

# 接続性の概念に基づく 道路ネットワーク頑健性評価手法の検討

安藤 宏恵<sup>1</sup>

<sup>1</sup>正会員 熊本大学助教 くまもと水循環・減災研究教育センター（〒860-8555 熊本県熊本市中央区黒髪2丁目39-1）

E-mail:hiroeando@kumamoto-u.ac.jp (Corresponding Author)

大規模な災害等で部分的損傷が発生した際にできる限り深刻な機能不全に陥らないよう備えることは、道路ネットワークにとって非常に重要である。繋がり方の観点に基づく Network Science 分野では様々なネットワークにおいて、一部分が損傷したとしても基本的な機能を維持する能力として頑健性評価がおこなわれているが、それらの多くは次数分布等が所与であるモデル的ネットワークでの理論がほとんどである。本研究では、道路ネットワークの性質を踏まえた部分的損傷が与える影響について、従来の最大連結成分サイズに着目した指標に加え、最大固有値による接続性の観点を考慮した頑健性指標を提案する。道路ネットワーク生成モデルを用いた道路の性質を持つ試算ネットワークにより、ノード除去方法と提案した頑健性指標の関係性について検証する。

**Key Words :** road network, robustness, connectivity, largest eigenvalue

## 1. はじめに

甚大な被害をもたらす大型台風、集中豪雨、大規模地震等の自然災害は近年の気候変動によりさらに多頻度化の傾向があり、災害に強い社会の形成は我が国の大きな課題である。災害時の円滑な避難や救援物資の輸送、救急搬送の役割を担う道路機能は特に重要であり、被災時においても機能不全に陥らない道路システムの整備が求められる。しかしながら、土砂災害警戒区域や雨量規制区間など災害時に交通が遮断されるリスクの高い場所は少なからず存在し、部分的な通行止めや、事前の通行規制は十分に考えられる。そのため、一部区間や部分的なエリアが使用不可能となったとしても、一定の移動・輸送機能を担保する頑健な道路ネットワークを構築する必要がある。Bruneau et al.<sup>1)</sup>が定義したレジリエンスの概念図をもとに、MacDaniels et al.<sup>2)</sup>, Gu et al.<sup>3)</sup>によって整理された道路ネットワークの性能に関する指標を図-1にまとめる。何らかのインシデント発生により性能が低下し時間経過とともに復旧する過程を示しており、グレー箇所を示される部分を性能の低減量としてレジリエンストライアングルと定義されている。本研究では頑健性の高い道路ネットワークの事前整備を目指し、部分的な損傷による影響評価に関する検討をおこなう。道路ネットワークを評価する際には、移動の需要量や旅行時間、混雑の考

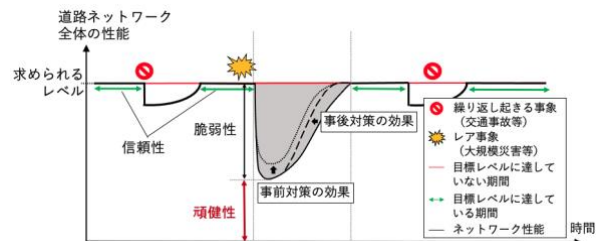


図-1 レジリエンスの概念図と道路ネットワーク評価指標

慮など交通流を考えることは非常に重要である。しかし、本研究ではネットワークが損傷する災害時を評価したいため、日常生活とは異なる需要パターンが発生しうること、災害の状況によって損傷レベルが大きく変化し旅行時間が想定できないことが予測される。それゆえ、どのような交通流の混乱に対しても常に前提となるネットワークの形状的特徴の観点から評価する頑健性について考究する。

ネットワークの部分的欠損が及ぼす影響や大きな影響を与えるためのノード除去方法に関する研究の多くは、古典的パーコレーション理論を基にしている。パーコレーション理論とは、ネットワーク内にノードやリンクを追加した際に起きる現象を繋がりの特徴や性質によって説明する理論である。巨大連結成分が出現し浸透現象が

起きる閾値として浸透臨界点が定義され、同じ次数のノードからなる規格格子や、同程度の次数からなるランダムネットワークにおいてのみ成立する。この理論を逆手に取り、ある割合のノードが取り除かれた時に巨大連結成分が消滅する閾値によってネットワークの頑健性を評価する。<sup>4)</sup>巨大連結成分が消滅するとネットワークは小さく分断される。ランダムにノードを除去していく場合、規格格子やランダムネットワークでは巨大連結成分が消滅する臨界点が存在するが、スケールフリー性を持つネットワークでは巨大連結成分を消滅させるには全てのノードを除去する必要がある、ランダムなノード除去に対し非常に強い性質であることがわかる。

ノード除去方法には、ネットワーク内のノードを無作為に抽出するランダム攻撃と、何らかのルールに則って抽出する標的型攻撃がある。標的型攻撃ではノードを除去するごとに標的を再検討する逐次標的型攻撃と、最初の状態をもとにあらかじめ除去の順番を定める同時標的型攻撃に分類される。本研究では、インフラネットワークの一部が災害等の影響により使用不可となることを想定するため、同時被災などの状況も踏まえ同時標的型攻撃を前提とする。ノード抽出のルールに関しては、これまでも多くの研究が行われている。最も一般的な次数の大きさに基づく除去ノード決定方法に加え、中心性指標などが検討されている。例えば、Lyer et al.<sup>5)</sup>は次数、近接中心性、媒介中心性、固有ベクトル中心性による攻撃に対する頑健性を検証し、局所的情報である次数による攻撃が非局所的情報である他の中心性指標に基づく攻撃よりも効果的な影響を与えることを示した。また、Duan et al.<sup>6)</sup>は次数中心性と媒介中心性を用いて道路ネットワークの詳細度が頑健性評価と関係することを示した。前述のように、スケールフリー性を持つネットワークにおいて、ランダムなノード除去では巨大連結成分を消滅させることができないのに対し、次数順によるノード除去は非常に効果的であることがわかっている。このように、ネットワークの性質によって効果的なノード除去方法やそれに対する頑健性評価指標が存在する。次数分布が所与であるモデル的ネットワークにおいては、部分的な損傷がネットワークに及ぼす影響に関する理論が構築されているが、道路ネットワークのように、1つの交差点に接続する道路本数が制限されており、特異的な接続構造と考えられるネットワークにおける現象を説明する研究は多くない。

このような背景のもと、本研究ではインフラシステムの一つである道路に対し、部分的な損傷が発生したとしても機能不全に陥らないネットワーク構築への貢献を見据え、まずは道路ネットワークの性質とノード除去による頑健性評価の関係性を検証する。また、頑健性の評価観点として、最大連結成分のみではなく、残存するネッ

表-1 グラフ種類別のネットワークサイズと最大固有値

	ノード数	リンク数	最大固有値
格子グラフ	25	40	3.464
	100	180	3.838
	225	420	3.923
ツリーグラフ	25	48	6.000
	100	196	6.059
	225	441	6.059
車輪グラフ	25	24	2.687
	100	99	2.973
	225	224	3.682

トワーク内の接続性を加味した頑健性評価指標を提案する。

## 2. ノード除去に伴う頑健性の評価指標

### (1) 最大連結成分サイズに基づく指標

ノード除去に対するネットワークの頑健性を評価する方法として、最大連結成分サイズの割合に基づく指標がある。ノード除去率 $q$  ( $0 \leq q \leq 1$ )に対する最大連結成分の割合 $S(q)$ によって評価する。 $S(q)$ はノード除去前のノード数に対するノード除去後の最大連結成分サイズの割合、 $N$ は全ノード数である。 $q$ が増加したとしても $S(q)$ が大きい場合にそのネットワークは頑健であるといえる。最大連結成分サイズに基づくネットワーク全体の頑健性指標 $R$ を Robustness Index として式 (1) に示す。

$$R = \frac{1}{N} \sum_{q=\frac{1}{N}}^1 S(q) \quad (1)$$

ノード除去率 $q$ の増加に伴って $S(q)$ は単調減少していく。全ノード数 $N$ で正規化することによって、異なるサイズのネットワークにおける頑健性を評価することができる。最も頑健であるはずの完全ネットワークの状態では $R = 0.5$ となる。

### (2) 最大固有値に基づく指標

最大連結成分サイズに基づく指標の場合、ネットワークが疎であっても連結成分が大きければ機能が維持されると評価される。しかしながら、道路ネットワークを扱う際には連結成分のサイズのみではなく、ノード除去後の連結成分の接続性も考慮する必要がある。ここでは、ネットワーク内により強固な部分が存在するほど値が大きくなる隣接行列の最大固有値 $\lambda$ を接続性指標として活用する。表-1に示すように、同様の性質を持つネットワークではサイズが大きくなるほど最大固有値も大きくなることがわかる。また、定理と証明の部分で後述するように同じノード数である場合、リンク数が増加するほど

最大固有値も増加することがわかっている。そのため、最大固有値に基づく評価では残存するネットワークサイズと接続性を併せた評価が可能であると考えられる。

隣接行列とは、ネットワーク上の接続関係を表現するものである。いま、ネットワークが  $G = (V, E)$  で表現されるものとする。ただし、 $V$  はノードの集合、 $E$  はリンクの集合である。このとき、隣接行列  $A_G$  は、大きさ  $|V| \times |V|$  であり、以下を要素を持つ行列である。

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } e = (i, j) \in E, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

つまり、ネットワーク上のノード  $u$  から  $v$  に向けてリンクがある場合、要素は 1 となり、無向リンクの場合に隣接行列  $A_G$  は対称行列となる。隣接行列  $A$  の最大固有値を  $\lambda^*$ 、固有ベクトル  $\mathbf{x}^*$  は式(3)のように表記できる。

$$A\mathbf{x} = \lambda^*\mathbf{x} \quad (3)$$

ただし、

- $\mathbf{x}$  : 固有ベクトル
- $\lambda^*$  : 最大固有値

あるネットワークにおいてリンク数が増加する場合、最大固有値は必ず増加する。

**定理**：非負かつ規約である行列  $A$  に対し、非負行列  $B = \{B_{ij} > 0 \text{ if } (i, j) \in S, B_{ij} = 0 \text{ otherwise}\}$  があるとき、行列  $(A + B)$  の最大固有値は行列  $A$  の最大固有値よりも大きい。

**証明**：隣接行列  $A$  の最大固有値を  $\lambda_A^*$ 、それに対応する固有ベクトルを  $\mathbf{x}^*$  とおくと、 $\lambda_A^* > 0$ 、 $\mathbf{x}^* > 0$ 、 $\|\mathbf{x}^*\| = 1$  である式(3)成り立つ。ここで隣接行列  $A$  に非負行列  $B = \{B_{ij} > 0 \text{ if } (i, j) \in S, B_{ij} = 0 \text{ otherwise}\}$  を加えた行列を  $C = A + B$  とする。 $A$  が示すネットワークが強連結であるとき、 $C$  を隣接行列とするネットワークも必ず強連結となるため、 $C$  は既約行列である。このとき、

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} > A_{ij} \quad (i, j) \in S \quad (4)$$

$$C_{ij} = A_{ij} + B_{ij} = A_{ij} \quad (i, j) \notin S \quad (5)$$

となる。ここで、隣接行列  $A$  の任意の固有値を  $\lambda$  とするとすべての  $i = 1, \dots, n$  に対し以下が成り立つ。

$$\lambda x_i = \sum_{j=1}^n A_{ij} x_j \quad (6)$$

$$|\lambda| |x_i| = \left| \sum_{j=1}^n A_{ij} x_j \right| \leq \sum_{j=1}^n A_{ij} |x_j| \leq \sum_{j=1}^n C_{ij} |x_j| \quad (7)$$

式(4)、(5)より、 $S$  に属するノードペア  $(i, j)$  が存在する限り、

$$\sum_{j=1}^n A_{ij} |x_j| < \sum_{j=1}^n C_{ij} |x_j| \quad (8)$$

$$\lambda_A^* < \lambda_C^* \quad (9)$$

したがって、行列  $(A + B)$  の最大固有値は行列  $A$  の最大固有値よりも大きくなる。■

本研究では、上記の性質を持つ最大固有値に基づき、接続性の概念を考慮したネットワーク頑健性の評価について検証をおこなう。

ノード除去が進行するといくつかのサブネットワークに分割されるが、その際の最大連結成分ではなく、最も

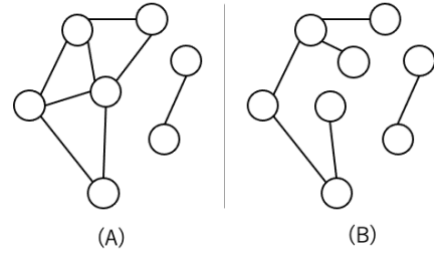


図-2 密と疎なネットワークの例

大きな最大固有値を持つサブネットワークに着目する。ノード除去前の最大固有値に対する最大固有値減少割合によって頑健性を評価する Connectivity Robustness Index を以下のように定める。

$$CR = \frac{1}{N} \sum_{q=\frac{1}{N}}^1 E(q) \quad (10)$$

$E(q)$  はノード除去率  $q$  に対する最大固有値の割合である。接続形態によってはノード数が多く疎なネットワークとノード数が少なく密なネットワークでは、小さくて密なネットワークの方が接続性が強い場合がある。例えば、図-2の例では最大連結成分は(A):5、(B):6であるのに対し、最大固有値は(A):3.086、(B):1.758となる。そのため、最大連結成分の最大固有値ではなく、最も大きい最大固有値の値によって評価をおこなう。

### 3. 道路ネットワークにおける検証

#### (1) 道路ネットワーク生成モデル

道路ネットワークは、前述したスケールフリー性やランダム性、規則性等の性質を持たないうえに、交差点に接続する道路の本数は限られるなどの空間的な制約が存在する特殊なネットワーク形状である。ここでは、O'Hara et al.<sup>9)</sup>によって示された一般的な道路ネットワークの位相生成モデルを活用し、試算用のネットワークデータを作成した。エリア  $A \text{ km}^2$ 、ノード  $N$  個、リンク  $M$  本、最小ノード間距離  $d \text{ km}$  を所与とする生成手順を以下に示す。

1.  $A \text{ km}^2$  のエリアに  $N$  個のノード座標をランダムに配置する。ただし、ノード同士が至近距離に配置されるのを防ぐためノード間距離の最小値  $d \text{ m}$  の制約を設ける。
2. ランダムに配置した  $N$  個のノードに関してドロネー図を作成する。ドロネー図とは、ポロノイ図の双対関係であり、隣接するポロノイ領域の点同士を結ぶことで形成される。これらの辺は平面の場合に三角形となるため、ドロネー三角形という。
3. ドロネー図に対し、最小の総延長となる閉路を持たないグラフである最小全域木を求める。ここでの最

小全域木はドロネー図のサブグラフである。求めた最小全域木を構成するリンクをすべて道路ネットワークのリンクとすることで全ノードの連結性を確保する。

4. ドロネー図構成リンクから最小全域木に含まれないリンクを抽出し、 $M - (N - 1)$ 本のリンクをランダムに選択する。
5. 最小全域木を構成するリンクに 4.においてランダムに選択されたリンクを加えて道路ネットワークのリンクとする。

上記の方法により、 $25\text{km}^2$ エリア内に $d = 0.02$ として $(N: 100, M: 200)$ ,  $(N: 100, M: 250)$ の平均次数4.5となるネットワークを各 100 ケースずつ生成した。それぞれのケースのネットワークを 1 例を図-3, 図-4 に示す。なお、本手法により生成した道路ネットワークは必ず平面グラフである。

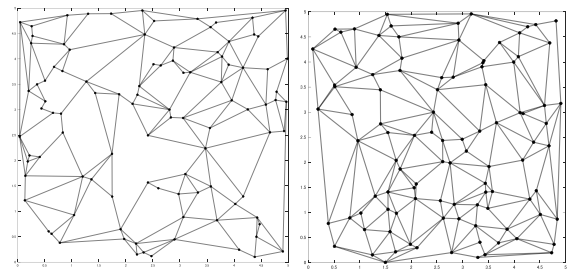


図-3  $N=100, M=200$  の例

図-4  $N=100, M=250$  の例

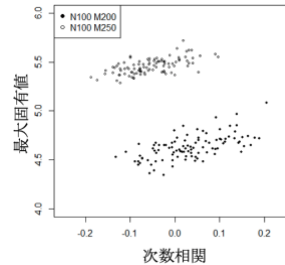


図-5 次数相関と LEV

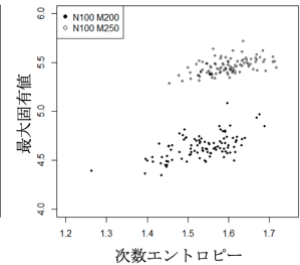


図-6 次数エントロピーと LEV

## (2) 次数に関する指標と最大固有値の関係性

生成した道路ネットワークモデルにおいて、次数に関する指標である次数相関、次数エントロピーと最大固有値の関係性を検証する。次数相関とは、次数が高いノード同士、低いノード同士が接続される時に高くなる指標であり、正の相関では似た次数のノードが接続しやすく、負の相関では異なる次数のノードが接続しやすい。式(11)で表記され、

$$\text{Assortativity}$$

$$= \frac{M^{-1} \sum_m k_i(m)k_j(m) - \{M^{-1} \sum_m [k_i^2(m) + k_j^2(m)]\}^2}{M^{-1} \sum_m \frac{1}{2} [k_i^2(m) + k_j^2(m)] - \{M^{-1} \sum_m [k_i^2(m) + k_j^2(m)]\}^2} \quad (11)$$

$k_i(m), k_j(m)$  はリンク  $m$  の両端ノードの次数であり、Assortativity の値は $[-1, 1]$ となる。

次数エントロピーは次数分布 $P(k)$ が均等なほど大きく、偏りがあるほど小さくなる値であり、式(12)で与えられる。

$$H = - \sum_{k=1}^n P(k) \log P(k) \quad (12)$$

これらと最大固有値の関係性を図-5, 図-6に示す。

$M = 200$ と $M = 250$ のネットワークを比較すると、リンク数が多い、つまり平均次数が大きいほど最大固有値は大きくなるのがわかる。さらに、次数相関、次数エントロピーともに最大固有値と正の相関がある。最大固有値の特性として、似たノード同士が接続するネットワークであり、かつ均等であるほど値が大きくなる傾向がある。また、最大固有値はリンク数に応じて値に明確な差があるが、次数相関と次数エントロピーはリンク数が多いネットワークほど指標値が大きくなるような傾向はみられない。

## 4. 道路ネットワーク頑健性の評価

### (1) ノード除去方法による頑健性の違い

生成した道路ネットワーク2パターンを100ケースずつに加えて、比較対象として格子ネットワークと車輪型ネットワーク(いずれも $N = 100$ )を用いて、Robustness Index, Connectivity Robustness Indexについて、ランダム、次数(Degree)、媒介中心性(BC)をもとにしたノード除去による影響を評価する。まず、ノード除去率に対する最大連結成分サイズの割合を除去方法、ネットワークサイズ別に図-7に示す。道路ネットワークの挙動に着目すると、最大連結成分が最も早い段階で減少していくノード除去方法は次数順であり、最も遅いのはランダム順であることがわかる。ランダム順において、 $N = 100, M = 200$ の平均次数4の場合には、格子、車輪、道路ネットワークどれも同じような減少の挙動を示す。 $N = 100, M = 250$ の平均次数5の場合には、格子、車輪ネットワークよりも道路ネットワークの方が頑健である。次数順では、車輪ネットワークの場合、25個のノードから構成される車輪 $\times 4$ であるため、各車輪の中央に位置するノードが先に除去されることにより、少ない除去率で最大連結成分サイズの割合は大きく減少する。次数順のノード除去に対して非常に頑健な結果を示した格子ネットワークと比較し、道路ネットワークでは除去率0.3程度から最大連結成分サイズの割合は大きく減少しており、受ける影響が大きいことがわかる。媒介中心性順では格子、車輪ネットワークと比較し、道路ネットワークに対するノード除去が最も効果的である。さらに平均次数4の場合の方がより安定的に最大連結成分サイズの割合が減少している。以上から、生成した道路ネットワークに対するノード除去の影響は次数順が最も効果的であり、

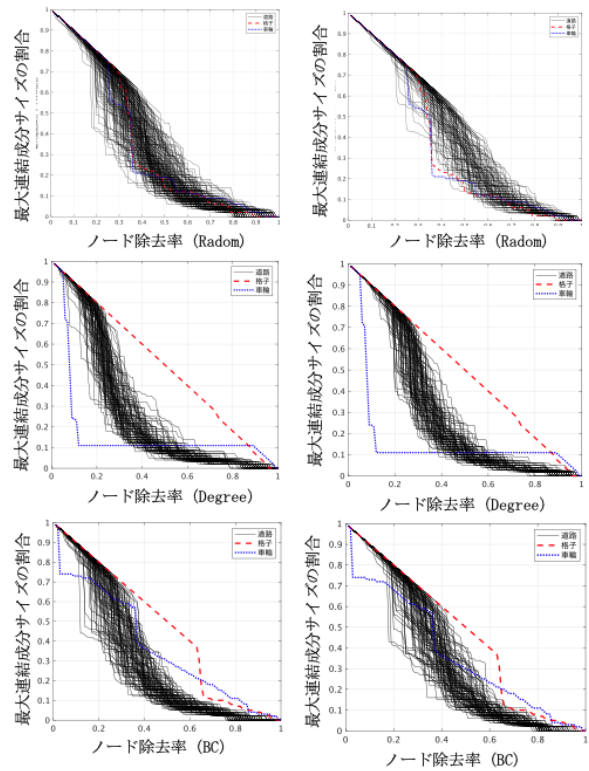
ランダム順, 媒介中心性順では, 平均次数が大きい道路ネットワークほど最大連結成分サイズの減少が遅く, 頑健である傾向があることがわかった。

つぎに, ノード除去率に対する最大固有値の割合を除去方法, ネットワークサイズ別に図-8に示す。道路ネットワークにおいては, 最大連結成分サイズの場合と同様に次数によるノード除去が最も効果的である。ランダム順では, 平均次数4, 5の両方の場合で格子, 車輪ネットワークと道路ネットワークの傾向に差は少ない。媒介中心性順では, 格子, 車輪ネットワークのなかで, 道路ネットワークに対する影響が最も大きい。この傾向も最大連結成分サイズの割合と同様であり, 道路ネットワークの性質に対して媒介中心性順は効果的であることがわかる。最大固有値の割合による評価が最大連結成分サイズの割合と大きく異なるのは, 割合減少の仕方にある。最大固有値の割合の減少は比較的緩やかであり, 最も効果的な次数順においても少数のノード除去で大きく割合が減少するようなことはない。さらに, 格子ネットワークにおける次数順のノード除去のように, 非常に緩やかな減少で頑健であることを示しつつ, あるノード除去率を境に減少割合がほぼ変化しなくなるという減少がみえる。また, 車輪ネットワークでは最大連結成分のサイズにおいて次数順, 媒介中心性順のノード除去が非常に高い効果を示すのに対し, 最大固有値の割合は次数順が効果的であるが, 媒介中心性順は効果が少ない結果を示した。特に媒介中心性順の挙動では, ノード除去率0.4近くまで最大固有値の割合はほとんど減少しておらず, ランダム順よりも効果が小さい, 言い換えると車輪ネットワークは媒介中心性順には頑健であるといえる。ノード除去率が1%増加すると必ず1%以上の減少となる最大連結成分サイズの割合では起きない現象である。最大固有値の割合ではどのノード除去方法に対しても, 平均次数による大きな変化は生じていない。

(2) 頑健性指標の関係性

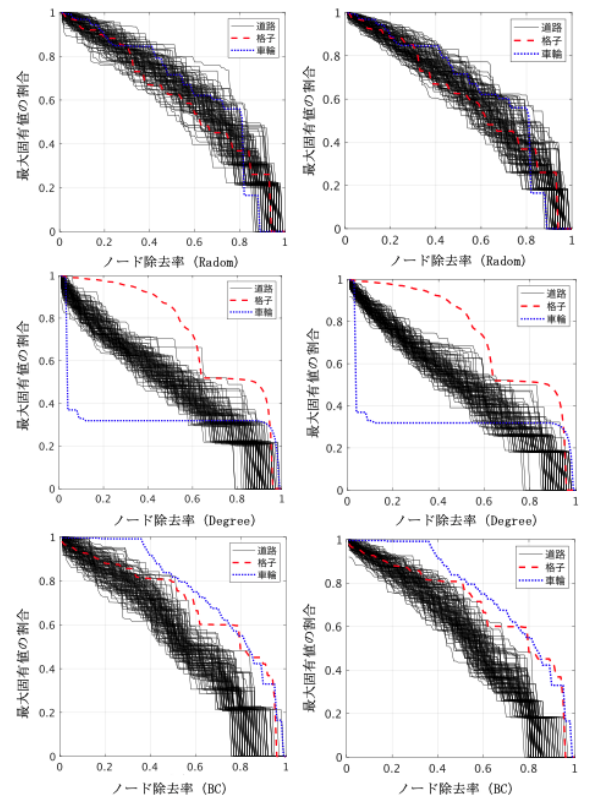
式(1)で示した最大連結成分サイズに基づくRobustness Index (R-index)と, 式(10)で示した最大固有値に基づくConnectivity Index (CR-index)の関係性を, 生成した道路ネットワーク(N: 100, M: 200), (N: 100, M: 250)において検証する。図-9, 図-10, 図-11にランダム順, 次数順, 媒介中心性順にノード除去をおこなったときのR-indexとCR-indexの散布図を平均次数4, 5ともに示す。

横軸のR-indexに着目すると, 次数順, 媒介中心性順のノード除去では, 平均次数によって差がみられ平均次数4と比較して5のほうがR-indexの値が大きい傾向にある。一方, 縦軸のCR-indexに着目すると, どのノード除去方法においても平均次数による指標値への影響はほとんどない。これは, 図-8に示すノード除去率に対する最大固



(A) N=100, M=200 (B) N100=M=250

図-7 ノード除去率に対する最大連結成分サイズの割合



(A) N=100, M=200 (B) N100=M=250

図-8 ノード除去率に対する最大固有値の割合

有値割合の挙動からわかる傾向と一致している。R-indexとCR-indexの関係性については, どのノード除去方法においても強い関係がみられない。しかしながら, 次数順,

媒介中心性順では、指標によってどちらか片方だけが極端に頑健性が高いまたは低いといったネットワークは少ない。最大連結成分サイズ、最大固有値のどちらも基本的には分断されたサブネットワークが大きいほど値は大きくなるため、R-indexとCR-indexはノード除去率が上昇したとしても大きなサブネットワークが維持されるほど指標値は大きい。しかし、平均次数4,5のネットワークともにR-indexとCR-indexの間には強い相関がなく、CR-indexではサブネットワークの大きさに加えて接続性の観点も考慮された結果である。

## 5. おわりに

本研究では、道路ネットワークにおける頑健性を検証するため、部分的な欠損がネットワーク全体に及ぼす影響の評価をおこなった。道路ネットワーク生成モデルにより作成したテストネットワークを用いて、従来のネットワーク頑健性指標で多く用いられるノード除去時の最大連結成分サイズによる検証をおこなうとともに、接続性の概念を加えるため、最大固有値による頑健性指標の提案をおこなった。ノード除去方法としては、ランダム順、次数順、媒介中心性順の3つの方法を検討した。道路ネットワークを対象にする場合、最大連結成分サイズ、最大固有値どちらに基づく指標においても次数順のノード除去が最も効果的であることがわかった。道路ネットワークと異なる性質をもつ格子型、車輪型のネットワークを比較対象とし、特に媒介中心性順のノード除去は他のネットワークよりも道路ネットワークに対する効果が大きいことがわかった。さらに、提案した接続頑健性評価指標と従来の頑健性指標の関係性では、次数順、媒介中心性順においてどちらかの指標のみ極端に頑健性が高いまたは低いネットワークは少ないものの、強い相関はみられなかった。これは、サブネットワークの大きさのみならずネットワークの密度、より強固に接続する部分の存在など最大固有値によって接続性の観点を加味した結果であるといえる。

今後の展開として以下のことが考えられる。まず、本研究で提案した接続頑健性はノード除去によって発生するサブネットワークのうち、最も大きな最大固有値を持つサブネットワークのみを評価値の対象としている。しかし、それ以外のサブネットワークは小さくバラバラになっているのかそうでないのかなど、その状態も評価に加味する必要がある。また、生成モデルにより準備した試算用の道路ネットワークは平面グラフを前提としている。道路ネットワークの特徴である道路規模による階層性等を表現するためには、辺の交差を許容するネットワークによる検討をおこなう。

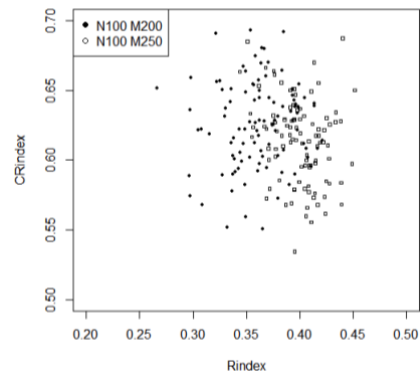


図-9 ランダム順ノード除去時の R-index と CR-index

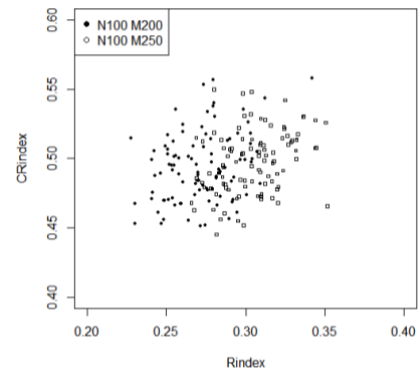


図-10 次数順ノード除去時の R-index と CR-index

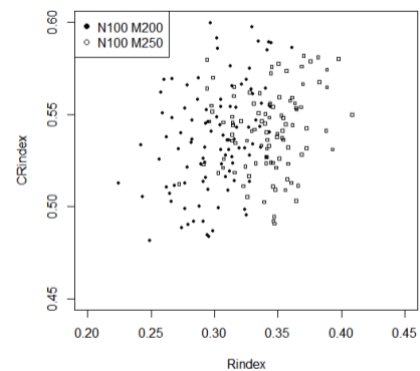


図-11 媒介中心性順ノード除去時の R-index と CR-index

謝辞：本研究は、JSPS科研費JP18H01557の助成を受けて遂行された。ここで記して謝意を表す。

## 参考文献

- 1) Bruneau M, Chang S E, Eguchi R T, Lee G C, D'O'Rourke T., Reinhorn A M, Shinozuka M, Tierney K, Wallace W A, and von Winterfeldt D, A Framework to Quantitatively Assess and Enhance the Seismic Resilience of Communities, Earthquake Spectra, Vol.19, No.4, pp733-752, 2003.
- 2) MacDaniels T, Stephanie C, Cole D, Mikawoz J, Holly J, Fostering resilience to extreme events within infrastructure systems: Characterizing decision contexts for mitigation and adaptation, Global Environmental Change 18, 2008.
- 3) Gu Y, Fu X, Liu Z, Xu X, Chen A, Performance of

- transportation network under perturbations: Reliability, vulnerability and resilience, *Transportation Research Part E*, 133, pp1-16, 2020.
- 4) Barabasi, A, *Network Science*, Cambridge Univ Pr, 2016.
  - 5) Lyer S, Killingback T, Sundaram B, Wang Z, Attack Robustness and Centrality of Complex Networks, *PLoS ONE*, 8, p. e59613, 2013.
  - 6) Duan, Y and Lu, F.: Robustness of City Road Networks at Different Granularities, *Physica A*, 411, pp.21-34, 2014.
  - 7) Schneider C, Moreira A, Andrade Jr J, Havlin S, Herrmann H , Mitigation of malicious attacks on networks. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 108: 3838–3841, 2011.
  - 8) 安藤宏恵, 倉内文孝, 朝倉康夫, 中西航, 最大固有値を用いた道路ネットワーク接続性向上に関する研究, *土木計画学研究発表会講演集*, 62, 2020.
  - 9) O'Hare S, Connors R, Walting D, Using Ensemble Analysis to study the effects of Network Topology on Performance in Urban Road Networks, arXiv preprint arXiv:2011.11121, 2020.
- (2021. 10. 1 受付)

## A STUDY ON ROAD NETWORK ROBUSTNESS EVALUATION METHOD BASED ON THE CONCEPT OF CONNECTIVITY

Hiroe ANDO