示す。

a) 間接効果の評価

これによれば、Activity から Reconstruction への直接効果のパス係数は 0.11 と推定されている。それに対して、Capacity を介した間接効果のパス係数は $0.30 \times 0.47 = 0.14$ と推定されている。また、間接効果が直接効果よりも大きい確率を計算したところ、0.6 程度と、0.5 を超えていた。

α の事前分布を $\alpha \sim \text{Normal}(1, 1)$ としたものを、単に弱情報事前分布を用いた場合の結果とみなし、提案手法により事前情報を与えた場合の結果を図 3 および図 4 を用いて比較する。事前情報を与えない場合は、直接効果と間接効果の標準化推定値は、それぞれ 0.28、0.085 であった。また、間接効果が直接効果よりも大きい確率は、0.12 程度であった。このことから、事前情報がない場合は、間接効果よりも直接効果の方が効果が大きかったと推定されているといえる。一方で、事前情報を与えた場合は、直接効果よりも間接効果の方が効果が大きかったと推定されている。

このことから、提案手法を用いることにより、復興事業での活動によって「コミュニティのキャパシティ」が向上したことによる、復興の成果への寄与が大きい

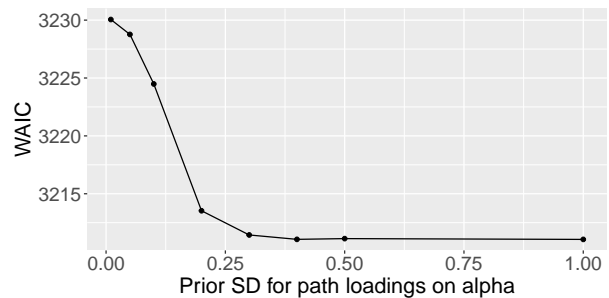


図-6 α の事前標準偏差の変化に対する WAIC の変化

という定性的な情報が、BSEM のパス係数の推定値に反映できていることがわかる。これにより、Ulaljuc コミュニティでは、復興事業に住民が参加して活動することで、コミュニティの課題対処能力が向上し、復興の成果に繋がったということが示されたといえる。

b) 定量的な観測データとの整合性

本分析によって得られた推定値が、事前分布によって恣意的に導かれたものではなく、質問票調査で得られた定量的な観測データとも整合することを検証するため、WAIC を用いた検討を行う。

α に対する事前標準偏差の変化に対する、WAIC の変化を、図 6 に示す。 $\sigma_\alpha = 0.2$ のとき、WAIC は 3213.53 であった。一方で、 $\sigma_\alpha = 1.0$ すなわち、もっとも弱い事前分布を用いた場合、WAIC は 3211.06 であった。また、図 6 から、 $\sigma_\alpha < 0.2$ のとき、WAIC は大きく悪化するこ

とがわかる。これより、 α の事前標準偏差を $\sigma_\alpha = 0.2$ とした場合、すなわち定性的な情報を加味したモデルを用いた場合でも、 $\sigma_\alpha = 1.0$ の弱情報事前分布を用いた場合に比べてモデルの性能の悪化は最小限に抑えられているといえる。つまり、定性的な情報を加味しながら、定量的な観測データとも整合するパス係数の推定値が得られたといえる。

前節で述べたコミュニティの復興に寄与した因子の知見は、事前情報を与えることで得られたものであるが、それは、定量的な観測データとも整合する知見であることが示されたといえる。

c) 提案手法の適用性に関する検討

本分析により、実事例において、BSEM による分析に定性的な情報を組み合わせることで、その情報を加味した定量的なパラメータ推定ができることが示唆された。また、WAIC といった指標を確認することにより、結果が恣意的なものではなく、定量的な観測データとも整合する、妥当なものであることを確かめることができる。以上のことから、本手法はその他の実事例の分析にも適用できると考えられる。

4. まとめ

本研究は、小規模な被災コミュニティを対象として復興の要因を分析する際に、定性的な情報を定量的なモデルに組み込む手法を提案することを目的とした。被災コミュニティの復興要因研究には、構造方程式モデリングがよく使われるが、小サンプルではデータのばらつきが大きい、複峰性があるなどの問題から、分析が有意でないとして否定されることがある。そこで、ベイズ構造方程式モデリングを用いて、定性的な情報を活用した分析を行うことで、定性的な情報も加味した妥当な分析が行えるようにすることを目指した。実際のデータに適用する際には、定性的な情報を直接具体的な数値で表現することが難しいことから、事前分布を変化させながら推定値の変化を観察することで、もっとも妥当なパラメータの値を探索し、それを用いて BSEM を行うことによって、定性的な情報を加味しつつ、定量的な観測データとも整合する妥当な分析ができることが示唆された。

本研究における分析では、WAIC の値を検討し、それらの値が大幅に悪化しない限り、分析から得られる知見には一定の妥当性があると考えた。しかし、データとある程度の整合性がある場合でも、極端に悪いモデルを解釈してしまえば、結論をあやまる可能性が高い。本研究では、結果の妥当性を評価するための基準を具体的に定めることはできなかった。そのため、分析の良し悪しを判断する理論的もしくは経験的な基準を検

討し定める必要がある。

謝辞: 本研究の一部は JSPS 科研費 21K18743 の助成を受けたものである。記して謝意を表す。

参考文献

- 1) 豊田秀樹: 共分散構造分析入門編: 構造方程式モデリング, 統計ライブラリー, 朝倉書店, 1998.
- 2) 谷伊織・平島太郎: 心理学・社会科学研究のための構造方程式モデリング: Mplus による実践基礎編, ナカニシヤ出版, 2018.
- 3) Lee, S.-Y. and Song, X.-Y.: Bayesian structural equation model, *Wiley Interdisciplinary Reviews: Computational Statistics*, Vol.6, No.4, pp.276–287, 2014.
- 4) Humphreys, M. and Jacobs, A. M.: Mixing methods: A bayesian approach, *The American Political Science Review*, Vol.109, No.4, pp.653, 2015.
- 5) Lee, S.-Y. and Song, X.-Y.: Evaluation of the bayesian and maximum likelihood approaches in analyzing structural equation models with small sample sizes, *Multivariate Behavioral Research*, Vol.39, No.4, pp.653–686, 2004.
- 6) Depaoli, S.: The impact of inaccurate “informative” priors for growth parameters in bayesian growth mixture modeling, *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, Vol.21, No.2, pp.239–252, 2014.
- 7) Watanabe, S.: Asymptotic equivalence of bayes cross validation and widely applicable information criterion in singular learning theory, *Journal of Machine Learning Research*, Vol.11, No.116, pp.3571–3594, 2010.
- 8) Chern, J.-C. and Liu, C.-T.: Morakot post-disaster reconstruction management using public and private resources for disaster prevention and relief efforts, *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, Vol.37, No.5, pp.621–634, 2014.
- 9) 本田利器・小谷仁務・安富佳菜子: モラコット台風被災後の支援施策が災害移転コミュニティに与えた影響のベイズ構造方程式による分析, 土木計画学研究発表会・秋大会, 2019.
- 10) Gelman, A.: Two simple examples for understanding posterior p-values whose distributions are far from uniform, *Electron. J. Statist.*, Vol.7, pp.2595–2602, 2013.

(2021. 10. 1 受付)