

下水道管渠に対する空間的補間を用いた劣化予測モデルの提案

松本 圭史¹・貝戸 清之²

¹学生会員 大阪大学大学院博士前期課程 工学研究科地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: k.matsumoto@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

近年、段階的に老朽化の進む下水道管渠の維持管理を目的とした点検の必要性が高まってきている。しかし、技術者の不足や財政的な制約、埋設構造物である等の問題により、管渠全体に対する悉皆点検が困難な場合も少なく無い。その一方で、同程度の劣化環境下にある管渠の劣化速度に空間的自己相関が存在する場合、劣化速度の空間補間が可能であると考えられる。本研究では、部分的に得られた点検データをもとに劣化速度を推定し、推定された劣化速度と位置情報を紐づけて分析することにより、任意の地点にある管渠の劣化速度を推定する。具体的には、混合マルコフ劣化ハザードモデルにより推定した点検実施管渠の劣化予測結果に対し、回帰クリギングを適用した空間分析を行うことにより、点検未実施管渠に対する劣化予測を行う方法論を提案する。

Key Words: Sewer pipe, Mixed Markov Deterioration Hazard Model, Spatial interpolation, Statistical deterioration prediction

1. はじめに

近年、下水道管渠の老朽化に伴う、道路陥没が多々報告されており下水道管渠に対するアセットマネジメントの必要性が高まってきている。そのような中、下水道管渠の点検・調査データに対する統計的劣化予測モデル¹⁾を活用した実践的研究²⁾や実務への試行的導入が進んでいる。その一方で、下水道管渠を管理する地方自治体では、人的・財政的リソースの制約や、埋設構造物である等の問題により、全管渠に対する点検が困難な場合も少なくない。そのため、管渠全体の状態の把握や維持管理計画の策定を行うためにも、管渠全体の劣化状態を予測することが必要である。その一方で、点検未実施管渠に対する劣化予測に関する手法は確立しておらず、部分的に得られた点検結果を用いて管渠全体の劣化状態の予測を行うことが可能なモデルの開発が必要であると考えられる。

点検未実施管渠の劣化予測を行う方法としては、点検実施管渠で作成したモデルを点検未実施管渠にモデル移転³⁾して使用することが考えられる。しかしながら、管渠の劣化要因としては、構造条件、使用条件、環境条件など様々な要因の複合的影響が考えられるため、モデル

移転が困難な場合も少なくない。その一方で、隣接する管渠や周辺管渠間では同程度の環境下にあることから、劣化速度の類似性が考えられる。そのため、空間的自己相関を考慮した点検未実施管渠に対する劣化速度の予測を行い、予測された劣化速度と竣工年度の情報をもとに現時点の劣化状態を予測することは可能である。

本研究では、混合マルコフ劣化ハザードモデル⁴⁾を用いて下水道管渠の劣化速度の異質性に関するベンチマーク分析を行い、各管渠の異質性パラメータ値を推計する。しかし、このように分析した管渠の劣化速度評価結果は、点検実施管渠のみの推定であるため、未点検管渠の劣化速度を評価することが可能でない。そこで、点検実施管渠の異質性パラメータ値と位置情報を紐づけ、異質性パラメータの空間相関を分析することにより、対象領域内の任意の地点に存在する未点検管渠の異質性パラメータ値を推定することが可能となる。

以上の問題意識の下、点検実施管渠の劣化予測結果に対し、劣化速度の異質性に関する空間相関を分析することにより、点検未実施管渠に対する劣化予測を行う。以下 2. で本研究の基本的な考え方を述べる。3. で混合マルコフ劣化ハザードモデルの概要を説明し、4. で回帰クリギングを用いた空間補間に関して説明する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 下水道管渠に対する点検の現状

令和元年度末時点で標準耐用年数 50 年を経過した下水道管渠の割合は総延長の 5%程度であるが、10 年後には 15%程度、20 年後には 35%程度と今後急速に増加する⁹⁾。そのような中、老朽化する下水道管渠の増加や、下水道管渠に起因する道路陥没事故の実情を踏まえて、平成 27 年に下水道法に基づく維持修繕基準が創設され、硫化水素による腐食のおそれの大きい下水道管渠に対する 5 年に 1 回以上の点検が義務化された。義務化の対象となった管渠約 4000km に対する点検実施状況としては令和 1 年時点で約 73%の点検が完了している。その一方で、点検義務化の対象となった管渠約 4000km は全国の管渠約 48 万 km に対する割合の約 1%程度にどどまっており、全管渠を対象とした点検の実施には大きな障壁が残されている。そのため、本研究で提案する手法を適用することにより、点検未実施管渠の状態予測を行うことが可能になれば、管渠の維持管理計画の策定に大きく寄与できると考えられる。

(2) 既往研究の概要と本研究の目的

蓄積された点検ビッグデータから、劣化過程をモデル化する統計的劣化予測モデルが発展している。なかでも、マルコフ劣化ハザードモデルの開発により、離散的な健全度で評価された点検データを用いた、劣化過程のモデル化が可能となった。また、小濱等は社会基盤施設の個々が有する異質性を表現することが可能である、混合マルコフ劣化ハザードモデルを提案している。しかしながら、これらの劣化予測モデルは、点検が実施された施設の劣化過程の予測が可能である一方で、点検未実施である施設に対する劣化過程の予測が可能ではない。そこで本研究では、点検実施施設の劣化予測結果とその施設の位置情報を紐づけることによって、点検未実施施設に対する空間的補間方法を用いた劣化予測モデルを提案する。

位置情報を活用したアセットマネジメントの事例として、貝戸らは、部分的に得られた劣化予測評価結果と位置情報を紐づけ、その関係を分析することによりミャンマー国における道路舗装の寿命評価を行っている⁹⁾。しかしながら、上記の手法では、点検データの制約等の問題もあり劣化速度の空間的自己相関を考慮できておらず、劣化速度の評価が十分であるとは言い難い。さらに、空間的補間方法を用いた事例として、貝戸らは下水道管渠に対する劣化速度の評価結果に対してカーネル密度推定およびデュアルカーネル密度推定を用いることによる、維持管理重点地域のスクリーニング方法⁷⁾を提案している。しかしながら、上記の手法では、相対的な劣化速度

の評価に基づく劣化速度の速い管渠が多く存在する領域のスクリーニングを目的としているため、個々の管渠に対する劣化速度の定量的評価が十分であるとは言い難い。そこで本研究では、混合マルコフ劣化ハザードモデルで推定した、個々の異質性パラメータに対して、空間的自己相関を考慮した空間的補間方法を提案する。具体的には、回帰クリギングを用いた空間的内挿に基づく、点検未実施地域における劣化予測を行うこととする。

3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \dots$ を考え、離散的時間軸上の点を時点と呼び、カレンダー時刻と区別する。単位時間幅を 1 に基準化する。施設の健全性を I 個の健全度 $i (i = 1, \dots, I)$ で表現する。 i の値が大きくなるほど、劣化が進展している。時点 t における施設の健全度を状態変数 $g(t) = i (i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$ を用いて表現する。施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し、離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する。推移確率は、時点 t における健全度 $g(t) = i$ を与件とし、次の時点 $t + 1$ における健全度 $g(t + 1) = j (j \geq i)$ が生起する条件付確率

$$\text{Prob}[g(t + 1) = j | g(t) = i] = \pi_{i,j} \quad (1)$$

によって定義される。なお、微小時間での健全度の推移は 1 段階である。式 (1) に示すマルコフ推移確率は所与の 2 つの時点 $t, t + 1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり、当然のことながら、対象とする点検間隔が異なれば推移確率の値は異なる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{i,j} = 0 (i > j)$ が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{i,j} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して、

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{i,j} \geq 0 (i, j = 1, \dots, I, \pi_{i,j} = 0 (i > j) のとき) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{i,j} = 1 \end{array} \right\} \quad (2)$$

が成立しなければならない。健全度 I は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{I,I} = 1$ が成立する。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない。マルコフ連鎖モデルでは、健全度が $i - 1$ から i に推移した時点で拘わらず、時点 t から時点 $t + 1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみ依存するという性質 (マルコフ性) を満足する⁸⁾

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデルの定式化

分析対象とする社会基盤施設を K 施設グループに分割する。 K 施設グループ $k (k = 1, \dots, K)$ は、合計 L_k の施設で構成されている。施設グループ k に固有なハ

ザード率の異質性を表すパラメータ ε^k を導入する。このとき、施設グループ k の施設 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) の健全度 i ($i = 1, \dots, I-1$) のハザード率を、個別ハザード率

$$\lambda_i^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k \quad (3)$$

$$(i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k)$$

を用いて表す。ここに、 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ は、施設グループ k の施設 l_k が有する健全度 i の平均的なハザード率（以下、標準ハザード率）である。異質性パラメータ ε^k は、施設グループ k の標準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり、 $\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する。異質性パラメータ $\varepsilon^k \geq 1$ であり、かつ ε^k の値が大きくなるほど、当該施設グループ k に含まれる全ての施設の劣化速度が、標準ハザード率に対して大きいことを表す。式 (3) において、全ての健全度のハザード率に、同一の確率変数 ε^k が含まれることに留意して欲しい。これにより、ある健全度において劣化速度が大きい場合、他の健全度の劣化速度も相対的に大きくなることを表すことができる。いま、異質性パラメータ ε^k がガンマ分布 $f(\varepsilon^k | \alpha, \eta)$

$$f(\varepsilon^k | \alpha, \eta) = \frac{1}{\eta^\alpha \Gamma(\alpha)} (\varepsilon^k)^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\eta}\right) \quad (4)$$

から抽出された確率標本であると考え。ガンマ分布 $f(\varepsilon^k | \alpha, \eta)$ の平均は $\alpha\eta$ で、分散は $\alpha\eta^2$ である。また、 $\Gamma(\cdot)$ はガンマ関数である。さらに、平均 1、分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $\bar{g}(\varepsilon^k | \phi)$ は、

$$\bar{g}(\varepsilon^k | \phi) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} (\varepsilon^k)^{\phi-1} \exp(-\phi\varepsilon^k) \quad (5)$$

と表される。ここで、施設グループ k ($k = 1, \dots, K$) の異質性パラメータ ε^k の値を $\bar{\varepsilon}^k$ に固定する。このとき、施設グループ k のある施設 l_k の健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率 $\tilde{F}_i(y_i^{l_k})$ は、式 (3) に示す指数ハザード率を用いて

$$\tilde{F}_i(y_i^{l_k}) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k y_i^{l_k}) \quad (6)$$

と書き換えることができる。さらに、施設グループ k の施設 l_k の第 1 回目の点検時刻 $\tau_A^{l_k}$ において健全度が i と判定され、次の点検時刻 $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ においても健全度が i と判定される確率 $\pi_{i,i}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ は、

$$\pi_{i,i}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) = \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \quad (7)$$

となる。また、点検時刻 $\tau_A^{l_k}$ と $\tau_B^{l_k} = \tau_A^{l_k} + z^{l_k}$ の間で健全度が i から j ($j > i$) に推移するマルコフ推移確率 $\pi_{i,j}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ は、式 (3) より、

$$\begin{aligned} \pi_{i,j}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) &= \sum_{v=i}^j \prod_{w=i, \neq v}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_w^{l_k}}{\tilde{\lambda}_w^{l_k} - \tilde{\lambda}_v^{l_k}} \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \\ &= \sum_{v=i}^j \psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{l_k}) \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l_k} \bar{\varepsilon}^k z^{l_k}) \quad (8) \end{aligned}$$

$$(i = 1, \dots, I-1; j = i+1, \dots, I; k = 1, \dots, K)$$

と表すことができる。ただし、 $\tilde{\lambda}^{l_k} = (\tilde{\lambda}_1^{l_k}, \dots, \tilde{\lambda}_{I-1}^{l_k})$ である。また、 $\psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{l_k})$ は

$$\psi_{i,j}^v(\tilde{\lambda}^{l_k}) = \prod_{w=i, \neq v}^{j-1} \frac{\tilde{\lambda}_w^{l_k}}{\tilde{\lambda}_w^{l_k} - \tilde{\lambda}_v^{l_k}} \quad (9)$$

となり、標準ハザード率のみの関数で表される。また、 $\pi_{i,j}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k)$ に関しては、

$$\pi_{i,i}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) = 1 - \sum_{j=i}^{I-1} \pi_{i,j}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) \quad (10)$$

と表すことができる。つぎに、パラメータ ε^k がガンマ分布、式 (5) に従って分布する場合を考える。まず、健全度 i の寿命が $y_i^{l_k}$ 以上となる確率は、式 (7) を用いて

$$\tilde{\pi}_{i,i}(z^{l_k}) = \int_0^\infty \pi_{i,i}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (11)$$

と表すことができる。マルコフ推移確率 $\tilde{\pi}_{i,i}(z^{l_k})$ はハザード率の確率分布を考慮した点検間隔 z^{l_k} の平均的なマルコフ推移確率を表している。同様に点検間隔 z^{l_k} の下で健全度 i から健全度 j へ推移する平均マルコフ推移確率は、

$$\tilde{\pi}_{i,j}(z^{l_k}) = \int_0^\infty \pi_{i,j}(z^{l_k} | \bar{\varepsilon}^k) \bar{g}(\varepsilon^k | \phi) d\varepsilon^k \quad (12)$$

と表される。

(3) 目視点検データとハザード率

施設グループ k ($k = 1, \dots, K$) に属する施設 l_k ($l_k = 1, \dots, L_k$) に関して 2 回の目視点検が実施されたと考え。3. (2) と同様に、目視点検が実施されたカレンダー時刻を $(\tau_A^{l_k}, \tau_B^{l_k})$ と表す。ただし、 $\tau_A^{l_k}$ は第 1 回の目視点検時刻であり、 $\tau_B^{l_k}$ は第 2 回目の実施時刻である。施設グループ k に含まれる施設 l_k の点検サンプルには、第 1 回目の目視点検から第 2 回目の目視点検が実施された時刻までの期間長 z^{l_k} と、これら 2 回の目視点検で観測された施設の健全度 $\bar{g}(\tau_A^{l_k})$ 、 $\bar{g}(\tau_B^{l_k})$ に関する情報が記載されている。記号「 $\bar{\cdot}$ 」は、実測値であることを意味している。点検時点における健全度に基づいて、ダミー変数 $\delta_{i,j}^{l_k}$ ($i = 1, \dots, I-1, j = i, \dots, I; k = 1, \dots, K; l_k = 1, \dots, L_k$) を

$$\delta_{i,j}^{l_k} = \begin{cases} 1 & \bar{g}(\tau_A^{l_k}) = i, \bar{g}(\tau_B^{l_k}) = j \text{ のとき} \\ 0 & \text{それ以外のとき} \end{cases} \quad (13)$$

と定義する。さらに、ダミー変数ベクトルを $\delta^{l_k} = (\delta_{1,1}^{l_k}, \dots, \delta_{I-1,I}^{l_k})$ 、施設の劣化速度に影響を及ぼす施設の構造条件や環境条件を表す特性行ベクトルを $\bar{x}^{l_k} = (\bar{x}_1^{l_k}, \dots, \bar{x}_M^{l_k})$ と表す。ただし、 $\bar{x}_w^{l_k}$ ($w = 1, \dots, W$) は施設グループ k 、施設 l_k の点検サンプルの m 番目の説明変数に関する期間 $[\tau_A^{l_k}, \tau_B^{l_k})$ における観測値を表す。また、第 1 番目の説明変数は定数項に該当する変数であり、恒等的に $x_1^{l_k} = 1$ である。施設グループ k に属する施設 l_k の点検サンプルが有する情報を $\theta^{l_k} = (\delta^{l_k}, z^{l_k}, \bar{x}^{l_k})$ と表す。また、目視点検データ全体を Ξ と表す。さらに、施設 l_k の点検サンプルの期間 $[\tau_A^{l_k}, \tau_B^{l_k})$ における劣化過程を個別ハザード率 $\lambda_i^{l_k} = \tilde{\lambda}_i^{l_k} \varepsilon^k$ ($i = 1, \dots, I-1$) を用いて表現する。健全度 I はマルコフ連鎖の吸収状態であり、 $\pi_{i,I} = 1$ が成立するためにハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l_k}$ は必

然的に $\lambda_i^{lk} = 0$ となる。舗装路面の劣化過程を特徴づける標準ハザード率 $\lambda_i^{lk} (i = 1, \dots, I-1; k = 1, \dots, K)$ は施設の特性ベクトルに依存して変化すると考え、標準ハザード率 λ_i^{lk} を特性ベクトル x^{lk} を用いて、

$$\lambda_i^{lk} = \exp(x^{lk} \beta_i') \quad (14)$$

と表す。ただし、 $\beta_i = (\beta_{i,1}, \dots, \beta_{i,W})$ は未知パラメータ $\beta_{i,w} (w = 1, \dots, W)$ による行ベクトル、記号「 \cdot 」は転置操作を表す。また、 $x_1^{lk} = 1$ より、 $\beta_{i,1}$ は定数項を表す。なお、本研究においては、標準ハザード率に特性ベクトル（劣化に対する説明変数）を考慮せずに、定数項のみで標準ハザード率を表現して、劣化要因の影響は異質性パラメータ値に反映させることとする。また、本研究では、未知パラメータ $(\beta, \phi, \varepsilon)$ を階層ベイズ推計するが、具体的な方法論については参考文献 9) を参照されたい。さらに、施設グループ k を構成する施設 l_k ごとの推計結果を平均化した標準ハザード率 $\lambda_i^k (i = 1, \dots, I-1)$ を

$$\lambda_i^k = \frac{1}{L_k} \sum_{l_k=1}^{L_k} \lambda_i^{l_k} \quad (15)$$

と定義する。このとき、施設グループ k の平均的ハザード率は $\lambda_i^k = \lambda_i^k \varepsilon^k$ と表される。

4. 回帰クリギングを用いた空間補間

(1) クリギング

クリギングの詳細な説明については、クリギングに関する参考図書^{10),11),12),13)}に譲るが、ここでは読者の便宜を図るため、簡単に説明する。クリギングは、南アフリカの鉱山技師 D.G.Krige¹⁴⁾が鉱床の分布を推定するために開発した空間内挿手法を起源とし、その後、G.Matheron によって理論的に体系化された空間的内挿手法の 1 つである。現在、クリギングの適用は鉱山学にとどまらず、環境学や気象学、経済学や土木工学など多岐にわたる分野で進んできている。クリギングでは、観測データは確率場からの実現値であると考え、 $D \subset R^2$ 上の確率場 $Z := \{Z(s); s \in D\}$ において、観測位置 $s_1, \dots, s_n \in D$ における確率変数 $Z(s_1), \dots, Z(s_n)$ の実現値である $z(s_1), \dots, z(s_n)$ が観測データである。対象とする領域の観測データから空間相関をモデル化することによって任意の地点に対する最良線形不偏予測量を求めることが可能になる。また、空間相関をモデル化するにあたり、クリギングでは、2 次定常または固有定常を仮定している。2 次定常では、2 つの確率変数間の距離 h の関数として共分散関数 $C(h)$ を

$$\begin{aligned} C(h) &= E[\{Z(u) - m\}\{Z(u+h) - m\}] \\ &= E[Z(u)Z(u+h)] - m^2 \end{aligned} \quad (16)$$

と定義し (m は領域内に共通の平均、 u は位置ベクトル

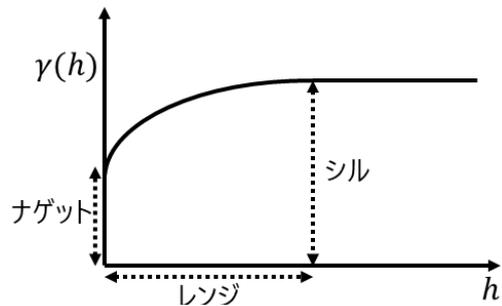


図-1 セミバリオグラム例

を表す)、固有定常では距離 h 離れた際の値の差を非類似度、非類似度の分散の半分をセミバリオグラム $\gamma(h)$ とし、距離 h の関数として、

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= \frac{1}{2} \text{Var}[Z(u+h) - Z(u)] \\ &= \frac{1}{2} E[\{Z(u+h) - Z(u)\}^2] \end{aligned} \quad (17)$$

と定義する。さらに、2 次定常性が満たされる場合、固有定常性も満たされ、

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (18)$$

の関係が成立する。そのため、クリギングでは、観測データからセミバリオグラムを推定したうえで、共分散関数を推定するのが一般的である。本研究では、劣化速度の空間補間に際して、クリギング手法の 1 つである回帰クリギングを適用することにより、未点検管渠に対する劣化予測を行うこととする。以下、4.(2)で回帰クリギングについて説明し、4.(3)で点検未実施管渠に対する異質性パラメータ値の補間方法について説明する。

(2) 回帰クリギング

a) モデルの説明

回帰クリギングは、線形回帰モデルの誤差項間に空間相関を仮定したモデルである。具体的な回帰クリギングの式は、

$$z_{RK}^* = \sum_{d=0}^{n_p} \theta_d S_d + \sum_{f=1}^n \omega_f \xi_f \quad (19)$$

と表される。ここで、 S_d は説明変数、 θ_d は回帰係数、 n_p は説明変数の数、 ω_f はクリギングの重み係数、 ξ_f は誤差項、 n は観測データ数である。通常回帰分析では、最小二乗法 (ordinary least square: OLS) によりパラメータを推定する。しかしながら、最小二乗法では、誤差項間に無相関を仮定している。そこで、誤差項間に空間相関を考慮可能な一般化最小二乗法 (generalized least square: GLS) を適用することにより最良な回帰モデルを推定する。一般化最小二乗法の式は、

$$\hat{\theta}_{GLS} = (S'V^{-1}S)^{-1}S'V^{-1}y \quad (20)$$

と表される。 S は説明変数、 V は共分散行列、 y は非説明変数を表す。

b) セミバリオグラムの推定

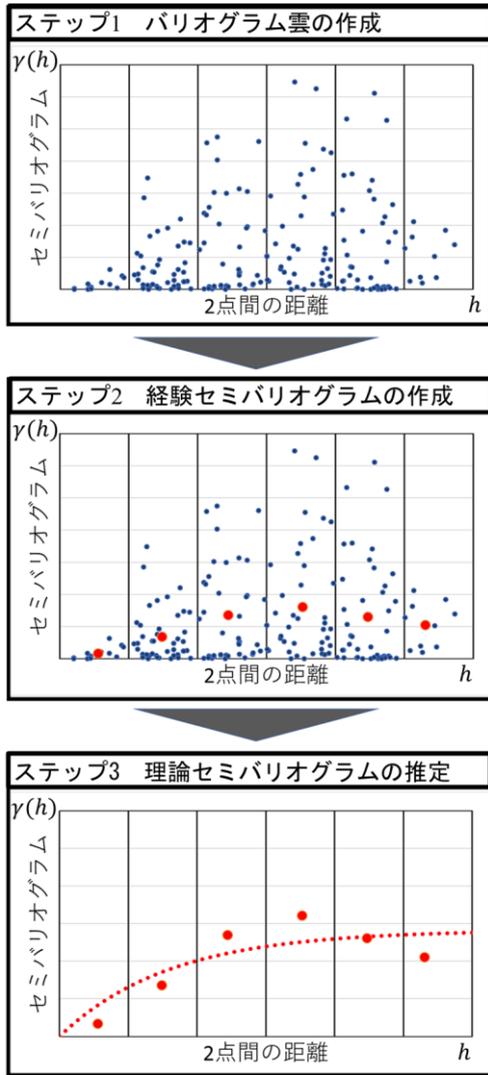


図-2理論セミバリオグラムの推計フロー

本研究では、4.1 で説明したように、観測データからセミバリオグラムを推定したうえで、クリギングを実施する際に必要な共分散行列（共分散関数）を推定する。また、限定的な観測データからセミバリオグラムを推定するために、セミバリオグラムが距離のみに依存する等方性の仮定をおくとする。等方性を仮定した場合のセミバリオグラムの例を図-1 に示す。 $h = 0$ における値をナゲット効果と呼び、測定誤差などに起因して距離 0 における非類似度が 0 にならないことを表す。非類似度はある一定の距離（レンジ）をこえるとセミバリオグラムの値が一定になると仮定し、その時の値をシルという。

理論セミバリオグラムとは、図-1 に示されるようなセミバリオグラムを少数のパラメータで近似的に表現したモデルである。理論セミバリオグラムを観測データに基づき経験的に推定する方法を以下で説明する。図-2 には理論セミバリオグラムの推定フローが示されている。まず、はじめに対象領域内の全データの組み合わせに対して距離とセミバリオグラムを計算する。推定された値を縦軸にセミバリオグラム、横軸に距離を取った散布図を

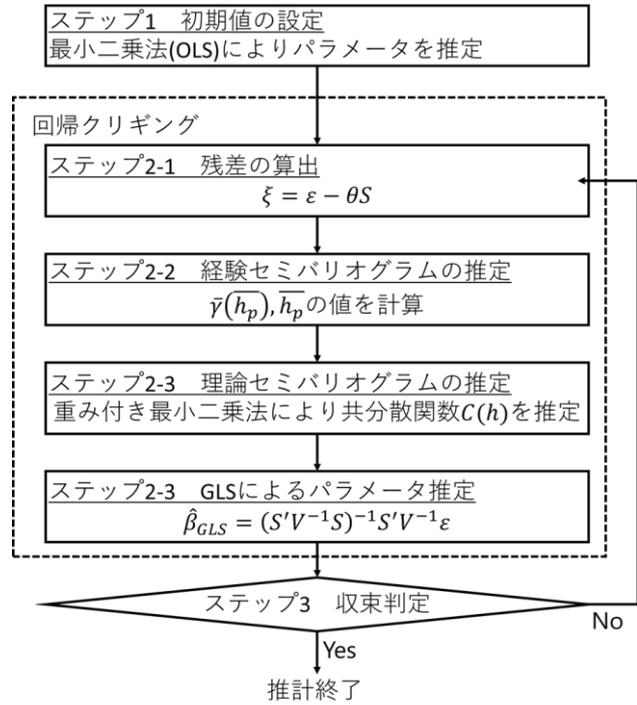


図-3パラメータの推計フロー

図示することによりバリオグラム雲を作成する（ステップ 1）．次に、横軸の距離を一定間隔で分割し、分割した各区間に対して、データの距離およびセミバリオグラムを平均化した $\bar{h}_p, \bar{\gamma}(\bar{h}_p)$ をそれぞれ求める．この分割幅 Δh はラグと呼ばれる．すなわち、

$$\bar{h}_p = \frac{1}{N_{h(p)}} \sum_{o=1}^{N_{h(p)}} h_{q,o}; (p-1)\Delta h < h_{q,o} \leq p\Delta h \quad (22)$$

$$\bar{\gamma}(\bar{h}_p) = \frac{1}{N_{h(p)}} \sum_{o=1}^{N_{h(p)}} \gamma_{q,o}; (p-1)\Delta h < h_{q,o} \leq p\Delta h \quad (21)$$

として計算する．計算した平均距離を横軸、平均セミバリオグラムを縦軸に図示すると経験バリオグラムが得られる（ステップ 2）．最後に、理論セミバリオグラムを経験セミバリオグラムにより推定する．理論セミバリオグラムのモデル候補としては、指数型モデルや球形型モデル、ガウス型モデルなど様々なモデルの適用が考えられる．選択したセミバリオグラムモデルに対して、経験セミバリオグラムにフィットする理論セミバリオグラムのパラメータを式(23)の最小二乗基準を用いて推定する方法が提案されている．最小二乗基準の式は、

$$RSS(\theta) = \sum_{q=1}^Q \{\bar{\gamma}(\bar{h}_p) - \hat{\gamma}(\bar{h}_p; \Xi)\}^2 \quad (23)$$

と表される．ただし、 Ξ は理論セミバリオグラムのパラメータ集合を表す．しかしながら、式(23) は経験セミバリオグラムの不均一分散を考慮できないことから、式(24)の重み付き最小二乗基準を用いて推定することが提

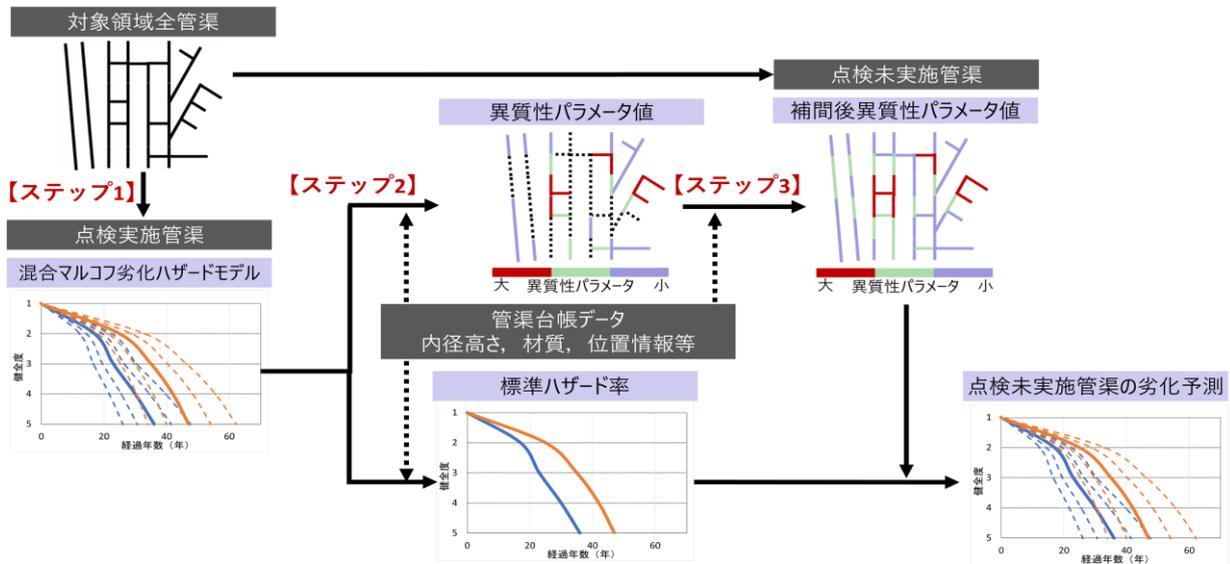


図4 異質性評価の概要

案されている¹⁵⁾ (ステップ3)。

$$WRSS(\theta) = \sum_{q=1}^Q \frac{|N_q|}{\hat{\gamma}(\bar{h}_p; \Xi)} \{ \bar{\gamma}(\bar{h}_p) - \hat{\gamma}(\bar{h}_p; \Xi) \}^2 \quad (24)$$

c) パラメータの推定フロー

一般化最小二乗法の推定には式(20)から理解できるように理論セミバリオグラムから求める共分散行列が必要である。その一方で、理論セミバリオグラムのパラメータの推定には、経験セミバリオグラムを計算が必要であるため、線形回帰モデルの残差を求めるための共分散行列が必要がある。そのため、共分散行列を推定するために共分散行列が必要であるという矛盾が発生する。そこで、本研究では、反復計算を用いて理論セミバリオグラムのパラメータを推定することにより¹⁶⁾上記の問題を解消する。具体的なパラメータの推定フローを図-3に示す。まず、線形回帰モデルのパラメータの初期値を最小二乗法によって推定する(ステップ1)。その推定結果を用いて線形回帰モデルの残差を計算し(ステップ2-1)、経験セミバリオグラムを推定する(ステップ2-2)。次に、経験セミバリオグラムから、重み付き最小二乗法により理論セミバリオグラムのパラメータを推定し(ステップ2-3)、共分散関数を設定する。共分散関数を用いて共分散行列Vを定め、一般化最小二乗法で線形回帰モデルのパラメータを推定する(ステップ2-3)。さらに、その線形化回帰モデルのパラメータを用いて残差を算出し、経験セミバリオグラムを推定する。以上のフローを線形回帰モデルのパラメータが収束するまで繰り返し計算を行うことにより(ステップ3)、理論セミバリオグラムと線形回帰モデルのパラメータを同時推定する。

(3) 空間的補間を用いた異質性評価

2.1 で言及したように、本研究では、点検実施管渠の劣化速度の異質性評価を行い、その評価結果と位置情報を紐づけることにより、点検未実施管渠の異質性評価を行う。図4に示すように、異質性評価は3つのステップで構成される。

a) 混合マルコフ劣化ハザードモデル (ステップ1)

対象とする下水道管渠網に合計A個の管渠k(k=1, ..., A)が存在する。この管渠網の中で、K個の管渠k(k=1, ..., K)に対して点検が実施されたとき、残りの管渠k(k=K+1, ..., A)では点検が実施されていない。

このとき、点検実施管渠のデータを用いて、混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計し、管渠k(k=1, ..., K)における平均的なハザード率 λ_k^t を用いて、当該管渠における平均的な劣化過程を表す期待劣化パスを作成する。このため、まず異質性パラメータ ϵ^k を推計する。このとき、各管渠の平均的な劣化速度を表すハザード率 λ_k^t は、式(3)で表される標準ハザード率 λ_k^s と異質性パラメータ ϵ^k の積によって算出される。管渠は緯度・経度の位置情報を有しており、位置情報と異質性パラメータを紐づけることにより、空間分析することが可能である。

b) 空間分析 (ステップ2)

異質性パラメータ値の推計値 ϵ^k が得られたK個の管渠を対象に位置情報と紐づけ、管渠の劣化に影響を及ぼす可能性のある説明変数を S^k 、被説明変数を ϵ^k として回帰クリギングを実施する。回帰クリギングを実施することにより、異質性パラメータ値の空間構造を分析する。

c) 回帰クリギングを用いた異質性補間 (ステップ3)

点検未実施管渠に対する異質性評価を行うにあたり、ステップ2で求めた共分散関数を用いる。このとき、点検未実施管渠の異質性パラメータは、

$$\hat{\epsilon} = S_*' \hat{\theta}_{GLS} + c_*' V^{-1} (\epsilon - S \hat{\theta}_{GLS}) \quad (25)$$

と示される。ただし、 $\hat{\theta}_{GLS}$ は一般化最小二乗法の解、 c_*'

は共分散関数を用いて推定した予測地点と観測地点間の共分散行列, V は観測地点間の共分散行列, s および S は予測地点および観測地点それぞれの説明変数を表す. 式(20)の右辺第二項 c^*V^{-1} はクリギングを実施する際の重みを計算しており, クリギング方程式の解を表している. そのため, 式(20)の第 1 項は予測地点の回帰予測結果, 第 2 項が観測地点の誤差項の重みつき平均を表していることが理解できる.

5. おわりに

本研究では, 下水道管渠を対象として, 点検実施管渠の劣化速度の異質性を空間分析することにより, 点検未実施管渠における劣化速度を評価する方法論を提案した. 具体的には, 1) 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計により推計された各管渠の劣化速度の異質性パラメータと, 2) 推計された異質性パラメータ値とその位置情報を回帰クリギングを用いて分析することにより, 対象領域内の任意の地点における劣化速度を評価する手法を提案した. なお, 本研究で提案した方法論を用いて, 大阪市下水道管渠を対象とした実証分析を行っており, その結果及び考察に関しては研究発表会にて提示する.

参考文献

- 1) 津田尚胤, 貝戸清之, 青木一也, 小林潔司: 劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定, 土木学会論文集, No.801, pp.69-82, 2005.
- 2) 小林潔司: 土木工学における実践的研究: 課題と方法, 土木技術者実践論文集, 土木学会, Vol.1, pp.143-155, 2010.
- 3) 森地茂, 屋井鉄雄, 田村亨: 非集計交通手段選択モデルの地域間移転可能性, 土木学会論文集, 第 359 号, IV-3,1985.
- 4) 小濱健吾, 岡田貢一, 貝戸清之, 小林潔司: 劣化ハザード率評価とベンチマーキング, 土木学会論文集 A, Vol.64, No.4, pp.857-874, 2008.
- 5) 国土交通省: 下水道管路メンテナンス年報, 2021.
- 6) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, Ei Ei MYO, 米山秀樹, 松本圭史: 空間マッピングを用いた舗装劣化速度評価: ミャンマーにおける実践, 土木学会論文集F5, Vol.77, No.1, pp.88-100, 2021.
- 7) 貝戸清之, 篠崎秀太, 鎌田敏郎, 前川波奈江, 山中明彦: 下水道管渠の空間的劣化異質性に着目した重点管理区域スクリーニングと改築更新施策, 土木学会論文集 F4, Vol.77, No.1, pp.15-134, 2021.
- 8) 森村英典, 高橋幸雄: マルコフ解析, 日科技連, 1979.
- 9) 貝戸清之, 小林潔司, 青木一也, 松岡弘大: 混合マルコフ劣化ハザードモデルの階層ベイズ推計, 土木学会論文集D3, Vol.68, No.4, pp.255-271, 2012.
- 10) 間瀬茂: 地球統計学とクリギング法, RとgeoRによるデータ解析, オーム社, 2010.
- 11) 瀬谷創・堤盛人: 空間統計学, 自然科学から人文・社会科学まで, 朝倉書店. 2014.
- 12) 青木謙治: 地球統計学, 森北出版株式会社, 2011.
- 13) 阪田義隆: クリギング入門 空間データ推定の確率論的アプローチ, コロナ社, 2021.
- 14) Krige,D.G.: A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand, Journal of the Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa, 52, p.119-139, 1951.
- 15) Cressie, N: Fitting variogram models by weighted least squares, Mathematical Geology, Vol.17, pp.563-586, 1985.
- 16) 井上亮: 共クリギングによる土地取引価格の時空間内挿に関する研究, JACIC, 第 2008-09 号, 2008.