道路ネットワークにおけるコミュニティ分割とフラクタル性の基礎的検討

江端　隼斗[1]・杉浦　聡志[2]

[1]学生会員　北海道大学大学院　工学院北方圏環境政策工学専攻（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8）
E-mail: kamy_hu@eis.hokudai.ac.jp

[2]正会員　北海道大学大学院准教授　工学研究院（〒060-8628 札幌市北区北 13 条西 8）
E-mail: sugiura@eng.hokudai.ac.jp

道路ネットワークはネットワーク科学において「ランダムネットワーク」と一般的に評価されており，次数の集中が弱いネットワークと考えられている．一方で，道路ネットワークの自己相似性を示すフラクタル次元の評価を試みた研究が散見される．これらの多くは図形としてネットワークを捉え，ボックスカウンティングによりフラクタル次元を計測している．本研究では，ネットワークの接続構造を直接的に考慮した上で，フラクタル性を計測する相関次元を用いる．具体的には，道路ネットワーク上で任意の時間で到達可能なノードの数が両対数プロットで直線上に配置された結果を示す．また，このことがコミュニティ分割により分離された部分ネットワークでも成立したことを報告する．これは，道路ネットワークが主に人々の移動手段として構築されてきたため，人口に応じた密な構造を形成し，活動範囲に対して疎密構造が相似するように配置されてきたためだと考察する．

Key Words: *road network, fractal dimension, network partitioning,*

1. はじめに

道路ネットワークは道路区間の建設，改良により人々の活動を円滑化させるべく構成されてきた．市街地の骨格を形成する街路と市街地間を接続するような幹線道路が組み合わされ，土地利用の推移とともに道路ネットワークは複雑さを増大させながら今日まで拡張を続けている．著者らは道路ネットワークがもつ複雑さと都市，あるいは地域の概形を示す特徴量の関係に興味をもち，定量分析手法の構築を目指している．本稿ではまずフラクタル理論を用いて，道路ネットワークの複雑さを定量化する．これまで，多くの研究が道路ネットワークの複雑さの定量化を試み，その値と他の統計指標の関係等を分析してきた．しかしながら，これらの多くはフラクタル理論で提案されるボックスカウンティングの手法に基づいている．道路ネットワークはリンクとノードでモデル化され，接続関係を陽に表現可能である．図形として捉えるボックスカウンティング手法ではこのような接続関係を分析において捨象してしまう．また，道路の規格による走行速度等の違いも捨象される．そこで，接続関係とリンクの特性を直接的に考慮したフラクタル次元の分析方法により，複雑さの定量化を試みる．分析には北海道の細街路を含む詳細なネットワークを用いる．分析の結果，対象道路ネットワークが強い自己相似性をもつことを示す．くわえて，対象道路ネットワークを Community detection の方法としてよく知られる Louvain 法に基づいて部分グラフに分割する．分割されたネットワークにおいてもフラクタル次元を演算し，それらの多くも強い自己相似性をもつことを示す．

2. 相関次元に基づく複雑さの定量化

(1) 相関次元

相関次元はフラクタル次元を導出するための一つの方法であり，対象中の 2 点の距離に基づいて計測される．計測の対象となるのは，距離rに対して，2 点間(i,j)の距離が小さいペアの数である．具体的には式(1)に基づいて計算される．

$$C(r)=\sum_{i\neq j}H(r-t_{ij})$$

where (1)

$$H(z)=\begin{cases}1 & if\ z\geq 0\\ 0 & otherwise\end{cases}$$

ここで$C(r)$は距離rよりも小さな距離で相互に到達できるノードの数，t_{ij}はノード(i,j)間の距離である．

rと$C(r)$が両対数をとったとき，線形の関係があれば自己相似性があると判断できる．また，$v \backsim \frac{\log C(r)}{\log r}$ なるvがフラクタル次元である．

(2) 格子ネットワークにおける検討

式(1)に示した相関次元を無限に広がる格子ネットワークで検討しよう．全てのノードは距離 1 のリンクにより 4 つのノードと接続される．**図-1** に示すこのネットワークにおいては，距離$r = 1$のとき $C(r) = 4$，$r = 2$のとき$C(r) = 12$となる．これを観察すると，距離rが 1 が増大すると，到達できるノード数dは$d = 4r$増える．この等差数列の累計和が$C(r)$となるため，$C(r) = 2r(r + 1)$で求められる．これに基づいて両対数を取り散布図を作成すると**図-2** が得られる．このように両対数をとったrと$C(r)$は線形の関係があることを確認できる．また，フラクタル次元は 1.9966 となった．

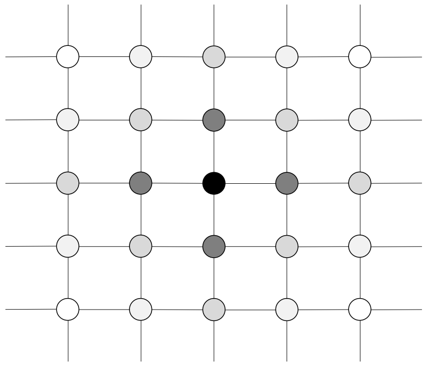

図-1 格子ネットワーク

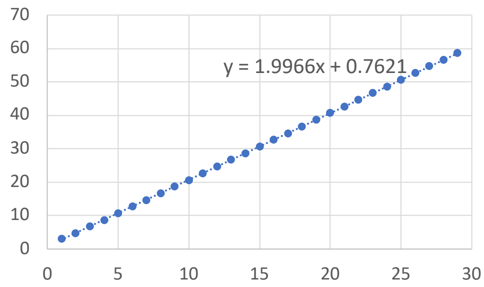

図-2 無限格子ネットワークにおけるrと$C(r)$の両対数散布図

3. 北海道の詳細ネットワークにおける試算

(1) 全ネットワークにおけるフラクタル次元

フラクタル次元を北海道の詳細ネットワークで試算する．対象ネットワークは**図-3** に示すようにリンク数 367,816，ノード数 255,169 で構成されている．リンクには距離を規制速度で除した走行時間を与えた．この走行時間を元に全ての 2 点間について最短所要時間を与え，それをt_{ij}として$C(r)$を求める．rは1.5^nであたえ，nは 1 から 10 までの値とした．得られた結果に対して，両対数をとり散布図を作成し**図-4** を得た．概ね線形に並んでおり，近似直線の決定係数は 0.987 であった．したがって，対象ネットワークも無限格子ネットワークと同様に自己相似性を有することがわかる．得られた散布図には，近似直線よりも下側のプロット，上側のプロットが存在する．これは実際の道路ネットワークが無限格子ネットワークと異なり所与の所要時間において距離到達可能なノード数が一様に推移しないことによると考えられる．フラクタル次元は 0.987 であり，無限格子ネットワークよりも小さいことがわかる．均質で密に接続される無限格子ネットワークと比較して実際のネットワークには粗密が存在するため，この結果が得られたものと考える．

図-3 対象ネットワーク（リンク数 367,816，ノード数 255,169）

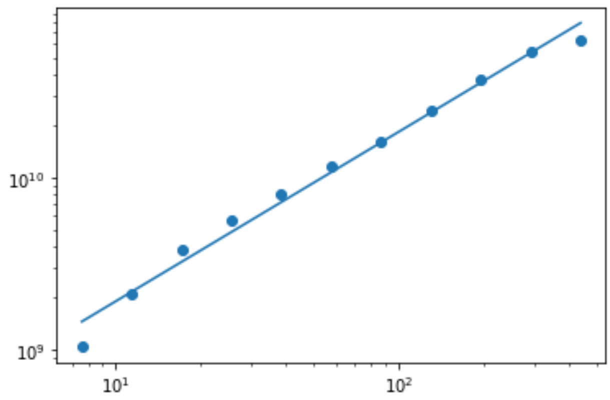

図-4 全ネットワークにおける$C(r)$の両対数散布図

(2) Louvain 法によるコミュニティディテクション

ここでは，対象ネットワークの自己相似性について考察するために，対象ネットワークを小さな部分グラフに分割し，そのそれぞれがまた自己相似性を有するか確認

する．部分グラフを構成するために，コミュニティディテクションの手法でよく知られている Louvain 法を利用する．Louvain法[2]はモジュラリティ Q[3]を目的関数とし，これを最大化するような分割方法を高速に与えるヒューリスティック手法である．Louvain 法により分割されたノードを着色により識別し，**図-5** に示す．この結果対象ネットワークは 242 の部分グラフに分割された．242 の部分グラフに対してそれぞれフラクタル次数，および近似直線の決定係数を算出する．得られた両対数線形近似式の決定係数分布を**図-6**，フラクタル次元の分布を**図-7** に示す．決定係数は小さくても 0.7 程度であり，半数以上の部分グラフで 0.9 を上回っており，多くの部分グラフで自己相似性を有することが確認できる． フラクタル次元は 0.3 程度から 1.6 以上とレンジが広くなった．対象ネットワーク全体でのフラクタル次元 0.987 の周辺を最頻値として，両裾に広がるような分布となっている．フラクタル次元の大きさは対象の複雑さを表現するため，分割された部分グラフは多様な複雑さの異なる集合が存在することを確認できる．フラクタル次元が最大の 1.609 となった別海町周辺の部分グラフを**図-8** に示す．図中のノードが部分グラフであり，図に示されたノードを接続するリンクを見ると，格子状に近い接続がされていることがわかる．無限格子ネットワークのフラクタル次元 1.9966 と比較すると，部分的な粗密によって小さな値ではあるが他の部分グラフと比べて最も近い値となっている．

4. おわりに

本稿では道路ネットワークの複雑さと都市の概形を探る研究の導入として，北海道の詳細道路ネットワークのフラクタル次元を試算した．今後は部分グラフのフラクタル次元と都市の概形を示す指標，例えば人口や土地利用の各種統計などを比較し，関係性について知見を深めたい．このような分析を通して道路ネットワークと都市の関係性について示唆を得ることを期待する．

参考文献

1) Blondel, V.D., Guillaume, J.-L., Lambiotte, R., and Lefebvre, E.: Fast unfolding of communities in large networks. Journal of Statistical Mechanics, *Theory and Experiment, International School for Advanced Studies and IOP Publishing*, 2008.
2) Newman, M. E. J.: Fast algorithm for detecting community structure in networks, Phys. Rev. E 69 (6), 066133-1-066133-5, 2006

(Received Oct. 1, 2021)

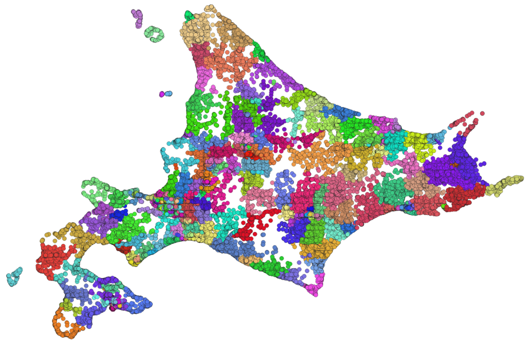

図-5 Louvain 法によるコミュニティ分割の結果

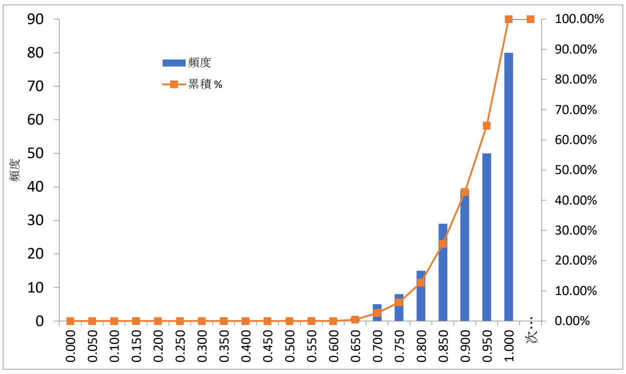

図-6 両対数線形近似式の決定係数分布

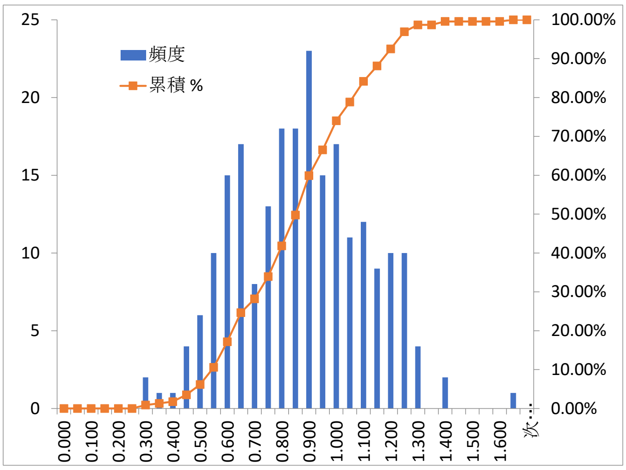

図-7 フラクタル次元の頻度分布

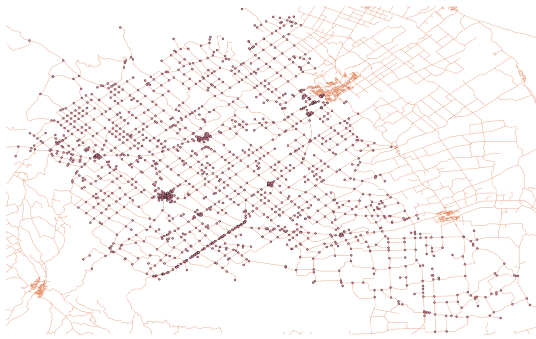

図-8 別海町周辺のネットワーク

A BASIC STUDY ON COMMUNITY DETECTION AND FRACTALITIES IN ROAD NETWORKS

Hayato EBATA, Satoshi SUGIURA