

# カオス時系列解析によるサグ部交通流における リアプノフ指数の時空間的分布

葛西 誠<sup>1</sup>・長谷川 裕修<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 秋田工業高等専門学校准教授 土木・建築系 (〒011-8511 秋田県秋田市飯島文京町 1-1)

E-mail: kasai@akita-nct.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 秋田工業高等専門学校准教授 土木・建築系 (〒011-8511 秋田県秋田市飯島文京町 1-1)

E-mail: hasegawa@akita-nct.ac.jp

阪神高速 ZTD へカオス時系列解析を適用した既往の研究によれば、11 号池田線よりの単路部においては渋滞発生直前から発生後に決定論的カオス性を示す車両が 7 割程度であると報告されている。本研究では、まず交通流の時空間的なカオス性の偏在があるか否かを検証するため、80 秒を単位とした小単位の追従データに対してカオス時系列解析を適用する。この結果、走行区間や平均速度に対してカオス性を判断するリアプノフ指数の符号の出現に特段の傾向は認められない。また、マイクロ挙動の累積として交通流が成り立っていることを考慮し、1 台先方の追従挙動だけではなくより前方車との状態量への同解析を試行する。結果として、16 台程度先方車との相対速度データにおいてもカオス性を示唆する車両が 6 割弱程度確認される。

**Key Words:** chaotic time-series analysis, car-following behavior, Lyapunov exponent, spatial-temporal distribution

## 1. はじめに

交通流はその非線形性によりカオス性を内包している可能性が指摘されている<sup>1)</sup>。自由流から渋滞流への遷移や、速度の急激な変動はこのカオス性に由来している可能性があると考えられている<sup>2)</sup>。単路部ボトルネック現象を的確に説明する仮説として決定的なものはまだないと考えられ、同現象が交通流のカオス性に起因する可能性を検証することは重要な課題と考えられる。

既報<sup>3)</sup>において、阪神高速 Zen Traffic Data (ZTD)<sup>4)</sup>に対するカオス時系列解析<sup>5)</sup>の適用の結果によって、朝ピーク時間帯のおよそ 6 割の車両の追従挙動にカオス性がある結果が示唆された。一方で、カオス時系列解析を適用するデータセットの時空間的な大きさ（あるいは単位）に由来する未検証の項目が残されていた。

1 つは、時空間的なカオス性に関する異質性である。約 2km の区間にわたる追従挙動データに対してカオス時系列解析を適用しているため、縦断勾配は当然この区間で一様ではない。縦断勾配の変化の影響が追従挙動に何らかの影響を及ぼすことが単路部ボトルネック現象の原因とされていることを考えれば、縦断方向にカオス性が偏在するのかが検証する必要がある。また、時間方向のカ

オス性の偏在も検証が必要である。交通流の相（自由流か渋滞流か）によって、あるいは交通流率によってカオス性が異なるのかもしれない。

第 2 に、すぐ前方を走行する先行車に対する追従挙動データに適用している点である。追従挙動データにカオス時系列解析を適用する意味は、追従挙動は交通流を構成する最小の挙動の要素と言えるためである。しかし、マイクロ挙動の集積としてマクロとしての交通流になったときに、マイクロ挙動の性質の拡大がそのままマクロな現象として出現するとは限らない。したがって交通流のカオス性を調べる際に、既往研究<sup>3)</sup>のように 1 台前の先行車に対する追従挙動のみだけではなく、やや空間的に大きなスケールのデータに着目することも価値のある検証と言える。

本稿では、1)約 2km の 1 対の追従データを 80 秒を単位とする小単位のデータに分解し、これにカオス時系列解析を適用することで、カオス性を判断する指標であるリアプノフ指数の時空間的な出現傾向があるかをまず観察する。そして、2)追従より大きな単位として、3 台前方、4 台前方等の、より先方との相対速度に対してカオス時系列解析を適用することで、車群程度のある程度大きなスケールでカオス性があるかどうかを検証する。

## 2. 交通流データに対するカオス時系列解析

### (1) 交通流とカオス性

詳細は文献<sup>3)</sup>に譲るが、以下簡単に交通流現象のカオス性の検証に関する動向に触れておく。

交通流がカオス性を持つのではないかと考える既往研究<sup>12)</sup>はいくつか存在する。古くは交通流モデルが生成する交通流のカオス性を検証する研究<sup>12,6)</sup>が多く、実データのカオス性を検証するもの<sup>8,13)</sup>は 1990 年代以降になってからであった。モデルが生成する交通流がカオス性を有していたと判定されたとしても、そのモデルが交通流を適切に近似する保証がない限り、その判定結果には疑いの余地が残る。

一方で、交通流データに対するカオス時系列を適用した研究としては、断面で計測され集計された巨視的なデータ（例えば交通流率等）への適用が多い<sup>8,9,11-13)</sup>。これらは交通流のダイナミクスを調べるというよりは、交通需要などの時間変動に対してカオス性があるか検証していると解釈しているのが適切であろう。このように、マイクロデータであり、かつ時空間的に幅広く取得されているデータを用いてカオス性を調べることには大きな限界があった。しかし近年質・量ともに申し分ない阪神高速 Zen Traffic Data<sup>4)</sup>を活用することで交通流のカオス性を検証することがようやく実現できるようになった<sup>3)</sup>。本稿はさらにこれを発展させ、カオス性の時空間的な偏在があるか、また交通流の最小単位と言える追従挙動よりはもう少し大きなスケールでカオス性が見られるかを検証する。

### (2) 交通流データに対するカオス時系列解析の適用

カオス時系列解析の詳細は文献<sup>3)</sup>を参照されたい。本稿においては簡単に流れを紹介する。

対象とする現象が既知の方程式に従う場合は、その方程式が生み出す多次元空間内のデータをそのまま空間にプロットし、軌道上の近傍点の平均的な伸び率（これをリアプノフ指数と呼ぶ）を求める。リアプノフ指数 $\lambda$ が正である場合、近傍の点が時間の経過とともに引き離されていく。これが長期間先の予測不可能性を生み出すため、カオスと判断できる材料となる。しかし、一般には解析対象の時系列データはどのような方程式から生成されたか不明である。したがって、多次元空間内に軌道を復元する必要がある。これをアトラクタの再構成という。

1次元の時系列データを多次元のアトラクタに再構成するためには、原時系列から時間 $\tau$ だけ遅らせたデータを第2軸に、時間 $2\tau$ だけ遅らせたデータを第3軸に、と繰り返して多次元空間内にプロットする。 $\tau$ を推定する方法はいくつかあるが、本研究では自己相関関数がはじめて0となる時間を採用する。

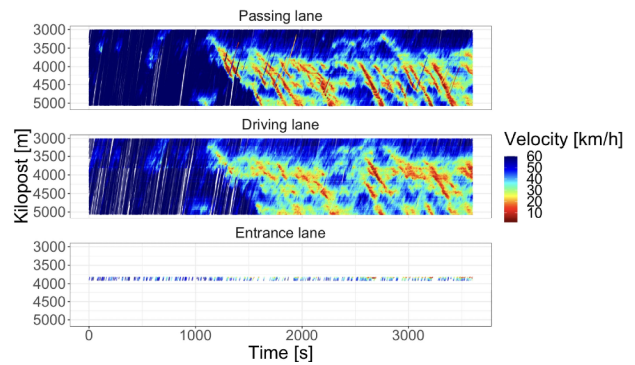


図-1 対象とする阪神高速 ZTD の阪神高速 11 号池田線(上)データセット L001\_F001 の 7:00-8:00 の Time-space 図 (追越車線 (最上部) のみ用いる)<sup>3)</sup>

多次元空間として何次元空間が適切かを推定するには、誤り近傍法を採用する。再構成次元が $n-1$ 次元のとき、互いに最も近傍の点と判定されていたのが再構成次元 $n$ 次元では最も近傍の点ではない場合、誤り近傍と呼ぶ。再構成されたアトラクタに沿って全ての点に対する誤り近傍点の割合が十分に小さくなったとき、これが再構成次元として適切と判断される。本研究では誤り近傍点の割合が 5%を下回ったときの次元を再構成次元とする。

次に、軌道上にそって点間の距離の引き延ばし率を求める。ある時刻のアトラクタ上の点と、その近傍の点 $N$ 個との距離の総和を求める。次の時刻にはアトラクタ上の点と先時刻の近傍の $N$ 個の点の距離は変化する。この距離がアトラクタに沿って平均的に時間の経過とともに増大していく場合はカオスが疑われ、リアプノフ指数は正となる。リアプノフ指数の推定方法の詳細は文献<sup>3)</sup>を参照されたい。

## 3. 時空間的に小単位な追従データに対するカオス時系列解析

阪神高速 ZTD の 11 号池田線 (上) 朝ピーク時間帯 (データセット番号 L001\_F001) の追越車線を走行する車両のみを対象とし、先行車との相対速度を求める。この時間帯の Time-space 図は図-1 の通りである。なお、車線変更によって先行車が入れ替わった場合でも、新しく先行車となった車両と連続して相対速度を求めている。また、この時間帯が交通流率が高いことから車間時間が大きくても追従していると仮定する。これらデータ処理に関する取扱いは文献<sup>3)</sup>と同一である。

リアプノフ指数の時空間的な分布の特徴がないかを観測する。10 秒毎に開始時点をずらし、80 秒毎にデータ

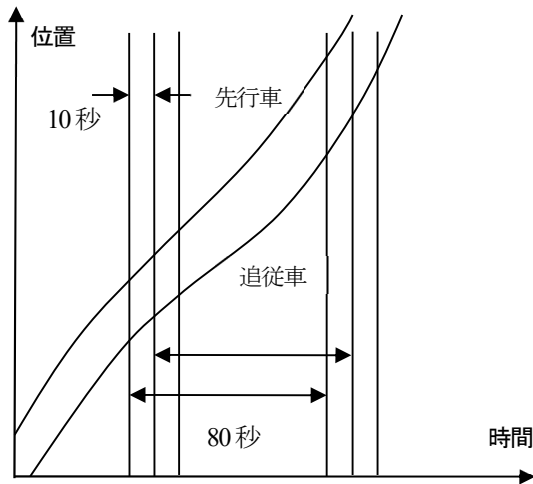


図-2 10秒ずらしながら80秒間の追従データセットを作成

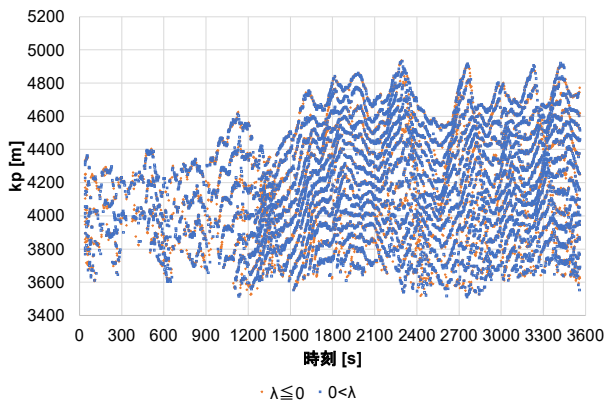


図-3 80秒毎に区切ったデータの midpoint にプロットしたリアプノフ指数の符号

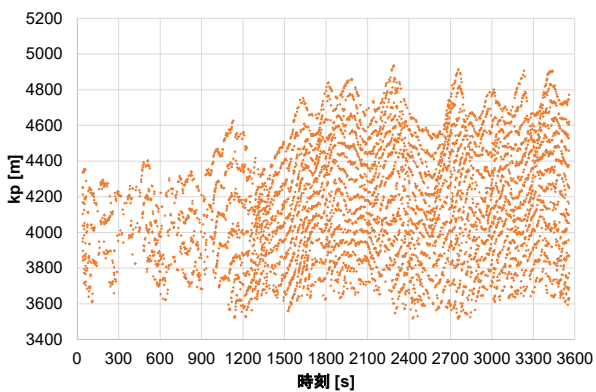


図-4 図-3のうちリアプノフ指数が非正であるもののみプロット

セットを作成する (図-2)。このデータセットに対して、カオス時系列解析を適用する。このデータセットの開始時の  $kp$  と終了時の  $kp$  の midpoint を横軸に、そのデータセットに対するリアプノフ指数  $\lambda$  の符号を図示したのが図-3である。リアプノフ指数が正であればカオスが疑われ、負であればカオスではないと判断される。図-3を見ると空間的分布に目立った特徴はない。なお、図-3において

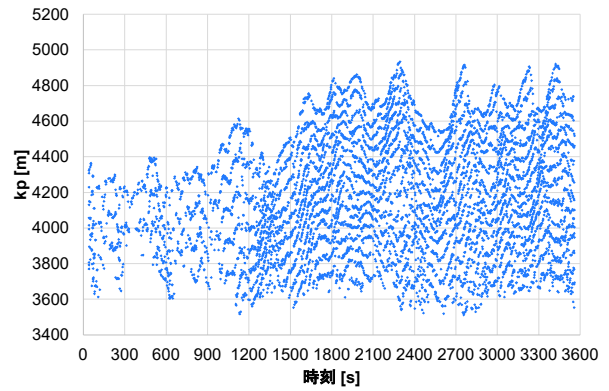


図-5 図-3のうちリアプノフ指数が正であるもののみプロット

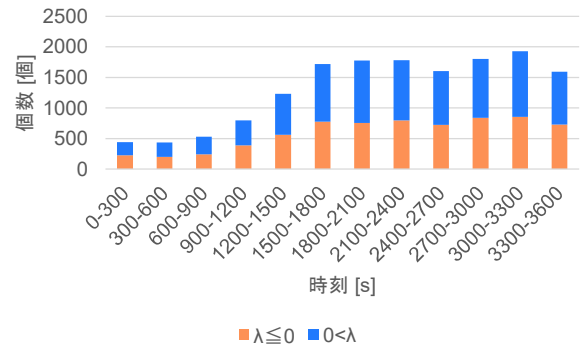


図-6 時間帯 (時刻0が7時に相当) とリアプノフ指数の符号

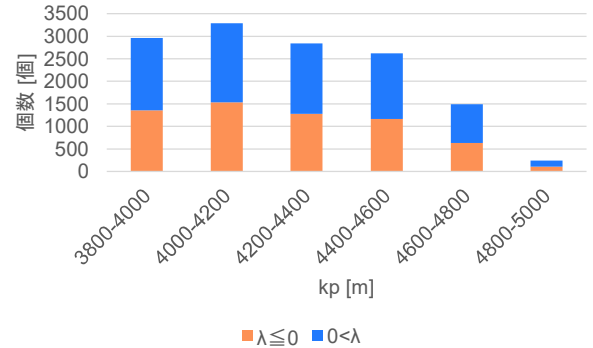


図-7 走行位置とリアプノフ指数の符号

リアプノフ指数が0以下の個数が7117、リアプノフ指数が正の個数が8548である。リアプノフ指数が正であるものの割合は54.6%である。リアプノフ指数が非正(0以下)のみを打点した図を図-4に、リアプノフ指数が正であるもののみを打点した図を図-5に示す。これらによっても特段の傾向はみられない。

これを5分毎に集計してリアプノフ指数の符号との関係を図示したのが図-6である。0秒~1200秒の個数が他の時間帯に比べて少ないが、自由流であり走行速度が高く同じ長さの区間を短い時間で通過するためである。特に時間帯による違いは見られない。

図-7は走行位置(80秒のデータの始点と終点の midpoint)

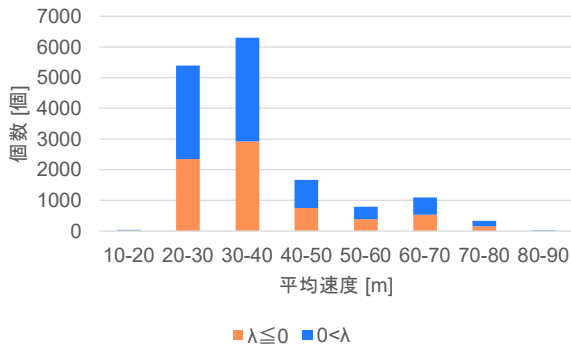


図-8 平均速度とリアプノフ指数の符号

とリアプノフ指数の符号との関係である。リアプノフ指数の符号が縦断勾配変化と何らかの関係があることが想定されたが特別の位置によるリアプノフ指数の符号の違いに大きな傾向はみられない。図-8は平均速度とリアプノフ指数の関係である。これについても特段の傾向はない。

やや直観的ではあるが、以下の解釈ができると思われる。細かくデータを区切ることで、データセット毎に区間特有の影響や速度帯特有の影響（いわば系統誤差）よりもそれ以外の要因の影響が（いわば偶然誤差）が相対的に大きくなってしまい、偶然誤差に埋もれる状況になっている可能性がある。

縦断勾配変化等の影響を観察するためには、空間的なスケールをある程度以上大きくすることが必要であることと、さらに何らかの方法で集積的な状態量として車両挙動を扱うなど工夫が求められるかもしれない。

#### 4. 数台先車両との相対速度データに対するカオス時系列解析

追従挙動等ミクロの集積でマクロ的な交通流現象が成り立っていることを考慮すると、1台前方への車両に対する追従挙動だけではなくある程度大きなスケールの交通の状態量に着目する挙動解析も興味ある課題である。

どのような状態量に着目するのが良いか事前の情報がないため、当面の解析とし数台先の車両に対する相対速度を採用し、これへのカオス時系列解析を適用する（図-9）。なお、車線変更によって  $n$  台先の車が入れ替わった場合、新しく  $n$  台先となった車両との相対速度を求めている。前章で小区間に分割することの困難に触れたので、本章では、前章のように 80 秒データに区切らずに、対象とする約 2km の区間を走行するデータを単位として分析する。

表-1は、何台先の先行車と相対速度を求めているかと、そのデータセットに対するカオス時系列解析によるリア

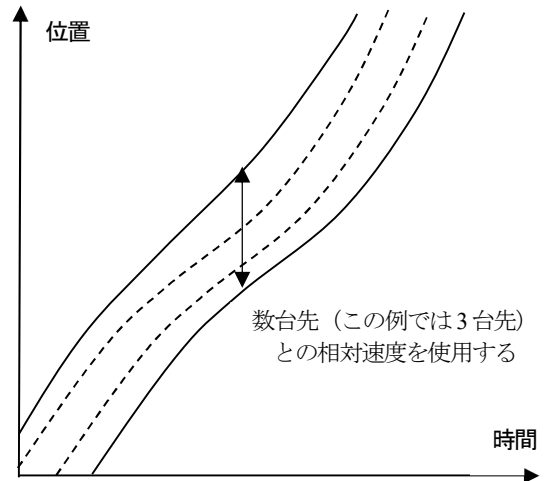


図-9 数台先の車両との相対速度

プノフ指数の符号の推定結果である。リアプノフ指数を推定する際の近傍点が少ない等の原因で推定値が求められなかったサンプルは除いてある。何台前までかによらず概ね 6 割弱の割合でリアプノフ指数は正として推定されている。表-2は、リアプノフ指数推定値の分布の平均値が 0 であるとの帰無仮説に対して  $t$  値および  $p$  値を求めたものである。表-2によれば、リアプノフ指数の推定値の平均値は、何台先までの先行車によらず 0 ではないと考えるのが相当である。

この結果を解釈すると以下のようになると思われる。追従挙動が集積してある程度大きなスケールになると、カオス性がある追従挙動の車とカオス性がない追従挙動の車両が混在していてもカオス性は打ち消されず残留すると言えそうである。また、追従挙動の累積が直ちに車群の不安定性をもたらすわけではなく、よって必ずしもカオス性が見られるわけでもないといえそうである。

ここでは相対速度を状態量として使用しているが、素

表-1 数台先の先行車との相対速度データに対するリアプノフ指数

	3台先	4台先	6台先	11台先	16台先
$\lambda < 0$	772	760	773	741	697
$0 < \lambda$	1023	1029	987	951	857
$0 < \lambda$ の割合	0.570	0.575	0.561	0.562	0.551

表-2 表-1のリアプノフ指数推定値の平均値が 0 と仮定したときの統計量

	3台先	4台先	6台先	11台先	16台先
$t$ 値	6.19	7.60	6.04	4.59	4.25
自由度	1794	1788	1759	1691	1553
$p$ 値	$7.62 \times 10^{-10}$	$4.90 \times 10^{-14}$	$1.88 \times 10^{-9}$	$4.80 \times 10^{-6}$	$2.28 \times 10^{-5}$

朴に数台目までの車頭距離を用いる方が不安定性を評価するには好ましいかもしれない。また、追従挙動の累積のダイナミクスは明示的に扱っていないので、複数台の車両の挙動をベクトルとして扱い多次元空間内のアトラクタとして観察すべきであるかもしれない。このように課題はいくつもあるものの、単に 1 台先方の先行車との追従挙動に着目するだけでは見えてこない情報があるように思われる。

## 5. おわりに

既往の研究<sup>3)</sup>で追従挙動にカオス性が疑われることが指摘されていることを受け、いくつかの視点での追加的な分析を試みた。1 つの視点はカオス性に時空間的な偏在があるのかどうか、いま 1 つは追従挙動より大きなスケールでカオス性があるのかどうか、である。

前者については、縦断勾配変化や平均速度によってカオス性の有無が影響を受けているのかを議論するために、単に約 2km の区間長の先行車との相対速度データにカオス時系列解析を適用するのではなく、より小単位の、具体的には 80 秒を単位とする相対速度データに対して同解析を適用した。結果としては明確な時空間的な偏在は確認されず、データ長を短くすることによって知りたい結果が埋もれている可能性を指摘した。

後者については、数台先の車両に対する相対速度データを求め、そのデータへカオス時系列解析を適用し、リアプノフ指数を求めた。何台先の車かによらず、6 割弱のデータにおいてリアプノフ指数は正となり、カオス性が疑われる。既報<sup>3)</sup>において直前の先行車に対する追従挙動においてカオス性の疑われる車は 6 割であり、残り 4 割程度はそうでない車が含まれるとのことであるから、これらが混在している交通流であってもカオス性はみられると言えそうである。

以上のようにいくつかの観点で交通流のカオス性を調べたが、依然カオス性とボトルネック現象との関連、特に縦断勾配変化とカオス性との関連は議論が必要であり、追加の検討が待たれる。

**謝辞**：本研究は阪神高速 Zen Traffic Data(ZTD:<https://zen-traffic-data.net>)を活用している。借用の許可をいただいていることに深く感謝申し上げます。本研究の一部は JSPS 科研費 JP20K04728 の補助を受けている。ここに記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) Disbro, J. E. and Frame, M.: traffic flow theory and chaotic behavior, *Transportation Research Record*, 1225, pp.109-115, 1989.
- 2) Safonov, L. A., Tomer, E., Strygin, V. V., Ashkenazy Y. and Havlin, S.: Chaos and Multifractality in a Time-Delay Car-Following Traffic Model, *Traffic and Granular Flow '01*, pp.119-124, 2003.
- 3) 葛西誠, 長谷川裕修: 単路部ボトルネック部における追従挙動データに対するカオス時系列解析, 第 41 回交通工学研究発表会論文集 (研究論文), pp.503-509, 2021.
- 4) 阪神高速 Zen Traffic Data: <https://zen-traffic-data.net> (2021 年 9 月 27 日閲覧)
- 5) 合原一幸編, 池口徹, 山田泰司, 小室元政著: カオス時系列解析の基礎と応用, 産業図書, 2000.
- 6) Addison, P. S. and Low, D. J.: A novel nonlinear car-following model, *Chaos*, Vol.8, pp.791-799, 1998.
- 7) Fu, H., Xu, J. and Xu, L.: Traffic chaos and its prediction based on a nonlinear car-following model, *Journal of Control Theory and Applications*, Vol.3, pp.302-307, 2005.
- 8) Dendrinos, D. S.: Traffic-flow dynamics: A Search for Chaos, *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol.4, No.4, pp.605-617, 1994.
- 9) Shang, P., Li, X. and Karnae, S.: Chaotic analysis of traffic time series, *Chaos, Solitons and Fractals*, Vol.25, pp.121-128, 2005.
- 10) Wang, L., Zhang, H., Meng, H. and Wang, X.: Nonlinear Analysis of Individual Vehicle Behavior in Car Following, *Proceedings of the 11th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, pp.265-268, 2008.
- 11) Gu, J. and Chen, S.: Nonlinear Analysis on Traffic Flow Based on Catastrophe and Chaos Theory, *Discrete Dynamics in Nature and Society*, Vol.2014, 11pages, 2014.
- 12) Li, Y., Jiang, X., Zhu, H., He, X., Peeta, S., Zheng T. and Li, Y.: Multiple measures-based chaotic time series for traffic flow prediction based on Bayesian theory, *Nonlinear Dynamics*, Vol.85, pp.179-194, 2016.
- 13) Aderemi, A., Jimmy, K. and Alex, A.: Application of Chaos Theory in the Prediction of Motorised Traffic Flows on Urban Networks, *Mathematical Problems in Engineering*, Vol.2016, 15pages, 2016.

(2021. 10. 1 受付)

# SPATIAL-TEMPORAL DISTRIBUTION OF LYAPUNOV EXPONENT ESTIMATED WITH CHAOTIC TIME-SERIES ANALYSIS IN CAR-FOLLOWING BEHAVIOR AT SAG

Makoto KASAI and Hironobu HASEGAWA